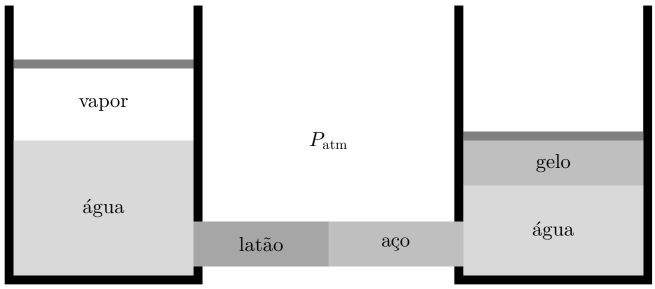
Física II
2014

Gabarito PROVA 2 – Diurno – 14/05/2014

Questão 1 (2,5)

Os dois recipientes esboçados na figura têm paredes isolantes e são dotados de um êmbulo, de massa desprezível, que pode se mover livremente na vertical. O recipiente da esquerda contém água líquida e vapor à temperatura de $100\ °\mathrm{C}$. O recipiente da direita contém água líquida e uma camada de gelo à temperatura de $0\ °\mathrm{C}$. A pressão interna dos dois recipientes é a pressão normal, P_{atm}. Eles são ligados térmicamente por uma barra cilíndrica, formada por uma parte de latão soldada em outra de aço, ambas de mesmo comprimento. Os comprimentos são $L_{\text{latão}} = L_{\text{aço}} = 25{,}0\ \mathrm{cm}$ e a seção reta da barra tem área $A = 12{,}0\ \mathrm{cm}^2$. A extremidade de latão está em contato com o reservatório que contém água e vapor a $100°\mathrm{C}$ e a extremidade de aço está em contato com o recipiente que contém água e gelo a $0\ °\mathrm{C}$.



Dados:

Condutividades térmicas:	$\kappa_{\text{latão}} = 100\ \mathrm{W/(m \cdot K)}$	$\kappa_{\text{aço}} = 50\ \mathrm{W/(m \cdot K)}$
Calores latentes da água:	$L_{\mathrm{f}} = 334\ \mathrm{J/g}$	$L_{\mathrm{v}} = 2{,}26\ \mathrm{kJ/g}$

(1,0): a) Calcule a taxa de transferência de calor através da barra no regime estacionário, $\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}$, e determine a temperatura da junção latão–aço nesta situação.

(0,5): b) Descreva as mudanças de estado que ocorrem em cada um dos reservatórios enquanto persiste o fluxo de calor calculado em a).

(0,5): c) Compute a taxa de evaporação/condensação ou fusão/solidificação nos dois reservatórios. Expresse seu resultado em $\mathrm{g/min}$.

(0,5): d) Calcule a variação da entropia total do sistema num intervalo de tempo de $1{,}00\ \mathrm{min}$.

---

a) Sejam $T_{\mathrm{q}} = 100\ °\mathrm{C}$, $T_{\mathrm{f}} = 0\ °\mathrm{C}$, e T_{j} a temperatura da junção latão–aço.
No regime estacionário o fluxo de calor é uniforme através da barra:

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\kappa_{\text{latão}} A}{L_{\text{latão}}} \left(T_{\mathrm{q}} - T_{\mathrm{j}}\right) = \frac{\kappa_{\text{aço}} A}{L_{\text{aço}}} \left(T_{\mathrm{j}} - T_{\mathrm{f}}\right), \text{com} \quad L_{\text{latão}} = L_{\text{aço}}$$

$$\left(\kappa_{\text{latão}} + \kappa_{\text{aço}}\right) T_{\mathrm{j}} = \kappa_{\text{latão}} T_{\mathrm{q}} + \kappa_{\text{aço}} T_{\mathrm{f}}$$

$$\boxed{T_{\mathrm{j}} = \frac{\kappa_{\text{latão}} T_{\mathrm{q}} + \kappa_{\text{aço}} T_{\mathrm{f}}}{\kappa_{\text{latão}} + \kappa_{\text{aço}}} = 66{,}7\ °\mathrm{C}}$$

$$T_{\mathrm{q}} - T_{\mathrm{j}} = \frac{\kappa_{\text{aço}}}{\kappa_{\text{aço}} + \kappa_{\text{latão}}} \left(T_{\mathrm{q}} - T_{\mathrm{f}}\right) = \tfrac{1}{3} \left(T_{\mathrm{q}} - T_{\mathrm{j}}\right) = 33{,}3\ °\mathrm{C}$$

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\kappa_{\text{latão}} A}{L_{\text{latão}}} \left(T_{\mathrm{q}} - T_{\mathrm{j}}\right) = \frac{100\ \mathrm{W/(m \cdot K)} \times 12{,}0 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^2}{25{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}} 33{,}3\ °\mathrm{C} \to \boxed{\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = 16\ \mathrm{W}}$$

b) O fluxo de calor é do reservatório quente para o reservatório frio.
No reservatório quente ocorre **condensação do vapor** e no reservatório frio ocorre **fusão do gelo**.

c)

$$\text{condensação:}\quad L_\mathrm{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \rightarrow \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{L_\mathrm{v}}\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{16 \times 60\ \mathrm{J/min}}{2{,}26{\times}10^3\ \mathrm{J/g}} \rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = 0{,}42\ \mathrm{g/min}}$$

$$\text{fusão:}\quad L_\mathrm{f}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \rightarrow \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{L_\mathrm{f}}\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{16 \times 60\ \mathrm{J/min}}{334\ \mathrm{J/g}} \rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = 2{,}9\ \mathrm{g/min}}$$

d) Nas transformações de fase que ocorrem a T constante

$$\Delta S = \int \frac{\mathrm{d}Q}{T} = \frac{\Delta Q}{T_0}$$

Em $\Delta t = 1{,}00\ \mathrm{min}$, o calor transferido do reservatório quente para o frio é

$$\Delta Q = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}\Delta t = 960\ \mathrm{J}$$

Res. quente: condensação a $T_0 = 373\ \mathrm{K}$: $\quad \Delta S_\mathrm{q} = \dfrac{-\Delta Q}{T_0} = -2{,}57\ \mathrm{J/K}$

Res. frio: fusão a $T_0 = 273\ \mathrm{K}$: $\quad \Delta S_\mathrm{f} = \dfrac{+\Delta Q}{T_0} = +3{,}51\ \mathrm{J/K}$

$$\boxed{\Delta S_\text{total} = \Delta S_\mathrm{q} + \Delta S_\mathrm{f} = +0{,}94\ \mathrm{J/K}}$$

Questão 2	(2,5)

Um recipiente de isopor (de capacidade térmica desprezível e considerado aqui como um isolante térmico perfeito) contém uma grande quantidade de água e gelo sob pressão atmosférica. Uma barra de cobre (calor específico $c = 390\ \mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)}$), de massa $m = 1{,}00\ \mathrm{kg}$ a uma temperatura inicial $t_{\text{cobre}} = 200\ {}^\circ\mathrm{C}$, é adicionada ao sistema, depois do que o recipiente é fechado. Depois de atingido o equilíbrio, verifica-se que o recipiente ainda contém gelo. Despreze as contribuições do ar encerrado no recipiente. Dados: ponto de fusão normal do gelo $t_{\mathrm{f}} = 0{,}0\ {}^\circ\mathrm{C}$, $L_{\mathrm{f}} = 333\ \mathrm{J/g}$.

(0,5): a) Determine a quantidade de energia térmica que foi retirada da barra de cobre na forma de calor, Q_{cobre}.

(1,0): b) Calcule a variação da entropia da barra de cobre no processo, ΔS_{cobre}.

(1,0): c) Compute a variação da entropia total do sistema água+gelo+cobre ΔS^{u}, neste processo.

---

a) O cobre é resfriado de $t_{\text{cobre}} = 200\ {}^\circ\mathrm{C}$ a $t_{eq} = 0\ {}^\circ\mathrm{C}$:

$$\boxed{Q_{\text{cobre}} = mc\left(t_{\text{cobre}} - t_{\text{eq}}\right) = 78{,}0\ \mathrm{kJ}}$$

b) $\Delta S = \displaystyle\int \frac{\mathrm{d}Q}{T}$, $T_{\text{cobre}} = 473\ \mathrm{K}$, $T_{\text{eq}} = 273\ \mathrm{K}$

$$\Delta S_{\text{cobre}} = \int_{T_{\text{cobre}}}^{T_{\text{eq}}} \frac{mc\mathrm{d}T}{T} = mc\ln\left(T_{\text{eq}}/T_{\text{cobre}}\right) \rightarrow \boxed{\Delta S_{\text{cobre}} = -214\ \mathrm{J/K}}$$

c) O calor Q_{cobre} funde gelo a $T_{\text{eq}} = 273\ \mathrm{K}$

$$\Delta S_{\text{água+gelo}} = \frac{Q_{\text{cobre}}}{T_{\text{eq}}} = +286\ \mathrm{J/K}$$

A entropia total do sistema varia de

$$\boxed{\Delta S_{\text{cobre+água+gelo}} = \Delta S_{\text{cobre}} + \Delta S_{\text{água+gelo}} = +72\ \mathrm{J/K}}$$

Questão 3 (2,5)

Uma amostra de um gás ideal hipotético tem sua capacidade térmica dependente da temperatura e dada por:

$$C_V(T) = C_0 + \alpha T,$$

onde C_0 e α são constantes. Este gás preenche um cilindro provido de um pistão que pode se mover sem atrito, e inicialmente tem pressão P_1, temperatura T_1 e volume V_1. Este gás é então aquecido, a pressão constante até que seu volume chegue a V_2. Encontre, em função dos parâmetros dados acima:

(0,5): a) A temperatura final do gás.
(1,0): b) O trabalho realizado pelo gás.
(1,0): c) O calor transferido ao gás.

---

a) Pela lei dos gases:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

Processo isobárico: $P_2 = P_1$

$$\boxed{T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1}}$$

b)

$$\boxed{W = \int_{V_1}^{V_2} P \mathrm{d}V = P_1 \left(V_2 - V_1\right)}$$

c)

$$\begin{aligned}
\Delta U &= \int_{T_1}^{T_2} C_V \mathrm{d}T = \int_{T_1}^{T_2} \left(C_0 + \alpha T\right) \mathrm{d}T \\
&= C_0 \left(T_2 - T_1\right) + \tfrac{1}{2}\alpha \left(T_2^2 - T_1^2\right) \\
\Delta U &= C_0 T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) + \tfrac{1}{2}\alpha \left(\frac{V_2^2}{V_1^2} - 1\right)
\end{aligned}$$

Primeira Lei

$$\boxed{Q = \Delta U + W = C_0 T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) + \tfrac{1}{2}\alpha \left(\frac{V_2^2}{V_1^2} - 1\right) + P_1 \left(V_2 - V_1\right)}$$

Questão 4 (2,5)

Um gás ideal com $\gamma = 5/3$, inicialmente num estado $\mathbf{a}$, com pressão $P_{\mathbf{a}}$, volume $V_{\mathbf{a}}$ e temperatura T_1, é comprimido, sem que haja transferência de calor nem para dentro nem para fora do sistema, até chegar a um estado $\mathbf{b}$, tendo sua temperatura elevada para T_2 no processo. Depois o gás sofre uma expansão isotérmica, passando ao estado $\mathbf{c}$, onde $V_{\mathbf{c}} > V_{\mathbf{a}}$. Numa etapa seguinte o gás expande, sem que ocorra nenhuma troca de calor, até um estado $\mathbf{d}$ onde sua temperatura é T_1. Por último, o gás é comprimido a temperatura constante, de volta ao estado $\mathbf{a}$.

Para suas respostas, considere conhecidos apenas os dados fornecidos, ou seja: $\gamma = c_P/c_V$, $P_{\mathbf{a}}$, $V_{\mathbf{a}}$, T_1, T_2 e $V_{\mathbf{c}}$.

(0,5): a) Faça um esboço de um gráfico da pressão em função do volume, indicando P, V e T para cada um dos estados e também o tipo processo que ocorre entre os estados.

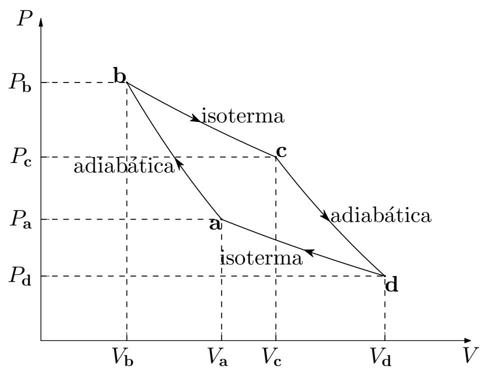
(1,0): b) Determine a pressão $P_{\mathbf{b}}$ e o volume $V_{\mathbf{b}}$ do gás no estado $\mathbf{b}$.

(0,5): c) Determine o trabalho realizado pelo gás na etapa $\mathbf{b} \to \mathbf{c}$.

(0,5): d) Qual é o rendimento deste ciclo? Justifique sua resposta e, no caso de usar alguma equação, esclareça porque pode(m) ser usada(s).

---

a)



b) Leis dos gases:

$$P_{\mathbf{a}}V_{\mathbf{a}} = nRT_1, \quad P_{\mathbf{b}}V_{\mathbf{b}} = nRT_2 = P_{\mathbf{a}}V_{\mathbf{a}}\frac{T_2}{T_1}$$

Processo adiabático $\mathbf{a} \to \mathbf{b}$

$$P_{\mathbf{b}}V_{\mathbf{b}}^{\gamma} = P_{\mathbf{a}}V_{\mathbf{a}}^{\gamma} \to \frac{P_{\mathbf{a}}V_{\mathbf{a}}}{V_{\mathbf{b}}}V_{\mathbf{b}}^{\gamma}\frac{T_2}{T_1} = P_{\mathbf{a}}V_{\mathbf{a}}^{\gamma} \Rightarrow V_{\mathbf{b}}^{\gamma-1} = V_{\mathbf{a}}^{\gamma-1}\frac{T_1}{T_2}$$

$$V_{\mathbf{b}} = V_{\mathbf{a}}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2}$$

$$P_{\mathbf{b}} = P_{\mathbf{a}}\left(\frac{V_{\mathbf{a}}}{V_{\mathbf{b}}}\right)^{\gamma} = P_{\mathbf{a}}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}\frac{5}{3}} = P_{\mathbf{a}}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{5}{2}}$$

c) Processo isotérmico $T = T_2$

$$PV = nRT_2 \to W_{\mathrm{b}\to\mathbf{c}} = \int_{V_{\mathrm{b}}}^{V_{\mathrm{c}}} P\mathrm{d}V = nRT_2\int_{V_{\mathrm{b}}}^{V_{\mathrm{c}}}\frac{\mathrm{d}V}{V} = nRT_2\ln\left(V_{\mathbf{c}}/V_{\mathbf{b}}\right)$$

$$W_{\mathrm{b}\to\mathbf{c}} = nRT_2\ln\left[\frac{V_{\mathbf{c}}}{V_{\mathbf{a}}}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{3/2}\right] = P_{\mathbf{a}}V_{\mathbf{a}}\frac{T_2}{T_1}\ln\left[\frac{V_{\mathbf{c}}}{V_{\mathbf{a}}}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{3/2}\right]$$

d) Este é um ciclo de Carnot: $\eta = 1 - \dfrac{T_1}{T_2}$