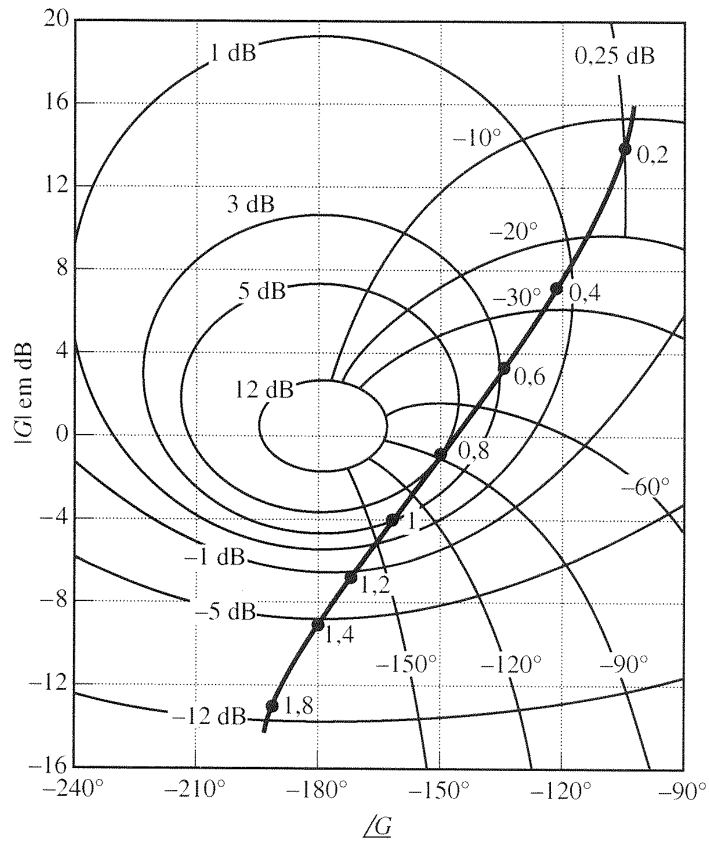
Exemplo: Nichols

Seja o sistema em malha fechada com realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(0,5s+1)}.$$

Considerem-se os seguintes pontos da resposta em frequência de **malha aberta** $G(j\omega)$:

ω (rad/s)	**Ganho** (dB)	**Fase** (graus)
0,2	13,8	-107,0
0,4	7,1	-123,1
0,6	2,7	-137,7
0,8	-0,9	-150,5
1,0	-4,0	-161,6
1,2	-6,8	-171,2
1,4	-9,4	-179,5
1,8	-14,0	-192,9



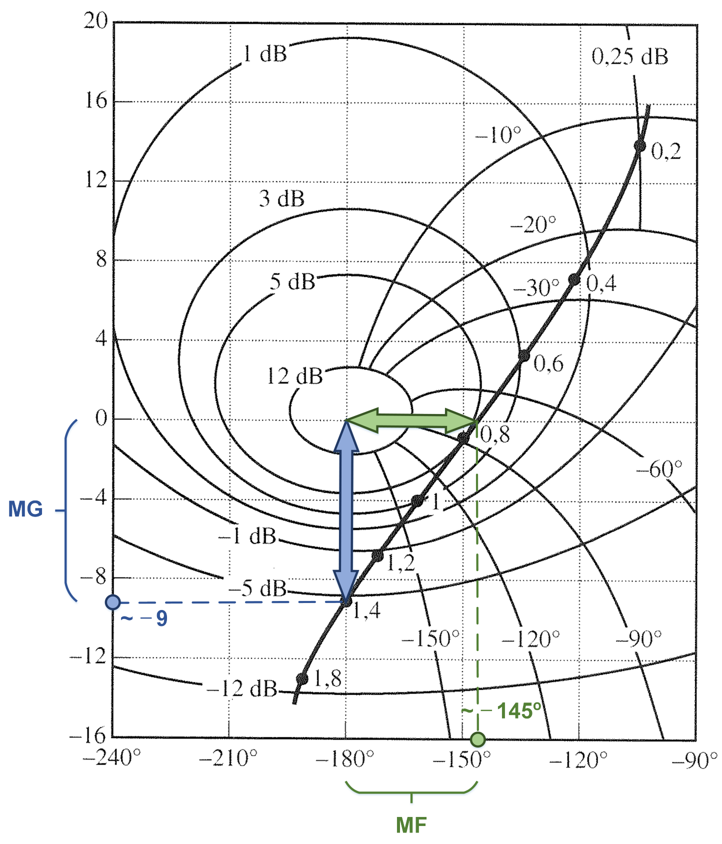
Fonte: Livro do Ogata, pg. 407, Figura 6.78-(a).

Localizando-se esses pontos na Carta de Nichols, podem-se ler de imediato os valores da resposta em frequência de **malha fechada** $G_{mf}(j\omega)$:

ω (rad/s)	**Ganho** (dB)	**Fase** (graus)
0,2	0,25	-12
0,4	1,5	-26
0,6	3,0	-47
0,8	5,0	-86
1,0	3,0	-135
1,2	-1,6	-164
1,4	-5,8	-180
1,8	-11,0	-196

Observando a figura acima, também podem ser determinados por inspeção os valores das margens de estabilidade:

$$MG = 9 \text{ dB e } MF = 35°.$$



Fonte: Livro do Ogata, pg. 407, Figura 6.78-(a).

Exemplo: $S + T = 1$

Seja o sistema em malha aberta:

$$G(s)K(s) = \frac{k}{s-p}, \tag{1}$$

pode-se analizar os seguintes casos:

- $|G(j\omega)K(j\omega)| \gg 1 \Rightarrow S(j\omega) \approx \dfrac{1}{G(j\omega)K(j\omega)} \quad (|S(j\omega)| \ll 1 \Rightarrow T(j\omega) \approx 1)$:

  Quando o módulo de $G(j\omega)K(j\omega)$ apresenta um valor muito alto, pode-se realizar a seguinte aproximação:

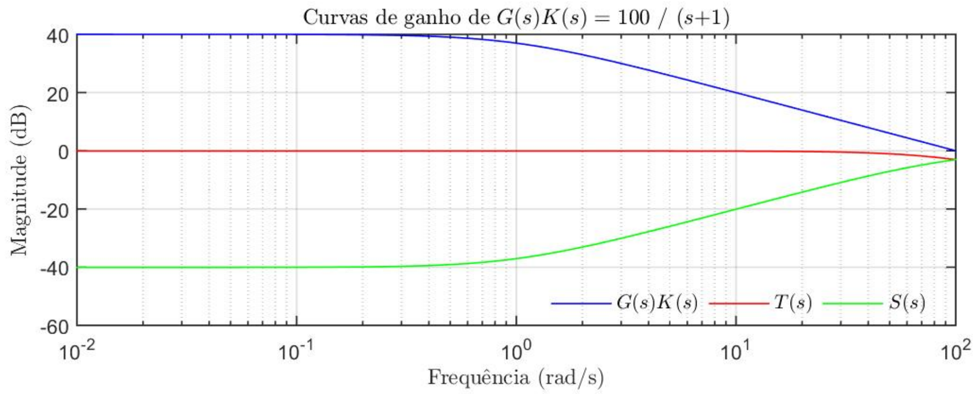
  $$S(j\omega) = \frac{1}{\cancel{1} + G(j\omega)K(j\omega)} \Rightarrow S(j\omega) \approx \frac{1}{G(j\omega)K(j\omega)},$$

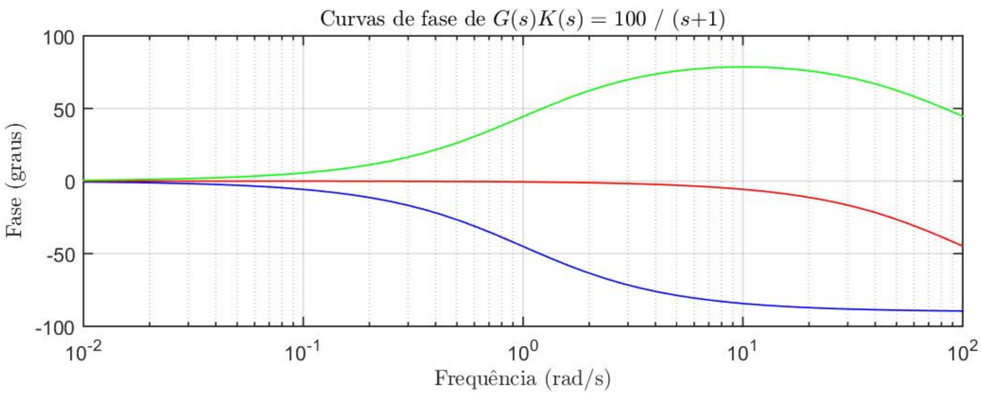
  e, por consequência, o módulo de $S(j\omega)$ apresenta um valor muito baixo ($|S(j\omega)| \ll 1$).

  A função de transferência de malha fechada $T(j\omega)$ também pode ser aproximada para:

  $$T(j\omega) = \frac{G(j\omega)K(j\omega)}{\cancel{1} + G(j\omega)K(j\omega)} = \frac{\cancel{G(j\omega)K(j\omega)}}{\cancel{G(j\omega)K(j\omega)}} \Rightarrow T(j\omega) \approx 1.$$

  Por exemplo, adotando $k = 100$ e $p = -1$ em (1), obtém-se o seguinte diagrama de Bode:





- $|G(j\omega)K(j\omega)| \ll 1 \Rightarrow T(j\omega) \approx G(j\omega)K(j\omega) \quad (|T(j\omega)| \ll 1 \Rightarrow S(j\omega) \approx 1)$:

  Quando o módulo de $G(j\omega)K(j\omega)$ apresenta um valor muito baixo, pode-se realizar a seguinte aproximação:

$$T(j\omega) = \frac{G(j\omega)K(j\omega)}{1 + \cancel{G(j\omega)K(j\omega)}} \Rightarrow T(j\omega) \approx G(j\omega)K(j\omega).$$

  Logo, o módulo de $T(j\omega)$ também apresenta um valor muito baixo ($|T(j\omega)| \ll 1$).

  A função *sensibilidade* $S(j\omega)$ também pode ser aproximada para:

$$S(j\omega) = \frac{1}{1 + \cancel{G(j\omega)K(j\omega)}} \Rightarrow S(j\omega) \approx 1.$$

  Por exemplo, adotando $k = 1$ e $p = -100$ em (1), obtém-se o seguinte diagrama de Bode: