

# Interferência

## Batimento

- Superposição de duas ondas senoidais com comprimentos de onda (e frequências) próximas

$$y_1(x,t) = A \cos(k_1 x - \omega_1 t)$$

$$y_2(x,t) = A \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

- Definindo:

$$\bar{k} = (k_1 + k_2)/2$$

$$\Delta k = |k_1 - k_2| \ll \bar{k}$$

$$\bar{\omega} = (\omega_1 + \omega_2)/2$$

$$\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2| \ll \bar{\omega}$$

- o resultado para  $y_1(x,t) + y_2(x,t)$  pode ser escrito como

$$y(x,t) = 2A \underbrace{\cos\left(\frac{1}{2}\Delta k x - \frac{1}{2}\Delta\omega t\right)}_{\text{baixa frequência}} \underbrace{\cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t)}_{\text{alta frequência}}$$

- que consiste numa onda de alta frequência cuja amplitude é modulada pelo envelope de baixa frequência.

- Exemplo 1: meio não dispersivo ( $\omega = kv \Rightarrow v_g = v_f = v$ )

$$\frac{\Delta k}{\bar{k}} = \frac{\Delta \omega}{\bar{\omega}} = 0,100$$

$$k_1/\bar{k} = 1,050$$

$$k_2/\bar{k} = 0,950$$

$$\Delta k/\bar{k} = 0,100$$

$$w_1/\bar{w} = 1,050$$

$$w_2/\bar{w} = 0,950$$

$$\Delta w/\bar{w} = 0,100$$

$$v_1/\bar{v} = 1,000$$

$$v_2/\bar{v} = 1,000$$

$$v_g/\bar{v} = 1,000$$

Batimento1

- Essa modulação periódica da amplitude é denominada **batimento**.
- O comprimento do envelope, distância entre dois zeros consecutivos da amplitude, é

$$\Delta x_{\text{bat}} = \frac{2\pi}{|\Delta k|} \approx \bar{\lambda} \frac{\bar{\lambda}}{|\Delta \lambda|}$$

- O período do batimento, intervalo entre dois zeros consecutivos da amplitude, é

$$\Delta t_{\text{bat}} = \frac{2\pi}{|\Delta \omega|} \approx \bar{\tau} \frac{\bar{\tau}}{|\Delta \tau|}$$

que corresponde à frequência

$$f_{\text{bat}} = \frac{1}{\Delta t_{\text{bat}}} = \frac{|\Delta \omega|}{2\pi} = |\Delta f|$$

- Exemplo 2: meio não dispersivo ( $\omega = kv \Rightarrow v_g = v_f = v$ )

$$\frac{\Delta k}{\bar{k}} = \frac{\Delta \omega}{\bar{\omega}} = 0,050$$

$$k_1/\bar{k} = 1,025$$

$$k_2/\bar{k} = 0,975$$

$$\Delta k/\bar{k} = 0,050$$

$$w_1/\bar{w} = 1,025$$

$$w_2/\bar{w} = 0,975$$

$$\Delta w/\bar{w} = 0,050$$

$$v_1/\bar{v} = 1,000$$

$$v_2/\bar{v} = 1,000$$

$$v_g/\bar{v} = 1,000$$

Batimento2

# Interferência

## Velocidade de grupo

- A velocidade de propagação da onda de alta frequência é a **velocidade de fase**

$$v_f = \frac{\bar{\omega}}{\bar{k}} = \bar{v}$$

- A velocidade de propagação do envelope

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \approx \frac{d\omega}{dk}$$

é denominada **velocidade de grupo**.

# Interferência

## Velocidade de grupo

- Exemplo 3: meio dispersivo (onda acústica num plasma)

$$\omega = \frac{kc}{\sqrt{1 + (k/k_0)^2}} \Rightarrow \begin{cases} v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{[1 + (k/k_0)^2]^{\frac{1}{2}}} \\ v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{v_f}{1 + (k/k_0)^2} \leq v_f \end{cases}$$

$$k_1/\bar{k} = 1,025$$

$$w_1/\bar{w} = 1,012$$

$$v_1/\bar{v} = 0,988$$

$$k_2/\bar{k} = 0,975$$

$$w_2/\bar{w} = 0,987$$

$$v_2/\bar{v} = 1,012$$

$$\Delta k/\bar{k} = 0,050$$

$$\Delta w/\bar{w} = 0,025$$

$$v_g/\bar{v} = 0,500$$

Velocidade de grupo

Ilustração: pacote de onda localizado em meio não dispersivo

Pacote em meio não dispersivo

Ilustração: pacote de onda localizado em meio dispersivo

Pacote em meio dispersivo