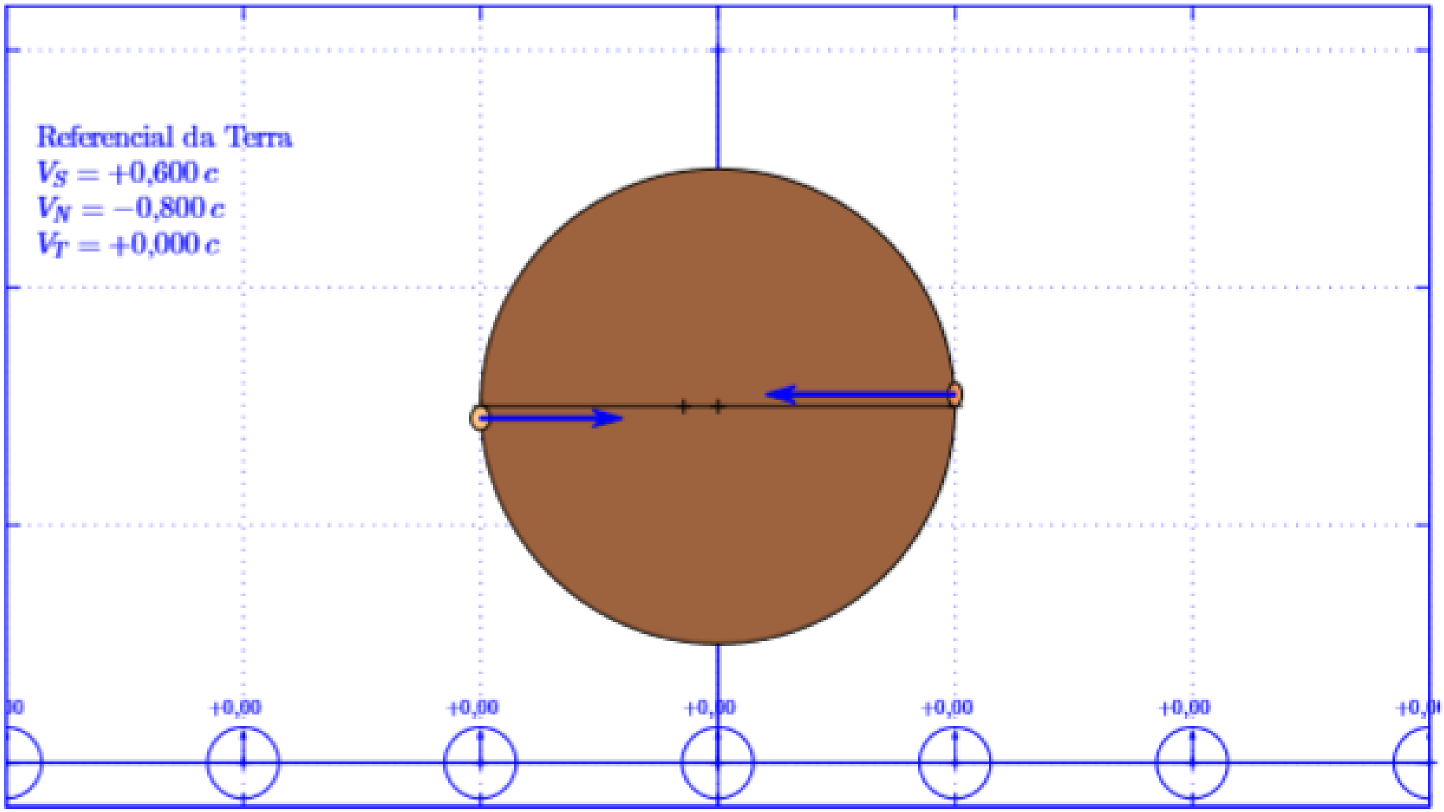
Aplicações

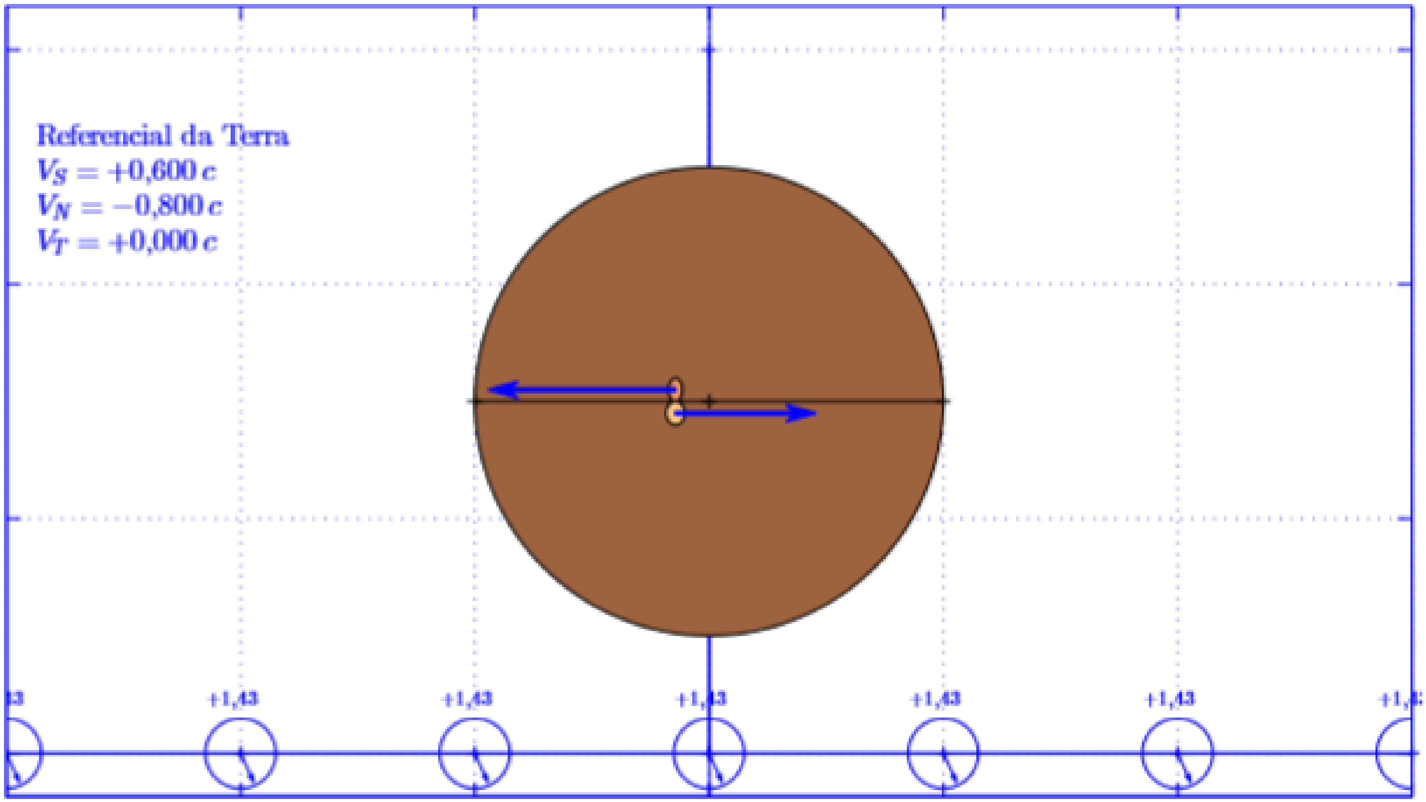
Duas partículas cruzam a Terra

- Referencial da Terra
- Eventos S e N



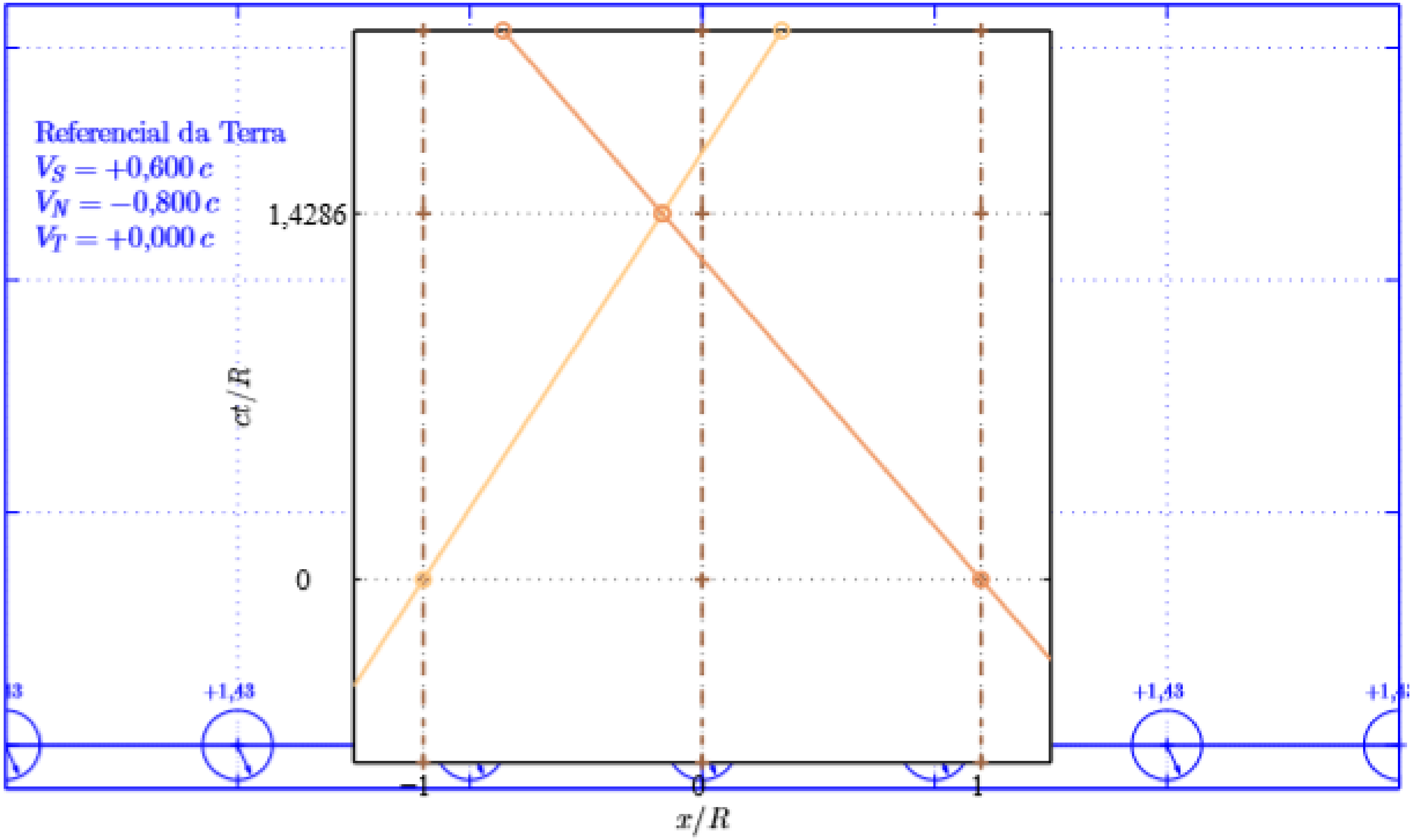
Aplicações
Duas partículas cruzam a Terra

- Referencial da Terra
- Evento E



Aplicações
Duas partículas cruzam a Terra

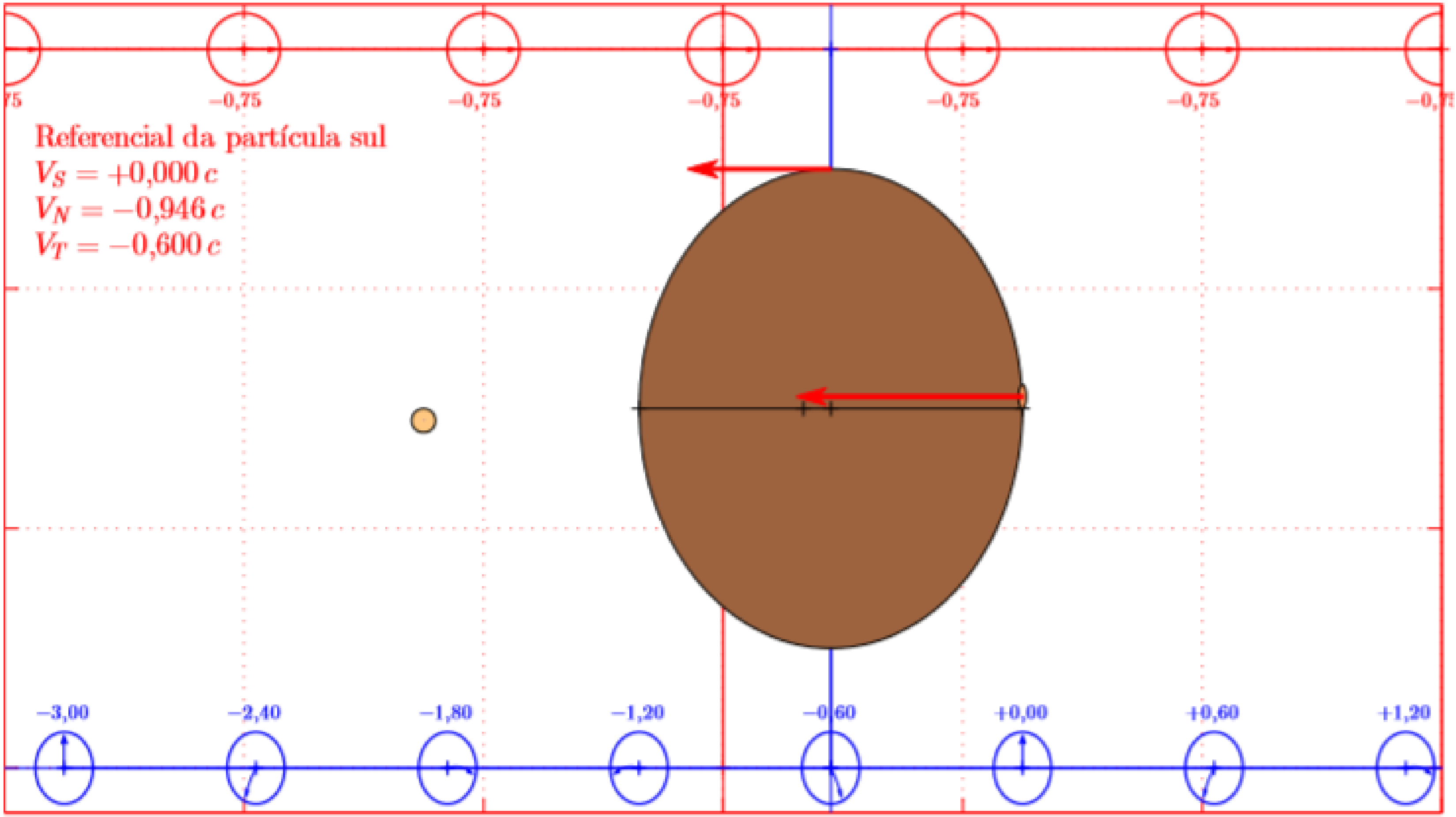
- Referencial da Terra
- Diagrama $x \times t$



Aplicações

Duas partículas cruzam a Terra

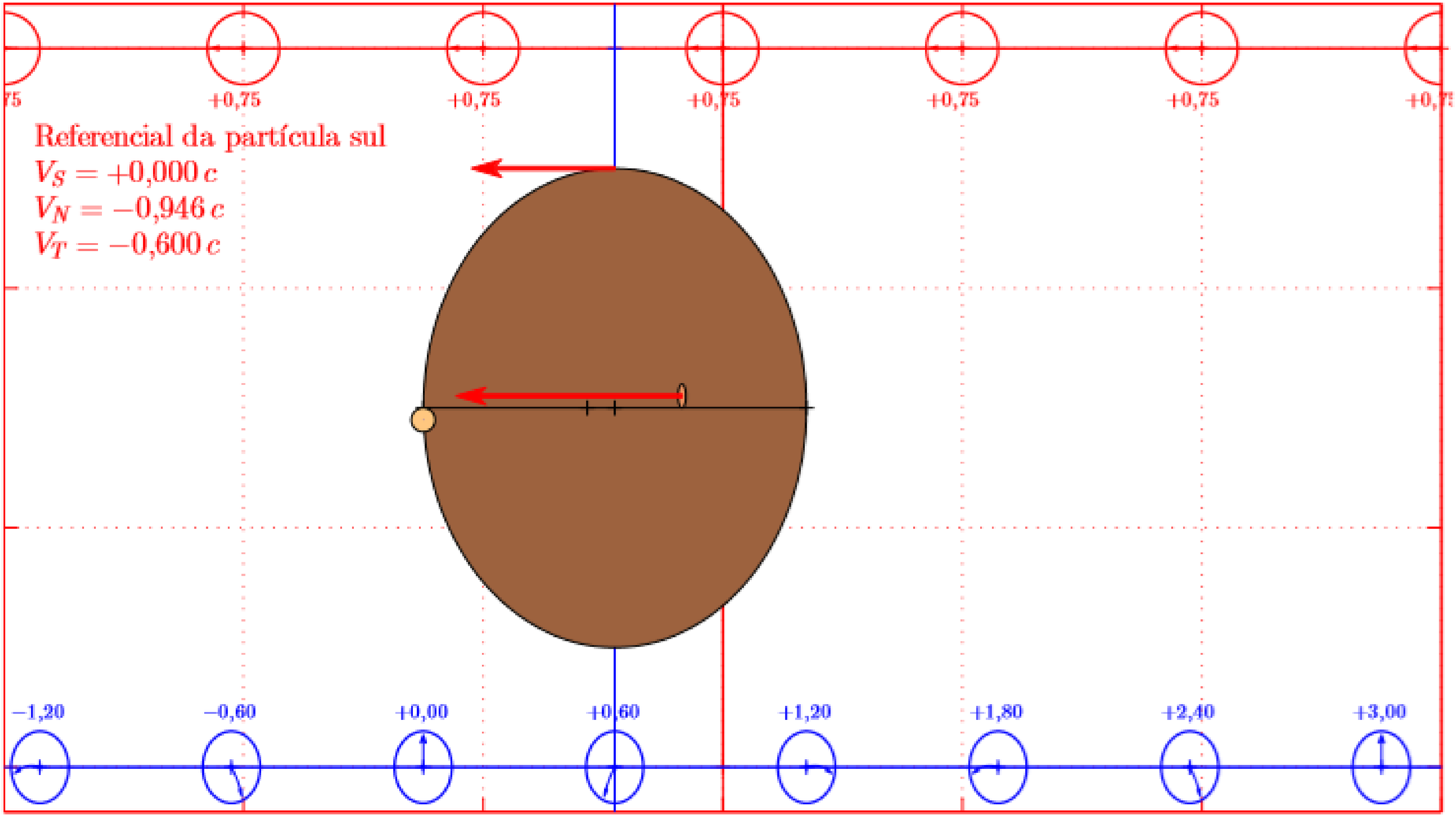
- Referencial da partícula Sul
- Evento N



Aplicações

Duas partículas cruzam a Terra

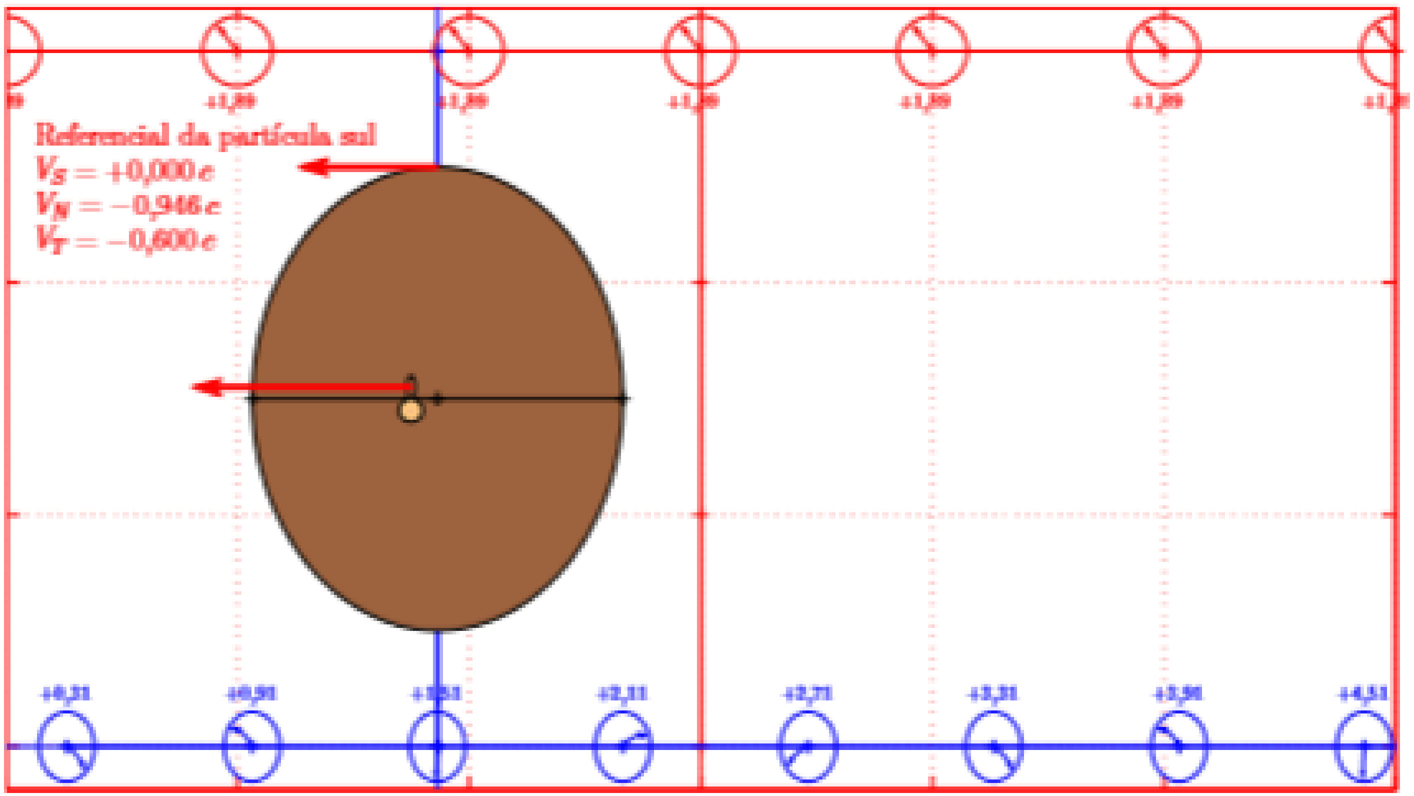
- Referencial da partícula Sul
- Evento S



Aplicações

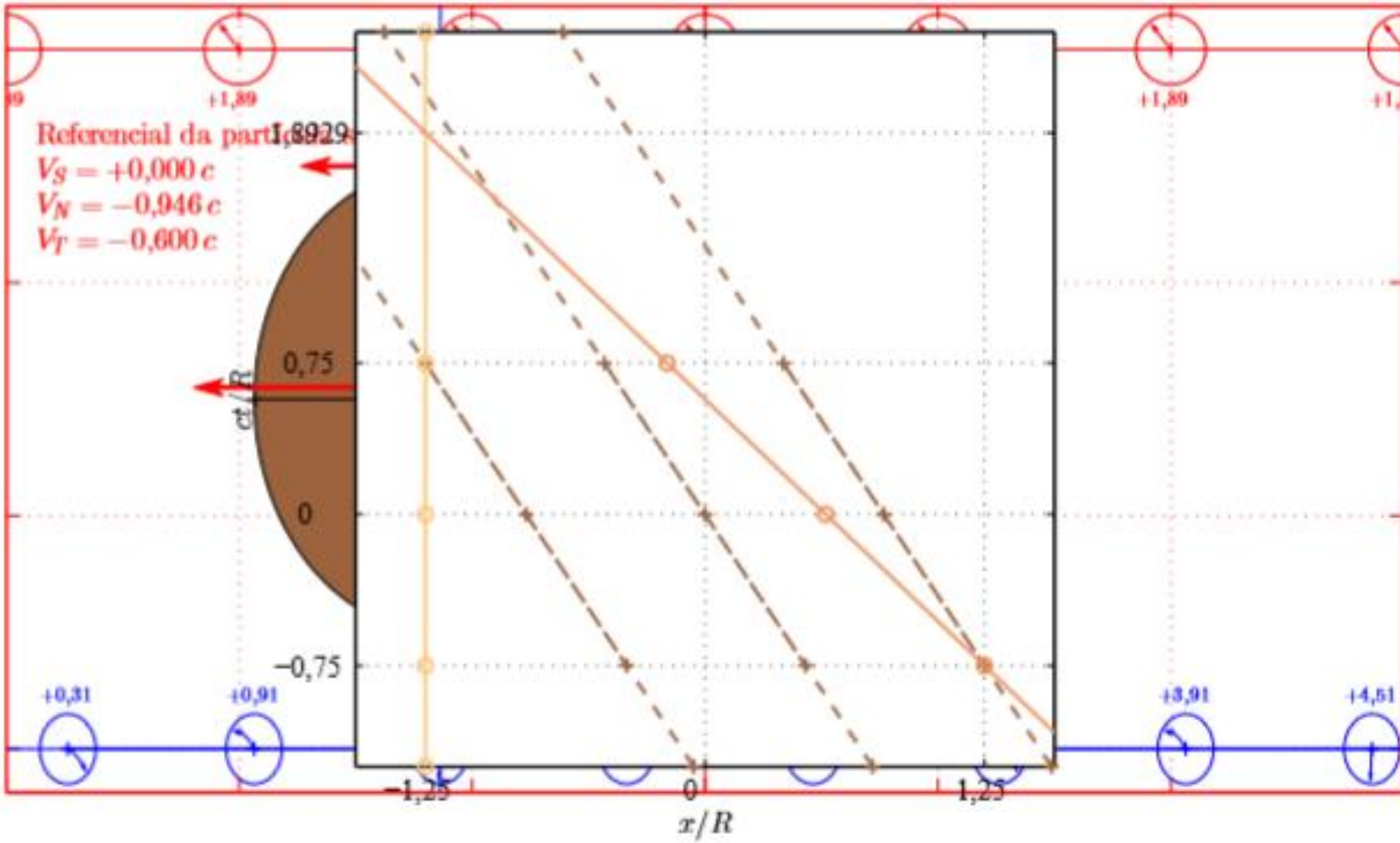
Duas partículas cruzam a Terra

- Referencial da partícula Sul
- Evento N
- Evento S
- Evento E

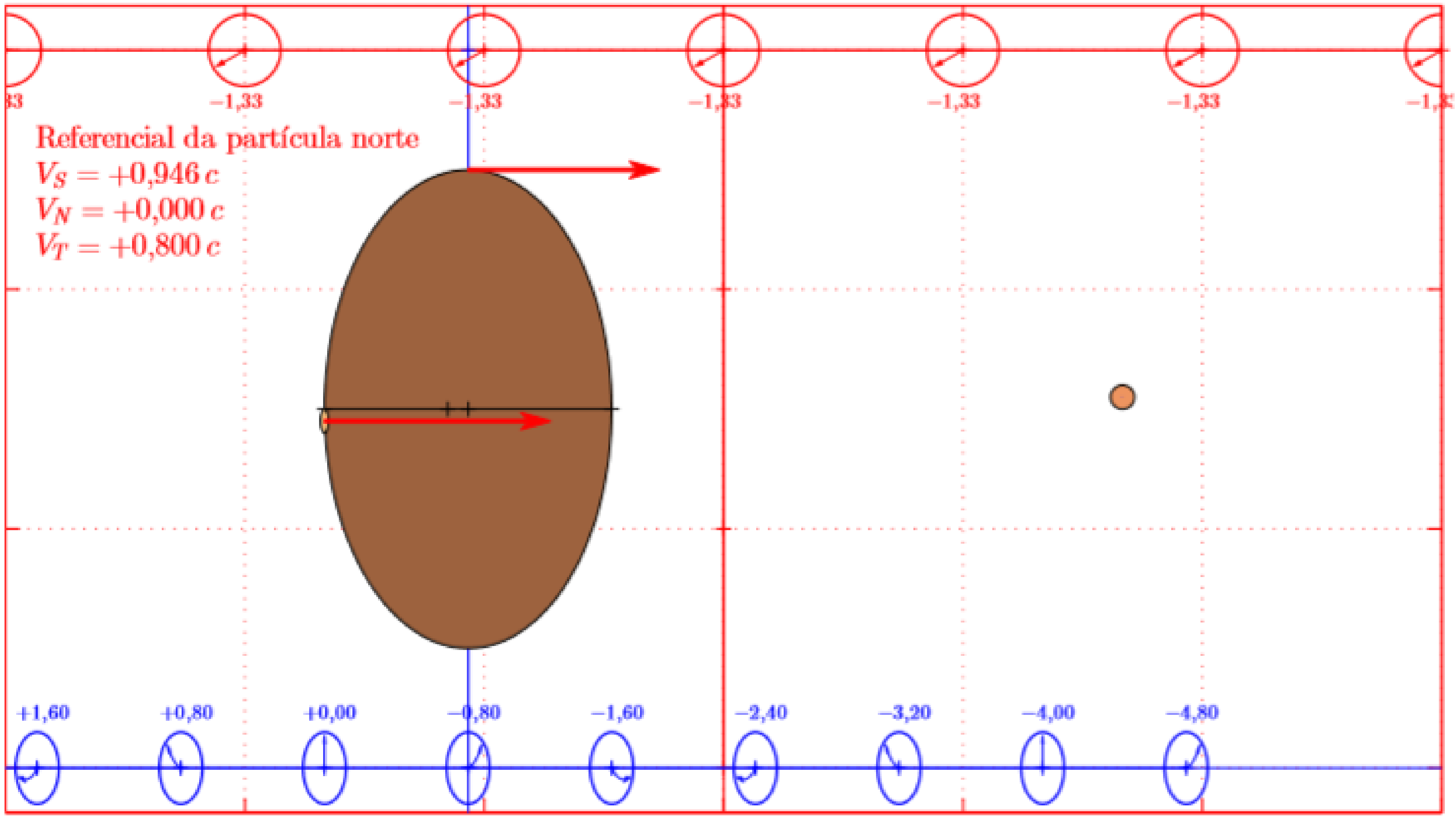


- Diagrama $x \times t$

- Referencial da partícula Sul
- Diagrama $x \times t$



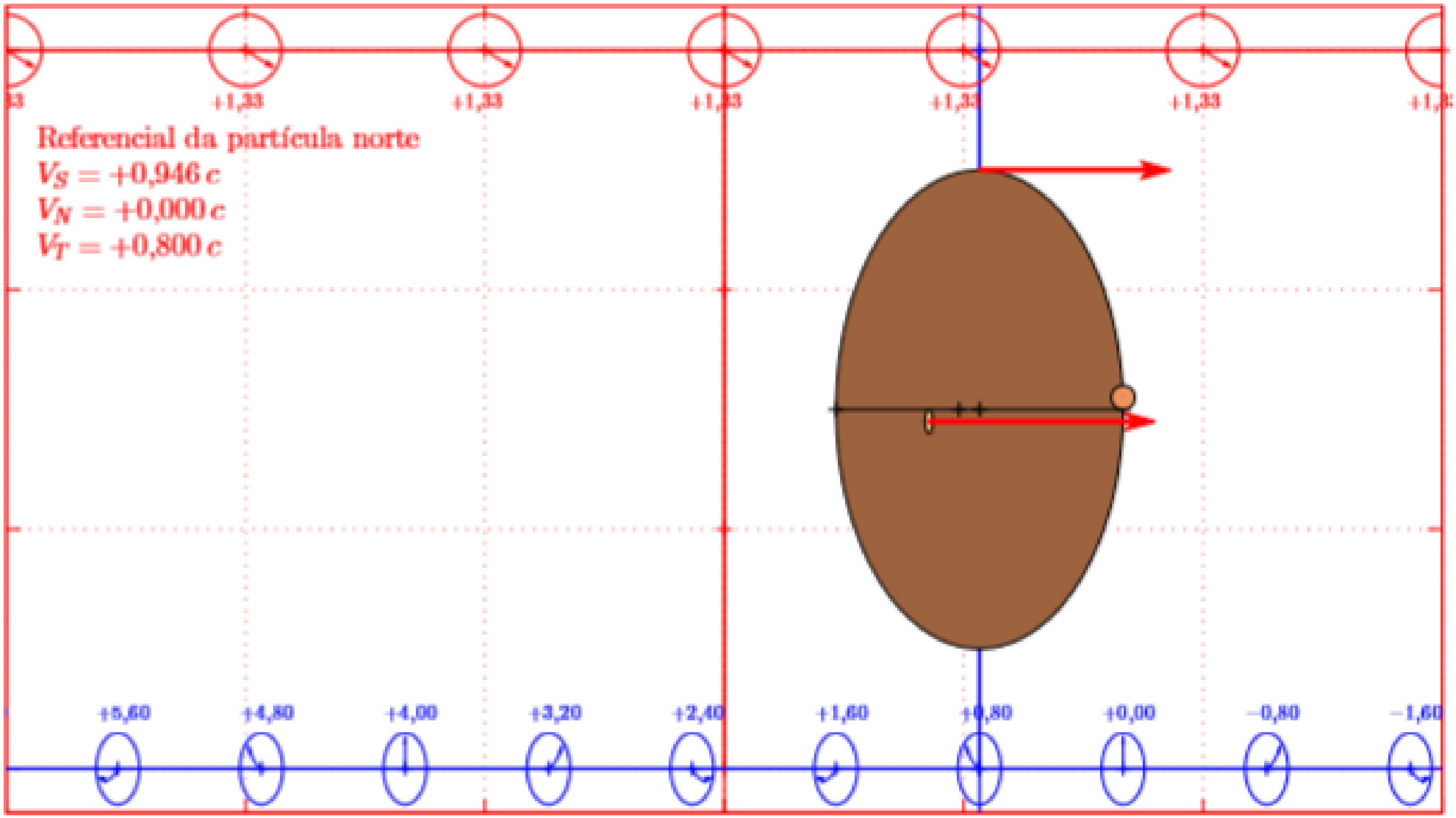
- Referencial da partícula Norte
- Evento S



Aplicações

Duas partículas cruzam a Terra

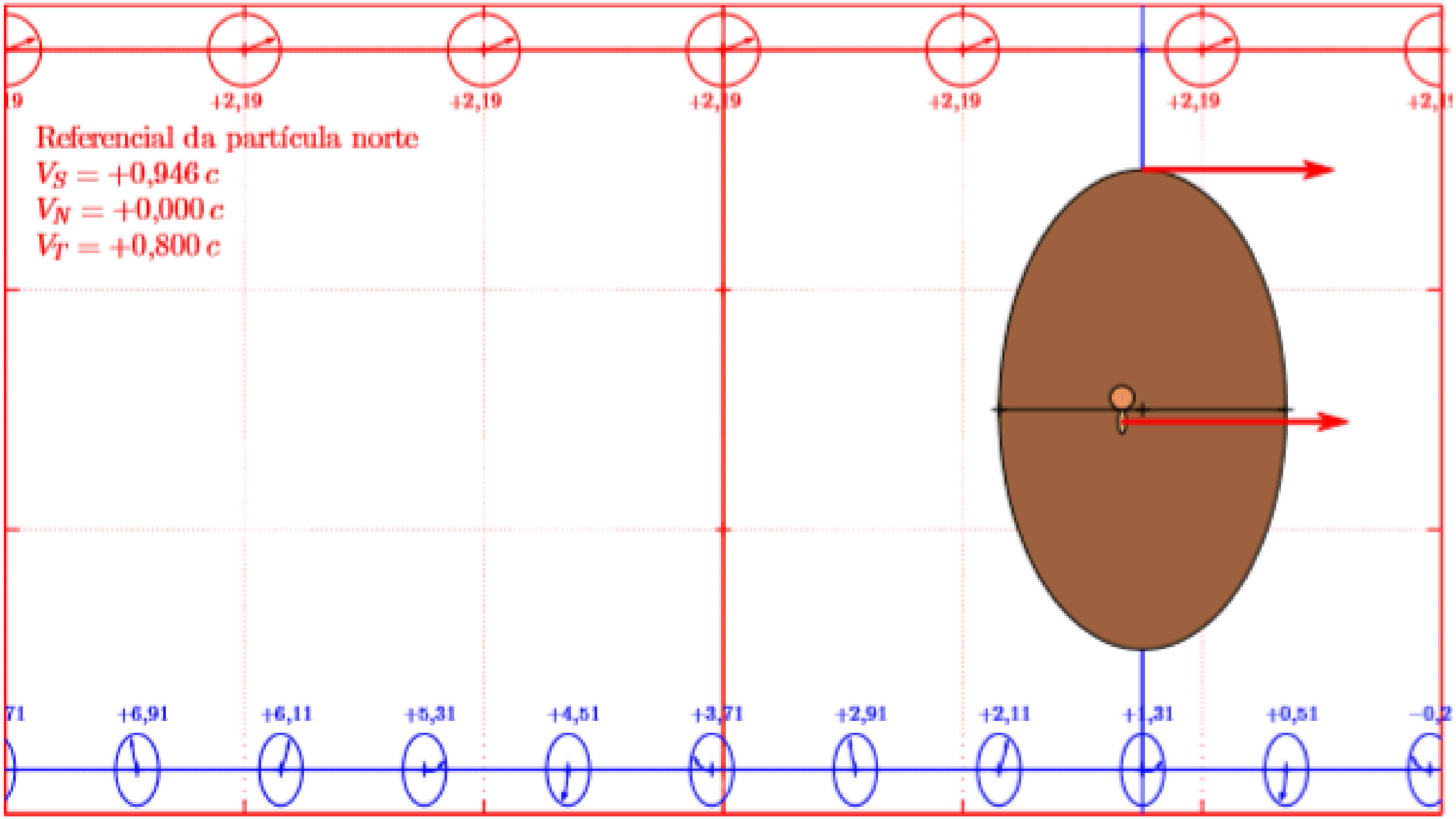
- Referencial da partícula Norte
- Evento N



Aplicações

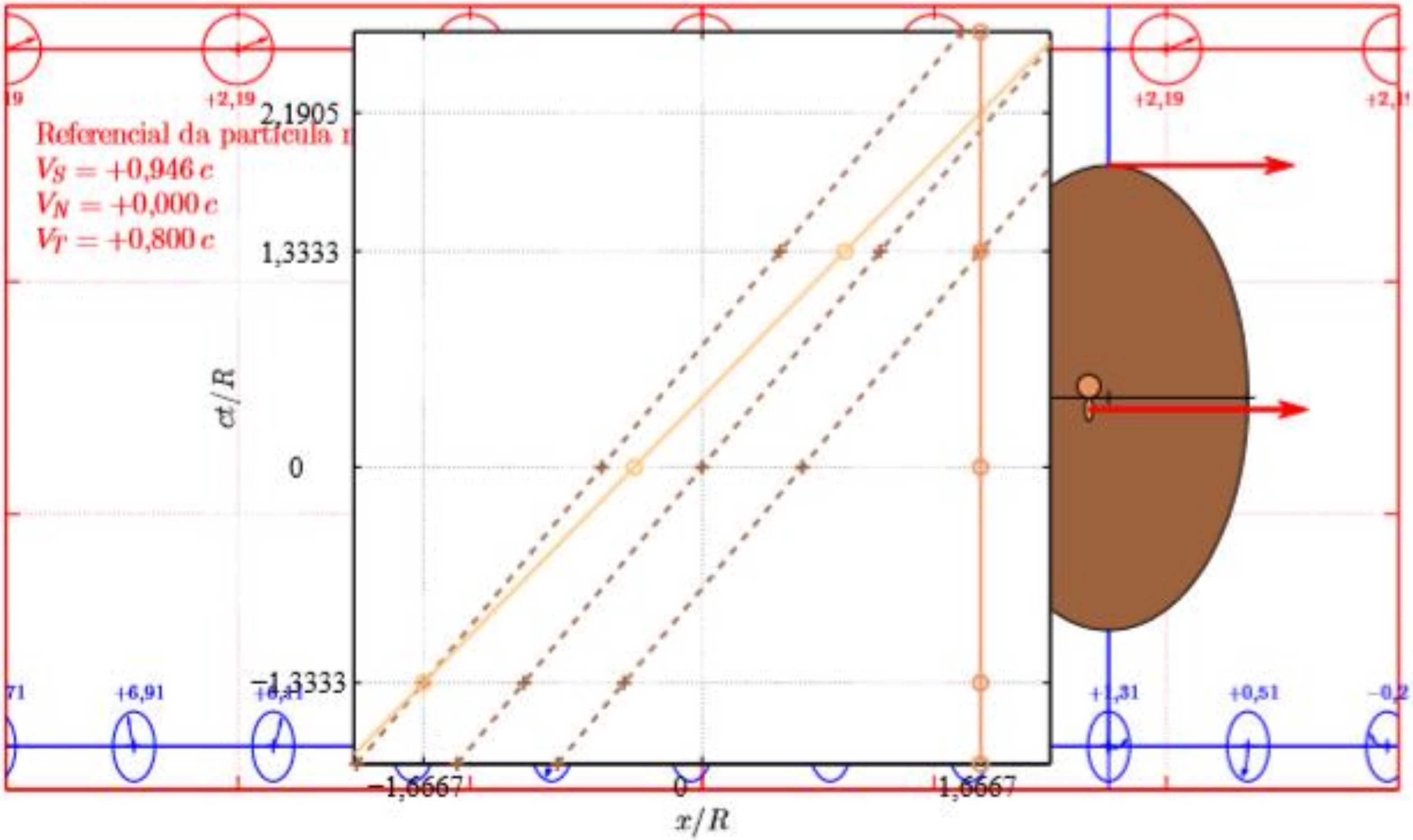
Duas partículas cruzam a Terra

- Referencial da partícula Norte
- Evento E



Aplicações
Duas partículas cruzam a Terra

- Referencial da partícula Norte
- Diagrama $x \times t$

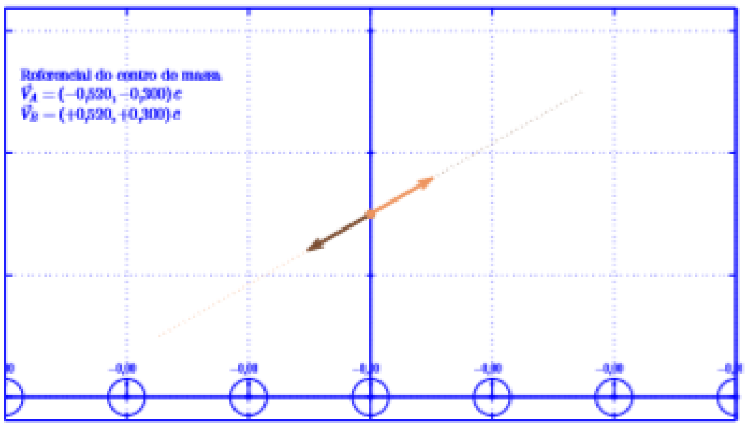


http://fmt.if.usp.br/~bindilat/FisicaII/video.php?fname=duasparticulas

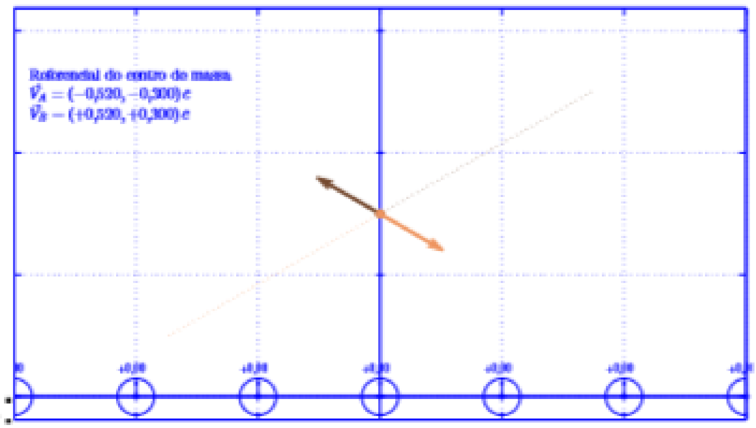
Dinâmica Relativística

Momento Linear Relativístico

- Colisão de duas partículas idênticas no referencial do seu centro de massa
- Antes:



Depois:

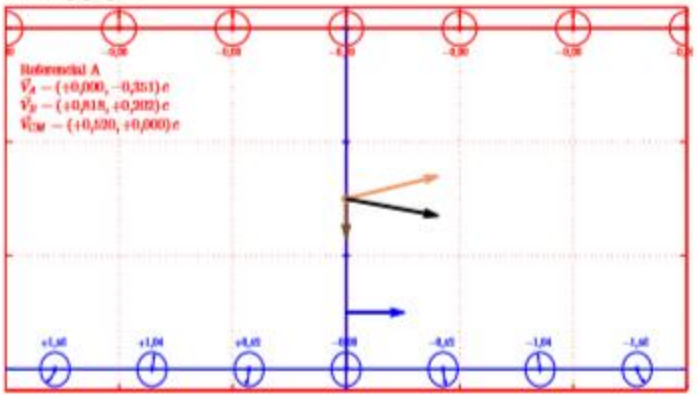


- Neste referencial o momento é nulo e se conserva.

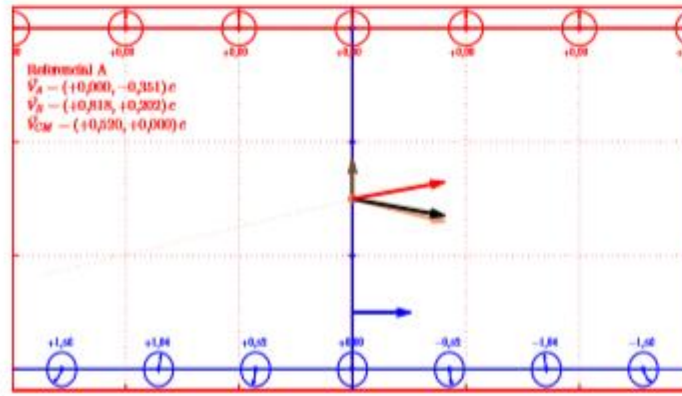
Dinâmica Relativística

Momento Linear Relativístico

- Colisão de duas partículas idênticas no referencial que se move com a velocidade v_x de uma delas: momento linear clássico
- Antes:



Depois:

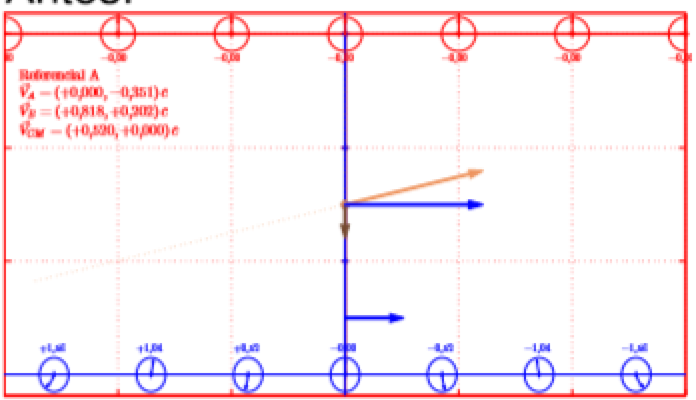


- O momento como definido classicamente, **não** se conserva em qualquer referencial diferente do centro de massa.

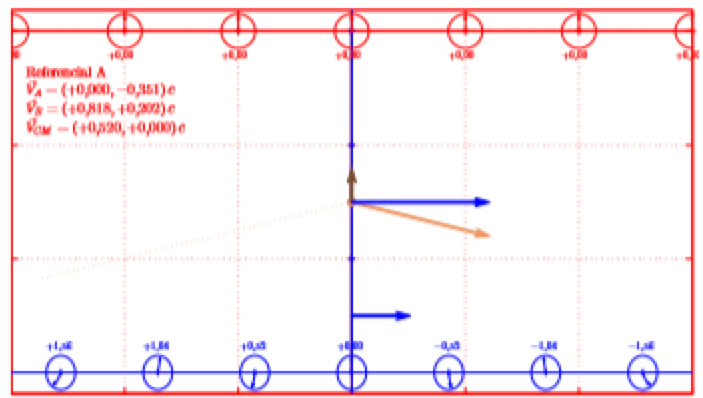
Dinâmica Relativística

Momento Linear Relativístico

- Colisão de duas partículas idênticas no referencial que se move com a velocidade v_x de uma delas:
  definição relativística do momento $\mathbf{p} = \gamma(v) m_0 \mathbf{v}$
- Antes:



Depois:



- Com a definição relativística, o momento linear se conserva em qualquer referencial.

[Video]

- Definição relativística do momento de uma partícula

$$\mathbf{p} = m_0 \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}\tau}$$

τ é o tempo próprio da partícula

$$\mathrm{d}\tau = \frac{\mathrm{d}t}{\gamma(v)}$$

$$\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\mathbf{p} = m_0 \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau}$$

$$\boxed{\mathbf{p} = \gamma(v) m_0 \mathbf{v}}$$

- S': referencial que se move com velocidade $V\,\hat{x}$ em relação a S, onde a velocidade da partícula é

$$\mathbf{v} = v_x\,\hat{x} + v_y\,\hat{y} \qquad\qquad v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

- Transformação da velocidade

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{V v_x}{c^2}} \qquad\qquad (v'_x)^2 = \frac{v_x^2 + V^2 - 2V v_x}{\left(1 - \frac{V v_x}{c^2}\right)^2}$$

$$v'_y = \frac{1}{\gamma(V)}\frac{v_y}{1 - \frac{V v_x}{c^2}} \qquad\qquad (v'_y)^2 = \frac{v_y^2\left(1 - V^2\right)}{\left(1 - \frac{V v_x}{c^2}\right)^2}$$

$$1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2 = \frac{\left(1 - V^2/c^2\right)\left(1 - v^2/c^2\right)}{\left(1 - \frac{V v_x}{c^2}\right)^2} \qquad\qquad \gamma(v') = \gamma(V)\gamma(v)\left(1 - \frac{V v_x}{c^2}\right)$$

- Transformação de p_y

$$\begin{aligned}
p'_y &= \gamma(v')m_0 v'_y \\
&= \left[\gamma(V)\gamma(v)\left(1 - \frac{Vv_x}{c^2}\right)\right] m_0 \left[\frac{1}{\gamma(V)} \frac{v_y}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}\right] \\
&= \gamma(v)m_0 v_y
\end{aligned}$$

$$\boxed{p'_y = p_y}$$

Dinâmica Relativística

Transformação do Momento Linear Relativístico

- Transformação de p_x

$$
\begin{aligned}
p'_x &= \gamma(v')m_0 v'_x \\
&= \left[\gamma(V)\gamma(v)\left(1 - \tfrac{V v_x}{c^2}\right)\right] m_0 \left[\frac{v_x - V}{1 - \frac{V v_x}{c^2}}\right] \\
&= \gamma(V)\gamma(v)m_0\left[v_x - V\right] \\
&= \gamma(V)\left[p_x - \tfrac{V}{c^2}\gamma(v)m_0 c^2\right]
\end{aligned}
$$

- Mas

$$
\begin{aligned}
\gamma(v')m_0 c^2 &= \gamma(V)\gamma(v)\left(1 - \tfrac{V v_x}{c^2}\right) m_0 c^2 \\
&= \gamma(V)\left[\gamma(v)m_0 c^2 - V\gamma(v)m_0 v_x\right] \\
&= \gamma(V)\left[\gamma(v)m_0 c^2 - V p_x\right]
\end{aligned}
$$

Dinâmica Relativística

Momento e Energia Relativísticos

- Define-se a energia relativística de uma partícula como

$$E = \gamma(v) m_0 c^2 = mc^2$$

  - m_0 é a massa de repouso da partícula, e
  - $m = \gamma(v) m_0$ é denominada massa (relativística).

- Com isso temos

$$p'_x = \gamma(V)\left(p_x - \frac{V}{c}\frac{E}{c}\right) \qquad x' = \gamma(V)\left(x - \frac{V}{c}(ct)\right)$$

$$p'_y = p_y \qquad y' = y$$

$$p'_z = p_z \qquad z' = z$$

$$\frac{E'}{c} = \gamma(V)\left(\frac{E}{c} - \frac{V}{c}p_x\right) \qquad ct' = \gamma(V)\left(ct - \frac{V}{c}x\right)$$

Dinâmica Relativística

Transformação do Momento Linear Relativístico

- Como as transformações de Lorentz são lineares, elas se aplicam da mesma forma para o momento total e a energia total de um sistema de partículas

$$\mathbf{P} = \sum \mathbf{p}_j \qquad\qquad E = \sum E_j$$

- Através das TL, pode-se mostrar que

$$E^2 - (pc)^2 = \left(E'\right)^2 - \left(p'c\right)^2 \,,$$

ou seja, esta quantidade é um invariante pelas transformações de Lorentz, o que significa que tem o mesmo valor em qualquer referencial inercial.

- Assim, a conservação do momento implica necessariamente na conservação da energia.
- Para uma partícula

$$E^2 - (pc)^2 = \left(E'\right)^2 - \left(p'c\right)^2 = m_0 c^2,$$

o que conduz a uma relação muito útil

$$E^2 = \left(m_0 c^2\right)^2 + (pc)^2 \tag{16}$$