

Movimento Browniano

Apresentação de Resultados I

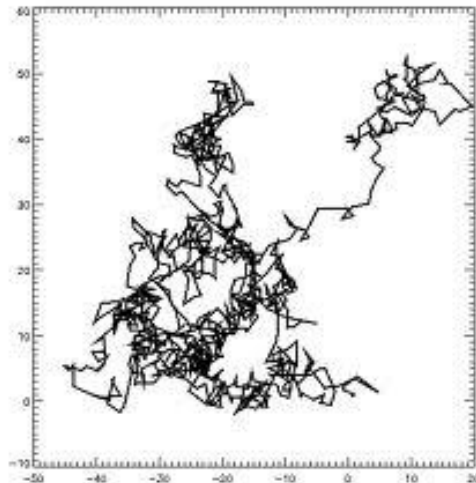
André Zamorano Vitorelli

Vitor Pereira Bezzan

O movimento Browniano é, sem dúvida, uma das primeiras manifestações do caráter quantizado da matéria e da distribuição de energias de Boltzmann. Nele, temos uma manifestação clara do princípio de equipartição de energia.

O movimento browniano é o movimento aleatório de partículas macroscópicas num fluido como consequência dos choques das moléculas do fluido nas partículas

Jan Ingenhousz fez algumas observações do movimento irregular de poeira de carbono em álcool em 1765, mas o movimento Browniano é geralmente considerado como sendo descoberto pelo botânico Robert Brown em 1827. É acreditado que Brown estava estudando partículas de pólen flutuando na água com microscópio. Ele, então, observou minúsculas partículas dentro dos vacúolos dos grãos de pólen executando um movimento agitado. Repetindo o experimento com partículas de poeira, ele foi capaz de definir que o movimento se deu devido às partículas estarem "vivas", embora a origem do movimento ainda estivesse para ser explicada.



O procedimento experimental consiste na observação de partículas de óleo (tipo de óleo?) borrifadas para dentro de um recipiente com ar, observados por uma câmara. Nas extremidades superior e inferior do recipiente, placas metálicas induzem um campo elétrico por uma tensão aplicada. Como as algumas gotas se carregam pela fricção ao serem borrifadas, o campo elétrico tem ação sobre elas.

Para que as gotas fiquem o máximo possível no campo de visão, a tensão é ajustada empiricamente a cada grupo de gotas para equilibrar o peso.

Nos vídeos, identificou-se como candidatas as menores gotas e as que mais ficassem dentro do vídeo, para séries temporais mais longas.

- A experiência a ser realizada se baseia na experiência de Movimento Browniano na qual se encontra o número de Avogadro. Utilizando-se a câmara de um experimento de Millikan com gotas de óleo pulverizadas, podemos observar um movimento aparentemente aleatório das gotículas na câmara. Medindo-se a posição horizontal da gotícula, pela teoria de Einstein pode-se medir o número de Avogadro medindo-se as posições ao longo do tempo:

$$\frac{\overline{x^2}}{2t} = D = \mu k_B T = \frac{\mu RT}{N} = \frac{RT}{6\pi\eta a N}$$

- Cálculo das posições X e Y de uma partícula sujeita a um campo elétrico, com a maior precisão possível;
- Cálculo dos Coeficientes de Correlação Linear entre as coordenadas, afim de saber se X influencia em Y e vice-versa;
- Cálculo do Número de Avogadro, como teste de fidelidade do experimento;
- Cálculo do Parâmetro de Hurst, que nos fornece a rugosidade ou a fractalidade do sistema. Espera-se que este parâmetro não seja diferente de 0,5.
- Para realizar esta análise montou-se o experimento tradicional exposto no laboratório e considerou-se as duas coordenadas. Depois de feitas as medidas, usa-se o software VideoPoint para calcular as posições da partícula. Define-se uma origem, e depois disso procede-se ao cálculo do coeficiente de Hurst.

$$r(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}.$$

$$E\left(\frac{R(n)}{S(n)}\right) = E(n).$$

Calcula-se o desvio acumulado

$$Z_t = \sum_{i=1}^t X_i \quad \text{para } t = 1, 2, \dots, n.$$

Calcula-se então a amplitude

$$R(t) = \max(Z_1, Z_2, \dots, Z_t) - \min(Z_1, Z_2, \dots, Z_t).$$

O desvio padrão $S(t)$ será dado por:

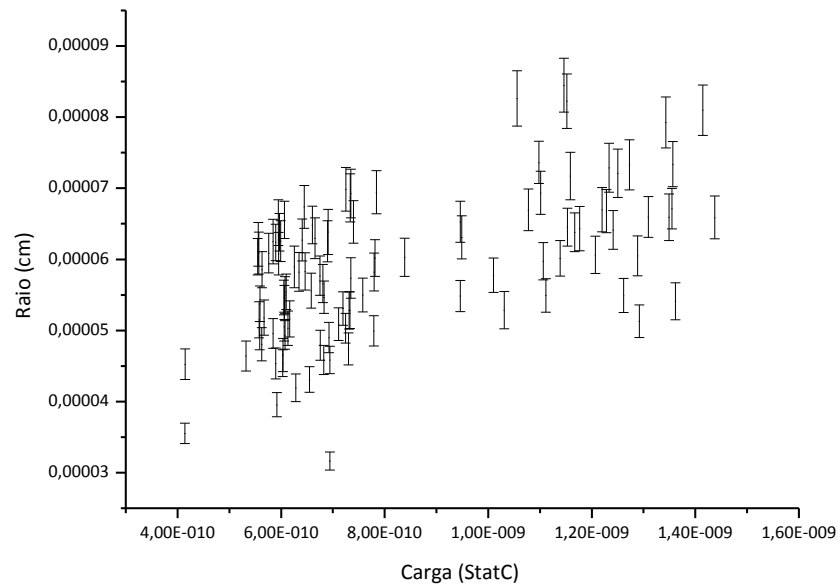
$$S(t) = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t (X_i - \langle x \rangle)^2}.$$

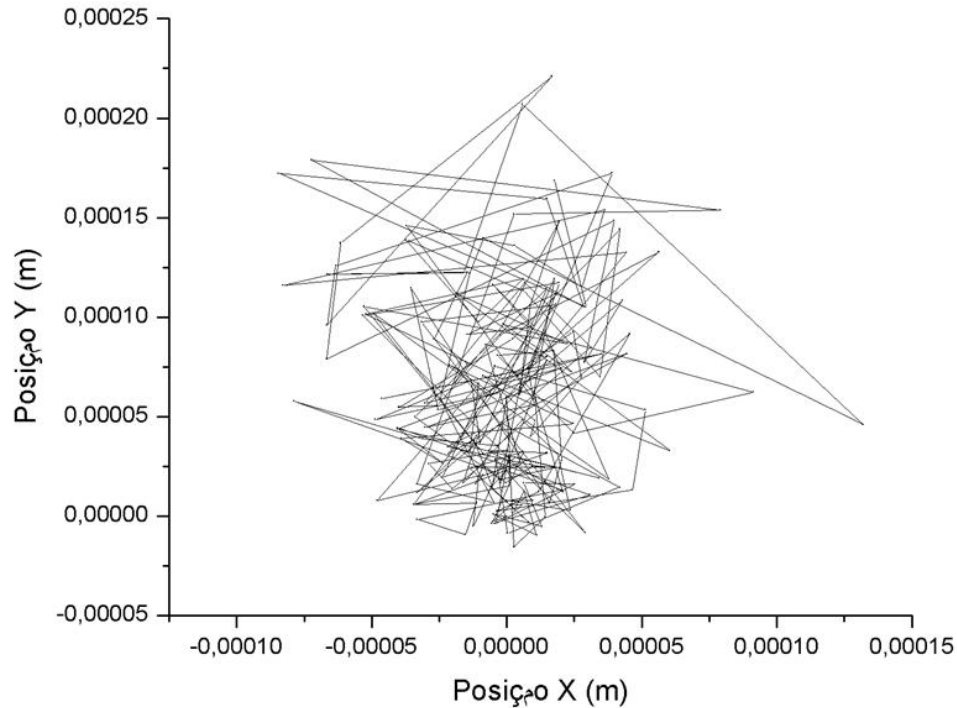
Tomando a média para todos os instantes de medida da partícula até um certo instante n , teremos o valor esperado

$$E\left(\frac{R(n)}{S(n)}\right) = E(n).$$

ajustando uma lei do tipo $E(n) = \kappa n^H$ obtemos o índice ou expoente de Hurst.

Nos pareceu interessante a primeiro momento usar o Teorema Ergódico para justificar o uso de pequenos intervalos de dados, ao invés de selecionar grandes conjuntos de dados. Isso nos forneceu conjuntos inconsistentes e com poucos pontos, e portanto a partir de agora usaremos ensaios mais longos e com maiores números de quadros a fim de melhorar a precisão do experimento. ***Em termos práticos, isso significa que pararemos de tomar médias temporais e tomaremos apenas médias absolutas de posição. Isso não muda nenhum aspecto do nosso projeto (acho).***





$$r(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Raio da Gota=4,524*(10)⁻⁷

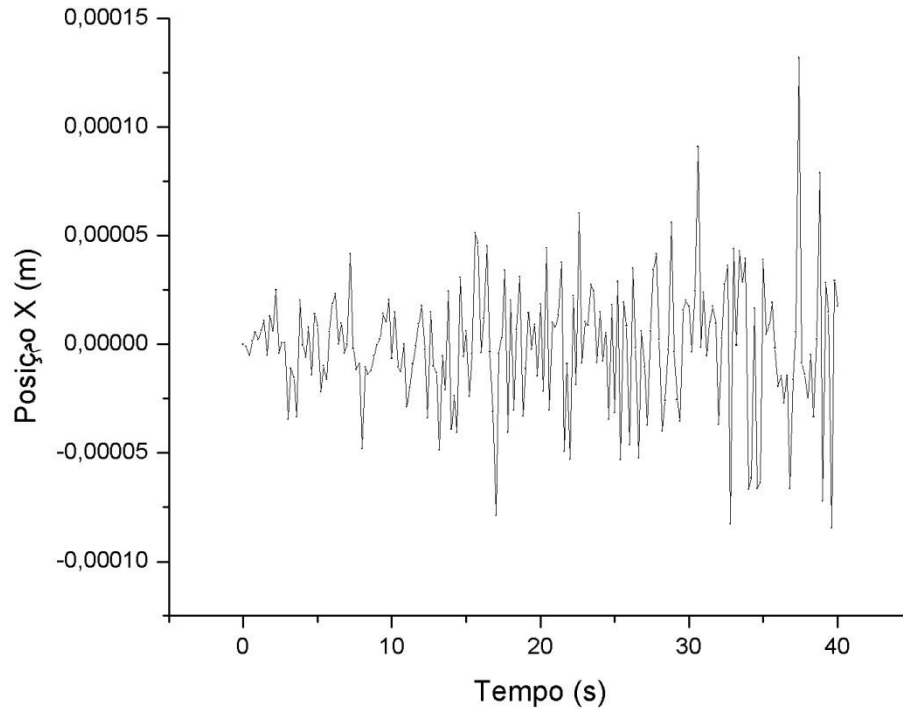
Temperatura=20°C=293K

Viscosidade do Ar=

1,8369*(10)⁻⁵(kg/ms)

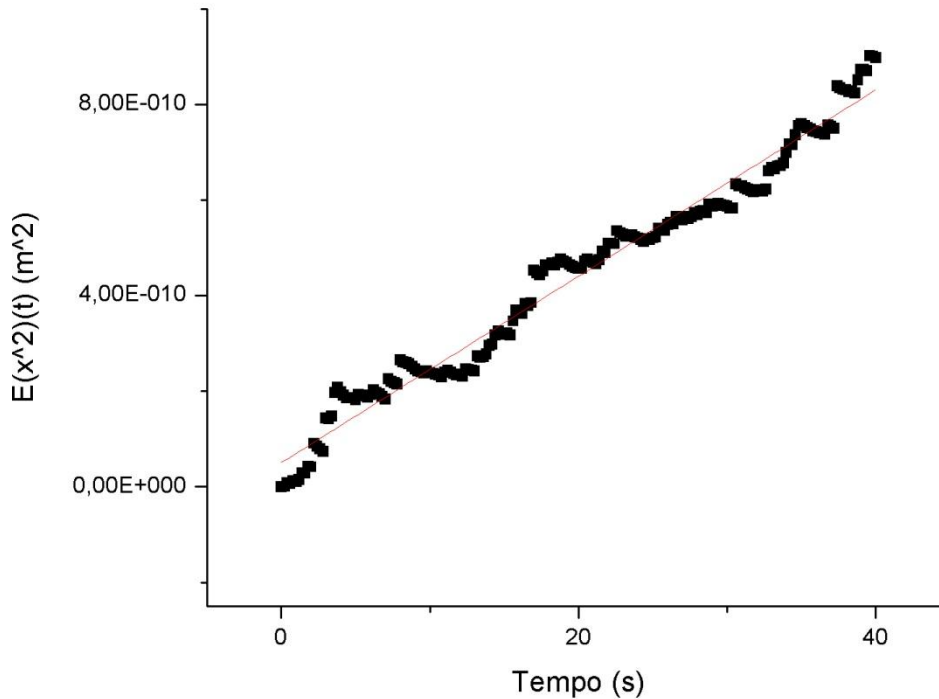
A partir das coordenadas obtidas com o auxílio do software VideoPoint, pode-se elaborar o mapa estroboscópico das posições de nossa gota. Com isso, depois da transformação pixels>metros, podemos calcular a correlação entre as coordenadas X e Y do nosso experimento. Crê-se que as mesmas não influam uma sobre a outra num regime ideal; O resultado obtido para nosso experimento foi de $c \sim 0,1$, o que indica fraco acoplamento entre as duas coordenadas.

Como visto no experimento de Milikan, a interação entre o Raio da Gota e sua Carga não é volumétrico e sim superficial. Isso pode explicar nosso fraco acoplamento já que tratamos de uma situação dinâmica no qual a distribuição de cargas na superfície da bolha não é uniforme.



$$\frac{\overline{x^2}}{2t} = D = \mu k_B T = \frac{\mu RT}{N} = \frac{RT}{6\pi\eta a N}$$

A partir das coordenadas obtidas com o auxílio do software VideoPoint, pode-se graficar todas as posições na direção X. O gráfico acima já conta com a definição de um ponto origem, por isso sua partida do ponto 0.



$$\frac{\overline{x^2}}{2t} = D = \mu k_B T = \frac{\mu RT}{N} = \frac{RT}{6\pi\eta a N}$$

Coeficiente Linear = $5,0612 \cdot (10)^{-11}$

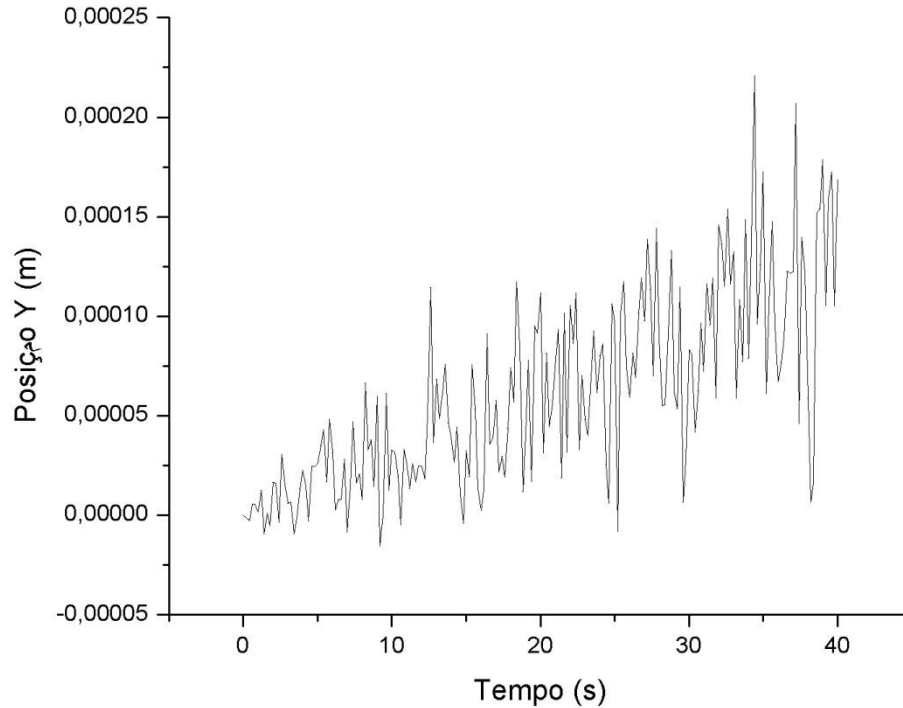
Coeficiente Angular = $2,4761 \cdot (10)^{-11}$

Constante de Avogadro Obtida =

$\sim 6,28 \cdot (10)^{23}$

A partir das coordenadas obtidas com o auxílio do software VideoPoint, pode-se graficar todas as posições na direção X. O gráfico acima já conta com a definição de um ponto origem, por isso sua partida do ponto 0.

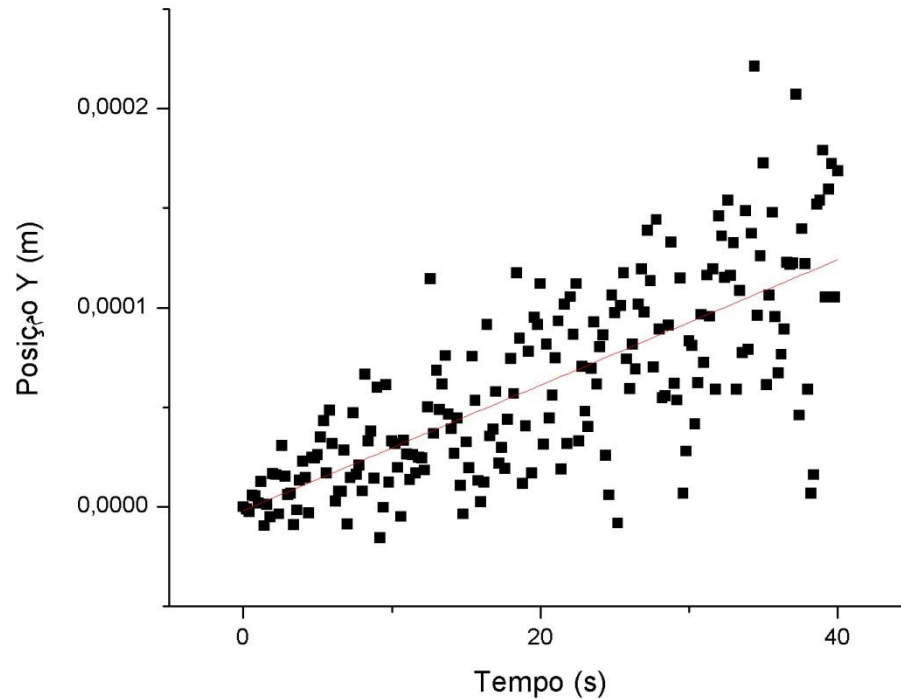
Para se obter este conjunto de pontos, eleva-se as posições ao quadrado e efetua-se a média naquele instante de tempo. Com isso, obtemos uma lei específica que permite encontrar a constante de difusividade D como sendo o coeficiente angular do ajuste acima.



$$\frac{\overline{x^2}}{2t} = D = \mu k_B T = \frac{\mu RT}{N} = \frac{RT}{6\pi\eta a N}$$

A partir das coordenadas obtidas com o auxílio do software VideoPoint, pode-se graficar todas as posições na direção Y. O gráfico acima já conta com a definição de um ponto origem, por isso sua partida do ponto 0.

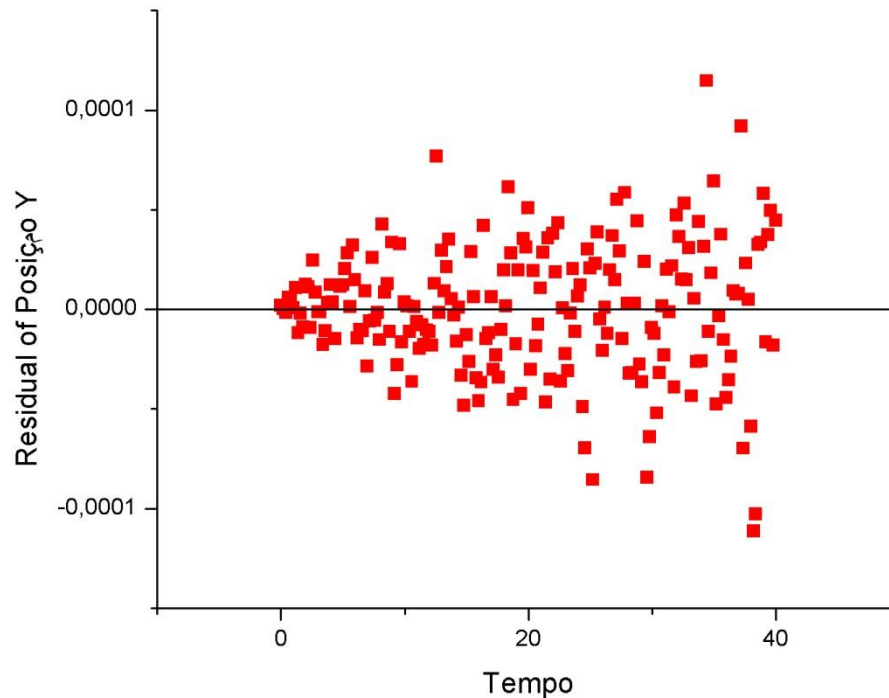
Percebe-se uma tendência gradual de subida da gota; Isso foi verificado em quase todas as gotas até agora. Procederemos ao ajuste de resíduos a fim de retirar tal tendência e realizar a mesma análise feita para a coordenada X.



$$\frac{\overline{x^2}}{2t} = D = \mu k_B T = \frac{\mu RT}{N} = \frac{RT}{6\pi\eta a N}$$

A partir das coordenadas obtidas com o auxílio do software *VideoPoint*, pode-se graficar todas as posições na direção Y. O gráfico acima já conta com a definição de um ponto origem, por isso sua partida do ponto 0.

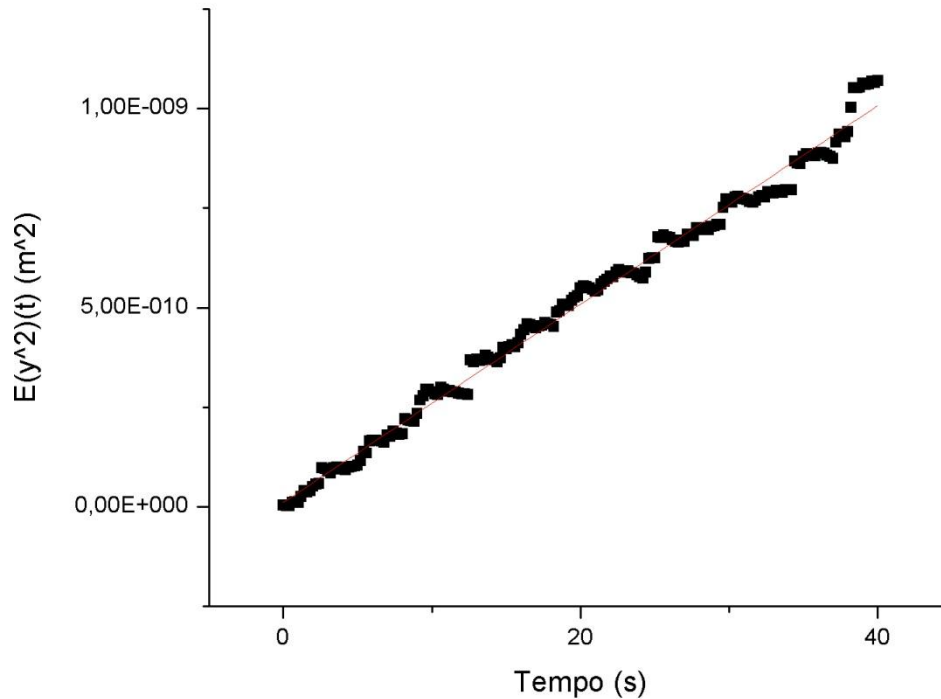
Percebe-se uma tendência gradual de subida da gota; Isso foi verificado em quase todas as gotas até agora. Procederemos ao ajuste de resíduos a fim de retirar tal tendência e realizar a mesma análise feita para a coordenada X.



$$\frac{\overline{x^2}}{2t} = D = \mu k_B T = \frac{\mu RT}{N} = \frac{RT}{6\pi\eta a N}$$

A partir das coordenadas obtidas com o auxílio do software *VideoPoint*, pode-se graficar todas as posições na direção Y. O gráfico acima já conta com a definição de um ponto origem, por isso sua partida do ponto 0.

Percebe-se uma tendência gradual de subida da gota; Isso foi verificado em quase todas as gotas até agora. Procederemos ao ajuste de resíduos a fim de retirar tal tendência e realizar a mesma análise feita para a coordenada X.



$$\frac{\overline{x^2}}{2t} = D = \mu k_B T = \frac{\mu RT}{N} = \frac{RT}{6\pi\eta a N}$$

Coeficiente Linear=1,0720*(10)⁻¹¹

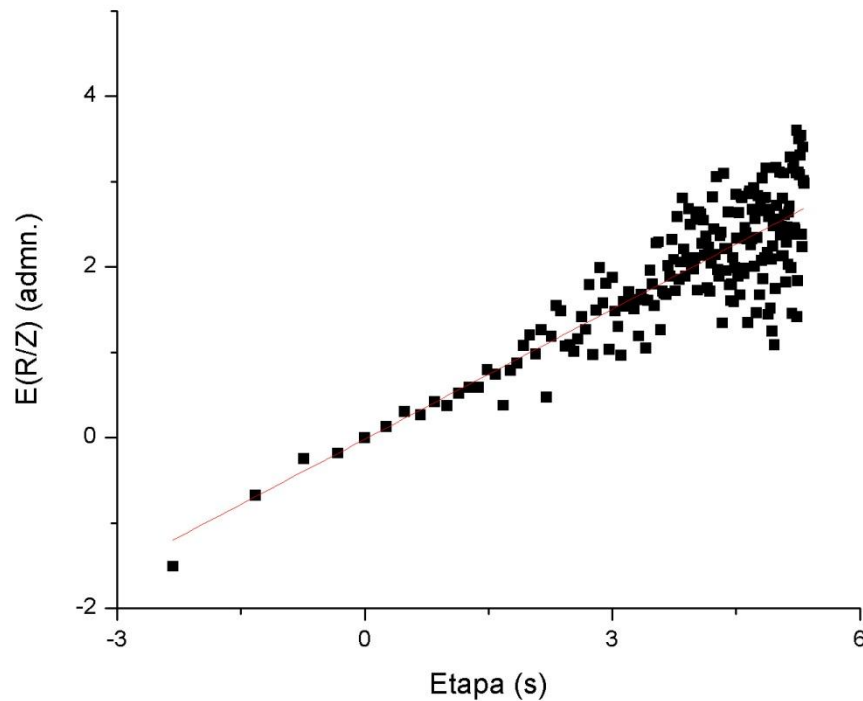
Coeficiente Angular=2,4613*(10)⁻¹¹

Constante de Avogadro Obtida=

~5,98*(10)²³

A partir das coordenadas obtidas com o auxílio do software VideoPoint, pode-se graficar todas as posições na direção Y. O gráfico acima já conta com a definição de um ponto origem, por isso sua partida do ponto 0.

Para se obter este conjunto de pontos, eleva-se as posições ao quadrado e efetua-se a média naquele instante de tempo. Com isso, obtemos uma lei específica que permite encontrar a constante de difusividade D como sendo o coeficiente angular do ajuste acima.

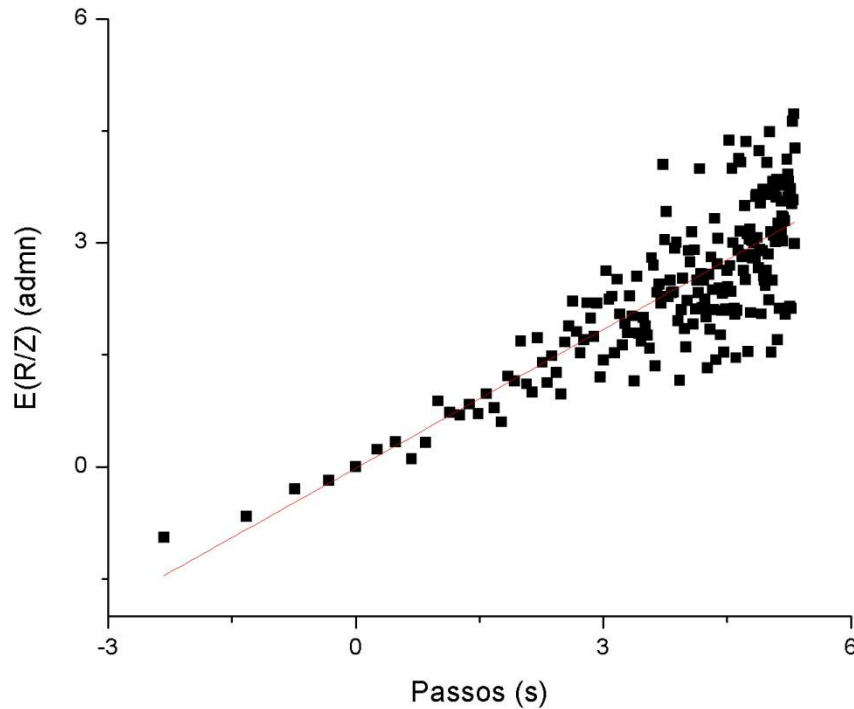


$$E \left(\frac{R(n)}{S(n)} \right) = E(n).$$

$K \sim 0,51$

Todo movimento do tipo Brownian-like tem a si associado um número estocástico conhecido como parâmetro de Hurst. Esse número, para o movimento Browniano Clássico, é exatamente 0,5. Nosso intuito com esta análise é mostrar que o experimento realizado no laboratório é de fato clássico ou se exibe algum tipo de comportamento fractal inerente a alguma das coordenadas.

Neste gráfico, é possível ver que conforme o tempo passa, temos uma maior dispersão dos pontos – e por consequência- uma maior dispersão do parâmetro de Hurst; Isso provavelmente se dá pelo fato de a gota ganhar/perder carga e pelo fato de que existem outras forças além daquelas evidenciadas no experimento clássico.



$$E\left(\frac{R(n)}{S(n)}\right) = E(n).$$

K=0,61836

Todo movimento do tipo Brownian-like tem a si associado um número estocástico conhecido como parâmetro de Hurst. Esse número, para o movimento Browniano Clássico, é exatamente 0,5. Nosso intuito com esta análise é mostrar que o experimento realizado no laboratório é de fato clássico ou se exibe algum tipo de comportamento fractal inerente a alguma das coordenadas.

Wikipedia – <http://wikipedia.org>

Probability and Stochastic Processes for Engineers – Carl W. Helstrom