

Reflexão

- Onda incidente (velocidade v_1 , impedância Z_1)

$$y_i(x,t) = f\left(t - \frac{x - x_0}{v_1}\right), \quad x < x_0$$

- Onda refletida (velocidade v_1 , impedância Z_1)

$$y_r(x,t) = g\left(t + \frac{x - x_0}{v_1}\right), \quad x < x_0$$

- Onda transmitida (velocidade v_2 , impedância Z_2)

$$y_t(x,t) = h\left(t - \frac{x - x_0}{v_2}\right), \quad x \geq x_0$$

- Condição de continuidade

$$y_i(x_0, t) + y_r(x_0, t) = y_t(x_0, t)$$

$$\boxed{f(t) + g(t) = h(t)}$$

- Condição de equilíbrio (força sobre o ponto de contato, sem massa)

$$T_i(x_0, t) + T_r(x_0, t) + T_t(x_0, t) = 0$$

$$T_y = -T \frac{\partial y}{\partial x} = \pm \frac{T}{v} \frac{\partial y}{\partial t} = \pm Z \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$Z_1 f'(t) - Z_1 g'(t) - Z_2 h'(t) = 0$$

$$\boxed{f(t) - g(t) = \frac{Z_2}{Z_1} h(t)}$$

- Resolvendo

$$g(t) = A_r f(t),$$

$$A_r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$h(t) = A_t f(t),$$

$$A_t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

- Em termos da potência

$$P_i = Z_1 \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 = Z_1 f'(t)^2$$

$$R = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

$$P_r = Z_1 g'(t)^2 = R P_i,$$

$$T = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

$$P_t = Z_2 h'(t)^2 = T P_i,$$

- Observe que $T + R = 1$

Reflexão

Exemplos

- $Z_1 = Z_2$

$$A_r = 0$$

$$R = 0$$

$$A_t = 1$$

$$T = 1$$

$$Z_1 > Z_2 \rightarrow A_r > 0$$

Exemplo: duas cordas emendadas e tensionadas

$$(\mu_1 > \mu_2, v_1 < v_2)$$

Cordas emendadas, $v_1 < v_2$

$$Z_1 < Z_2 \rightarrow A_r < 0$$

Exemplo: duas cordas emendadas e tensionadas

$$(\mu_1 < \mu_2, v_1 > v_2)$$

Cordas emendadas, $v_1 > v_2$

Reflexão

Casos limites

- $Z_1 \ll Z_2$

$$A_r \approx -1$$

$$R \approx 1$$

$$A_t \approx 2 \frac{Z_1}{Z_2} \approx 0$$

$$T \approx 4 \frac{Z_1}{Z_2} \approx 0$$

Exemplo: duas cordas emendadas e tensionadas
($\mu_1 \ll \mu_2, v_1 \gg v_2$)

[Cordas emendadas, \$v_1 \gg v_2\$](#)