IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova REC** Nome:_____

Informações:

- Duração de 2:00 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A **tentativa** de violação de qualquer regra anulará teu exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o celular.

♠

1. Assinale as afirmações erradas e argumente porque estão erradas. 20

   A. Suponha que prendemos um mini-CTD ao casco de uma tartaruga morta e soltamos a defuntinha. As medidas tomadas por esse instrumento macabro podem ser consideradas Lagrangianas.

   B. A dimensão do coeficiente de viscosidade dinâmica μ é $[\mathrm{ML^{-2}T^{-1}}]$

   C. A tensão superficial de uma gota esférica pode ser estimada a partir do equilíbrio entre o trabalho de compressão e a variação da área.

   D. Podemos aplicar a eq. de Bernoulli em quaisquer fluxos irrotacionais e não-divergentes.

   E. O termo advectivo da derivada total é chamado de não-linear, pois podemos usar a regra de derivadas do produto para colocar alguns termos na forma $\frac{1}{2}\frac{\partial u_i^2}{\partial x_i}$.

2. Dê a expressão matemática (use operadores vetoriais se for possível) e responda o que representam fisicamente as componentes diagonais e não–diagonais do tensor $e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$. 10

3. Esta é a **eq. de Navier–Stokes**: $$\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \mu\nabla^2\vec{u} + \rho\vec{g} + \rho(\vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{r})) - 2\rho\vec{\Omega}\times\vec{u}. \quad (1)$$

   (a) Suponha que a Corrente Circumpolar Antártica flui para leste sobre 60°S a 1 m/s e tem 200 km de largura. Considere o fluxo estacionário, linear, invíscido, homogêneo e hidrostático. Calcule o desnível meridional entre a borda sul e a borda norte a partir da Equação 1. 15

   Dica: Na horizontal o balanço é entre os termos de Coriolis e do gradiente de pressão. Use a gravidade aparente de 9.8m/s^2 na eq. hidrostática.

   (b) Simplifique a equação 1 para estudar um aquário do laboratório de Dinâmica de $30 \times 30 \times 25$cm onde eu agitei a água com a mão a uns 3s atrás, fazendo movimentos desordenados e vigorosos de um lado a outro do tanque. Argumente porque você está simplificando cada termo que se vai. 10

4. Considere o potencial de velocidade dado por $\phi = U\left(r + \frac{a^2}{r}\right)\cos\theta$.

   Dica: Faça na sequência proposta, de forma clara e organizada prestando atenção em que variável você está derivando e quem fica constante.

   (a) Calcule u_r e u_θ. 5

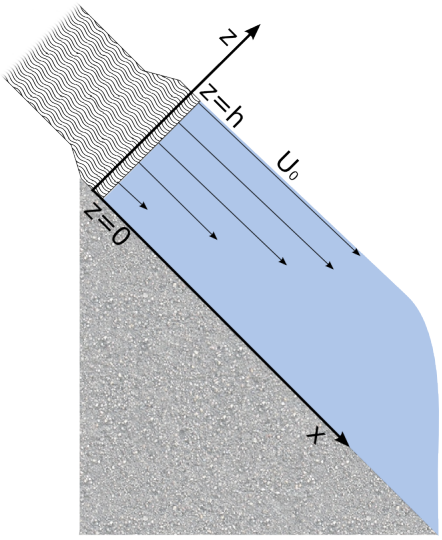
(b) Demonstre matematicamente que tanto ϕ como ψ existem para este fluxo. 10

Dica: Um operador vetorial se anula em cada caso.

(c) Obtenha uma expressão para ψ. 10

Dica: 2 funções =s em todo o espaço, onde cada uma é função de uma variável $\neq$, são constantes e =s.

5. Na seção xz ilustrada a seguir, um canal despeja um líquido de densidade ρ e viscosidade dinâmica μ sobre um barranco na forma um triângulo retângulo isósceles. O ângulo superior do triângulo é θ. Depois de um certo tempo, o sistema fica em equilíbrio, as velocidades u e a altura h não variam mais com o tempo. Esse fluxo laminar e viscoso é forçado apenas pela gravidade g. O fluxo é simétrico em y. Considere uma parcela de fluido longe das bordas, com comprimento L na direção x e W na direção y (furando o papel). Junto ao chão do barranco a velocidade é $u = 0$ e na interface superior é $u = U_0$.



Dica: Não substitua valores numéricos antes de obter as fórmulas finais.

(a) Obtenha o **perfil de velocidades** $u(z)$. 10

Dica: Lembre que τ é força por área. Comece obtendo τ em função de z para uma parcela de fluido que desce o *plano inclinado*. Você deve usar a definição de τ para obter uma equação diferencial, resolva-a para obter $u(z)$ usando uma das condições de contorno.

(b) Obtenha uma fórmula para a **altura de equilíbrio** h em função dos parâmetros conhecidos. 5

Dica: Você deve usar o resultado anterior e a outra condição de contorno.

(c) Vamos aplicar o que deduziremos para ver se escorre mais água se aquecermos ou se resfriarmos a água, mantendo U_0 constante. O fluxo é ajustado de forma que temos $U_0 = 2$ m/s se $g = 9.8\text{ms}^{-2}$. Sabemos também que tanto a viscosidade como a densidade mudam com a temperatura: $\mu = 1.8 \times 10^{-3}$ Nsm^{-2} e $\rho = 999.9\text{kgm}^{-3}$ a 1°C e $\mu = 0.3 \times 10^{-3}\text{Nsm}^{-2}$ e $\rho = 970.4\text{kgm}^{-3}$ a 90°C. Qual o fluxo em m^3/s que passa por $W = 10$cm se o fluido está a 1°C? e a 90°C? 10

Dica: Pense em termos da velocidade média do fluxo que passa por uma área; você precisará de uma integral simples para calculá-la.

Memória não–volátil:

Conversão do sistema retangular (x, y, z) para o cilíndrico (r, θ, z) e vice-versa:
$x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, $z = z$ e $r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$, $\theta = \arctan\frac{y}{x}$, $z = z$.
Quanto aos versores, $i_x = (i_r\cos\theta - i_\theta\sin\theta)$, $i_y = (i_r\sin\theta + i_\theta\cos\theta)$, $i_z = i_z$.

Potencial de velocidade e função de corrente:

$$u_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = \frac{\partial\phi}{\partial r} \qquad u_\theta = -\frac{\partial\psi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}$$

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = \frac{\partial\phi}{\partial x} \qquad v = -\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\phi}{\partial y}$$

$\Omega = 7.29 \times 10^{-5}\text{s}^{-1}$

Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar

$\vec{\nabla}E =$	$\left(\frac{\partial E}{\partial r}\right)_{\hat{i}_r}$	$+$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial\theta}\right)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$\left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)_{\hat{i}_z}$
$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} =$	$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\,u_r)}{\partial r}$	$+$	$\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta}$	$+$	$\frac{\partial u_z}{\partial z}$
$\vec{\nabla}\times\vec{V} =$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial\theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)_{\hat{i}_r}$	$+$	$\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r\,u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial\theta}\right)_{\hat{i}_z}$

Questão	1	2	3	4	5	Total
Pontos	20	10	25	25	25	105
Nota						

♠