IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova REC** Nome:_____

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A **tentativa** de violação de qualquer regra abaixo anulará o teu exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o celular.

♠

1. As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Justifique as falsas.

   (a) O tensor $\omega_i = \epsilon_{ijk}\frac{\partial u_k}{\partial x_j}$ representa a vorticidade e seus termos diagonais representam a deformação por compressão. A. Verdadeiro B. Falso [5]

   (b) A equação da continuidade pode ser simplificada para a forma $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}$ quando estudamos circulação abissal. [5]
   A. Verdadeiro B. Falso

   (c) O potencial de velocidade é definido para fluxos irrotacionais bidimensionais. [5]
   A. Falso B. Verdadeiro

   (d) As forças de Coriolis e centrífuga não se cancelam pois a primeira depende do referencial ser não inercial e a segunda depende do referencial ser inercial. [5]
   A. Verdadeiro B. Falso

   (e) Apenas nos fluidos Newtonianos a deformação é linearmente proporcional à tensão. [5]
   A. Falso B. Verdadeiro

2. Suponha que a bactéria *Vibrio fischeri* é extremamente sensível a mudanças repentinas de pressão e torna–se inativa se a pressão variar de mais de 10^4N.m^2 em 1s. Ondas capilares com [5]

período de 0.1s são geradas na superfície plana do mar e quando quebram por *microbreaking* ejetam gotículas de .15mm de raio para a atmosfera. Uma bactéria X está junto à superfície, uma onda capilar quebra e ela é capturada numa gotícula. Ela ficará inativa?

3. Marque uma alternativa correta (f=campo escalar, $\vec{u}$=campo vetorial): 10

$\nabla \cdot (\nabla \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \cdot (\nabla f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla(\nabla \cdot \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \cdot (\nabla \times f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \times (\nabla f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla(\nabla \cdot f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \times (\nabla \times \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \times (\nabla \times f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA

4. O fluxo dado pelas equações abaixo é incompressível? Explique a sua resposta (b é constante). 15

$$\begin{cases} u_r &= \frac{1}{r}\cos(br^2) \\ u_\theta &= 2r\theta b\frac{\sin(2br^2)}{\cos(br^2)} \\ u_z &= -2bz\sin(br^2) \end{cases}$$

5. Num Domingo sem vento e nem atrito, Verônica descia uma ladeira plana de skate, fazendo bolhas de sabão com um aro de raio R perpendicular ao seu deslocamento. Dona Therezinha, mãe de Verônica, tirou duas fotos separadas por t segundos. Na primeira, uma bolha tinha começado a se formar por causa da pressão dinâmica devido ao deslocamento de Verônica; nessa foto a bolha tinha curvatura $r = 2R$. Na segunda foto a bolha era uma casca hemisférica. Dona Therezinha sabia que a relação entre a pressão dinâmica do ar e a velocidade é dada por $u = \sqrt{\frac{2\,p_d}{\rho_{ar}}}$, onde ρ é a densidade **do ar** e u a velocidade projetada na direção perpendicular à área. Ela considerou que a tensão superficial da mistura de água com sabão era σ e calculou a inclinação θ da ladeira. Que cálculo ela fez? 20

6. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} \;=\; -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p \;+\; \nu\nabla^2\vec{u} \;+\; g_z \;-\; 2\vec{\Omega}\times\vec{u}. \tag{2}$$

Vamos usar a equação 2 aplicada a um problema de circulação na mesa girante. Para simplificar o problema considere o seguinte:

- O balanço de forças na vertical é hidrostático:

$$\rho g_z = -\frac{\partial p}{\partial z}. \tag{3}$$

- O fluxo é aproximadamente estacionário, linear, invíscido, incompressível e homogêneo.

(a) Escreva as equações das componentes horizontais do balanço de forças. Quero uma equação para a direção x e uma para y. Note que, por causa do produto vetorial, a equação para x tem v e a equação para y tem u. 5

(b) Derive cruzado e some as duas equações para eliminar o termo em p. Use a equação da continuidade para obter uma expressão para $\frac{\partial w}{\partial z}$. 10

(c) Diferencie em z as equações que você obteve no item a e substitua a equação 3 para obter expressões para $\frac{\partial u}{\partial z}$ e $\frac{\partial v}{\partial z}$. Tendo em vista essas expressões juntamente com a obtida no item b, o que acontece quando colocamos um pequeno obstáculo no fundo do tanque girante e forçamos uma corrente horizontal a passar sobre ele? Nota: Essa corrente é dezenas de vezes mais lenta que velocidade tangencial imposta pela rotação. 10

♠

Questão	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos	25	5	10	15	20	25	100
Nota							

Memória não–volátil:
Regra do quociente: se $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ então $f'(x) = \frac{g'(x)h(x) - g(x)h'(x)}{[h(x)]^2}$.

O coeficiente de tensão superficial da água é 73×10^{-3}N.m-1.

Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar					
Função escalar	$E =$	$E(r,\theta,z)$			
Função vetorial	$\vec{V} =$	$u_r(r,\theta,z)_{\hat{i}_r}$	$+$ $u_\theta(r,\theta,z)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$u_z(r,\theta,z)_{\hat{i}_z}$
Gradiente é vetor!	$\vec{\nabla}E =$	$\left(\frac{\partial E}{\partial r}\right)_{\hat{i}_r}$	$+$ $\left(\frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$\left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)_{\hat{i}_z}$
Divergente é escalar!	$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} =$	$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\,u_r)}{\partial r}$	$+$ $\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$	$+$	$\frac{\partial u_z}{\partial z}$
Rotacional é vetor!	$\vec{\nabla}\times\vec{V} =$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)_{\hat{i}_r}$	$+$ $\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r\,u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_z}$

Esta é a definição de ψ em coords. cartesianas:

$$\begin{cases} u = \dfrac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x}. \end{cases}$$

Esta é a definição de ψ em coords. cilíndricas:

$$\begin{cases} u_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ u_\theta = -\dfrac{\partial \psi}{\partial r}. \end{cases}$$