IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova REC** Nome:____________________

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A tentativa de violação de qualquer uma das regras abaixo anulará o exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o telefone.

♠

1. As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Justifique as falsas.

(a) O tensor $\omega_i = \epsilon_{ijk}\frac{\partial u_k}{\partial x_j}$ representa a vorticidade e seus termos diagonais representam a deformação por compressão. A. Verdadeiro B. Falso $\boxed{5}$

(b) O termo da forçante do vento na equação da Navier–Stokes depende do coeficiente de viscosidade. $\boxed{5}$
A. Falso B. Verdadeiro

(c) A equação da continuidade pode ser simplificada para a forma $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}$ quando estudamos circulação abissal. $\boxed{5}$
A. Verdadeiro B. Falso

(d) O potencial de velocidade é definido para fluxos bidimensionais não–divergentes. $\boxed{5}$
A. Falso B. Verdadeiro

(e) As forças de Coriolis e centrífuga são fundamentalmente diferentes da força do gradiente de pressão pois dependem da aceleração da gravidade e não do sistema de referência ser inercial ou não. $\boxed{5}$
A. Verdadeiro B. Falso

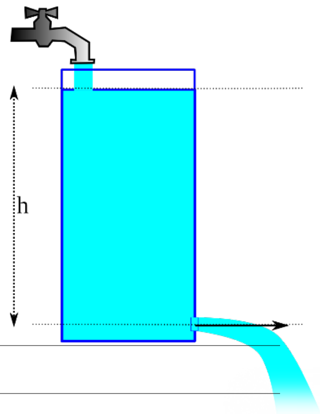
(f) O teorema de Gauss relaciona o fluxo total de uma propriedade através de uma área fechada com a divergência desse fluxo no volume total encerrado por esta superfície. $\boxed{5}$
A. Falso B. Verdadeiro

2. Marque uma alternativa correta (f=campo escalar, $\vec{u}$=campo vetorial): 10

$\nabla(\nabla \cdot \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \cdot (\nabla \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \cdot (\nabla \times f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \cdot (\nabla f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \times (\nabla f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla(\nabla \cdot f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \times (\nabla \times \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \times (\nabla \times f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA

3. Uma caixa d'água possui um orifício em sua parte inferior como mostra a figura ao lado. 10

Uma torneira na parte superior lança água nesta caixa com o mesmo fluxo que a água sai pelo orifício de raio r, mantendo o nível h da caixa constante. Se eu escarear o furo até dobrar o valor do raio e trocar a água desse sistema pelo mesmo volume de mercúrio, cuja densidade é 13000 kg.m^{-3}, de quanto aumenta a velocidade com que o líquido sai pelo furo?



4. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual:

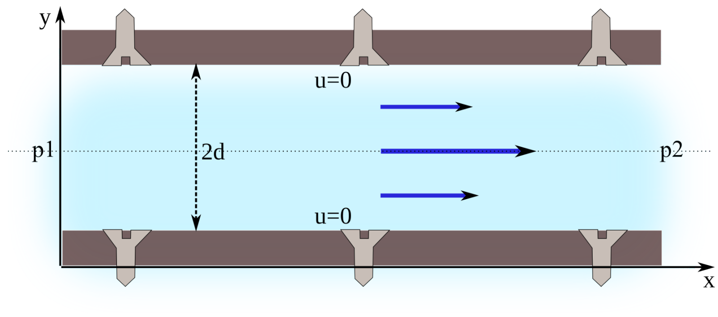
$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\nabla^2\vec{u} + \vec{g_a} - 2\vec{\Omega} \times \vec{u}.$$

(a) Obtenha a equação hidrostática na forma escalar e justifique suas aproximações. 5

(b) Considere o fluxo invíscido e as acelerações desprezíveis quando comparadas aos termos do gradiente horizontal de pressão e da força de Coriolis. Complete as equações do movimento: **10**

Continuidade	__________	$= -\rho\vec{\nabla}\cdot\vec{u}$
Hidrostática	__________	$=$ __________ copie do item a ☺
Momentum Zonal	$\frac{\partial}{\partial}$__	$= 2\Omega$_____ $\theta\frac{\partial}{\partial}$__
Mom. Meridional	$\frac{\partial}{\partial}$__	$= 2\Omega$_____ $\theta\frac{\partial}{\partial}$__

5. Duas placas são vistas de lado na figura abaixo. As duas são fixas e um fluido passa entre elas.



O fluxo é estacionário e laminar. O fluido é Newtoniano, com densidade ρ e viscosidade μ constantes. As componentes da velocidade nas direções y e z são zero. Como as placas são longas, assuma que $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$. A gravidade é $g_y = -g$, constante e vertical. A velocidade é zero em $y = \pm d$, i.e. condição de contorno de não escorregamento. O fluxo é forçado pela diferença de pressão $(p2 - p1)$ aplicada nas bordas distantes como indicado. Esse é o famoso fluxo de Poiseuille (com biquinho).

(a) Simplifique a equação da continuidade. **5**

(b) Escreva as 3 componentes da equação de Navier-Stokes. É a do problema 4 sem os dois últimos termos pois estamos num referencial inercial. O balanço numa direção é entre viscosidade e gradiente de pressão, noutra é entre gravidade e pressão hidrostática e na terceira... é bem sem graça. **10**

(c) Neste item obtenha a equação da pressão. Vamos com calma. Integre a equação da variação da pressão em y chamando a constante de integração de $f(x)$ (pois ela só é constante em y). Para determinar **10** a pressão $p(x)$, assuma que a pressão $p(x)$ decai linearmente entre $p(0) = p1$ e $p(L) = p2$ sobre a linha pontilhada $y = 0$ usando as condições de contorno em 0 eL. Para completar $p(x, y)$, a parte em y é a boa e velha hidrostática. A resposta deste item é uma expressão para $p(x, y)$ em função de p_1, p_2, L, ρ e g.

(d) Para terminar com chave de ouro, vamos obter o perfil de velocidades. Comece com a tua componente x da equação de Navier-Stokes. É uma equação diferencial ordinária de 2ª ordem. Pegue a tua fórmula da pressão e obtenha o gradiente de pressão $\frac{\partial p}{\partial x}$. Depois integre duas vezes em y, o que gerará duas constantes de integração,c_1 e c_2. Use as condições de contorno $u = 0$ em $y = \pm d$ e $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ em $y = 0$ para obter c_1 e c_2. A tua resposta deve ser uma expressão para $u(y)$ em função de μ, d, L, p_1 e p_2. $\boxed{10}$

Questão	1	2	3	4	5	Total
Pontos	30	10	10	15	35	100
Nota						

Memória não–volátil:

$\Gamma = \oint_C \vec{u}.\vec{dl}$

Continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\, u_i) = 0$$

Conversão do sistema retangular (x, y, z) para o cilíndrico (r, θ, z) e vice-versa:
$y = r\cos\theta$, $x = r\sin\theta$, $z = z$ e
$r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$, $\theta = \arctan\frac{y}{x}$, $z = z$.
Quanto aos versores,
$i_x = (i_r\cos\theta - i_\theta\sin\theta)$, $i_y = (i_r\sin\theta + i_\theta\cos\theta)$, $i_z = i_z$

$$\begin{aligned} u_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} &= \frac{\partial\phi}{\partial r} \qquad u_\theta = -\frac{\partial\psi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} \\ u = \frac{\partial\psi}{\partial y} &= \frac{\partial\phi}{\partial x} \qquad v = -\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\phi}{\partial y} \end{aligned}$$

$\vec{H} = \int_V (\rho\vec{u}dV) \times \vec{r}$

$\frac{\rho u^2}{2} + \rho g z + p = B.$

Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar	
Divergente	$\vec{\nabla}\cdot\vec{U} = \frac{1}{r}\frac{\partial(r\,u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$
Gradiente	$\vec{\nabla}V = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_{\hat{i}_r} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta}\right)_{\hat{i}_\theta} + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{\hat{i}_z}$
Rotacional	$\vec{\nabla}\times\vec{U} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial\theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)_{\hat{i}_r} + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)_{\hat{i}_\theta} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r\,u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial\theta}\right)_{\hat{i}_z}$