Questão 1	(2,5)

Um trem com comprimento próprio L_0 se desloca com uma velocidade $c/2$ em relação ao solo. Uma bala é atirada da traseira para a frente do trem, com uma velocidade de $c/3$ em relação ao trem.

(1,0): a) Qual é a velocidade da bala em relação ao solo.

Quanto tempo a bala leva para chegar à frente do trem e qual a distância que a bala percorre:

(0,5): b) No referencial do trem?
(0,5): c) No referencial do solo?
(0,5): d) No referencial da bala?

(a) $v_x = \dfrac{v'_x + V}{1 + \dfrac{Vv'_x}{c^2}}$ onde $V = \dfrac{c}{2}$; $v'_x = \dfrac{c}{3}$

$$\boxed{v_b = \frac{\frac{c}{3} + \frac{c}{2}}{1 + \frac{cc}{2c^2 3}} = \frac{\frac{5c}{6}}{1 + \frac{1}{6}} = \frac{5c}{6}\frac{6}{7} = \frac{5c}{7}}$$

(b) $\boxed{t' = \dfrac{\Delta x'}{v'_x} = \dfrac{L_0}{c/3} = \dfrac{3L_0}{c}}$; $\boxed{\Delta x' = L_0}$

(c) $\gamma(\mathrm{V}) = \gamma(c/2) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{c^2}{4c^2}}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\Delta x = \dfrac{L_0}{\gamma(\mathrm{V})} = \dfrac{L_0\sqrt{3}}{2}$;

Em um instante *t*, a posição da frente do trem é: $\dfrac{\sqrt{3}L_0}{2} + \dfrac{c}{2}t$, e a posição da bola é $v_b t$. Essas duas posições são iguais quando: $\left(v_b - \dfrac{c}{2}\right)t = \dfrac{\sqrt{3}L_0}{2}$

Portanto: $\boxed{t = \dfrac{\frac{\sqrt{3}L_0}{2}}{\frac{5c}{7} - \frac{c}{2}} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}L_0}{2}}{\frac{3c}{14}} = \dfrac{7\sqrt{3}L_0}{3c}}$

A distância percorrida pela bala: $\boxed{d = v_b t = \dfrac{5c}{7}\dfrac{7\sqrt{3}L_0}{3c} = \dfrac{5\sqrt{3}L_0}{3c}}$

(d) No referencial da bala, o trem caminha com velocidade –c/3.

$$\gamma(\mathrm{V}) = \gamma\left(c/3\right) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{c^2}{9c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

A distância que o trem caminha é: $\Delta x = \frac{L_0}{\gamma(\mathrm{V})} = \frac{2L_0\sqrt{2}}{3}$

O tempo necessário para a bala atingir a parte da frente do trem é:

$$\boxed{t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{L_0}{\gamma c/3} = \frac{2\sqrt{2}L_0}{3c/3} = \frac{2\sqrt{2}L_0}{c}}$$

A distância percorrida pela bala no seu referencial é: $\boxed{d = 0}$, porque a bala não se move neste referencial.

Questão 2 (2,5)

Um méson (π), de massa de repouso, m_0= 135 MeV/c^2 decai em dois fótons (m_0=0) e nada mais. Um méson de energia total 973 MeV decai e os dois fótons resultantes movem em direções opostas ao longo da linha de movimento do méson inicial.

(1,0): a) Qual é a energia cinética relativística e o momento relativístico do méson?

(1,0): b) Qual é a energia do fóton mais energético?

(0,5): c) O sentido de deslocamento deste fóton é no mesmo sentido do méson ou no sentido contrário? Justifique sua resposta.

(a) $\boxed{E = K + m_0c^2 = 973 - 135 = 838\,\text{Mev}}$

$$p^2c^2 = E^2 - \left(m_0c^2\right)^2$$

$$p = \sqrt{\frac{E^2 - \left(m_0c^2\right)^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{973^2 - 135^2}}{c} \quad \text{ou} \quad \boxed{p = \sqrt{973^2 - 135^2} = 963.6\,\frac{\text{MeV}}{\text{c}}}$$

(b)

Conservação de Momento Relativístico:

$$p_a = p_d$$

$$p = p_1^{\text{Fóton}} - p_2^{\text{Fóton}} = \frac{E_1}{c} - \frac{E_2}{c}$$

$$pc = E_1 - E_2 \qquad (1)\_$$

Conservação de energia:

E_a=E_d

$$E = E_1 + E_2 \qquad (2)$$

Resolvendo o sistema de equações dados pelas Eqs (1) e (2) temos:

$$\boxed{E_1 = \frac{E+pc}{2} = \frac{973+963.6}{2} = 968{,}3\,\text{MeV}} = \quad \text{fóton mais energético}$$

$$E_2 = \frac{E-pc}{2} = 4.7\ \text{MeV fóton menos energético}$$

(c) O fóton mais energético está no mesmo sentido do méson, para a conservação do momento relativístico.

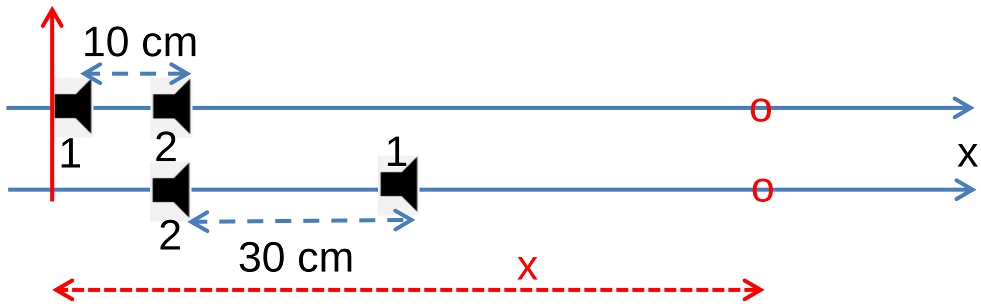
Questão 3 (2,5)

Dois alto falantes emitem ondas sonoras de mesma frequência ao longo do eixo x. A amplitude de cada onda é a. O alto falante 2 é fixo e o alto falante 1 movimenta-se livremente ao longo do eixo x, sendo que ambos emitem o som no sentido positivo deste eixo. A intensidade sonora é mínima quando o alto falante 1 está situado a 10 cm antes do outro. A intensidade aumenta quando o alto falante 1 movimenta-se para frente e alcança o máximo, com amplitude $2a$, quando está parado a 30 cm depois do alto falante 2. Calcule:

(1,0): a) O comprimento de onda do som.

(1,0): b) A diferença de fase entre os dois alto falantes.

(0,5): c) A amplitude dos sons se o alto falante 1 for colocado lado a lado com o outro alto falante.



(a) Para ir de interferência destrutiva para construtiva foi necessário um deslocamento do alto falante 1 correspondente a: $\Delta x = 40\,\text{cm} = \frac{\lambda}{2}$, o que corresponde a uma mudança de fase de π.

Portanto: $\boxed{\lambda = 80\,\text{cm}}$

Uma outra maneira de resolver, é adotar a origem na flecha vermelha e considerar:

$$u_1 = a\cos(kx - \omega t + \phi)$$

$$u_2 = a\cos(kx - \omega t)$$

Interferência destrutiva na posição x: $\phi + \frac{2\pi\left[x - (x - 10)\right]}{\lambda} = \pi$

$$\phi + \frac{20\pi}{\lambda} = \pi \qquad (1)$$

Interferência construtiva: $\phi + \frac{2\pi\left[(x-40)-(x-10)\right]}{\lambda} = 0$

$$\phi - \frac{60\pi}{\lambda} = 0 \qquad (2)$$

Subtraindo termo a termo nas Equações (1) e (2), temos que:

$$\frac{80\pi}{\lambda} = \pi$$

(a) $\boxed{\lambda = 80\,\mathrm{cm}}$

Substituindo o valor de λ em (1), temos que:

$$\phi + \frac{20\pi}{80} = \pi$$

$$\boxed{\phi = \frac{3\pi}{4}}$$

(c) Com os alto falantes na mesma posição, a amplitude é dada por:

$$A^2 = a^2 + a^2 + 2a^2\cos(\phi) = 2a^2 - 2a^2\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A^2 = 2a^2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a^2\left(2 - \sqrt{2}\right)$$

$$\boxed{A = a\sqrt{2+\sqrt{2}} = 0.765a}$$

Questão 4	(2,5)

Uma onda estacionária é observada em um fio fino de comprimento 3.00 m. A equação da onda é:

$$y(x,t) = 0.002\sin(\pi x)\cos(100\pi t)$$

onde x, y em metros e t em segundos.

(0,5): a) Esta corda está oscilando em qual harmônico?

(1,0): b) Qual é a frequência fundamental de vibração da corda.

(1,0): c) Se a frequência original é mantida constante e a tensão na corda é aumentada por um fator 9, qual é o novo harmônico que esta corda oscila.

(a) Identificando os termos pela equação, temos: $k = \pi$ **;** $\omega = 100\pi$

$$v_0 = \frac{\omega}{k} = 100\,\text{m/s} \quad ; \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\text{m}$$

Se a corda estiver com as duas extremidades presas, as ondas ressonantes são sempre tais que: $n\frac{\lambda}{2} = L$ (n=1, 2, 3,...). Como L= 3m e λ =2m, temos que:

$\boxed{n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{3x2}{2} = 3}$ (**terceiro harmônico** e corda com as duas extremidades presas)

(b) $\boxed{f_n = \frac{nv}{2L} = \frac{1x100}{2L} = \frac{100}{2x3} = \frac{100}{6} = 16{,}7}$ Hz

(c) A frequência angular original é: $\omega_3 = 100\pi$ Hz

A nova velocidade na corda é: $v = \sqrt{\frac{9T}{\mu}} = 3\sqrt{\frac{T}{\mu}} = 3v_0 = 300\,\text{m/s}$

O novo número de onda é: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{100\pi}{300} = \frac{\pi}{3}$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6\,\text{m}$$

Portanto: $\boxed{n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2x3}{6} = 1}$ (**Primeiro Harmônico**)