Som

- **Som**: vibrações que se propagam num meio material extenso, fluido ou sólido.

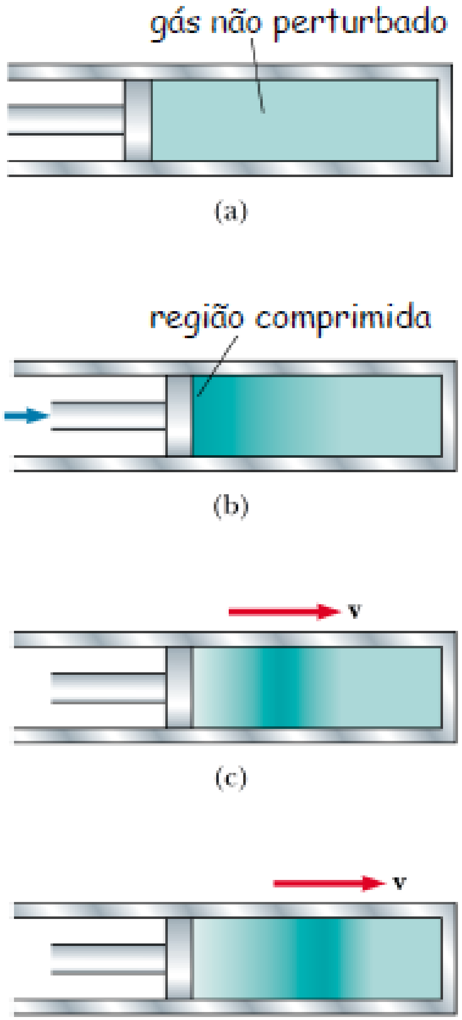
- Ondas sonoras (ou acústicas) envolvem deslocamentos longitudinais do meio que são associados a oscilações na sua densidade e pressão.

  - Classificação:
    - Som (audível): frequências entre ~ 20 Hz e ~ 20 kHz
    - Infra-som: frequências abaixo de ~ 20 Hz
    - Ultra-som: frequências acima de ~ 20 kHz

- Onda sonora plana

[Onda Sonora]

Ondas Longitudinais



Movimento de um pulso longitudinal através de um gás compressível. A região escura (comprimida) é produzida pelo movimento do pistão.

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Para uma dada mudança de densidade, qual é a mudança de pressão correspondente?

$$\left.\begin{array}{l} m \text{ = massa do fluido} \\ V \text{ = volume do fluido} \end{array}\right\} \longrightarrow \rho = \frac{m}{V} \quad \longrightarrow \Delta\rho = -\frac{m}{V^2}\Delta V$$

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \rho}{\rho}$$

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \rho \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho}\right)}_{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

B: módulo de elasticidade volumétrico

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Ondas Sonoras: pequenas perturbações

$\rho_0 \Longrightarrow$ valor não perturbado (equilíbrio) da densidade

$\rho \Longrightarrow$ valor da densidade na presença da onda

$p_0 \Longrightarrow$ valor não perturbado (equilíbrio) da pressão

$P \Longrightarrow$ valor da pressão na presença da onda

$\delta = \rho - \rho_0 \longrightarrow$ variação da densidade associada à onda de deslocamento

$p = P - p_0 \longrightarrow$ variação da pressão associada à onda de deslocamento

$|p| \ll p_0$

$|\delta| \ll \rho_0$

$$\boxed{\frac{p}{\delta} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$$

derivada calculada em torno da posição de equilíbrio

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Relação entre $P, V\,(\rho)$ e T de um fluido em equilíbrio $\Rightarrow$ equação de estado que, para um gás ideal é: $PV = nRT$

Processo isotérmico (temperatura constante): $P = a\rho$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T = a = \frac{P}{\rho} \Longrightarrow \boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{T,0} = \frac{p_0}{\rho_0}}$$

Processo adiabático (não há trocas de calor): $P = b\rho^\gamma$, com $\gamma = C_p/C_V > 1$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S = b\gamma\rho^{(\gamma-1)} = \gamma\,\frac{P}{\rho} \Longrightarrow \boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{S,0} = \gamma\,\frac{p_0}{\rho_0}}$$

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

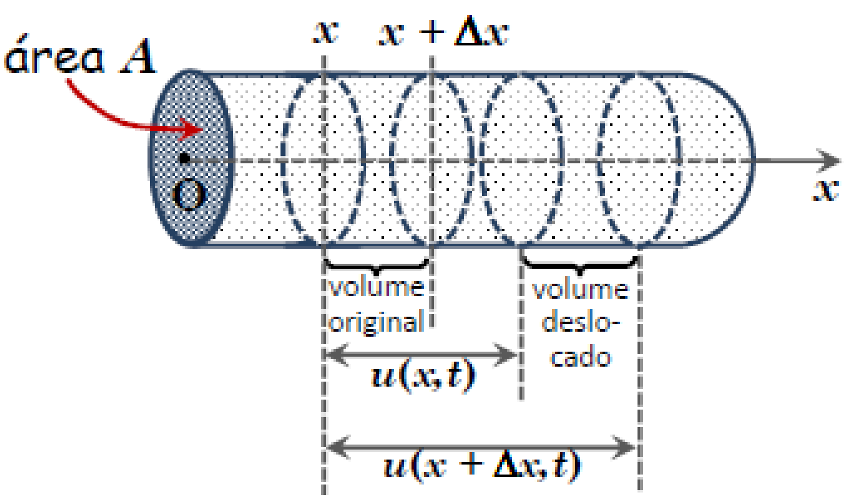
Assim, sabendo qual é a relação entre a densidade e a pressão, que depende do tipo de processo termodinâmico envolvido, se isotérmico (T) ou adiabático (S), podemos obter o módulo de elasticidade volumétrico:

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \underset{\substack{\downarrow \\ \rho_0}}{\rho} \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho}\right)}_{\dfrac{\partial P}{\partial \rho}}$$

$$\boxed{B_T = p_0 \quad \text{e} \quad B_S = \gamma p_0}$$

Ondas Sonoras

(2) Relação deslocamento - densidade



$u(x,t) \Rightarrow$ deslocamento sofrido pelas partículas do fluido na seção transversal (área A) de coordenada x no instante t

O volume original do fluido compreendido entre as seções em x e $x + \Delta x$ é

$$V = A\left[(x + \Delta x) - x\right] = \underbrace{A\,\Delta x}$$

O volume deslocado é

$$\Delta V = A\left[u\,(x + \Delta x) - u\,(x,t)\right] = A\,\Delta x \left\{\frac{u\,(x + \Delta x) - u\,(x,t)}{\Delta x}\right\} \underset{\Delta x \ll 1}{=} A\,\Delta x\,\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)$$

Ondas Sonoras

$\boxed{\text{(2) Relação deslocamento - densidade}}$

A variação percentual de volume fica: $$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\partial u}{\partial x}(x,t)$$

Usando a relação $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \rho}{\rho}$, obtida anteriormente, temos:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\partial u}{\partial x}(x,t) = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} = \frac{\delta}{\rho} \approx \frac{\delta}{\rho_0}$$

E, finalmente, encontramos a relação entre deslocamento e a variação da densidade:

$$\boxed{\delta = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}(x,t)}$$

o sinal negativo mostra que se o deslocamento cresce com x ($\partial u/\partial x > 0$) temos uma rarefação no fluido ($\delta < 0$)

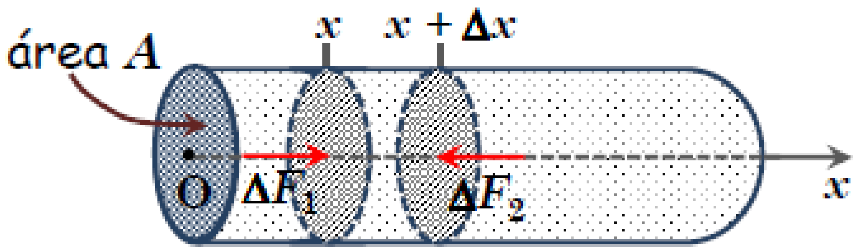
Ondas Sonoras

(3) Relação pressão - deslocamento

No elemento de volume compreendido entre x e $x + \Delta x$ a massa do fluido é

$$\Delta m = \rho\, \Delta V = \rho_0\, A\, \Delta x$$

A força resultante sobre esse elemento de massa pode ser obtida através da pressão $P(x,t)$ sobre a face esquerda e a face direita desse elemeto:



$$\Delta F = \Delta F_1 + \Delta F_2 = P(x,t)\, A - P(x + \Delta x, t)\, A$$

$$= -A\, \Delta x \left\{ \frac{P(x + \Delta x, t) - P(x,t)}{\Delta x} \right\} = -\Delta V\, \frac{\partial p}{\partial x}(x,t)$$

Ondas Sonoras

(3) Relação pressão - deslocamento

Pela 2ª Lei de Newton temos:

$$\Delta m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho_0 \, A \, \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -A \, \Delta x \frac{\partial p}{\partial x}$$

Levando à equação de movimento do fluido, que dá a relação entre o deslocamento e a variação da pressão:

$$\boxed{\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}}$$

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora

Deslocamento de fluido muda a densidade

(1)

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$$

Mudança da densidade gera mudança de pressão

(2)

$$p = \delta \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0$$

Variação de pressão produz deslocamento

(3)

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

Ondas Sonoras

Substituindo (1) $\boxed{\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}}$ em (2) $\boxed{p = \delta \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$

$$p = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$$

Derivando esta expressão em relação à x

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$$

Comparando com (3) $\boxed{\rho_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}}$ temos:

$$\boxed{\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}}$$

Ondas Sonoras

Equação de onda para o deslocamento

$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0}$$

com a velocidade de propagação da onda

$$\boxed{v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}}$$

que é a velocidade do som no fluido

Obs.: Também podemos escrever

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\text{propriedade elástica}}{\text{propriedade inercial}}}}_{\text{forma geral da velocidade de todas as ondas mecânicas}} \Longleftrightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ para a corda}$$

Ondas Sonoras

Utilizando as relações (1), (2) e (3) e a equação de onda para o deslocamento, encontramos que a variação da densidade (δ) e a variação da pressão (p) obedecem à mesma equação de onda, indicando que elas se propagam com a mesma velocidade, que é a velocidade do som.

$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2} = 0}$$

$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0}$$

Velocidade do Som em Gases

Como $n=M/m$ é o número de moles de uma massa M de gás de massa molecular m , então a equação de estado do fluido, para um gás ideal é:

$$PV = nRT = \frac{M}{m}RT \Longrightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{m}$$

levando à

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{m}}$$

a velocidade do som num gás é independente da pressão, mas cresce com a raiz quadrada da temperatura absoluta

Se T=20ºC (=293K) a velocidade do som no ar é de

$$v = 332\sqrt{\frac{293}{273}} \approx 344 \text{ m/s}$$

Velocidade do Som na Água

Quando submetido a uma pressão de 20 atm, o volume de 1 ℓ de água, à temperatura ambiente, decresce de $\approx$ 0,9 cm^3, o que corresponde a - $\Delta V/V$ = 0,09$\%$ = 9 $\times$ 10^{-4} para ΔP = 2 $\times$ 10^6 N/m^2, de modo que

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = 2,2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

A densidade da água é ρ_0 = 10^3 kg/m^3 e temos que

$$B = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \longrightarrow v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = 1483 \text{ m/s}$$

Ondas Sonoras Harmônicas

Solução da equação de onda para o deslocamento:

$$\boxed{u(x,t) = \mathbb{U}\cos(kx - \omega t + \delta)}$$

onde $\lambda = v\tau = \dfrac{v}{\nu}$

$$\nu \begin{cases} 20\text{Hz} \Longrightarrow 17 \text{ m} \\ 20\text{kHz} \Longrightarrow 1,7 \text{ cm} \end{cases}$$

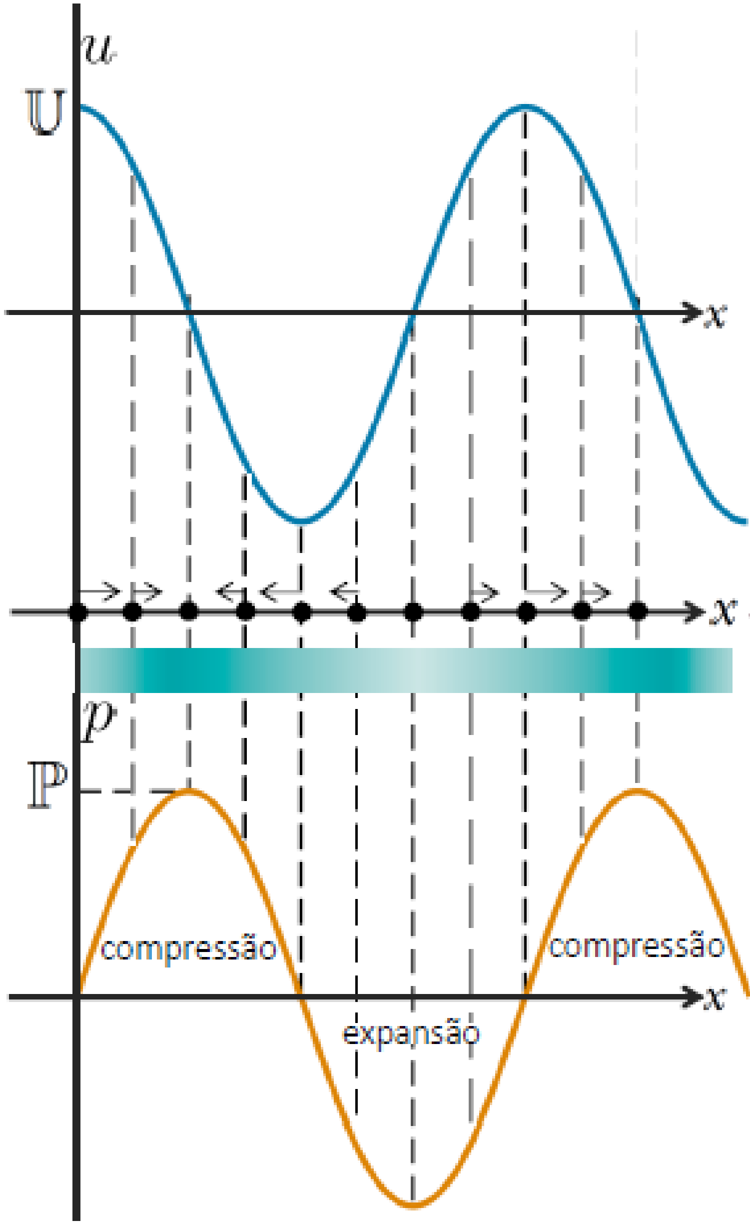
A onda de pressão correspondente é

$$p(x,t) = -\rho_0\, v^2\, \frac{\partial u(x,t)}{\partial\, x} = v^2\, \delta(x,t)$$

$$\boxed{p(x,t) = \mathbb{P}\,\text{sen}(kx - \omega t + \delta)} \quad \text{com} \quad \mathbb{P} = \rho_0\, v^2\, k\, \mathbb{U}$$

em quadratura (defasada de 90°) em relação à $u(x,t)$

Ondas Sonoras Harmônicas



As ondas de deslocamento u e as ondas de pressão p estão em quadratura, ou seja, defasadas de 90°

Os deslocamentos longitudinais de uma série de partículas estão mostrados, evidenciando as expansões e compressões locais do gás.