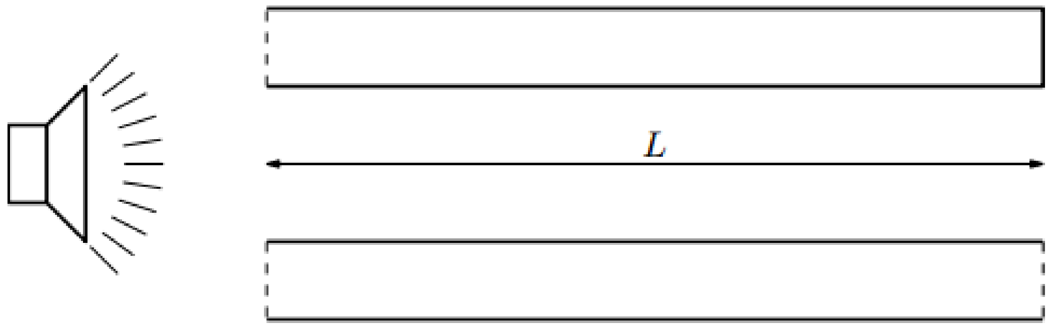
Questão 2 (2,5)

A velocidade do som numa sala a 22 °C (295 K) é $v_s = 344$ m/s. Dentro desta sala, há dois tubos de comprimento $L = 1{,}00$ m. O primeiro é aberto numa extremidade e fechado na outra, e o segundo é aberto em ambas as extremidades. Eles são excitados por um alto-falante próximo, como esboça a figura, que é alimentado por um gerador de frequência variável.



(1,0): a) Enumere as duas menores frequências do gerador que vão produzir as máximas intensidades sonora na sala.

(1,0): b) Para cada uma dessas frequências, faça um diagrama indicando a posição dos nós e ventres **de pressão** no tubo correspondente.

(0,5): c) Quais seriam as frequências do item (a) se a temperatura da sala aumentasse para 28 °C?

a) A intensidade sonora será máxima quando a frequência do gerador coincidir com as frequências dos modos normais de cada tubo (ressonância).
Para o tubo aberto-fechado, as frequências normais são

$$\nu_n = (2n+1)\frac{v}{4L} = (2n+1)\,86\ \text{Hz} = 86\ \text{Hz},\ 258\ \text{Hz}, \ldots$$

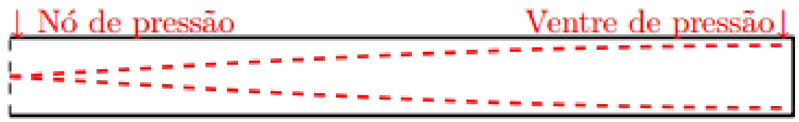
Para o tubo aberto-aberto, as frequências normais são

$$\nu_n = n\frac{v}{2L} = n\,172\ \text{Hz} = 172\ \text{Hz},\ 344\ \text{Hz}, \ldots$$

As duas menores frequências, são, portando

$$\nu_1 = 86\ \text{Hz, e}\ \nu_2 = 172\ \text{Hz.}$$

b) A extremidade aberta de um tubo corresponde a um nó de pressão: a pressão externa inibe as variações de pressão neste ponto.
Inversamente, a extremidade fechada de um tubo corresponde, num modo normal, a um ventre de pressão.
Para o tubo aberto-fechado, a frequência ν_1 corresponde a $\lambda_1 = v/\nu_1 = L/4$.
Para o tubo aberto-aberto, a frequência ν_2 corresponde a $\lambda_2 = v/\nu_2 = L/2$.



c) As frequências normais são proporcionais à velocidade do som, que é proporcional à raiz quadrada da temperatura absoluta ($v_\mathrm{s} = \sqrt{\gamma RT/M}$). Assim

$$\frac{\nu'}{\nu} = \sqrt{\frac{T'}{T}},$$

e, com $T = 295\ \mathrm{K}$ e $T' = T + \Delta T = 301\ \mathrm{K}$, e as todas as frequências seriam multiplicadas por $\sqrt{T'/T} \approx 1{,}01$:

$$\nu_1' = 86{,}9\ \mathrm{Hz},\ \text{e}\ \nu_2' = 173{,}4\ \mathrm{Hz}.$$

Obs.: Como $\Delta T = 6\ \mathrm{K} \ll T = 295\ \mathrm{K}$, podemos fazer

$$\sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{T+\Delta T}{T}} = \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T} = 1 + \frac{1}{2}\frac{6}{295} \approx 1{,}01$$

Questão 4 (2,5)

Um sistema para reduzir ruídos sonoros de baixa frequência pode ser instalado em carros e aviões. Seu funcionamento é baseado no princípio de interferência destrutiva, sendo capaz de reduzir (sem eliminar completamente) um som indesejável. Considere que este som indesejável tenha 80 Hz de frequência e nível sonoro de 70 dB e que possa ser representado por uma onda harmônica na forma

$$y_1(x,t) = A_1 \cos(kx - \omega t)\,.$$

(0,5): a) Considerando que o sinal gerado pelo aparelho terá o mesmo sentido de propagação que o som indesejado, qual a constante de fase δ_2 do sinal gerado pelo aparelho, para que ocorra a redução do sinal indesejado? Justifique sua resposta.

(0,5): b) A partir da intensidade fornecida, determine a amplitude da onda resultante da soma da onda gerada pelo aparelho com a do som indesejável, considerando que o nível sonoro deste será reduzido para 50 dB. Expresse seu resultado em função de A_1.

(0,5): c) Obtenha a função de onda do sinal gerado pelo aparelho $y_2(x,t)$ e da onda resultante $y(x,t)$ em termos de A_1, k e ω.

Considere o mesmo som indesejado de 80 Hz, mas agora com o sistema redutor ligeiramente desregulado, gerando um sinal com amplitude $A_2 = A_1$ e uma frequência de 84 Hz.

(0,5): d) No lugar da interferência destrutiva, que fenômeno ondulatório ocorre neste caso? Qual é o valor da amplitude máxima resultante?

(0,5): e) Qual é o período de batimento?

a) Para que haja interferência destrutiva, as duas ondas devem estar em oposição de fase, ou seja:

$$\delta_2 = \pi.$$

b) A redução será de 20 dB:

$$20 = 10\log_{10}(I_1/I) = 10\log_{10}(A_1^2/A^2) = 20\log_{10}(A_1/A) \Rightarrow A = \frac{1}{10}A_1$$

c) Da relação entre as amplitudes:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\pi) = (A_1 - A_2)^2 \Rightarrow A_2 = A_1 - A = \frac{9}{10}A_1$$

$$y_2(x,t) = \frac{9}{10}A_1\cos(kx - \omega t + \pi)$$

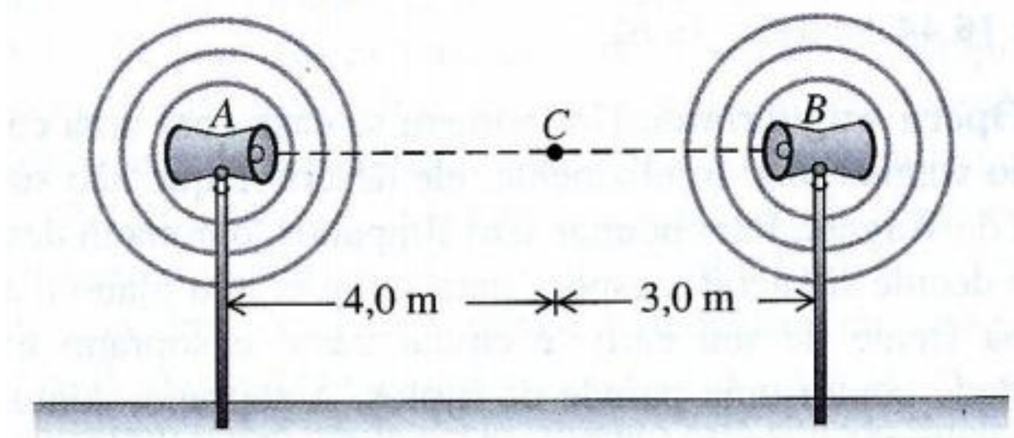
$$y(x,t) = \frac{1}{10}A_1\cos(kx - \omega t)$$

d) Neste caso ocorre o fenômeno de batimento. Sendo as amplitudes do som indesejado e do sinal do aparelho iguais ($A_1 = A_2$), a amplitude máxima de batimento será $A = 2A_1$.

e) A frequência de batimento é $\Delta\nu = |\nu_2 - \nu_1| = 4$ Hz. Dessa forma o período é de $\tau = 1/\Delta\nu = 0{,}25$ s.

Questão 1	(2,5)

Na figura abaixo, os dois alto-falantes, A e B, emitem sons uniformemente no ar em todas as direções. A potência acústica emitida pelo alto-falante A é igual a $6{,}4\pi\times10^{-3}$ W e a potência emitida por B é igual a $1{,}6\pi\times10^{-3}$ W. Os dois alto-falantes estão vibrando em fase com frequência de 172 Hz. Considere a velocidade do som de 344 m/s.
Dados: $\log(4) = 0{,}602$; $\log(9) = 0{,}954$;



(1,0): a) Determine a intensidade e o nível sonoro no ponto C devido ao alto-falante A, quando B é desligado. Determine a intensidade e o nível sonoro no ponto C devido ao alto-falante B, quando A é desligado.

(1,0): b) Determine a diferença de fase (em radianos) entre os dois sinais no ponto C ao longo da linha que une A e B.

(0,5): c) Calcule a intensidade e o nível sonoro no ponto C quando os dois alto-falantes estão ligados.

a)

$$I_A = \frac{P_A}{4\pi r_A^2} = \frac{6{,}4\pi\times10^{-3}\ \mathrm{W}}{4\pi\times16{,}0\ \mathrm{m}^2} = 1{,}0\times10^{-4}\ \mathrm{W/m^2}$$

$$\beta_A = 10\log_{10}(I_A/I_0) = 10\log_{10}\left(1{,}0\times10^{8}\right) = 80\ \mathrm{dB}$$

$$I_B = \frac{P_B}{4\pi r_B^2} = \frac{1{,}6\pi\times10^{-3}\ \mathrm{W}}{4\pi\times9{,}0\ \mathrm{m}^2} = 0{,}44\times10^{-4}\ \mathrm{W/m^2}$$

$$\beta_B = 10\log_{10}(I_B/I_0) = 10\log_{10}\left(\frac{4}{9}\times10^{8}\right) = 10\left(\log_{10}4 - \log_{10}9 + 8\right) = 76{,}5\ \mathrm{dB}$$

b)

$$\lambda = \frac{v_\mathrm{s}}{\nu} = \frac{344\ \mathrm{m/s}}{172\ \mathrm{s^{-1}}} = 2{,}00\ \mathrm{m}$$

$$\Delta\phi = 2\pi\frac{\Delta r}{\lambda} = 2\pi\frac{4{,}0-3{,}0}{2{,}00} = 1{,}0\pi\ \mathrm{rad}$$

c) Como $\Delta\phi = \pi$, a interferência é destrutiva e as amplitudes devem ser subtraídas. Mas $I \propto A(r)^2$, então

$$I = \left(\sqrt{I_A} - \sqrt{I_B}\right)^2 = \left(\sqrt{1{,}00\times10^{-4}} - \sqrt{(4/9)\times10^{-4}}\right)^2 \text{ W} = 1{,}11\times10^{-5} \text{ W}$$

$$\beta = 10\log_{10}(I/I_0) = \log_{10}(1{,}11\times10^{7}) = 70{,}5 \text{ dB}$$