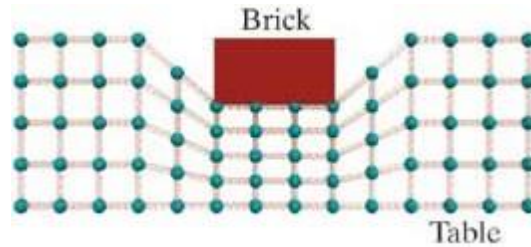


Interações de Contato



IDEIAS CHAVE

- Um modelo possível para um objeto sólido é uma rede de bolas (átomos) interligadas por molas (ligações químicas).
- As forças de contato entre objetos sólidos são resultado da compressão ou do alongamento das ligações interatômicas “do tipo mola”.
- As forças de contato incluem:
 - Forças de estiramento (força de “tensão”)
 - Forças de compressão (força “normal”)

TARZAN E O CIPÓ

Tarzan quer atravessar o rio pendurando-se em um cipó. Para testar se o cipó vai aguentar seu peso, ele se pendura no cipó, permanecendo imóvel por vários minutos (Fig 4.1). O cipó passa no teste e Tarzan se agarra nele, e dá um impulso para atravessar o rio. Leva um susto e fica bem chateado quando o cipó quebra bem no meio do caminho (Fig 4.2). Ele acaba encharcado e tremendo na água fria do rio, para divertimento dos macacos que assistem a brincadeira.



Figure 4.1 Tarzan, imóvel, pendurado no cipó, que não se rompe.

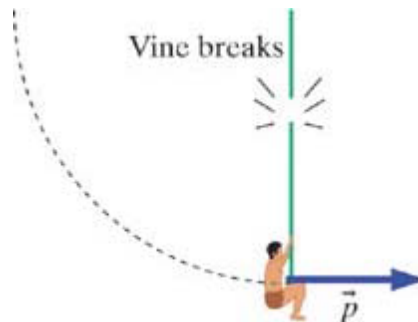


Figure 4.2 O cipó se rompe no meio do caminho.

Por que razão o cipó se rompe quando Tarzan se balança no cipó, e não quando Tarzan fica apenas pendurado? Para responder essa pergunta, vamos precisar entender como são as forças exercidas por cipós, fios, ou cordas. Necessitaremos também do Princípio do Momento na forma derivada, que será introduzida neste capítulo.

MODELO DE UM SÓLIDO: BOLAS LIGADAS POR MOLAS

O grande físico do século 20, Richard Feynman, fez a seguinte declaração:

“Se um grande cataclisma destruísse todo o conhecimento científico, e se uma única frase fosse herdada pelas gerações seguintes, que afirmação poderia conter o máximo de informação em menor número de palavras? Acredito que seria a hipótese atômica (ou o fato atômico, ou como você queira chamá-lo) de que todas as coisas são feitas de átomos – pequenas partículas que se movem continuamente, se atraindo, quando estão próximas, se repelindo, quando comprimidas umas contra as outras. Você verá que nesta única frase há uma quantidade enorme de informação sobre o mundo, bastando usar um pouco de imaginação e reflexão.” (“*Aulas de Física*”, R.P.Feynman, R.B. Leighton e M. Sands, 1965; Palo Alto: Addison-Wesley.) Nessa citação, Feynman resume as propriedades básicas de átomos e das forças interatômicas. Neste capítulo, as principais propriedades dos átomos a ser consideradas são:

- Toda a matéria consiste de átomos, cujo raio típico tem cerca de 1×10^{-10} metro.
- Os átomos se atraem entre si quando estão muito próximos, mas não próximos demais.
- Os átomos se repelem entre si quando se aproximam demais.
- Nos sólidos, líquidos e gases os átomos permanecem em movimento, mesmo em temperaturas muito baixas.

Estas propriedades foram estabelecidas por físicos e químicos, através do estudo intenso dos átomos, por meio de diversas técnicas experimentais, ao longo de um século.

PERGUNTA

Que propriedades de um bloco de alumínio, observadas sem nenhum equipamento especial, sustentam as afirmações de que “os átomos se atraem entre si quando estão muito próximos, mas não próximos demais e de que “os átomos se repelem entre si quando se aproximam demais”?

Como o bloco não se despedaça, nem evapora, deve haver uma atração entre os átomos do bloco. Por outro lado, é muito difícil comprimir o bloco, o que significa que os átomos resistem à tentativa de apertá-los, tornando-os mais próximos. Assim, pode-se imaginar que os átomos do bloco de alumínio estão a uma distância “perfeita” uns dos outros, nem muito pequena, nem muito grande. Denominamos essa distância “perfeita” de distância de equilíbrio entre os átomos.

Uma Ligação Química se Parece com uma Mola

Dois átomos ligados por meio de uma ligação química comportam-se de maneira muito semelhante a duas bolas macroscópicas ligadas por uma mola de massa muito pequena (Fig 4.3). O sistema bola-mola é um bom modelo para o sistema atômico. Neste modelo:

- Cada bola do modelo representa um núcleo atômico de grande massa, cercado de elétrons internos do átomos. Quase toda a massa do átomo está concentrada no minúsculo núcleo.
- A mola representa a ligação química, que ocorre através do compartilhamento dos elétrons externos dos dois átomos.

O sistema atômico microscópico tem um comportamento muito semelhante ao do modelo macroscópico, desde que a compressão ou o estiramento sejam pequenos, como ocorre em processos comuns. Se tentamos separar os átomos, eles sofrem forças que resistem ao aumento da separação. Se os átomos são empurrados uns contra os outros, a força que surge entre eles resiste à compressão. A Fig 4.4 o modelo bola-mola de dois átomos ligados superposto à representação das nuvens eletrônicas dos dois átomos.

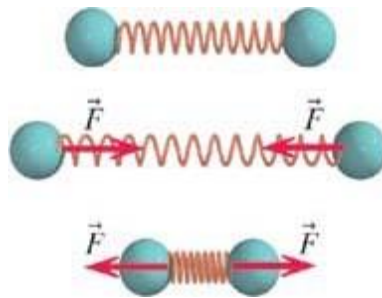


Figura 4.3 Duas bolas ligadas por uma mola. Acima: a mola relaxada não exerce força sobre as bolas. No meio: a mola esticada exerce forças no sentido de aproximar as bolas. Abaixo: a mola comprimida exerce forças que tendem a separar as bolas.

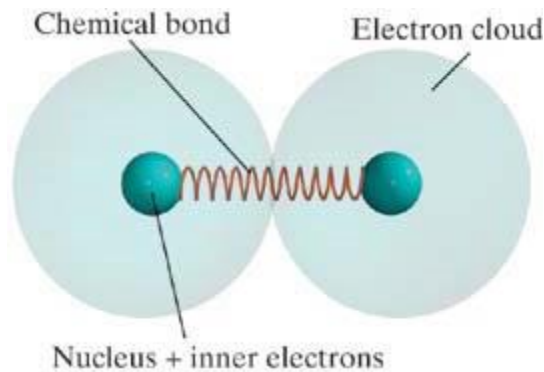


Figura 4.4 O modelo bola-mola para dois átomos ligados por uma ligação química (representada pela mola) superposto ao modelo de nuvens eletrônicas para cada um dos átomos.

Um Modelo Bola-Mola para um Objeto Sólido

Um objeto sólido contém muitos átomos, e não apenas dois. Os estudos de raio-X, as imagens de microscópios de tunelamento de varredura (STM) e dos microscópios de força atômica (AFM) nos ensinaram que muitos objetos sólidos, tais como os metais, são cristais compostos de fileiras regulares de átomos, como mostrado nas imagens de superfícies de silício da Figura 4.5. Nestas imagens, as esferas indicam a nuvem eletrônica associada com cada átomo, e não apenas o núcleo e os elétrons internos representados por bolas no modelo bola-mola.

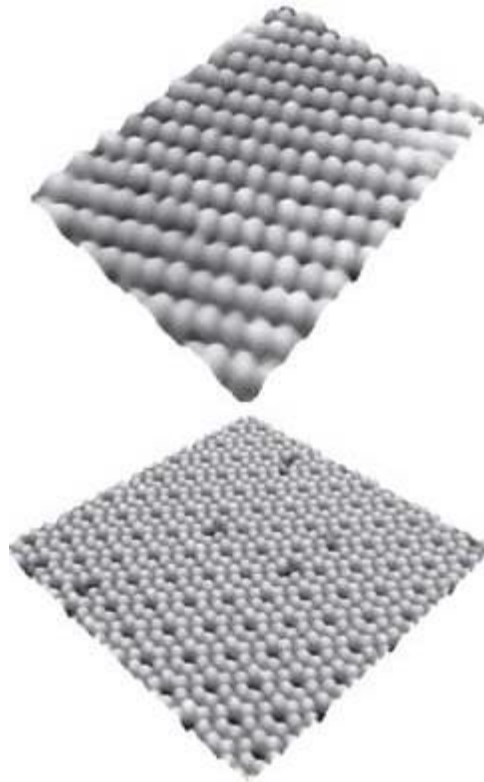


Figura 4.5 Imagens de STM de duas superfícies de um cristal de silício.

As imagens de STM mostram apenas uma superfície de um sólido, mas dentro do sólido os átomos estão organizados em padrões 3D, como as bolas e molas do modelo de sólido mostrado na Figura 4.6. Sólidos como o desta figura, em que os átomos estão organizados em “redes” regulares, são chamados de sólidos cristalinos. Estes incluem os metais, o quartzo, o diamante, o gelo e o sal de cozinha (NaCl). No entanto, a maioria dos sólidos orgânicos, como o plástico ou a madeira, não pertence a esse grupo de sólidos regulares.

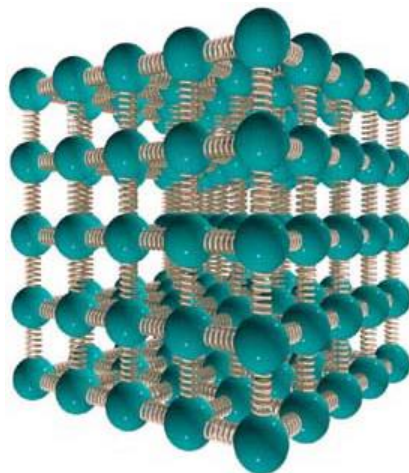


Figura 4.6 Um modelo simples para um sólido: minúsculas bolas em movimento constante, interligadas por molas. A figura mostra uma pequena parte de um objeto sólido, que possui um número muito maior de átomos do que o número apresentado na figura.

A rede ilustrada na Figura 4.6 corresponde ao tipo mais simples de rede cristalina, chamada de rede “cúbica”, já que os átomos do cristal se localizam nos vértices de cubos adjacentes. Arranjos mais complexos são possíveis – uma variante comum é a rede “cúbica de corpo

centrado”, na qual há um átomo adicional no centro de cada cubo. Na Figura 4.5, a imagem superior mostra um arranjo hexagonal dos átomos. A maioria dos cristais apresenta arranjos mais complexos do que a rede cúbica simples. Apesar disso, vamos empregar o modelo bola-massa no arranjo de rede cúbica simples, porque ele apresenta todas as características importantes que nos interessam.

À temperatura ambiente, os átomos de um sólido se movem continuamente, oscilando em torno de suas posições de equilíbrio. Se o sólido é aquecido, essas oscilações atômicas se tornam mais intensas. Um dos resultados mais importantes da investigação sobre a natureza atômica da matéria foi a conclusão de que a temperatura de um objeto, medida por um termômetro, nada mais é do que um indicador da energia média dos átomos: quanto maior a temperatura, mais vigoroso é o movimento atômico. A Figura 4.6 representa um modelo para um sólido em que os átomos estão congelados em suas posições de equilíbrio.

FORÇAS DE TENSÃO

Quando penduramos um objeto em um fio, ou numa corda, ou num cipó, verificamos, através da aplicação do Princípio do Momento, que esse objeto sofre uma força exercida nele pelos primeiros: o fio, ou a corda, ou o cipó, exerce uma força sobre o objeto pendurado. A Figura 4.7 mostra uma bola pesada de ferro pendurada na ponta de um fio. O momento y da bola não varia, portanto a componente y da força resultante sobre a bola deve ser nula. Como a Terra está puxando a bola para baixo, o fio deve estar puxando a bola para cima. A força exercida por objetos como fios ou cordas é comumente chamada de força de “tensão”, ou às vezes de “tensão no fio”, e é indicada por \vec{F}_T . A força de tensão sempre age ao longo do fio ou da corda.

- Como a bola permanece indefinidamente em repouso, isso é verdade para qualquer valor de Δt (não nulo).

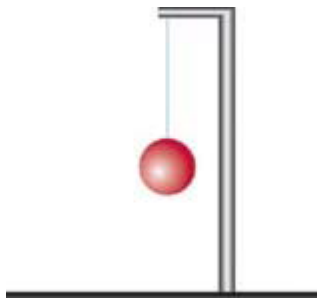


Figura 4.7 Bola pesada em repouso pendurada na ponta de um fio fino.

PERGUNTA

Se a bola tem massa 1 kg , qual deve ser a força para cima, exercida pelo fio na bola?

Sistema: Bola

Entorno: Terra, fio (veja o diagrama de corpo-livre da Figura 4.8)

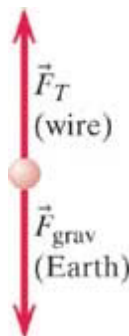


Figura 4.8 Diagrama de corpo-livre para a bola.

Princípio do Momento:

$$\Delta p_y = F_{\text{resultante},y} \Delta t$$

Escolha para Δt : 10 segundos

$$\Delta p_y = (F_T - mg)(10s)$$

$$0 = (F_T - mg)(10s)$$

$$F_T = mg = (1kg)(9.8N/kg) = 9.8N$$

PERGUNTA

Se a massa da bola fosse $2kg$, qual seria a força para cima, do fio sobre a bola?

$$F_T = (2kg)(9.8N/kg) = 19.6N$$

Esse resultado simples tem uma consequência interessante. É claro que o módulo da força de tensão F_T exercida pelo fio depende da massa da bola.

PERGUNTA

Como é possível que um objeto inanimado como o fio “descubra” que força exercer numa situação específica?

Já vimos que a força exercida pela mola depende de quanto a mola foi distendida. Podemos pensar que o fio é uma espécie de mola muito dura. Quando penduramos algo na ponta de um fio, o fio estica, mas geralmente a deformação é muito pequena. O modelo bola-mola para o sólido vai nos ajudar a entender o que acontece quando um fio é esticado.

Visão Microscópica: Tensão no Fio

Um modelo para o fio pode ser uma cadeia de bolas e molas (átomos conectados por ligações químicas). Por simplicidade, vamos imaginar um fio com a espessura de um átomo. Quando o fio está sobre a mesa, cada uma das molas (ligações) está relaxada. Quando o fio está pendurado verticalmente, sem nada pendurado nele, cada ligação estica um pouco (muito pouco!), apenas para aguentar o peso dos átomos abaixo da ligação. Mas quando um objeto pesado é pendurado no fio, as ligações “tipo mola” entre os átomos se alongam bastante, porque cada ligação deve aguentar o peso de tudo que está abaixo dela (Figura 4.9). Fazendo a aproximação de que a massa dos átomos do fio é desprezível, se comparada à massa do objeto pendurado, podemos dizer que cada uma das ligações do fio sofre a mesma distensão, o que é equivalente a dizer que a tensão ao longo do fio é a mesma.



Figura 4.9 As ligações interatômicas do fio esticam, se há um objeto pendurado no fio. Neste diagrama idealizado, o fio tem a espessura de um átomo e a distensão de cada mola é representada de forma bem exagerada.

PERGUNTA

Como é que o fio consegue exercer uma força maior para cima, se o objeto pendurado possui massa maior?

O objeto mais pesado estica mais as ligações interatômicas do fio do que o objeto mais leve. Claro que há um limite para a deformação do fio. Um peso grande demais rompe o fio.

COMPRIMENTO DA LIGAÇÃO INTERATÔMICA

O objetivo da próxima seção é obter a dureza de uma ligação interatômica, tratada como se fosse uma mola. Para isso, é preciso descobrir o comprimento da ligação interatômica em um material qualquer. O comprimento das ligações em diferentes materiais é ligeiramente diferente (alumínio x chumbo, por exemplo), a depender do tamanho dos átomos. Vamos obter a distância interatômica no cobre sólido.

Vamos definir o comprimento de uma ligação interatômica como a distância centro-a-centro entre dois átomos adjacentes (Figura 4.10). Essa distância é igual a duas vezes o raio do átomo, isto é, igual ao diâmetro dos átomos. [Se utilizamos a representação das nuvens eletrônicas, todo o volume do sólido é preenchido com as esferas “das nuvens” – repare que na representação de bolas-molas, em que as bolas representam os núcleos e os átomos internos, há muitos “espaços vazios” entre as bolas (compare as Figuras 4.6 e 4.11).]

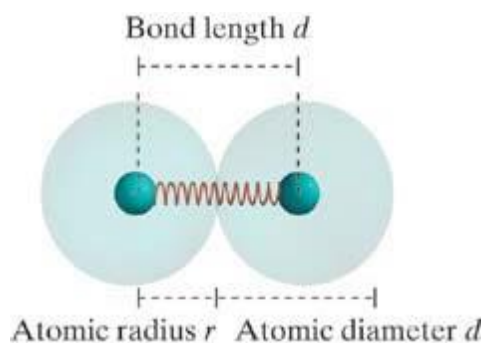


Figura 4.10 O comprimento de uma ligação interatômica é definido como a distância entre os centros de átomos adjacentes. Essa distância é igual ao diâmetro do átomo (que inclui a nuvem eletrônica).

O diâmetro de um átomo no sólido é uma das propriedades importantes da matéria que tem um papel fundamental nas interações. Podemos calcular diâmetros atômicos para cristais de um elemento específico a partir da densidade do material, medida experimentalmente e dada em quilogramas por metro cúbico, e do número de Avogadro (o número de átomos em um mol do material).

PERGUNTA

A densidade de um bloco de alumínio depende das dimensões do bloco? Depende da massa do bloco?

A densidade não depende do tamanho, da forma ou da massa do objeto. Densidade é uma propriedade do próprio material: a razão entre a massa e o volume é sempre a mesma para objetos feitos do mesmo material sólido. A densidade de uma vasta gama de materiais já foi medida e pode ser facilmente encontrada em manuais.

.....

EXEMPLO

Diâmetro de um Átomo de Cobre (comprimento da ligação interatômica no cobre)

A massa de um mol de cobre (6×10^{23} átomos) é 64 gramas (consulte a tabela periódica). A densidade do cobre é 8.94 g/cm^3 . Obtenha o diâmetro aproximado de um átomo de cobre no cobre sólido, em metros.

Solução

$$\left(8.94 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right) \left(\frac{1 \text{kg}}{10^3 \text{g}}\right) \frac{(10^2 \text{cm})^3}{(1 \text{m})^3} = 8.94 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ (unidades SI)}$$

Conversão de unidades: densidade

A densidade é, muitas vezes, dada em gramas por centímetros cúbicos, e não em quilogramas por metro cúbico. A densidade da água, por exemplo, é 1 g/cm^3 ; a do alumínio é 2.7 g/cm^3 e a do chumbo é 11.4 g/cm^3 . É comum termos que converter em unidades do SI, fazendo:

$$\left(\frac{1 \text{kg}}{10^3 \text{g}}\right) \frac{(100 \text{cm})^3}{(1 \text{m})^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Dado que $100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$, observe que

$$(100 \text{ cm})^3 = 1 \times 10^6 \text{ cm}^3 = 1 \text{ m}^3.$$

A Figura 4.11 ilustra um cubo que contém $5 \times 5 \times 5 = 125$ átomos. O número de átomos em uma aresta do cubo é $\sqrt[3]{125} = 5$.

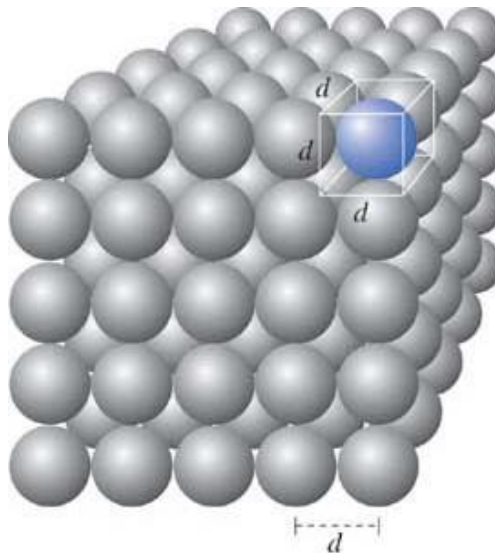


Figura 4.11 Arranjo de átomos na rede cúbica simples. O volume do espaço associado a cada átomo é um pequeno cubo d por d por d .

Qual é o número de átomos de cobre, em um cubo de 1 metro de aresta?

$$(8.94 \times 10^3 \text{kg}) \left(\frac{1 \text{mol}}{0.064 \text{kg}}\right) \frac{(6 \times 10^{23} \text{átomos})}{(1 \text{mol})} = 8.41 \times 10^{28} \text{átomos}$$

Ao longo da aresta do cubo, de 1 m de comprimento, há

$$\sqrt[3]{8.41 \times 10^{28}} = 4.38 \times 10^9 \text{átomos}.$$

A fileira de 4.38×10^9 átomos possui $1m$ de comprimento, portanto o diâmetro de um átomo é

$$d = \left(\frac{1m}{4.38 \times 10^9 \text{ átomos}} \right) = 2.28 \times 10^{-10} \text{ metros.}$$

Em um bloco sólido de cobre, o comprimento da ligação entre dois átomos adjacentes de cobre é 2.28×10^{-10} metros.

MAIS DISCUSSÕES

Uma abordagem alternativa do cálculo acima envolve uma visão “micro” da densidade. Uma vez que a densidade independe da quantidade de matéria de um objeto, a densidade de um átomo de cobre deve ser a mesma que a densidade de um bloco grande de cobre. A Figura 4.11 mostra que o volume ocupado por cada átomo é um minúsculo cubo de lado d , em que d é o diâmetro de um átomo no sólido, comprimento que corresponde à distância entre o centro de um átomo e o centro de um átomo vizinho. A micro-densidade é a massa de um átomo dividida pelo volume do mini-cubo associado a um átomo. Essa micro-densidade deve ser a mesma densidade macroscópica, massa por volume:

$$\text{densidade} = \frac{\text{massa de } 8.41 \times 10^{28} \text{ átomos}}{\text{volume de } 8.41 \times 10^{28} \text{ átomos}} = \frac{\text{massa de 1 átomo}}{\text{volume de 1 átomo}} = \frac{m_a}{d^3}$$

A massa de um átomo pode ser obtida a partir da massa de um mol, que, sabemos, contém 6×10^{23} átomos (número de Avogadro):

$$m_a = \frac{\text{massa de 1 mol}}{6 \times 10^{23} \text{ átomos/mol}}$$

Uma vez que conhecemos a densidade macroscópica e a massa de um átomo, podemos resolver para o diâmetro atômico d . É tentador reunir esses conceitos na fórmula “ $d = \dots$ ”, mas você deve evitar a tentação. É muito mais interessante e mais seguro pensar e reobter essas relações físicas a cada vez que você fizer o cálculo, para evitar possíveis erros graves. Você deve apenas igualar as densidades macroscópica e microscópica e resolver para d .

Se comparamos o diâmetro do maior átomo com o diâmetro do menor átomo, obtemos um fator de aproximadamente 8. A maioria dos elementos metálicos possui raios semelhantes, da ordem de $1.5 \times 10^{-10}m$. É útil memorizar o valor do raio “médio” de um átomo, que é de aproximadamente $1 \times 10^{-10}m$.

São poucos os elementos que se organizam realmente em redes cúbicas, porque a rede cúbica é até certo ponto instável. No entanto, supor que todos os sólidos cristalinos se organizam em redes cúbicas simplifica muito os cálculos, e os resultados são adequados aos nossos propósitos, nesse momento do estudo.

4.X.1 A densidade do alumínio é 2.7 g/cm^3 . Qual é o diâmetro aproximado de um átomo de alumínio (ou o comprimento de uma ligação) no alumínio sólido?

4.X.2 A densidade do chumbo é 2.7 g/cm^3 . Qual é o diâmetro aproximado de um átomo de chumbo (ou o comprimento de uma ligação) no chumbo sólido?

A DUREZA DE UMA LIGAÇÃO INTERATÔMICA

Uma vez que determinamos o comprimento da ligação interatômica no cobre sólido (ou o diâmetro de um átomo de cobre), podemos utilizar dados experimentais para descobrir a dureza de uma ligação interatômica, que descrevemos por meio de uma mola. Você já deve ter brincado com molas macroscópicas comuns. A “*mola maluca*” é uma mola mole, sua dureza de mola é pequena – em torno de $1N/m$. A dureza da mola de um “*pula-pula*” é bem maior – em torno de $500N/m$. É difícil medir diretamente a dureza de uma ligação interatômica, mas podemos inferir seu valor a partir de dados de experimentos macroscópicos. A ideia básica é pendurar massas pesadas em um fio longo do material de interesse e medir o alongamento do fio. Imaginando o número de “molas” interatômicas presentes no fio, podemos calcular a constante de mola de uma única ligação interatômica. Para isso, precisamos estabelecer uma relação entre a dureza de um objeto composto de muitas molas e a dureza de uma única mola. Vamos imaginar que o fio seja constituído de um conjunto de cadeias paralelas, feitas de átomos ligados por molas (Figura 4.12). Precisamos estabelecer uma relação entre a dureza de uma das molas curtas (as ligações) e a dureza da cadeia inteira de molas. E também estabelecer uma relação entre a dureza do fio todo e a dureza de uma das cadeias de molas.

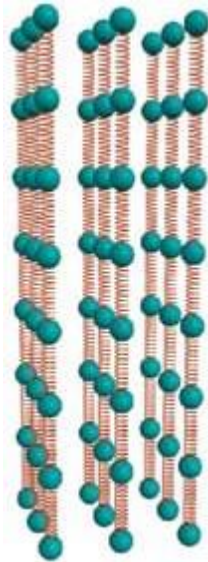


Figura 4.12 Fio sólido constituído de muitas cadeias de átomos longas e paralelas. Os átomos são ligados entre si por molas (ligações interatômicas). Para que nosso modelo fique mais claro, não foram representadas as molas horizontais – elas são irrelevantes em relação à distensão do fio.

Duas Molas Ligadas Ponta-com-Ponta (em Série)

Imagine que temos uma mola comprida, de pequena massa, com dureza de $100N/m$. Se penduramos um peso de $100N$ (cerca de $10kg$ de massa) na ponta da mola, a mola estica $1m$. (Essa é uma grande deformação, o que significa que a mola relaxada deve ter vários metros de comprimento; estamos usando números simples para tornar o raciocínio mais simples.)

PERGUNTA

Juntamos duas molas idênticas ponta-com-ponta (em série) para fazer uma mola mais longa. Cada uma das molas tem dureza de 100N/m . Qual é a dureza da mola composta?

Quando penduramos o bloco de 100N na ponta da mola dupla, a mola dupla vai esticar de 2 metros , porque cada uma das molas individuais estica de 1 metro (Figura 4.13). Podemos utilizar o Princípio do Momento para obter a dureza dessa mola maior. Se o bloco está pendurado em repouso, o momento do bloco não varia. Escolhendo para de Δt o intervalo de de 10 segundos , verificamos que:

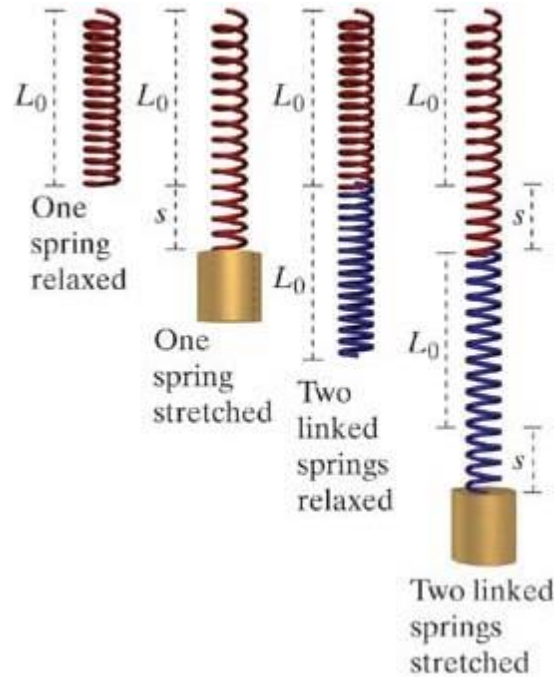


Figura 4.13 Duas molas idênticas ligadas pelas pontas se alongam duas vezes mais do que uma única mola, para uma mesma força aplicada. A mola composta tem, portanto, metade da “dureza” da mola individual.

Sistema: bloco

Entorno: mola, Terra (veja o diagrama de corpo-livre da Figura 4.14)

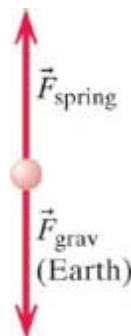


Figura 4.14 Diagrama de corpo-livre de um bloco pendurado. Princípio do Momento:

$$p_y = F_{resultante,y} \Delta t$$

$$0 = (k_s s - mg)(10s)$$

$$k_s s = mg$$

$$k_s(2m) = 100N$$

$$k_s = 50N/m$$

Uma mola longa, feita de duas molas idênticas ligadas ponta-com-ponta tem a metade da dureza do que cada uma das molas menores que a constituem.

4.X.3 Uma mola longa é constituída de 20 molas curtas idênticas, ligadas umas às outras pelas pontas, e tem uma dureza de $40N/m$. Qual é a dureza de uma mola curta?

Dois Molas Ligadas em Paralelo (Lado a Lado)

PERGUNTA

Juntamos duas molas idênticas lado-a-lado (em paralelo) para fazer uma mola composta (Figura 4.15). Cada uma das molas tem dureza de $100N/m$. Penduramos na mola composta um peso de $100N$. Qual será a deformação da mola? Qual é a dureza resultante do sistema de duas molas em paralelo?

Sem fazer nenhuma conta, sabemos que cada mola vai sustentar somente $50N$, de forma que cada mola vai esticar apenas $0.5m$. Você pode fazer por si mesmo uma dedução formal desse resultado, utilizando o Princípio do Momento, desde que lembre de incluir duas forças de mola separadas, para cima.

Podemos pensar que as duas molas representam uma única mola, de maior diâmetro. A dureza resultante dessa mola de “largura-dupla” é:

$$k_{s,efetiva} = \frac{100N}{0.5m} = 200N/m$$

Dois molas lado a lado constituem uma mola duas vezes mais dura do que uma única mola.

4.X.4 Nove molas idênticas são colocadas lado a lado (em paralelo, como na Figura 4.15). Prende-se a ela um bloco de grande massa. A dureza da mola composta de nove molas é $2700N/m$. Qual é a dureza de uma das molas individuais?



Figura 4.15 Duas molas lado a lado seguram um bloco.

Área de Seção Transversal

A área de seção transversal de um objeto é a área da superfície plana do corte transversal do objeto (Figura 4.16). Um objeto cilíndrico tal como um lápis redondo tem uma área de seção transversal circular (imagine que você serra o lápis ao meio). Um lápis cilíndrico de 10cm de comprimento e 0.5cm de diâmetro possui uma área de seção transversal de $A = \pi(0.025\text{m})^2 = 1.96 \times 10^{-3}\text{m}^2$.

Observe que o comprimento do lápis é irrelevante, no caso deste cálculo.

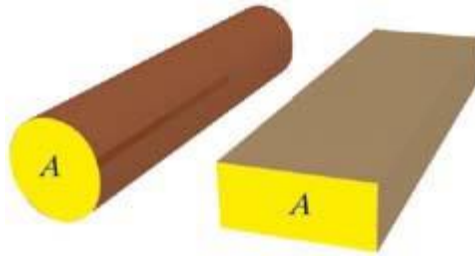


Figura 4.16 A área de seção transversal de um cilindro é a área de um círculo. A área de seção transversal de um sólido retangular é a área de um retângulo.

Um objeto longo com quatro lados planos, como uma tábua, tem seção transversal retangular ou quadrada. Uma tábua de madeira de 7cm de comprimento, 5cm de largura e 3cm de espessura possui área de seção transversal dada por

$$A = (0.005\text{m})(0.007\text{m})(0.003\text{m}) = 1.5 \times 10^{-3}\text{m}^2$$

EXEMPLO

Dureza da Ligação Interatômica no Cobre

Um fio de cobre tem 2 metros de comprimento. O fio possui seção transversal quadrada (ele tem quatro lados planos, não é redondo). Cada lado do fio tem largura de 1mm . Você estica bem o fio e pendura um objeto de 10kg de massa na ponta do fio. Medidas muito cuidadosas mostram que o fio passa a ter um comprimento maior, com um alongamento de 1.51 mm . Utilize essas medidas para obter a dureza de uma mola interatômica no cobre.

Solução

1. Qual é a dureza k_s da mola inteira, vista na escala macroscópica como uma mola única muito dura?

Sistema: massa

Entorno: Terra, fio

Princípio do Momento:

$$\Delta p_y = 0 = (k_{s,\text{fio}}s - mg) \Delta t$$

$$k_{s,\text{fio}} = \frac{mg}{s} = \frac{(10\text{kg})(9.8\text{N/kg})}{(1.51 \times 10^{-3}\text{m})} = 6.49 \times 10^4 \text{N/m}$$

2. Quantas cadeias de átomos paralelas (molas longas) constituem esse fio? O número de cadeias é igual ao número de átomos na superfície inferior do fio de cobre (veja a Figura 4.17).

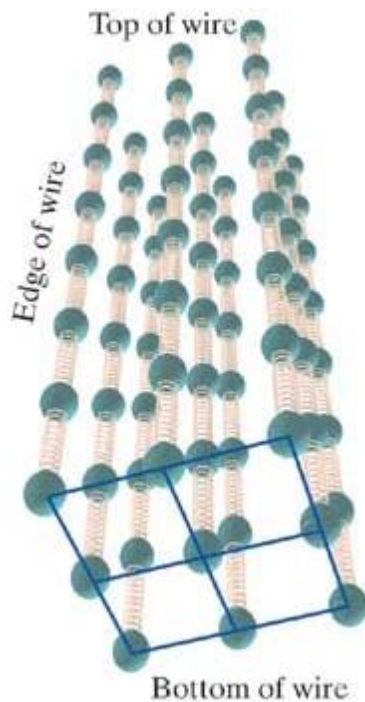


Figura 4.17 Modelo de um fio: arranjo de cadeias de bolas e molas lado-a-lado. Visão de baixo para cima. Linhas coloridas ligam os átomos que formam a camada inferior do fio (são mostradas apenas nove cadeias bola-mola, na figura). As ligações horizontais não são mostradas: elas praticamente não se deformam.

Área da seção transversal do fio:

$$A_{\text{fio}} = (1 \times 10^{-3} \text{m})^2 = 1 \times 10^{-6} \text{m}^2$$

Área da seção transversal de um átomo de cobre (o átomo é esférico, mas no cristal cada átomo ocupa o volume de um pequeno cubo):

$$A_{1 \text{ átomo}} \approx (2.28 \times 10^{-10} \text{m})^2 = 5.2 \times 10^{-20} \text{m}^2$$

Número de cadeias atômicas lado-a-lado, no fio:

$$N_{\text{cadeias}} = \frac{A_{\text{fio}}}{A_{1 \text{ átomo}}} = 1.92 \times 10^{13}$$

3. Quantas são as ligações interatômicas ao longo de uma cadeia atômica, paralela ao comprimento do fio?

$$N_{\text{ligações em 1 cadeia}} = \frac{L_{\text{fio}}}{d} = \frac{2 \text{m}}{2.28 \times 10^{-10} \text{m}} = 8.77 \times 10^9$$

4. Qual é a dureza k_s de uma única mola interatômica?

$$k_{s,\text{fio}} = \frac{(k_{s,i})(N_{\text{cadeias}})}{N_{\text{ligações em 1 cadeia}}} \quad (\text{resolva para } k_{s,i})$$

$$k_{s,i} = \frac{(8.77 \times 10^9)(6.49 \times 10^4 \text{N/m})}{1.92 \times 10^{13}} = 29.6 \text{N/m}$$

Uma ligação interatômica do cobre é mais dura do que a “mola maluca”, mas menos dura do que a mola do “pula-pula”. A dureza de uma única ligação interatômica é muito menor do que a dureza do fio como um todo (que vimos que é perto de $6 \times 10^4 \text{N/m}$).

4.X.5 O fio de cobre de 2 metros e de seção transversal quadrada, de área $1\text{mm} \times 1\text{mm}$, esticou 1.51mm quando em sua ponta foi pendurada uma massa de 10kg . Corte um pedaço desse fio de 0.2m de comprimento, e pendure nesse pedaço de fio uma massa de 10kg . Qual vai ser o alongamento do fio?

TENSÃO, DEFORMAÇÃO E O MÓDULO DE YOUNG

PERGUNTA

Imagine que tivéssemos usado um fio de cobre diferente, de 3 metros de comprimento e de seção transversal circular, de 9mm de diâmetro. Nosso resultado para a dureza da ligação interatômica teria sido diferente?

O resultado não poderia ser diferente, porque a dureza da ligação interatômica é uma propriedade do material (cobre sólido). As dimensões macroscópicas do fio não mudam as propriedades intrínsecas do cobre.

Nos manuais, você não vai encontrar tabelas com a dureza das molas interatômicas, para diferentes materiais sólidos. O que costuma ser publicado é uma quantidade macroscópica chamada de módulo de Young. Assim como a densidade e a dureza da mola interatômica, o módulo de Young é uma propriedade do material específico (como o cobre, por exemplo) e é independente da forma ou do tamanho do objeto feito daquele material. O módulo de Young é uma medida macroscópica da “estensibilidade” ou “esticabilidade” de um material sólido. Ele relaciona a mudança relativa de comprimento de um objeto com a força aplicada ao objeto por metro quadrado de área de seção transversal.

Deformação Específica

Quanto mais longo é um fio, mais ligações atômicas ele tem ao longo do fio, e mais ele estica quando uma força é aplicada a ele. Queremos definir uma quantidade (o módulo de Young) que não depende da forma do fio, e para isso temos que levar em conta não apenas a deformação, como também o comprimento original do fio. Se o fio tem comprimento L , indicamos o alongamento do fio por ΔL (um pequeno acréscimo do comprimento, que chamamos de s , no caso da mola). A deformação (alongamento) relativa $\Delta L/L$ é chamada de “deformação específica”.

DEFINIÇÃO DE DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA

$$\text{deformação específica} = \frac{\Delta L}{L}$$

Tensão

Vimos acima que todas as cadeias de átomos ajudam a segurar o peso pendurado no fio. Para definir uma quantidade que não depende da espessura do fio, precisamos levar em conta não apenas a força de tensão, F_T , mas também a área de seção transversal do fio, A (Figura 4.18). A força de tensão por unidade de área é chamada de “tensão”.

DEFINIÇÃO DE TENSÃO

$$\text{tensão} = \frac{F_T}{A}$$

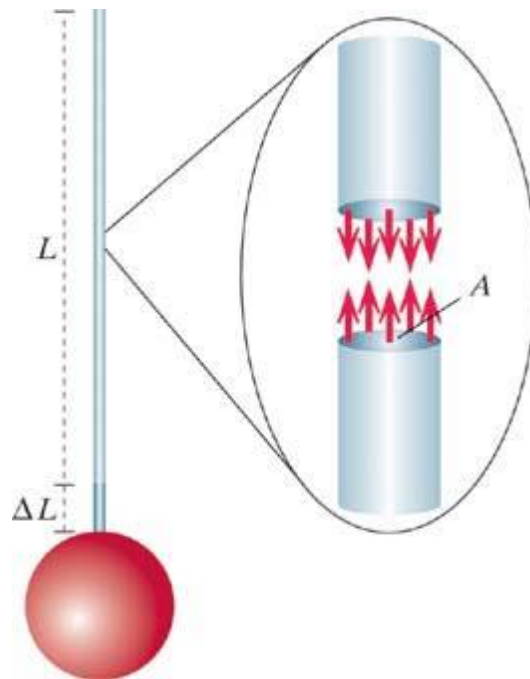


Figura 4.18 A bola pesada estica o fio em ΔL . A é a área da seção transversal – a área de um corte perpendicular ao comprimento do fio.

Módulo de Young

A tensão é proporcional à deformação específica, desde que a deformação não seja muito grande. No nível atômico, a tensão F_T/A pode ser relacionada com a força exercida por cada cadeia de ligações atômicas, e a deformação específica $\Delta L/L$ pode ser relacionada com o alongamento de uma ligação interatômica. A razão entre a tensão e a deformação específica é uma propriedade do material: é diferente para diferentes materiais (aço ou alumínio, por exemplo), e não depende do comprimento ou da espessura do fio utilizado para a medida dos módulos de Young.

DEFINIÇÃO DO MÓDULO DE YOUNG

$$Y = \frac{\text{tensão}}{\text{deformação específica}} = \frac{\left(\frac{F_T}{A}\right)}{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)}$$

O módulo de Young é a razão entre a tensão e a deformação específica para um material específico. O módulo de Young é uma propriedade do material, e não depende do tamanho ou da forma do objeto. Quanto mais duro o material, maior o módulo de Young.

Podemos escrever uma relação quantitativa entre a tensão e a deformação específica, usando o módulo de Young, da seguinte maneira:

$$\frac{F_T}{A} = Y \frac{\Delta L}{L}$$

Observe a semelhança com a força da mola, $F_T = k_s s = k_s \Delta L$.

Talvez você tenha a oportunidade de medir o módulo de Young em um experimento do laboratório, e de usar suas medidas para obter a dureza da mola interatômica de um material específico (Problema 4.P.47).

Limite da Aplicabilidade do Módulo de Young

Se você aplicar uma tensão muito grande, o fio “cede” (de repente estica “um monte”) ou rompe, e a proporcionalidade entre a tensão e a deformação específica deixa de ser verdadeira. A Figura 4.19 mostra um gráfico da deformação $\Delta L/L$ como função da tensão aplicada F_T/A , para uma liga específica de alumínio.

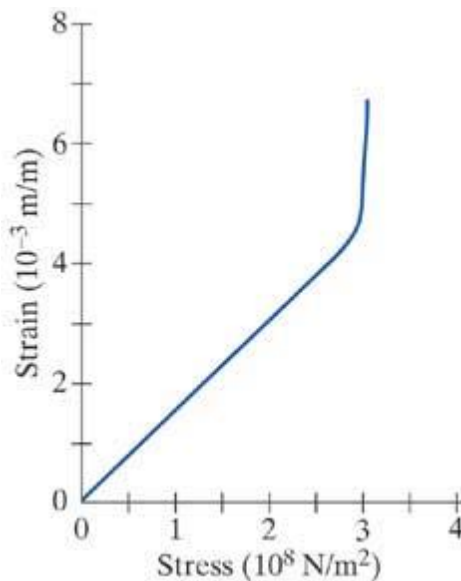


Figura 4.19 Deformação específica X tensão, para uma liga específica de alumínio.

Veja que para uma tensão moderada a deformação é proporcional à tensão aplicada: dobre a tensão, e a deformação dobra. Mas uma vez atingida a tensão de em que o fio “se rende”, qualquer aumento de tensão leva a um enorme aumento no comprimento do metal. O efeito é bastante dramático: à medida que você adiciona pesos à ponta do fio, o fio ganha um pequenino acréscimo de comprimento, e de repente começa a “crescer” rapidamente, e então o fio se rompe. Nos manuais de referência, é comum apresentar a tensão como função da deformação, de forma que a inclinação da linha é igual ao módulo de Young, tensão dividido por deformação específica. Nesse texto, preferimos mostrar a deformação como função da tensão, porque queremos enfatizar que a tensão é a *causa* (variável independente) e a deformação específica é o *efeito* (variável dependente).

4.X.6 Qual é o valor aproximado do módulo de Young para a liga de alumínio da Figura 4.19?

4.X.7 Imagine que penduramos uma bola pesada de massa 10 kg na ponta de um fio de aço de 3 m de comprimento e de 3 mm de diâmetro. O aço é muito duro, e o módulo de Young para o aço é grande, $2 \times 10^{11} \text{ N/m}$. Calcule a deformação ΔL do fio de aço. Este cálculo explica porque a usamos quase sempre a aproximação de “fio ideal inextensível”, de que o fio tem comprimento fixo: a aproximação é, na verdade, muito boa.

Relação entre o Módulo de Young e a Dureza da Mola Interatômica

As medidas macroscópicas do módulo de Young permitem inferir valores para a dureza aproximada da ligação interatômica, k_s a partir da conexão “micro-macro”.

Pense em uma ligação interatômica no fio esticado. Utilize d para representar tanto o comprimento relaxado de uma ligação interatômica, como o diâmetro de um átomo. A área da seção transversal ocupada por um átomo é d^2 (Figura 4.20). (Lembre que, apesar de ser esférico, o átomo ocupa um volume cúbico na rede cristalina.)

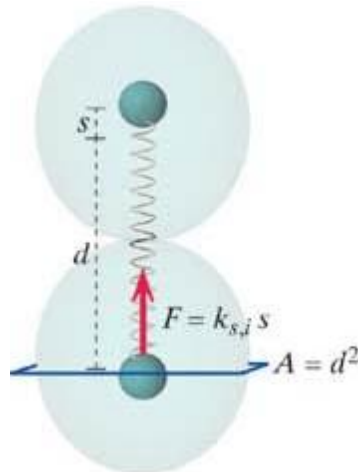


Figura 4.20 Uma ligação esticada no fio sólido. A área de seção transversal efetiva de um átomo é d^2 , e a força que age nesse “pedaço” do fio é $k_{s,i}s$.

PERGUNTA

Qual é o módulo da tensão sobre um átomo, dado em termos da força interatômica $k_{s,i}$?

Se o estiramento de uma ligação interatômica é s , a tensão atômica (força por unidade de área) é $\frac{k_{s,i}s}{d^2}$.

PERGUNTA

Quanto vale a deformação específica para um átomo (variação da altura do átomo, dividida por sua altura normal), em termos do alongamento s da “mola” interatômica?

A deformação específica para um átomo é s/d , pois sua altura era originalmente d , e a variação na altura é s . Podemos então expressar o módulo de Young em termos de quantidades atômicas:

MÓDULO DE YOUNG EM TERMOS DE QUANTIDADES ATÔMICAS

$$Y = \frac{(k_{s,i}s/d^2)}{(s/d)} = \frac{k_{s,i}}{d},$$

sendo $k_{s,i}$ a dureza de uma ligação interatômica no sólido, e d o comprimento de uma ligação interatômica (ou o diâmetro de um átomo).

Conhecido o módulo de Young de um metal qualquer, pode-se calcular a dureza efetiva da ligação interatômica, representada por um modelo de mola: $k_{s,i} = Yd$, sendo d o diâmetro

atômico no metal. Este é outro exemplo da importância de um tema fundamental: a relação entre propriedades macroscópicas e propriedade microscópicas (em nível atômico).

Voltando ao Cipó do Tarzan

Sabemos que as ligações interatômicas esticam, quando Tarzan se pendura no cipó. Ainda não entendemos porque o cipó quebra quando Tarzan balança no cipó, mas não quebra se Tarzan fica pendurado imóvel. Aparentemente, o cipó deve esticar mais quando Tarzan se balança – será que há uma força aplicada maior? No Capítulo 5 vamos aprender a aplicar o Princípio do Momento a esse problema do Tarzan com o cipó.

