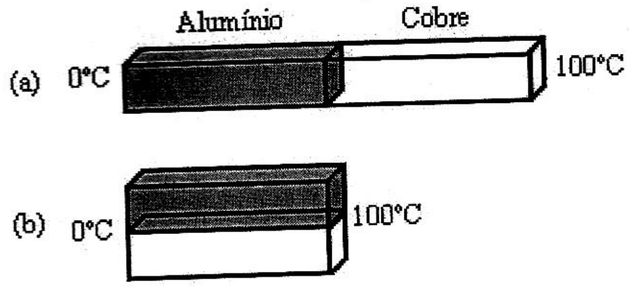
Questão 1 (2,5)

Duas barras, uma de alumínio (cor cinza) e a outra de cobre (cor branca), de mesma seção retangular e mesmo comprimento (10 cm) são soldadas pelas extremidades [fig. (*a*)], com as temperaturas das outras extremidades mantidas fixas e indicadas nas figuras. Suponha que haja um fluxo horizontal de 1000 cal através das barras em 168 s na situação mostrada na fig. (*a*).

(1,5): a) Qual é a temperatura da junção na situação mostrada na fig. (*a*)?

(1,0): b) Quanto tempo seria necessário para manter este mesmo fluxo de calor se elas fossem soldadas como na fig. (*b*)?

Dados: condutividade térmica do alumínio=100 W/(m.K) e do cobre=400 W/(m.K). Use 1cal=4.20 J.



$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1000 \times 4{,}2}{168} = 25\,W$$

$$\frac{k_{Al} A (T_J - 0)}{\cancel{\ell}} = \frac{k_{Cu} A (100 - T_J)}{\cancel{\ell}}$$

$$100\,T_J = 400\,(100 - T_J)$$

$$500\,T_J = 40000$$

(a) $\boxed{T_J = 80^\circ C}$

Vamos calcular a área A

$$25 = \frac{k_{Al} A (T_J - 0)}{0{,}10}$$

$$A = \frac{25 \times 0{,}10}{80 \times 100}$$

$$A = \frac{1}{3200}\ m^2$$

Na configuração (b)

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_1}{dt} + \frac{dQ_2}{dt}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{k_{Al} A (100-0)}{\ell} + \frac{k_{Cu} A (100-0)}{\ell}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{100A}{\ell} (k_{Al} + k_{Cu})$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{100 \times 500}{3200 \times 0{,}10} = \frac{5000}{32}$$

$$\frac{dQ}{dt} = 156\ W$$

Na situação (a), o fluxo de calor é:

$$Q = 25 \times 168 = 4200\ J$$

Na situação b, o tempo necessário para passar este fluxo de calor será:

$$\frac{Q}{t} = 156$$

$$\boxed{t = \frac{4200}{156} = 26{,}9\,s}$$

Questão 2 (2,5)

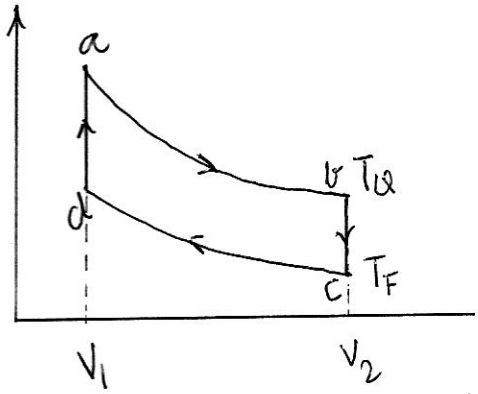
Em uma **máquina de Stirling** idealizada, um mol de gás ideal realiza as seguintes etapas reversíveis:

($a \Rightarrow b$), uma **expansão isotérmica** de volume V_1 ao volume V_2 à temperatura T_Q:
($b \Rightarrow c$), um **resfriamento** a volume constante, atingindo a temperatura T_F;
($c \Rightarrow d$), uma **compressão** isotérmica à temperatura T_F, reduzindo o volume V_2 a V_1;
($d \Rightarrow a$), um **aquecimento** a volume constante, de forma que o gás retorne ao seu estado inicial.

Expresse sua **respostas** em termos de T_Q, T_F, V_1, V_2 e da constante dos gases R.

(0,5): a) **Esquematize** o diagrama PV para este ciclo.
(0,5): b) **Calcule** o trabalho realizado em cada etapa neste ciclo.
(0,5): c) **Calcule** o calor transferido em cada etapa neste ciclo.
(0,5): d) **Calcule** a variação de entropia nas etapas ab e bc.
(0,5): e) **Calcule** a eficiência deste ciclo e compare com a eficiência de um ciclo de Carnot operando entre T_Q e T_F.

(a)



b) $W_{ab} = nRT_Q \ln\frac{V_2}{V_1} = RT_Q \ln\frac{V_2}{V_1}$

$W_{bc} = 0$

$W_{cd} = nRT_F \ln\frac{V_1}{V_2} = -RT_F \ln\frac{V_2}{V_1}$

$W_{da} = 0$

c) $Q_{ab} = W_{ab} = RT_Q \ln\frac{V_2}{V_1}$

$Q_{bc} = nC_V(T_c - T_b) = \frac{3}{2}R(T_F - T_Q) =$

$Q_{bc} = -\frac{3}{2}R(T_Q - T_F)$

$Q_{cd} = W_{cd} = RT_F \ln\frac{V_1}{V_2} = -RT_F \ln\frac{V_2}{V_1}$

$Q_{da} = nC_V(T_a - T_d) = \frac{3}{2}R(T_Q - T_F)$

d) $\Delta S_{ab} = \frac{Q_{ab}}{T_Q} = \frac{RT_Q}{T_Q}\ln\frac{V_2}{V_1}$

$\Delta S_{ab} = R\ln\frac{V_2}{V_1}$

$\Delta S_{bc} = nC_V\int_b^c \frac{dT}{T} = \frac{3}{2}R\ln\frac{T_F}{T_Q}$

$\Delta S_{bc} = -\frac{3}{2}R\ln\frac{T_Q}{T_F}$

e) $\eta_{Stir} = \frac{W}{Q_Q} = \frac{W_{ab} + W_{cd}}{|Q_{ab}| + |Q_{da}|}$

$$\eta_{Stirl} = \frac{R(T_Q - T_F)\ln\frac{V_2}{V_1}}{RT_Q\ln\frac{V_2}{V_1} + \frac{3}{2}R(T_Q - T_F)}$$

$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$

$\eta_{Stirl} < \eta_{Carnot}$ pois

$\eta_{Stirl} < \frac{W_{ab} + W_{cd}}{|Q_{ab}|} = 1 - \frac{T_F}{T_Q} < \eta_{Carn}$

Questão 3	(2,5)

Um gás ideal inicialmente na pressão p_0 sofre uma expansão livre até que seu volume seja 3 vezes seu volume inicial.

(0,5): a) Qual é a razão entre sua pressão e p_0?

(1,0): b) Em seguida, o gás é comprimido vagarosa e adiabaticamente de volta ao seu volume inicial. A pressão após a compressão é $(3)^{1/3}p_0$. O gás é monoatômico, diatômico ou poliatômico? Justifique sua resposta.

(0,5): c) Encontre o trabalho realizado pelo gás na compressão adiabática. Deixe a sua resposta em termos de p_0 e do volume inicial.

(0,5): d) Qual é a razão entre a energia cinética média por molécula em seu estado final e aquela em seu estado inicial (antes da expansão livre)?

(a) T é constante

$P_0 V_0 = P_1 V_1$

$P_1 = \frac{P_0 V_0}{V_1} = \frac{P_0 V_0}{3V_0} = \frac{P_0}{3}$

$\boxed{P_1 = \frac{P_0}{3}}$

b) $P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$

$P_1 = \frac{P_0}{3}$; $V_1 = 3V_0$; $P_2 = 3^{\frac{1}{3}} P_0$; $V_2 = V_0$

$\frac{\cancel{P_0}}{3} (3V_0)^{\gamma} = 3^{\frac{1}{3}} \cancel{P_0} V_0^{\gamma}$

$3^{\gamma - 1} = 3^{\frac{1}{3}}$

$\gamma - 1 = \frac{1}{3}$

$\boxed{\gamma = \frac{4}{3}}$ gás poliatômico

$C_V = \frac{f}{2} R = \frac{6R}{2} = 3R$

$C_P = C_V + R = 4R$

$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{4}{3}$

Na transformação adiabática

$W_{i \to f} = -\frac{(P_f V_f - P_i V_i)}{\gamma - 1}$

$W = -\frac{\left(3^{\frac{1}{3}} P_0 V_0 - \frac{P_0}{\cancel{3}} \cancel{3} V_0\right)}{\frac{4}{3} - 1}$

$W = 3 \left(P_0 V_0 - 3^{\frac{1}{3}} P_0 V_0\right)$

$\boxed{W = 3 P_0 V_0 \left(1 - 3^{\frac{1}{3}}\right)}$ (c)

d) $K_0 = \frac{f k_B T_0}{2} = \frac{6 k_B T_0}{2} = 3 k_B T_0$

$K_2 = \frac{f k_B T_2}{2} = \frac{6 k_B T_2}{2} = 3 k_B T_2$

$\frac{K_2}{K_0} = \frac{3 k_B T_2}{3 k_B T_0} = \frac{T_2}{T_0} = \frac{P_2 V_2}{P_0 V_0}$

$P_2 = P_0 3^{\frac{1}{3}}$; $V_2 = V_0$; $P_0 = P_0$; $V_0 = V_0$

$\boxed{\frac{K_2}{K_0} = \frac{P_0 3^{\frac{1}{3}} V_0}{P_0 V_0} = 3^{\frac{1}{3}}}$ (d)

Questão 4 (2,5)

Um cubo de gelo de 10 g a -10 °C é colocado dentro de uma garrafa térmica de capacidade calorífica desprezível, contendo 100 g de água a 20 °C.

Dados: calor específico da água=1.0 cal/(g.K); calor específico do gelo=0.5 cal(g.K); calor latente de Fusão do gelo= 80 cal/g. Use 1cal=4.20 J.

(1,0): a) Qual é a temperatura de equilíbrio e o estado final do sistema (quantidade de água e gelo)?

(1,5): b) Qual a variação de entropia do sistema cubo de gelo e água quando o estado final de equilíbrio térmico for alcançado?

$Q_1 = m_g c_g \Delta T = 10 \times 0{,}5 \times [0-(-10)] = 50\,cal$

$Q_2 = m_g L_F = 10 \times 80 = 800\,cal$

$Q_3 = m_a c_a (0 - 20) = 100 \times 1 \times (-20)$

$Q_3 = -2000\,cal$

Como $|Q_3| > |Q_1| + |Q_2|$ então:

$0 < T_E < 20°C$

na temperatura de equilíbrio

$Q_1 + Q_2 + Q_4 + Q_5 = 0$

$50 + 800 + m_a c_a (T_E - 0) + 100 \times 1 (T_E - 20) = 0$

$110\,T_E = 2000 - 850$

$$\boxed{T_E = \frac{1150}{110} = 10{,}4°C}$$

$\Delta S_1 = \int \frac{dQ}{T} = m_g c_g \int_{263}^{273} \frac{dT}{T} = 10 \times 0{,}5 \ln \frac{273}{263}$

$\Delta S_2 = \frac{1}{T} \int dQ = \frac{Q_2}{T} = \frac{800}{273}$

$\Delta S_4 = m_a c_a \int_{293}^{283{,}4} \frac{dT}{T} = 100 \ln \frac{283{,}4}{293}$

$\Delta S_5 = m_g c_a \int_{273}^{283{,}4} \frac{dT}{T} = 10 \times 1 \ln \frac{283{,}4}{273}$

$\Delta S_{Total} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_4 + \Delta S_5$

$\Delta S_{total} = \left[5 \ln \frac{273}{263} + \frac{800}{273} + 100 \ln \frac{283{,}4}{293} + 10 \ln \frac{283{,}4}{273}\right] \times 4{,}2 \;\frac{J}{K}$

$\Delta S_{Total} = [0{,}186 + 2{,}930 + 3{,}331 + 0{,}374] \times 4{,}2 = 0{,}159 \times 4{,}2 = \boxed{0{,}668}$