

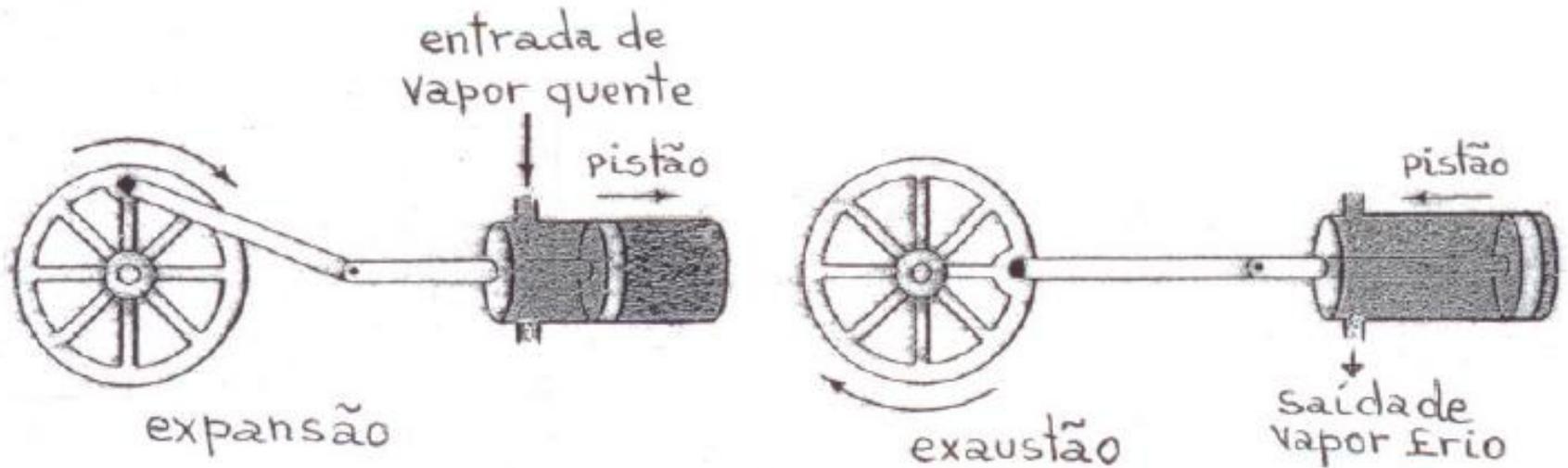
Física II  
Máquinas Térmicas e Segunda Lei da  
Termodinâmica

## Introdução

- A Segunda Lei da Termodinâmica se baseia no fato experimental de que  
*o calor só flui espontaneamente do quente para o frio.*
- Consequências da Segunda Lei:
  - Limite para conversão de calor em trabalho:** a eficiência de máquinas térmicas é limitada.
  - Escala absoluta de temperatura:** escala definida independentemente de qualquer termômetro.
  - Entropia:** uma nova função de estado que é a ponte entre a Termodinâmica e a Mecânica Estatística.
  - Processos irreversíveis:** é a única lei da física que estabelece uma direção para a flexa do tempo.

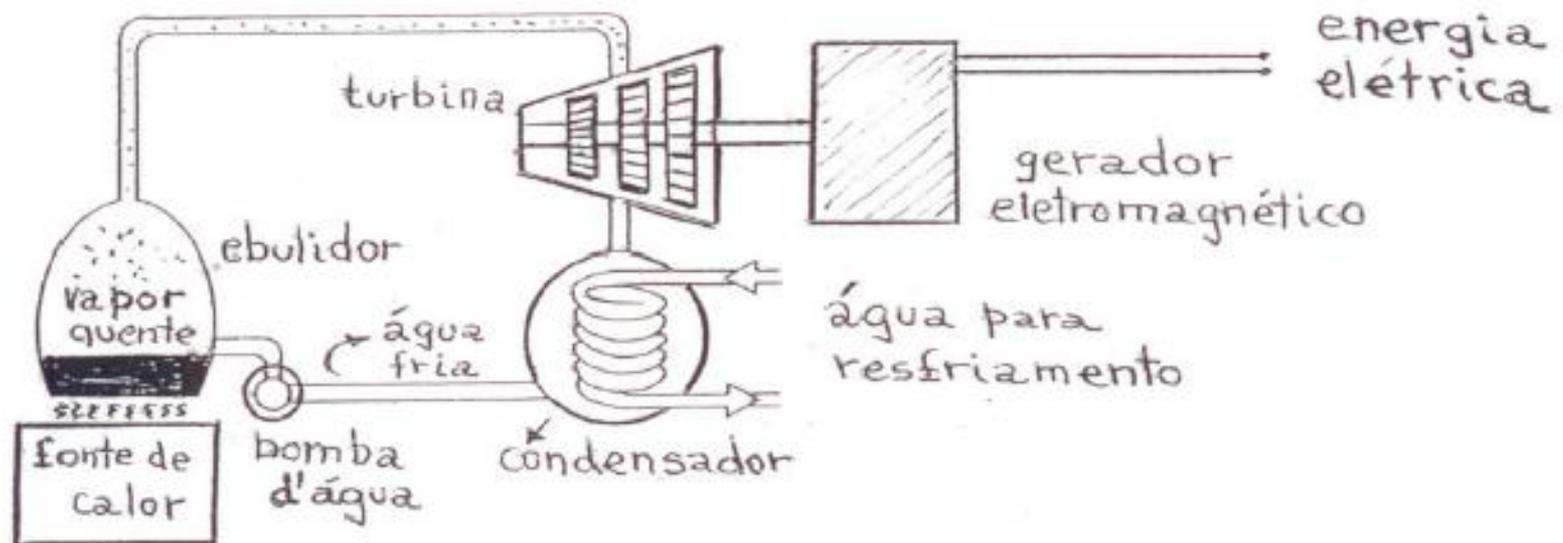
# Máquinas Térmicas

- Exemplos de máquinas térmicas:
  - Máquina a vapor
  - Motor de combustão interna
  - Turbina a vapor
  - Turbina a gás (turbo-hélice)



# Máquinas Térmicas

- Exemplos de máquinas térmicas:
  - Máquina a vapor
  - Motor de combustão interna
  - **Turbina a vapor**
  - Turbina a gás (turbo-hélice)

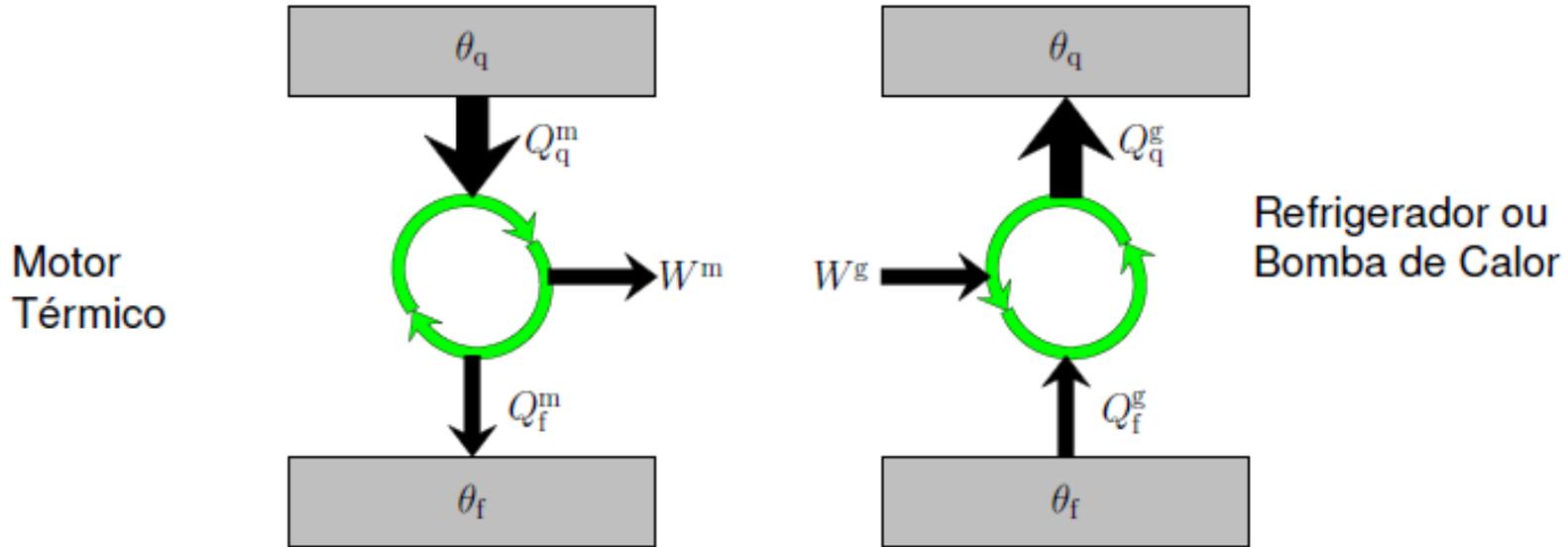


# Máquinas Térmicas

- Motores térmicos:
  - Produzem trabalho útil a partir do calor extraído de uma *fonte quente*.
  - Parte da energia extraída da *fonte quente* é rejeitada como calor para uma *fonte fria*.
- Refrigeradores ou Bombas de Calor:
  - Transferem calor de uma *fonte fria* para uma *fonte quente* a custa de trabalho.
  - O calor transferido para a fonte quente é maior que o calor extraído da fonte fria.

# Eficiência de Máquinas Térmicas

## Máquinas Térmicas Cíclicas



- Nas Máquinas Cíclicas, a **substância de trabalho** (gás, vapor, etc..) volta ao estado inicial depois de cada ciclo.
- A Primeira Lei aplicada à substância de trabalho resulta:

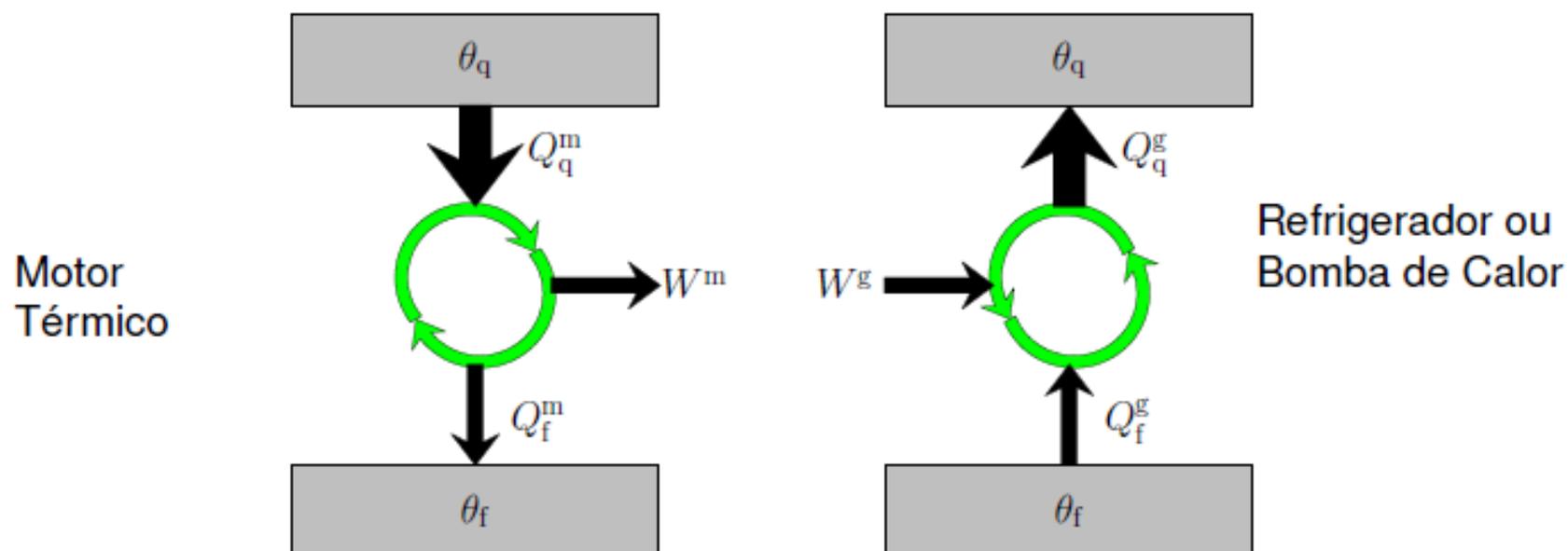
$$\Delta U_{\text{ciclo}} = \Delta Q - W = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta Q = W},$$

onde  $\Delta Q$  é o calor total **recebido** pela substância de trabalho no ciclo, e  $W$  o trabalho total **realizado** pela substância de trabalho no ciclo.



# Eficiência de Máquinas Térmicas

## Máquinas Térmicas Cíclicas



- No caso de um motor térmico:

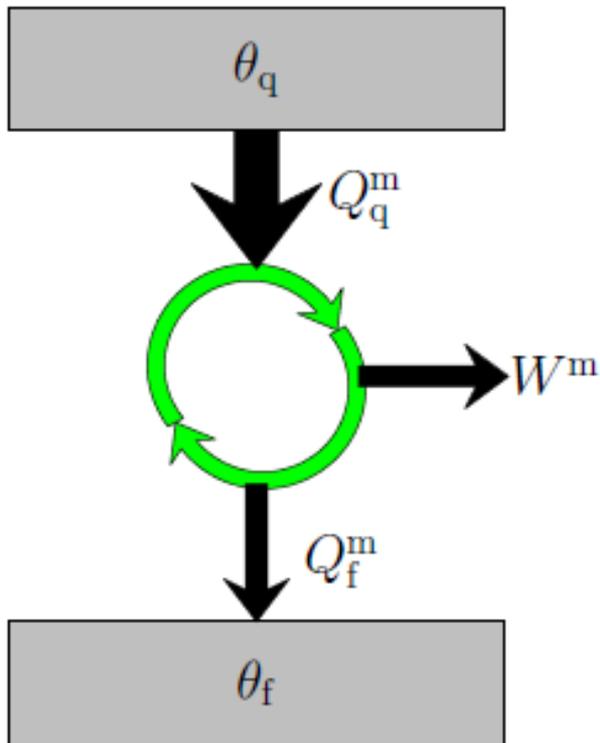
$$\Delta Q = Q_q^m - Q_f^m = W^m.$$

- No caso de um refrigerador ou bomba térmica:

$$\Delta Q = Q_f^g - Q_q^g = -W^g.$$

# Eficiência de Máquinas Térmicas

## Motor Térmico



- Eficiência =  $\frac{\text{benefício}}{\text{custo}}$

- Motor térmico:

benefício: trabalho total realizado

custo: calor absorvido da fonte quente

Rendimento: ( $\eta$ )

$$\eta = \frac{W^m}{Q_q^m} = 1 - \frac{Q_f^m}{Q_q^m}$$

- Exemplo: 

<http://fmt.if.usp.br/~bindilat/Fisicall/video.php?fname=motor>

# Eficiência de Máquinas Térmicas

## Refrigerador/Bomba de Calor

- Refrigerador:

benefício: calor absorvido da fonte fria

custo: trabalho necessário

Coeficiente de desempenho:

$$\text{COD}_R = \frac{Q_f^g}{W^g} = \frac{Q_f^g}{Q_q^g - Q_f^g}$$

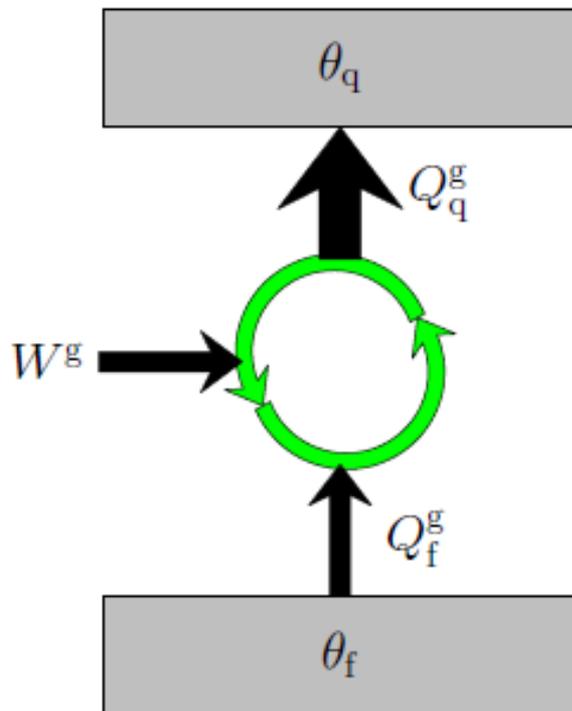
- Bomba de Calor:

benefício: calor fornecido à fonte quente

custo: trabalho necessário

Coeficiente de desempenho:

$$\text{COD}_{BC} = \frac{Q_q^g}{W^g} = \frac{Q_q^g}{Q_q^g - Q_f^g}$$



- Exemplo:



<http://fmt.if.usp.br/~bindilat/Fisicall/video.php?fname=refrigerador>

# Segunda Lei da Termodinâmica

Sadi Carnot

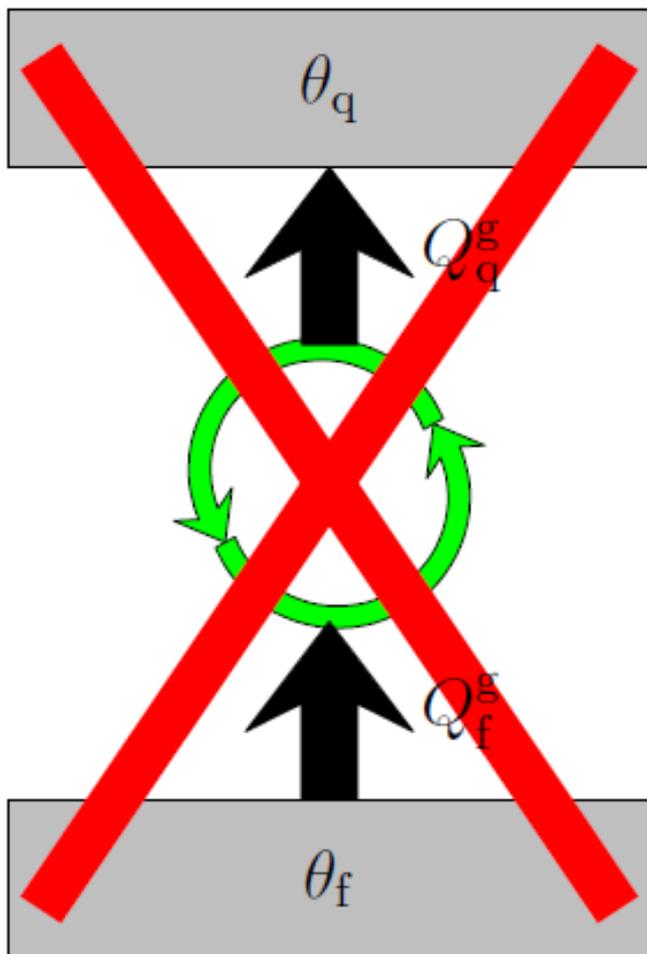
- Em seu livro *Reflexões sobre a potência motriz do fogo* (1824) abordou, pela primeira vez de forma científica, o problema do rendimento das máquinas térmicas que já existiam há um século.
- Conceitos que introduziu:
  - Reservatório térmico,
  - Processos cíclicos,
  - Processos reversíveis,
  - Ciclo de máxima eficiência: ciclo de Carnot.
- Seu trabalho foi reformulado por Clausius e Kelvin, incorporando a lei da conservação da energia, criando a Termodinâmica.
- É considerado o fundador da Termodinâmica.



Nicolas Léonard Sadi  
Carnot  
(1796-1832)

# Segunda Lei da Termodinâmica

## Enunciado de Clausius



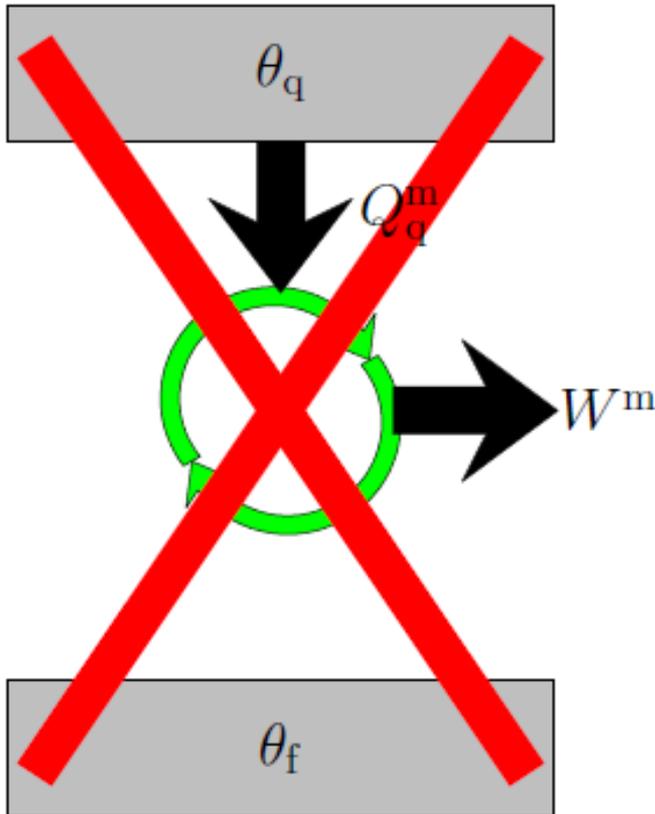
Um refrigerador “perfeito.”

- Não viola a Primeira Lei se  $Q_f^g = Q_q^g$ .
- Mas o calor só flui espontaneamente do quente para o frio.
- É proibido!
- Enunciado de Clausius para Segunda Lei da Termodinâmica:

*É impossível qualquer processo cujo único resultado seja a transferência de calor de um corpo frio para um corpo quente.*

# Segunda Lei da Termodinâmica

## Enunciado de Kelvin-Planck



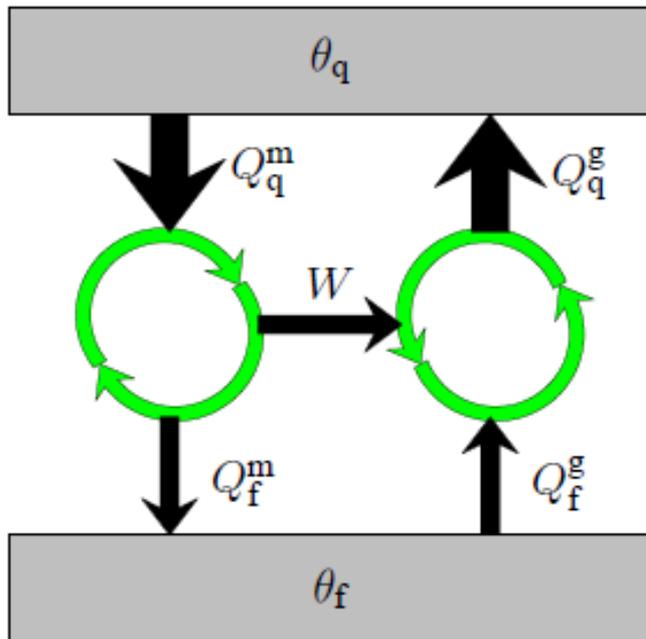
Um motor térmico “perfeito.”

- Não viola a primeira lei se  $W^m = Q_q^m$ .
- Mas poderia ser usado para construir um refrigerador perfeito.
- É proibido!
- Enunciado de Kelvin-Planck para Segunda Lei da Termodinâmica:

*É impossível qualquer processo cujo único resultado seja a transformação completa de calor em trabalho.*

# Consequências da Segunda Lei

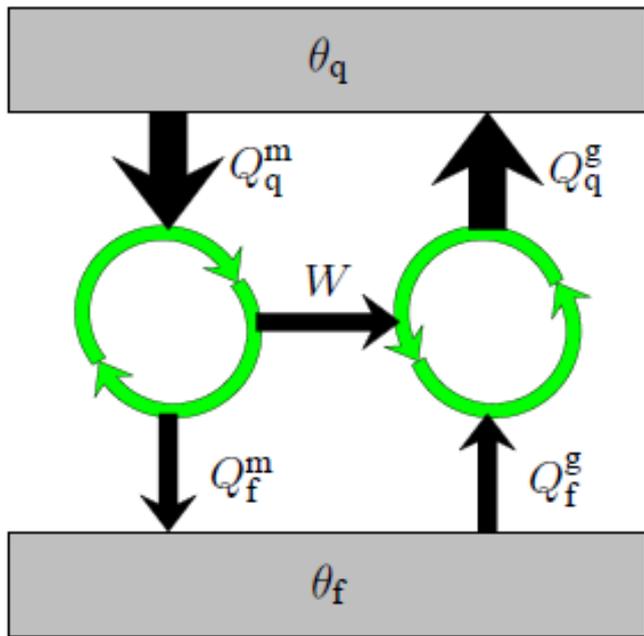
## Limites à Eficiência de Máquinas Térmicas



- Combinação de um motor térmico (m) e um refrigerador (g) trabalhando entre os mesmos reservatórios térmicos,  $\theta_q > \theta_f$ , ajustados de forma que  $W^m = W^g$  em cada ciclo.
- O único resultado da combinação é a transferência de uma quantidade de calor  $Q_q^g - Q_q^m = Q_f^g - Q_f^m$  do reservatório frio para o reservatório quente.

# Consequências da Segunda Lei

## Limites à Eficiência de Máquinas Térmicas



- Como um refrigerador perfeito é impossível, esta quantidade deve ser negativa ou no máximo nula:

$$Q_q^g - Q_q^m = Q_f^g - Q_f^m \leq 0$$

- Assim, para qualquer combinação motor-refrigerador:

$$\frac{Q_q^g}{W} \leq \frac{Q_q^m}{W} \quad \text{e} \quad \frac{Q_f^g}{W} \leq \frac{Q_f^m}{W}$$

- ou

$$\boxed{\frac{W}{Q_q^g} \geq \frac{W}{Q_q^m}} \quad \text{e} \quad \boxed{\frac{W}{Q_f^g} \geq \frac{W}{Q_f^m}} \quad (1)$$

# Consequências da Segunda Lei

## Limites à Eficiência de Máquinas Térmicas

- Suponha duas máquinas, 1 e 2, que sejam **reversíveis**, ou seja, que possam funcionar como motor ou como refrigerador com o mesmo desempenho.
- Seus rendimentos como motores sendo

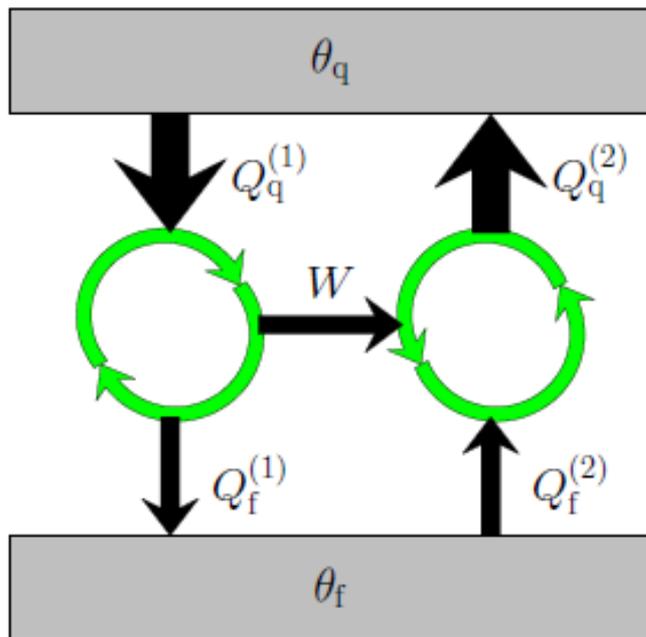
$$\eta_r^{(1)} = \frac{W^{(1)}}{Q_q^{(1)}} \quad \text{e} \quad \eta_r^{(2)} = \frac{W^{(2)}}{Q_q^{(2)}},$$

- suas eficiências como refrigeradores são

$$\text{COD}_r^{(1)} = \frac{Q_f^{(1)}}{W^{(1)}} = \frac{1}{\eta_r^{(1)}} - 1 \quad \text{e} \quad \text{COD}_r^{(2)} = \frac{Q_f^{(2)}}{W^{(2)}} = \frac{1}{\eta_r^{(2)}} - 1.$$

# Consequências da Segunda Lei

## Limites à Eficiência de Máquinas Térmicas



- Na combinação em que a máquina 1 funciona como motor e máquina 2 como refrigerador, a Segunda Lei, através da eq. (1), exige que:

$$\eta_r^{(2)} \geq \eta_r^{(1)}.$$

- Na combinação inversa, a Segunda Lei exige que:

$$\eta_r^{(1)} \geq \eta_r^{(2)}.$$

- Portanto:

$$\eta_r^{(1)} = \eta_r^{(2)} = \eta_r.$$

# Consequências da Segunda Lei

## Limites à Eficiência de Máquinas Térmicas

- Ou seja:
  - 1 *o rendimento de qualquer máquina cíclica reversível operando entre os mesmos dois reservatórios térmicos é o mesmo.*
  - 2 *Isto significa que este rendimento é independente da substância de trabalho utilizada e é função unicamente das temperaturas  $\theta_q$  e  $\theta_f$  dos reservatórios.*
  - 3 *Como veremos adiante, este rendimento das máquinas reversíveis,  $\eta_r$ , é o máximo possível.*

# Consequências da Segunda Lei

## Eficiência Máxima das Máquinas Térmicas

- Retomemos o resultado geral da Eq. (1), válido para qualquer par motor-refrigerador operando entre os mesmos reservatórios térmicos:

$$\frac{W}{Q_q^g} \geq \frac{W}{Q_q^m} \quad \text{e} \quad \frac{W}{Q_f^g} \geq \frac{W}{Q_f^m}.$$

- Tomando o refrigerador como uma máquina reversível,  $W/Q_q^g = \eta_r$ , e obtemos para o rendimento de qualquer motor térmico:

$$\eta = \frac{W}{Q_q^m} \leq \eta_r.$$

# Consequências da Segunda Lei

## Eficiência Máxima das Máquinas Térmicas

- Tomando o motor como uma máquina reversível,  $W/Q_q^m = \eta_r$ , resultando para qualquer bomba de calor ou refrigerador:

$$W/Q_q^g \geq \eta_r \quad \text{e} \quad W/Q_f \geq \frac{\eta_r}{1 - \eta_r}.$$

- Substituindo este resultado nas definições de eficiência, obtemos para qualquer dos dois casos:

$$\text{COD} \leq \text{COD}_r.$$

- As eficiências das máquinas reversíveis são o limite superior para qualquer máquina térmica equivalente operando entre os mesmos reservatórios térmicos.

# Consequências da Segunda Lei

## Ciclo de Carnot

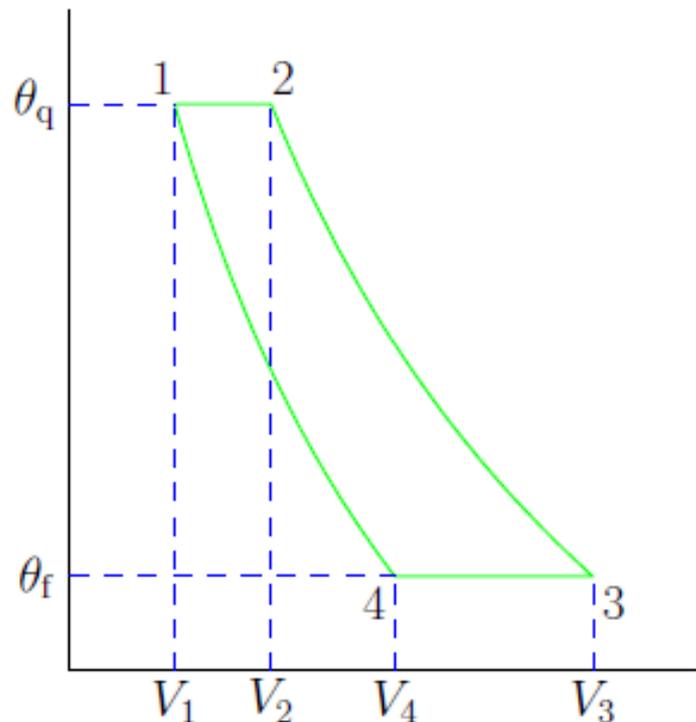
- Toda máquina térmica reversível operando entre dois reservatórios térmicos executa ciclo particular denominado ciclo de Carnot.
- Este ciclo decorre da necessidade de reversibilidade da máquina operando entre dois reservatórios térmicos, conforme a consequência 1, que demanda que todas as etapas do processo cíclico devem ser reversíveis.
- Qualquer processo termodinâmico reversível é necessariamente quasi-estático. Se envolver deslocamento mecânico, não pode haver atrito
- Para que as trocas de calor sejam reversíveis, elas devem se dar apenas com a substância de trabalho à mesma temperatura do reservatório térmico, ou seja, elas devem se processar **isotérmicamente**: à temperatura  $\theta_q$  e à temperatura  $\theta_f$ .
- Não pode haver troca de calor enquanto a temperatura da substância de trabalho está mudando de  $\theta_q$  para  $\theta_f$  ou vice-versa: portanto, as mudanças de temperatura devem se dar **adiabaticamente**.

# Consequências da Segunda Lei

## Ciclo de Carnot

<http://fmt.if.usp.br/~bindilat/Fisicall/video.php?fname=mcarnot>

Representação de um ciclo de Carnot para um fluido no diagrama  $\theta V$ .



- Os processos  $1 \leftrightarrow 2$  e  $3 \leftrightarrow 4$  são isotérmicos.
- Os processos  $1 \leftrightarrow 4$  e  $2 \leftrightarrow 3$  são adiabáticos.
- Para um motor, o ciclo é percorrido na sequência  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ . 
- Para um refrigerador ou bomba de calor, na sequência  $4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$ . 

<http://fmt.if.usp.br/~bindilat/Fisicall/video.php?fname=rcarnot>

# Consequências da Segunda Lei

## Escala Termodinâmica de Temperatura

- A consequência 2 foi utilizada por Kelvin[1] para definir uma escala de temperatura absoluta, ou seja, independente de qualquer termômetro, a chamada **Escala Termodinâmica de Temperatura**.
- Como qualquer máquina de Carnot entre dois reservatórios tem o mesmo rendimento,  $\eta_r = \frac{W}{Q_q^r} = 1 - \frac{Q_f^r}{Q_q^r}$ , implica que a razão entre os calores trocados nos dois reservatórios é função apenas das duas temperaturas.

- A razão entre as duas temperaturas absolutas é definida como a razão entre os calores trocados:

$$\frac{Q_f^r}{Q_q^r} = f(\theta_q, \theta_f) \equiv \frac{T_f}{T_q}. \quad (2)$$

- Veremos, depois, que esta escala é completamente equivalente à escala de temperatura do gás ideal, usando o mesmo ponto fixo para sua definição.

# Consequências da Segunda Lei

## Eficiência das Máquinas de Carnot

Em termos da Escala Termodinâmica de Temperatura, a eficiência das máquinas de Carnot operando entre um reservatório quente a  $T_q$  e um reservatório frio a  $T_f$  se expressam como:

- Motor:

$$\eta_r = \frac{W}{Q_q^r} = 1 - \frac{Q_f^r}{Q_q^r} = 1 - \frac{T_f}{T_q}$$

- Refrigerador:

$$\text{COD}_r = \frac{Q_f^r}{W} = \frac{Q_f^r}{Q_q^r - Q_f^r} = \frac{T_f}{T_q - T_f}$$

- Bomba de Calor:

$$\text{COD}_r = \frac{Q_q^r}{W} = \frac{Q_q^r}{Q_q^r - Q_f^r} = \frac{T_q}{T_q - T_f}$$

# O Ciclo de Carnot para um Gás Ideal

## Equações de Estado e Escala de Temperatura do Gás Ideal

- Por enquanto, vamos denotar como  $T^*$  a temperatura na Escala do Gás Ideal.
- Nesta escala, as equações de estado se escrevem:

$$PV = nRT^*, \quad (3)$$

$$\text{e } U = U(T^*), \quad (4)$$

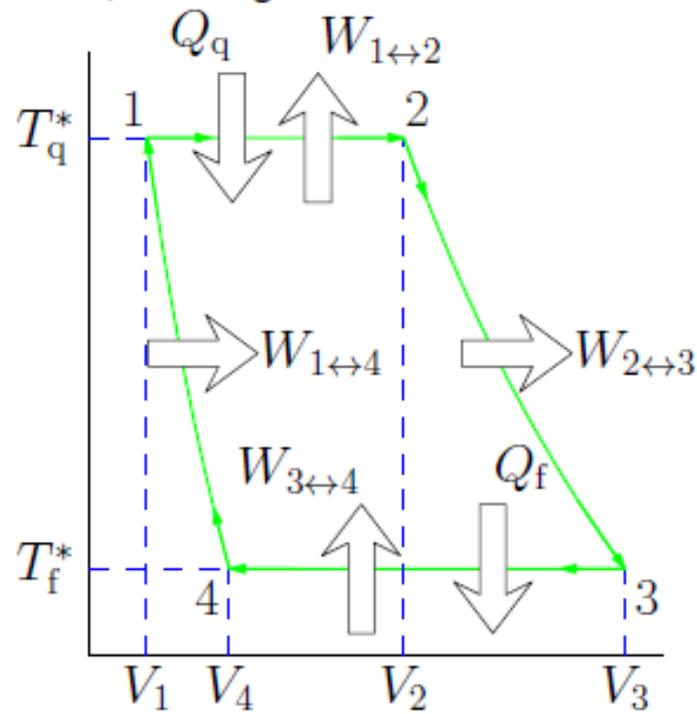
$$\text{ou } \frac{dU}{dT^*} = nc_V(T^*). \quad (5)$$

- As equações (4) e (5) significam que a energia não depende do volume ou da pressão do gás, mas unicamente da sua temperatura.
- O particular gás ideal é identificado pela função  $c_V(T^*)$ .

# O Ciclo de Carnot para um Gás Ideal

Diagrama  $T^*V$

Representação do ciclo de Carnot para um motor cuja substância de trabalho é um gás ideal, no diagrama  $T^*V$ .



- Na expansão isotérmica  $1 \rightarrow 2$  o gás recebe o calor  $Q_q$  do reservatório quente, à temperatura  $T_q^*$  e realiza um trabalho positivo  $W_{1 \leftrightarrow 2}$ .
- Na expansão adiabática  $2 \rightarrow 3$  o gás esfria de  $T_q^*$  a  $T_f^*$  e realiza um trabalho positivo  $W_{2 \leftrightarrow 3}$ .
- Na compressão isotérmica  $3 \rightarrow 4$  o gás rejeita o calor  $Q_f$  para o reservatório frio, à temperatura  $T_f^*$  e realiza um trabalho negativo  $-W_{3 \leftrightarrow 4}$ .
- Na compressão adiabática  $4 \rightarrow 1$  o gás aquece de  $T_f^*$  a  $T_q^*$  e realiza um trabalho negativo  $-W_{1 \leftrightarrow 4}$ .

# O Ciclo de Carnot para um Gás Ideal

## Trabalho nas Adiabáticas

- Nas adiabáticas,  $\Delta Q = 0$  e a Primeira Lei para o gás resulta

$$\Delta U = \Delta Q - W \Rightarrow W = -\Delta U.$$

- Assim:

$$\begin{aligned} W_{2 \leftrightarrow 3} &= U_2 - U_3 = U(T_q^*) - U(T_f^*), \\ \text{e} \quad W_{1 \leftrightarrow 4} &= U_1 - U_4 = U(T_q^*) - U(T_f^*). \end{aligned}$$

- Ou seja

$$W_{2 \leftrightarrow 3} = W_{1 \leftrightarrow 4} = \int_{T_f^*}^{T_q^*} n c_V (T^*) dT^*.$$

- Os valores dos trabalhos nas adiabáticas dependem das propriedades do gás, mas eles são idênticos e não contribuem para o trabalho total do ciclo.

**Obs.:** No caso em que  $c_V$  é constante entre as temperaturas  $T_f^*$  e  $T_q^*$  este trabalho é simplesmente  $W_{2 \leftrightarrow 3} = W_{1 \leftrightarrow 4} = n c_V (T_q^* - T_f^*)$ .

# O Ciclo de Carnot para um Gás Ideal

## Trabalho e Calor trocado nas isotermas

- Nas isotermas,  $\Delta T = 0$  o que implica  $\Delta U = 0$ , porque  $U$  é função unicamente da temperatura. Assim, a Primeira Lei para o gás resulta

$$\Delta U = \Delta Q - W = 0 \Rightarrow \Delta Q = W,$$

- ou seja, o calor absorvido pelo gás é igual ao trabalho por ele realizado.
- Usando a equação de estado mecânica, o trabalho num processo isotérmico para um gás ideal à temperatura  $T^*$  é:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT^*}{V} dV = nRT^* \ln(V_f/V_i).$$

# O Ciclo de Carnot para um Gás Ideal

## Trabalho e Calor trocado nas isotermas

- Assim, para a isoterma a  $T_q^*$ :

$$Q_q = W_{1\leftrightarrow 2} = nRT_q^* \ln(V_2/V_1),$$

e para a isoterma a  $T_f^*$ :

$$Q_f = W_{3\leftrightarrow 4} = nRT_f^* \ln(V_3/V_4).$$

- As razões de expansão nas duas isotermas não são independentes, porque elas fazem parte do ciclo de Carnot, ou seja, são ligadas pelas duas adiabáticas.

# O Ciclo de Carnot para um Gás Ideal

## Relação $T^* - V$ nas adiabáticas

- Usando a Primeira Lei, na forma diferencial, para as adiabáticas, onde  $dQ = 0$  temos:  $dU = dQ - PdV = -PdV$ .
- Mas para o gás ideal  $dU = nc_V dT^*$  e  $PV = nRT^*$ , assim:

$$PdV = \frac{nRT^*}{V} dV = -nc_V dT^* \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{c_V}{R} \frac{dT^*}{T^*},$$

onde  $c_V$  é função unicamente de  $T^*$ .

- Integrando, obtemos:

$$\ln(V_f/V_i) = \int_{T_f^*}^{T_i^*} \frac{c_V}{R} \frac{dT^*}{T^*} = f(T_i^*, T_f^*).$$

- Observamos que a razão de expansão,  $V_f/V_i$ , de uma transformação adiabática de qualquer gás ideal depende apenas das temperaturas extremas.

**Obs.:** No caso em que  $c_V$  é constante entre as temperaturas  $T_i^*$  e  $T_f^*$ :

$$f(T_i^*, T_f^*) = \frac{c_V}{R} \ln(T_i^*/T_f^*).$$

# O Ciclo de Carnot para um Gás Ideal

## Trabalho e Calor

- Aplicando o resultado às adiabatas  $1 \leftrightarrow 4$  e  $2 \leftrightarrow 3$  do ciclo em questão, obtemos

$$\left. \begin{array}{l} \ln(V_4/V_1) = f(T_1^*, T_4^*) = f(T_q^*, T_f^*) \\ \ln(V_3/V_2) = f(T_2^*, T_3^*) = f(T_q^*, T_f^*) \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{\frac{V_4}{V_1} = \frac{V_3}{V_2}}_{\text{adiabatas}} \Rightarrow \underbrace{\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} = \alpha}_{\text{isotermas}}$$

- Levando para as expressões dos calores trocados nas isotermas, obtemos:

$$\left. \begin{array}{l} Q_q = W_{1 \leftrightarrow 2} = nRT_q^* \ln(V_2/V_1) = nRT_q^* \ln(\alpha) \\ Q_f = W_{3 \leftrightarrow 4} = nRT_f^* \ln(V_3/V_4) = nRT_f^* \ln(\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{Q_f}{Q_q} = \frac{T_f^*}{T_q^*}$$

- Completando, podemos escrever o trabalho líquido realizado pelo gás no ciclo

$$W = W_{1 \leftrightarrow 2} - W_{3 \leftrightarrow 4} = Q_q - Q_f = nR(T_q^* - T_f^*) \ln(\alpha)$$

- e computar o rendimento:

$$\eta_r = \frac{W}{Q_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q} = 1 - \frac{T_f^*}{T_q^*}$$

# O Ciclo de Carnot para um Gás Ideal

Equivalência entre as Escala do Gás Ideal e a Escala Termodinâmica de Temperatura

- Assim, para um ciclo de Carnot com um gás ideal como substância de trabalho:

$$\frac{Q_f}{Q_q} = \frac{T_f^*}{T_q^*} = \frac{T_f}{T_q},$$

- porque, segundo a definição (2),  $Q_f/Q_q$  para um ciclo de Carnot é a razão entre as temperaturas termodinâmicas dos dois reservatórios  $T_f/T_q$ .
- Ou seja, se adotarmos o mesmo ponto fixo de definição, podemos tomar

$$\boxed{T^* = T.}$$

- Verificamos que a Escala de Temperatura do Gás Ideal é completamente equivalente à Escala Termodinâmica de Temperatura.
- Assim, termômetros baseados em propriedades de um gás ideal medem a temperatura termodinâmica e se constituem em termômetros primários.

# Referências I

- [1] THOMSON, W.  
*A escala termométrica absoluta baseada na teoria da potência motriz de Carnot e calculada a partir das observações de Regnault.*  
*Rev. Bras. Ensino Fis.*, v. 29, p. 487–490, 2007.