3. Derretendo gelo

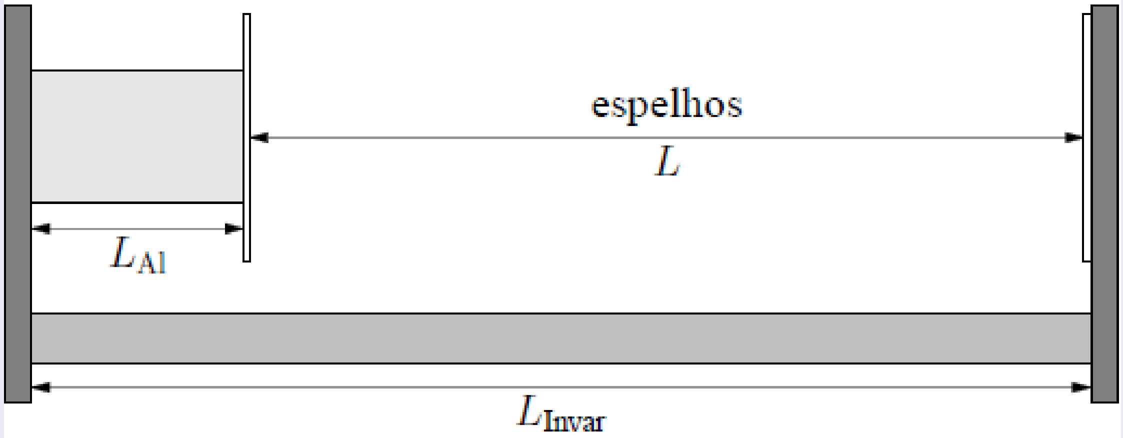
Um cubo de gelo de $89{,}0\ \mathrm{g}$ a $-35{,}0\ ^\circ\mathrm{C}$ é colocado num copo de isopor com $150\ \mathrm{g}$ de água a $15{,}0\ ^\circ\mathrm{C}$. O copo de isopor é fechado com uma tampa e sua capacidade térmica é desprezível. Determinar a temperatura final de equilíbrio e as quantidades finais de gelo e água.
Dados: $L_{\text{gelo}} = 333\ \mathrm{J/g}$, $c_{\text{gelo}} = 2{,}05\ \mathrm{J/(g\ ^\circ C)}$, $c_{\text{água}} = 4{,}19\ \mathrm{J/(g\ ^\circ C)}$.

R: $79{,}9\ \mathrm{g}$ de gelo e $159{,}1\ \mathrm{g}$ de água a $0{,}0\ ^\circ\mathrm{C}$

2. Anulando a expansão térmica

A distância $L = 1{,}50\ \mathrm{m}$ entre dois espelhos de um laser deve ser mantida estável com grande precisão em relação a mudanças na temperatura ambiente. Para isso são utilizadas barras separadoras de um aço especial de baixa dilatação linear, chamado *Invar*, e barras de alumínio como mostra a figura. Calcular os comprimentos necessários das barras de alumínio e Invar, L_{Al} e L_{Invar}.

Dados: $\alpha_{\mathrm{Al}} = 23{,}0{\times}10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$, $\alpha_{\mathsf{Invar}} = 7{,}00{\times}10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$.



R: $L_{\mathrm{Al}} = 0{,}656\ \mathrm{m}$, $L_{\mathsf{Invar}} = 2{,}156\ \mathrm{m}$

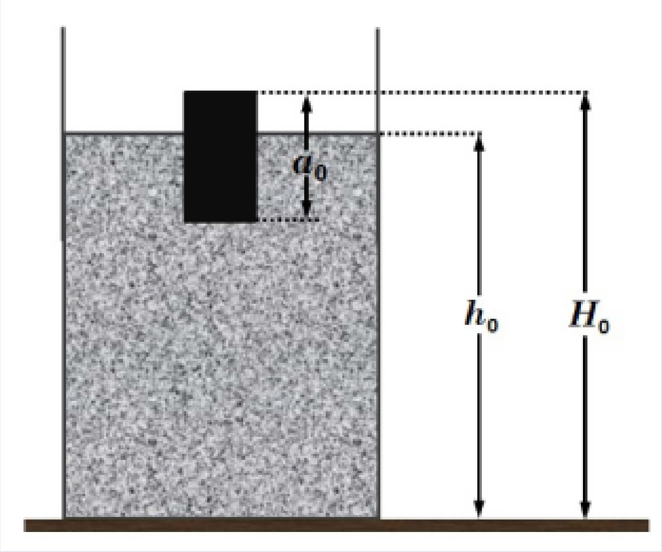
4. Aço quente na água fria

Uma peça de aço de $1{,}20\ \mathrm{kg}$ a $800\ °\mathrm{C}$ é colocada num recipiente com $500\ \mathrm{g}$ de água a $20{,}0\ °\mathrm{C}$. O recipiente tem capacidade térmica desprezível. A temperatura final da água é $52{,}4\ °\mathrm{C}$. Calcular a quantidade de vapor produzida.
Dados: $c_{\text{aço}} = 0{,}45\ \mathrm{J/(g°C)}$, (água) $L_{\mathrm{v}} = 2{,}26\ \mathrm{kJ/g}$.

R: $137\ \mathrm{g}$

5. Dilatação térmica

Um reservatório cilíndrico de aço contém mercúrio, sobre o qual flutua um bloco cilíndrico de latão. À temperatura de $20\ ^\circ\mathrm{C}$, o nível do mercúrio no reservatório está a uma altura $h_0 = 0{,}5\ \mathrm{m}$ em relação ao fundo e a altura a_0 do cilindro de latão é de $0{,}3\ \mathrm{m}$. A essa temperatura, a densidade do latão é $8{,}60\ \mathrm{g/cm^3}$ e a densidade do mercúrio é $13{,}55\ \mathrm{g/cm^3}$.



a) Ache a que altura H_0 está o topo do bloco de latão em relação ao fundo do reservatório a $20\ ^\circ\mathrm{C}$ (figura);

b) Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do aço é $1{,}1\times10^{-5}\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$, o do latão é $1{,}9\times10^{-5}\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$ e que o coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio é $1{,}8\times10^{-4}\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$, calcule a variação δH da altura H_0 (em mm) quando a temperatura sobe para $80\ ^\circ\mathrm{C}$.

R: (a) $H_0 = 61\ \mathrm{cm}$ (b) $\delta H = 3{,}5\ \mathrm{mm}$

5. Dilatação térmica: Solução

O empuxo sobre o latão é igual ao peso do mercúrio deslocado. Seja d a altura submersa de latão, com seção de área S.

$$M_{\mathrm{L}}g = \rho_{\mathrm{L}} a S g = \rho_{\mathrm{Hg}} d S g \tag{1}$$

$$d = \frac{\rho_{\mathrm{L}}}{\rho_{\mathrm{Hg}}} a \tag{2}$$

Nas condições iniciais

$$d_0 = \frac{\rho_{\mathrm{L}}}{\rho_{\mathrm{Hg}}} a_0 = 0{,}19 \mathrm{~m}$$

$$H_0 = h_0 + a_0 - d_0 = 0{,}61 \mathrm{~m}$$

Tomando como A a área da seção circular do cilindro de aço temos para o volume de mercúrio

$$Ah = V_{\mathrm{Hg}} + Sd \tag{3}$$

$$V_0 = A_0 h_0 - S_0 d_0 \tag{4}$$

onde a segunda relação se aplica à condição inicial.

5. Dilatação térmica: Solução (cont.)
Sejam β o coeficiente de expansão volumétrica do mercúrio, α o coeficiente de expansão linear do latão e $\alpha_{\rm a}$ o coeficiente de expansão linear do aço.
Consideramos um aquecimento de ΔT e seu efeito na equação (2)

$$\delta d = \frac{\rho_{\rm L}}{\rho_{\rm Hg}}\delta a + \frac{1}{\rho_{\rm Hg}} a_0 \left(-\rho_{\rm L} 3\alpha\Delta T\right) - \frac{\rho_{\rm L}}{\rho_{\rm Hg}^2}\delta a_0 \left(-\rho_{\rm Hg}\beta\Delta T\right)$$
$$\text{com} \quad \delta a = a_0\alpha\Delta T \rightarrow \delta d = d_0\left(\beta - 2\alpha\right)\Delta T \tag{5}$$

Na equação (3)

$$h_0\delta A + A_0\delta h = \delta V_{\rm Hg} + d_0\delta S + S_0\delta d$$
$$A_0\delta h = -h_0\delta A + \delta V_{\rm Hg} + d_0\delta S + S_0\delta d$$

Com

$$\delta A = A_0 2\alpha_{\rm a}\Delta T$$
$$\delta V_{\rm Hg} = V_0\beta\Delta T = (A_0 h_0 - S_0 d_0)\beta\Delta T$$
$$\delta S = S_0 2\alpha\Delta T$$

e o resultado (5), obtemos

$$\delta h = \left(\beta - 2\alpha_{\rm a}\right)\Delta T \tag{6}$$

5. Dilatação térmica: Solução (cont.)

Finalmente

$$H = h + a - d \to \delta H = \delta h + \delta a - \delta d$$

$$\delta H = \left[(\beta - 2\alpha_{\mathrm{a}})\, h_0 + \alpha a_0 - (\beta - 2\alpha)\, d_0 \right] \Delta T$$

$$\frac{\delta H}{\mathrm{mm}} = 4{,}74 + 0{,}34 - 1{,}62 = 3{,}46$$

É interessante notar que as seções do latão S e do cilindro A, que desconhecemos, não aparecem na equação para δh (6). Isto é consequência da relação (3).
Multiplicando esta equação pela densidade do mercúrio:

$$\rho_{\mathrm{Hg}} A h = \rho_{\mathrm{Hg}} V_{\mathrm{Hg}} + \rho_{\mathrm{Hg}} S d$$

$$\rho_{\mathrm{Hg}} A h = M_{\mathrm{Hg}} + M_{\mathrm{L}} = \text{constante}$$

porque $M_{\mathrm{L}} g$ é igual ao peso do mercúrio deslocado, (1).
Deste resultado, poderíamos obter (6) sem passar por toda álgebra anterior.