Ondas transversais numa corda

Aplicação

Uma corda de $1{,}50\ \mathrm{m}$ de comprimento e $125\ \mathrm{g}$ de massa é mantida horizontalmente por uma tensão T. Quando a corda é puxada suavemente, as ondas que se deslocam obedecem à equação

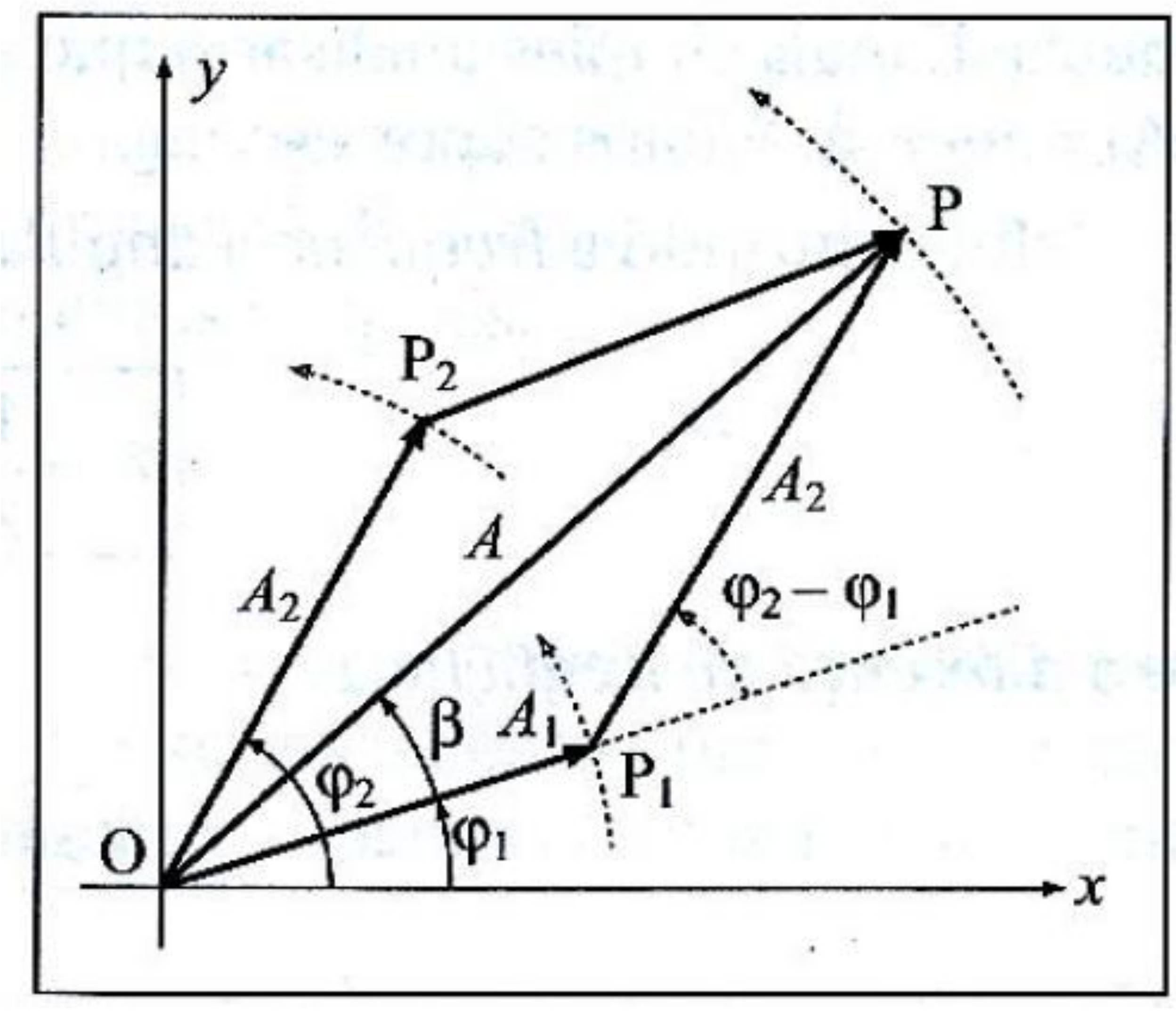
$$[y(x,t) = (8{,}5\ \mathrm{mm})\cos\left(172\ \mathrm{m}^{-1} - 2730\ \mathrm{s}^{-1}t\right).$$

- Qual é a velocidade de propagação?
- Qual é a tensão T?
- Quais são o comprimento de onda, o período e a frequência?

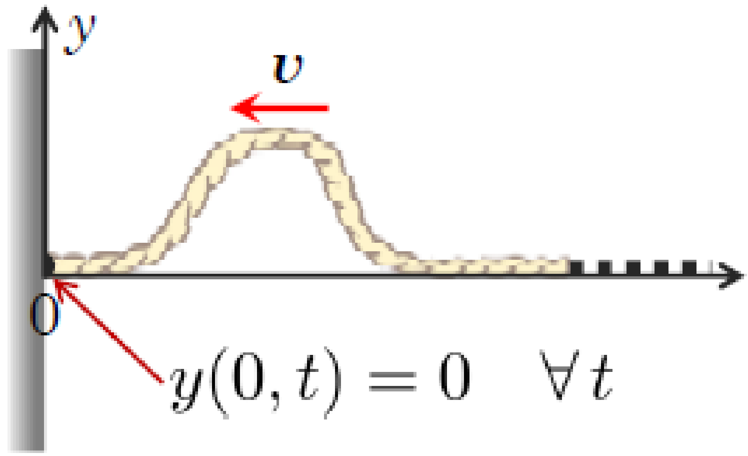
- Determine a velocidade de cada ponto da corda em função do tempo. Como ela se compara com a velocidade de propagação da onda?
- Calcule a potência média transmitida através da corda.

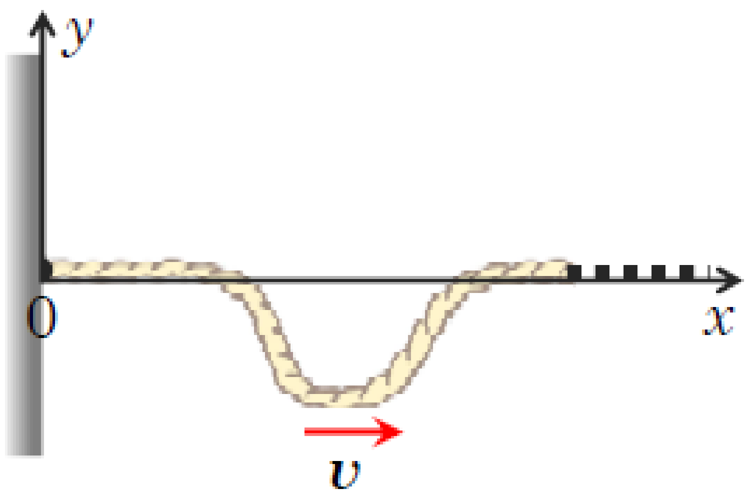
Superposição de movimentos harmônicos simples

(a) Mesmo sentido e mesma frequência



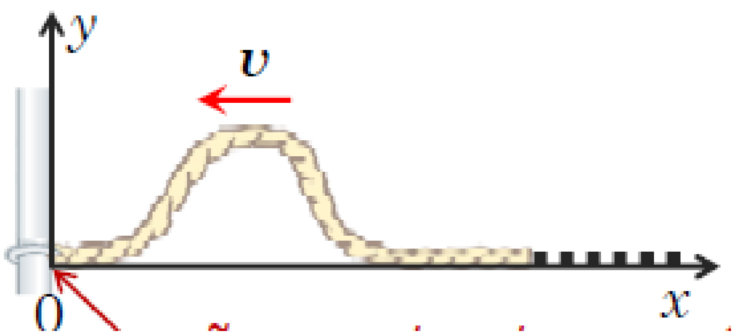
1) Extremidade fixa:



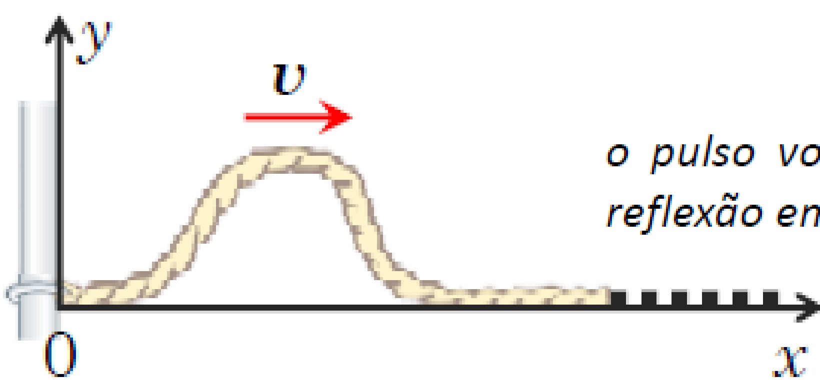


o pulso volta invertido, depois da reflexão em 0, com defasagem de 180°

2) Extremidade livre:



Não pode haver força transversal sobre a corda



o pulso volta sem ser invertido, depois da reflexão em 0, e sem mudança de fase

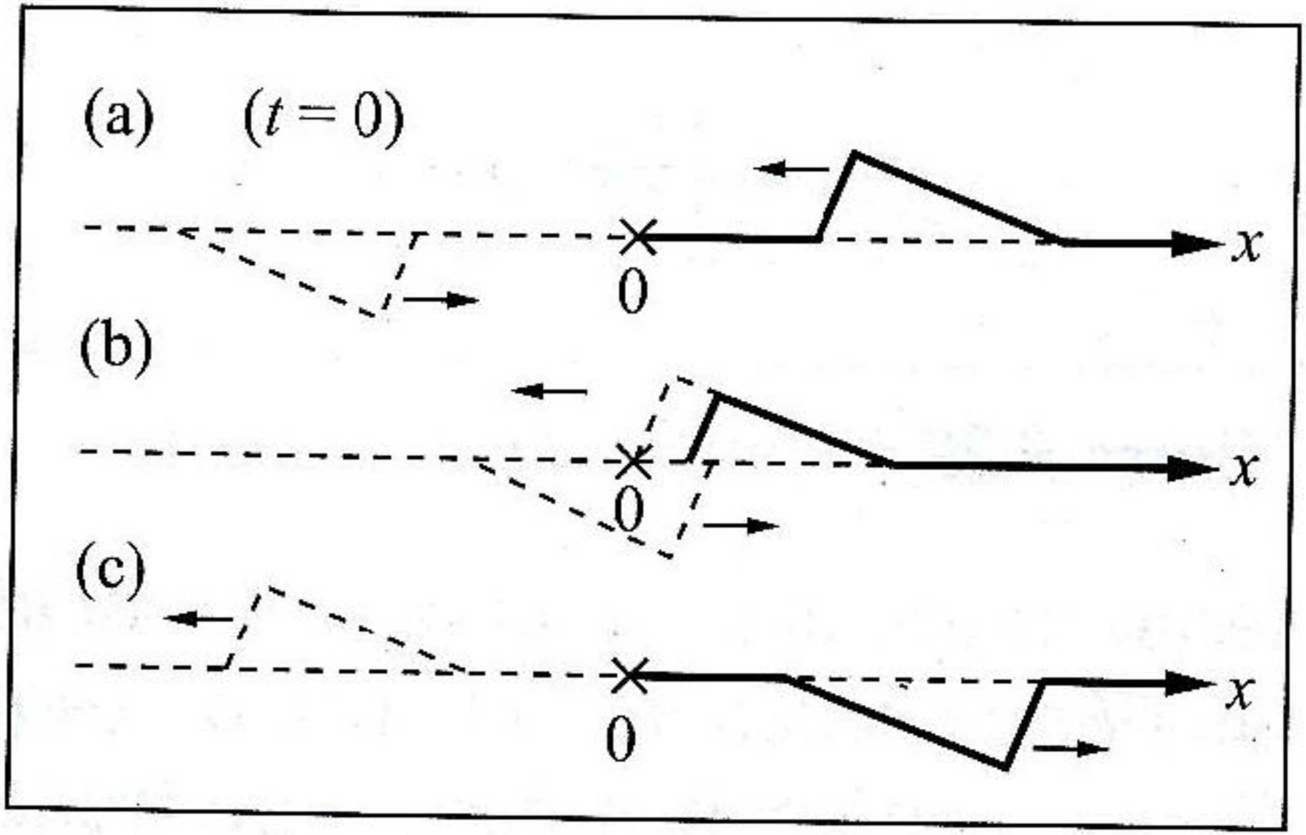


Figura 5.20 — *Reflexão numa extremidade fixa*

Ondas transversais numa corda
Ondas Estacionárias

- Equação de Onda 1D:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (v^2 = T/\mu)$$

- Outro tipo de solução: ondas harmônicas estacionárias

$$y(x,t) = A\cos(kx + \delta_1)\cos(\omega t + \delta_2), \text{ com } \frac{\omega}{k} = v$$

- Em termos de ondas progressivas:

$$y(x,t) = \tfrac{1}{2}A\cos(kx - \omega t + \delta_3) + \tfrac{1}{2}A\cos(kx + \omega t + \delta_4)$$

- Condições de contorno
  - Corda presa nas duas extremidades, $x = 0$ e $x = L$
  - $x = 0$:

$$y(0,t) = 0 \Rightarrow A\cos(\delta_1)\cos(\omega t + \delta_2) = 0$$
$$\cos(\delta_1) = 0 \Rightarrow \delta_1 = -\tfrac{\pi}{2}$$

$$\boxed{y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx)\cos(\omega t + \delta_2)}$$

  - $x = L$:

$$y(L,t) = 0 \Rightarrow A\,\mathrm{sen}(kL)\cos(\omega t + \delta_2) = 0$$

$$\boxed{\mathrm{sen}(kL) = 0 \Rightarrow kL = n\pi, \quad n = 1,2,3,\ldots}$$

- Modos normais de vibração: (corda presa em $x = 0$ e $x = L$)
  Harmônicos: $n = 1,2,3,\ldots$

$$y_n(x,t) = A_n \operatorname{sen}(k_n x)\cos(\omega t + \delta)$$

$$k_n = \frac{n\pi}{L} \qquad \lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n}$$

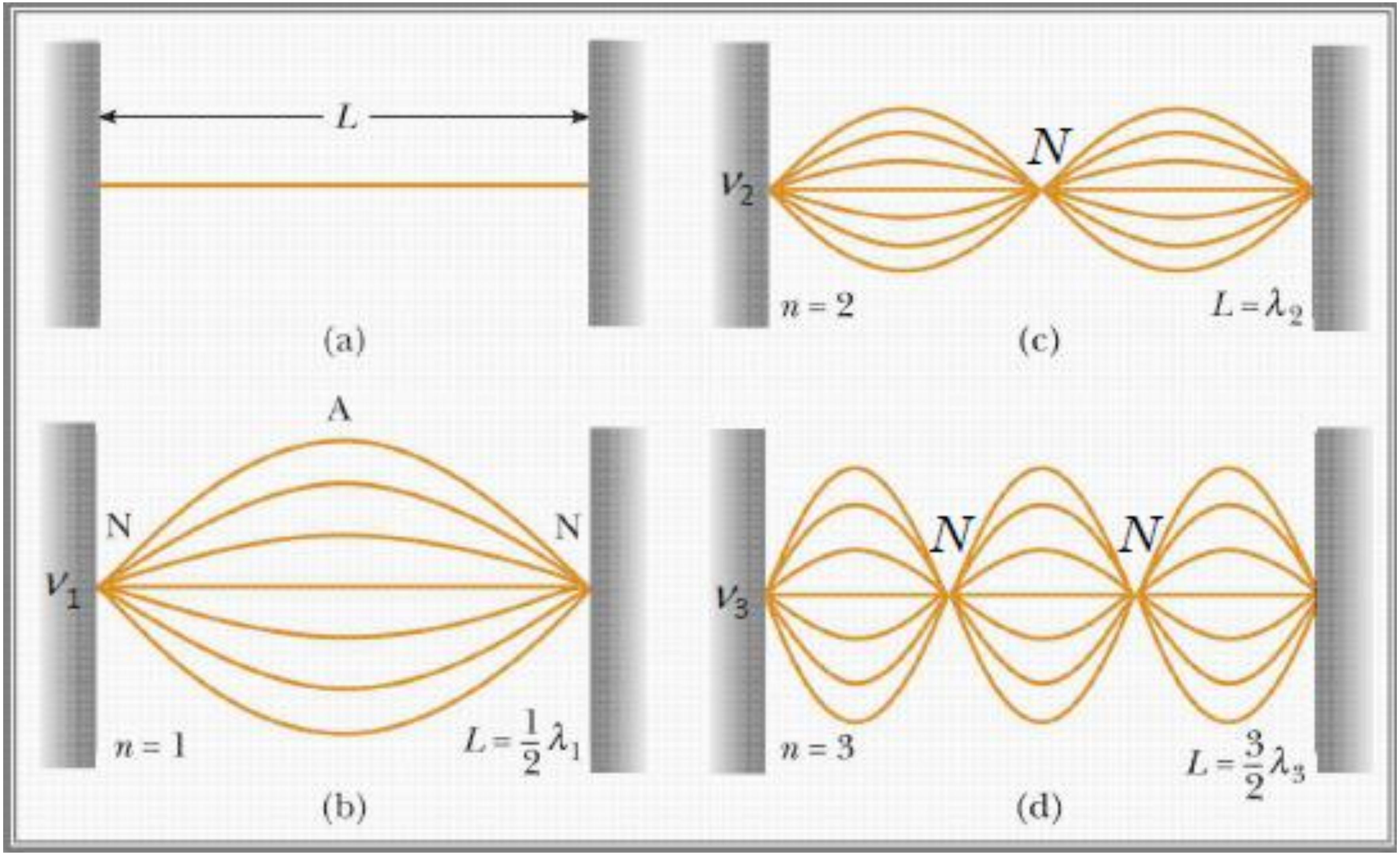
$$\omega_n = k_n v = \frac{n\pi v}{L}$$

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\frac{v}{2L}$$

$$\tau_n = \frac{1}{\nu_n} = \frac{1}{n}\frac{2L}{v}$$

  - Nodo (nó): ponto em que $y(x,t) = 0$

- Antinodo: ponto em que $|y(x,t)|$ é máximo



L
(a)
ν_2
N
$n = 2$
$L = \lambda_2$
(c)
A
N
N
ν_1
$n = 1$
$L = \frac{1}{2}\lambda_1$
(b)
ν_3
N
N
$n = 3$
$L = \frac{3}{2}\lambda_3$
(d)

Ondas Estacionárias e Modos Normais de Vibração 1: Movimento de uma corda deformada e abandonada

Uma corda de comprimento L, presa nas duas extremidades, é puxada por um ponto e depois abandonada. O movimento posterior é uma superposição de modos normais de vibração (ondas estacionárias).

Num modo normal de vibração, cada ponto da corda executa uma oscilação harmônica.

O vídeo mostra o movimento para cada modo normal excitado pela deformação inicial triangular, e sua amplitude na composição do movimento da corda.

Neste exemplo, o ponto puxado para a deformação inicial se encontra a $0{,}3L$ de uma das extremidades.

[Onda Estacionária]