

# Sobre um Aperfeiçoamento da Equação de Wien para o Espectro\*

M. Planck

Os interessantes resultados das medidas da energia espectral de longo comprimento de onda, que foram comunicadas pelo Sr. Kurlbaum no encontro de hoje, e que foram obtidas por ele e pelo Sr. Rubens, confirmam a afirmação do Sr. Lummer e do Sr. Pringsheim, baseada em suas observações, que a lei de distribuição de energia de Wien não é válida de um modo tão geral, quantos muitos supunham até agora, mas que esta lei, no máximo, tem a marca de um caso limite, e sua forma, excessivamente simples, deve estar restrita apenas a comprimentos de onda curtos e baixas temperaturas.<sup>1</sup> Como, até mesmo eu, tenho manifestado nesta Sociedade a opinião que a lei de Wien deva ser necessariamente verdadeira, talvez possa me permitir explicar brevemente a relação entre a teoria da radiação eletromagnética desenvolvida por mim e os dados experimentais.

A lei de distribuição de energia, de acordo com esta teoria, é determinada uma vez que a entropia  $S$  de um ressonador linear, que interage com a radiação, é conhecida como uma função de sua energia vibracional  $U$ . Contudo, já afirmei, em meu último artigo sobre o assunto,<sup>2</sup> que a lei do aumento de entropia não é, por si só, suficiente para determinar a função completamente; minha compreensão que a lei de Wien teria validade geral surgiu de considerações especiais, em particular através do cálculo do aumento infinitesimal da entropia de um sistema de  $n$  ressonadores idênticos em um campo de radiação estacionário por dois diferentes métodos, que conduzem à equação<sup>3</sup>

$$dU_n \cdot \Delta U_n \cdot f(U_n) = n dU \cdot \Delta U \cdot f(U), \quad (1)$$

em que

$$U_n = nU \quad \text{e} \quad f(U) = -\frac{3}{5} \frac{d^2 S}{dU^2}. \quad (2)$$

A partir desta equação, a lei de Wien surge na forma

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{\text{const}}{U}. \quad (3)$$

A expressão do lado direito desta equação funcional é certamente a mudança na entropia acima mencionada porque  $n$  processos idênticos ocorrem independentemente e suas mudanças de entropia simplesmente se somam. Contudo, eu consideraria a possibilidade, mesmo que não seja facilmente compreensível e, em todo caso, ainda difícil de provar, de que a expressão do lado esquerdo não tenha um significado geral que atribuí anteriormente, ou, em outras palavras: que os valores de  $U_n$ ,  $dU_n$  e  $\Delta U_n$  não são suficientes para determinar a mudança da entropia considerada, mas que para isto o próprio  $U$  deve ser também conhecido. Seguindo esta proposta, finalmente comecei a construir expressões completamente arbitrárias para a entropia que, embora mais complicadas do que a expressão de Wien, ainda parecem satisfazer completamente todos os requisitos da termodinâmica e da teoria eletromagnética.

Fui especialmente atraído por uma das expressões, então construídas, que é quase tão simples quanto a expressão de Wien, e que mereceria ser investigada uma vez que a expressão de Wien não é suficiente para cobrir todas as observações. Obtemos esta expressão colocando<sup>4</sup>

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{\alpha}{U(\beta + U)}. \quad (4)$$

Esta é, de longe, a mais simples de todas as expressões que leva  $S$  a ser uma função logarítmica de  $U$  — como é sugerido a partir de considerações probabilísticas — e que, mais ainda, reduz-se à lei de Wien, mencionada acima, para pequenos valores de  $U$ . Usando a relação

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T} \quad (5)$$

\* Primeira comunicação sobre a fórmula de radiação do corpo negro, lida no reunião de 19 de outubro de 1900 da Sociedade Alemã de Física. Publicada em *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft Bd. 2*, 202-204 (1900). Tradução de Nelson Studart.

<sup>1</sup> O Sr. Paschen escreveu-me dizendo que recentemente também encontrou desvios apreciáveis da lei de Wien.

<sup>2</sup> M. Planck, *Ann. Phys.* **1** [=306], 730 (1900).

<sup>3</sup> *Op. cit.* p. 732.

<sup>4</sup> Uso a derivada segunda de  $S$  em relação a  $U$  porque esta quantidade tem um significado físico simples (*op. cit.* p. 731).

<sup>5</sup> A expressão da lei de deslocamento de Wien é simplesmente  $S = f(U/\nu)$ , em que  $\nu$  é a frequência do ressonador, como mostrarei noutro lugar.

e a lei do “deslocamento” de Wien<sup>5</sup> obtém-se a fórmula da radiação com duas constantes:

$$E = \frac{C\lambda^{-5}}{e^{c/\lambda T} - 1}, \quad (6)$$

que, tanto quanto posso ver neste momento, ajusta-se aos dados observacionais publicados até agora tão sa-

tisfatoriamente quanto as melhores equações apresentadas para o espectro, notadamente aquelas de Thiesen<sup>6</sup>, Lummer-Jahnke,<sup>7</sup> e Lummer-Pringsheim.<sup>8</sup> (Isto foi demonstrado em alguns exemplos numéricos.) Assim, permiti-me chamar a sua atenção para esta nova fórmula, que considero ser, exceto a expressão de Wien, a mais simples possível do ponto de vista da teoria eletromagnética da radiação.

---

<sup>6</sup>M. Thiesen, *Verh. Phys. Ges.* **2**, 67 (1900).

Podemos ver aí que o Sr. Thiesen apresentou a sua fórmula antes do Sr. Lummer e Sr. Pringsheim estenderem suas medidas para comprimentos de onda mais longos. Enfatizo este ponto como fiz, em uma asserção ao contrário, antes deste trabalho ter sido publicado. (M. Planck, *Ann. Phys.* **1** [= **306**], 719 (1900).)

<sup>7</sup>O. Lummer e E. Jahnke, *Ann. Phys.* **3** [= **308**], 288 (1900).

<sup>8</sup>O. Lummer e E. Pringsheim, *Verh. Deutsch. Phys. Ges.* **2**, 174 (1900).