IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova REC** Nome:________________

Informações:

- Duração de 2:30.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A **tentativa** de violação de qualquer regra abaixo anulará o teu exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o celular.

1. As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Justifique as falsas.

   (a) As forças de Coriolis e centrífuga são fundamentalmente diferentes da força gravitacional pois dependem da aceleração do sistema de referência e não de propriedades da matéria. A. Errado B. Certo $\boxed{3}$

   (b) Na equação da conservação de energia o termo de dissipação viscosa Φ é introduzido através da substituição da equação constitutiva de fluidos Newtonianos no termo de trabalho das forças de corpo. A. Certo B. Errado $\boxed{3}$

   (c) A equação da continuidade pode ser simplificada para a forma $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}$ quando estudamos circulação abissal de larga escala (abaixo de 3000m). A. Certo B. Errado $\boxed{3}$

   (d) O potencial de velocidade é definido para fluxos bidimensionais não–divergentes. A. Errado B. Certo $\boxed{3}$

   (e) Apenas nos fluidos Newtonianos a deformação é linearmente proporcional à tensão. A. Errado B. Certo $\boxed{3}$

2. Use a expressão matemática da vorticidade para mostrar que uma canoa colocada fora do centro de um vórtice irrotacional não gira em torno de si mesma. A canoa é muito menor que o raio do vórtice. $\boxed{5}$

3. Suponha que a bactéria X é extremamente sensível a mudanças repentinas de pressão e torna–se inativa se a pressão variar de mais de 10^4N.m^2 em 1s. Ondas capilares com período de 0.1s são geradas na superfície plana do mar e quando quebram por *microbreaking* ejetam gotículas de .1mm de raio para a atmosfera. Uma bactéria X está junto à superfície, uma onda capilar quebra e ela é capturada numa gotícula. Ela ficará inativa? $\boxed{5}$

4. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual e responda:

$$\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} \;=\; -\vec{\nabla}p \;+\; \mu\nabla^2\vec{u} \;+\; \rho\vec{g} \;+\; \rho(\vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{r})) \;-\; 2\rho\vec{\Omega}\times\vec{u}. \tag{1}$$

   (a) Argumente, usando a equação 2, porque as bases de lançamento de foguetes são preferencialmente localizadas perto do equador. $\boxed{5}$

   (b) Simplifique a equação 2 para estudar o fluxo no Rio Pinheiros. Associe o que foi assumido com o termo eliminado. $\boxed{5}$

   (c) Simplifique a equação 2 para um fluxo estacionário, turbulento e não–linear que ocorre em médias latitudes da Terra, usando a gravidade aparente. $\boxed{5}$

5. Considere uma superfície A que envolve um volume V. Para que a entropia S se conserve, a variação total da entropia dentro de V tem de ser igual ao fluxo de entropia que passa pela área total A, ou seja: $\boxed{10}$

$$\int_V \frac{\partial S}{\partial t}dV \;=\; -\int_A S\vec{u}\cdot d\vec{A}.$$

Considere um processo isoentrópico. A partir da equação acima deduza a equação abaixo e responda: qual a interpretação física do segundo termo? (Quero contas com explicações.)

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(S\vec{u}) = 0$$

6. O fluxo dado pelas equações abaixo é incompressível? Explique a sua resposta (b é constante). 10

$$\begin{cases} u_r &= \frac{1}{r}\cos(br^2) \\ u_\theta &= 2r\theta b\frac{\sin(2br^2)}{\cos(br^2)} \\ u_z &= -2bz\sin(br^2) \end{cases}$$

7. Considerando o fluxo laminar independente do tempo descrito pela função de corrente:

   $\psi = U\,y\left(1 - \dfrac{a^2}{x^2+y^2}\right)$, com U e a constantes reais. A Pressão em $x = \pm\infty$ é P_∞.

   (a) Esboce as linhas de corrente para $\sqrt{x^2+y^2} \geq a$. $\boxed{5}$

   Dicas: Desenhe os eixos. Comece por $\psi = 0$, daí já sai uma linha. Depois analise $\psi(x, y \;\to \pm\infty)$; com isso você já sabe como é o campo distante. Para preencher o resto do desenho, quando x^2+y^2 se aproxima de a^2, veja o que acontece com ψ.

   (b) Calcule as componentes da velocidade. Que situação real este fluxo pode representar? $\boxed{5}$

   Dicas: Use a definição de ψ; Depois analise as componentes u e v se $(x, y \;\to \pm\infty)$.

(c) Mostre que o fluxo é irrotacional. Calcule a pressão (em termos de $\rho,\ U,\ a,\ x$ e da pressão num ponto distante P_∞) para $y = 0$ usando a equação de Bernoulli com $z = C,\ C$ constante. $\boxed{10}$

> Dicas: Se o fluxo é irrotacional $\nabla^2(\psi) = 0$.
> Use Bernoulli com um ponto no $x = \infty$ e o outro num ponto qualquer:
>
> $$\frac{p}{\rho} + \frac{Q^2}{2} + gC = \frac{P_\infty}{\rho} + \frac{U^2}{2} + gC$$
>
> Sendo $Q^2 = u^2 + v^2$ (módulo da velocidade). Substitua $y = 0$ em u e v e voilá!

(d) Qual o valor máximo da pressão e onde ela ocorre? Qual é a velocidade nesses pontos? $\boxed{5}$

8. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\nabla^2\vec{u} + g_z - 2\vec{\Omega}\times\vec{u}. \tag{2}$$

Vamos usar a equação 2 aplicada a um problema de circulação na mesa girante. Para simplificar o problema considere o seguinte:

- O balanço de forças na vertical é hidrostático:

$$\rho g_z = -\frac{\partial p}{\partial z}. \tag{3}$$

- O fluxo é aproximadamente estacionário, linear, invíscido, incompressível e homogêneo.

(a) Escreva as equações das componentes horizontais do balanço de forças. Quero uma equação para a direção x e uma para y. Note que, por causa do produto vetorial, a equação para x tem v e a equação para y tem u. $\boxed{5}$

(b) Derive cruzado e some as duas equações para eliminar o termo em p. Use a equação da continuidade para obter uma expressão para $\frac{\partial w}{\partial z}$. $\boxed{10}$

(c) Diferencie em z as equações que você obteve no item a e substitua a equação 3 para obter expressões para $\frac{\partial u}{\partial z}$ e $\frac{\partial v}{\partial z}$. Tendo em vista essas expressões juntamente com a obtida no item b, o que acontece quando colocamos um pequeno obstáculo no fundo do tanque girante e forçamos uma corrente horizontal a passar sobre ele? Nota: Essa corrente é dezenas de vezes mais lenta que velocidade tangencial imposta pela rotação. $\boxed{10}$

♠

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Pontos	15	5	5	15	10	10	25	25	110
Nota									

Memória não–volátil:

Regra do quociente: se $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ então $f'(x) = \frac{g'(x)h(x)-g(x)h'(x)}{[h(x)]^2}$.

O coeficiente de tensão superficial da água é 73×10^{-3}N.m-1.

Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar	
Função escalar	$E = \quad E(r,\theta,z)$
Função vetorial	$\vec{V} = \quad u_r(r,\theta,z)_{\hat{i}_r} \quad + \quad u_\theta(r,\theta,z)_{\hat{i}_\theta} \quad + \quad u_z(r,\theta,z)_{\hat{i}_z}$
Gradiente é vetor!	$\vec{\nabla}E = \quad \left(\frac{\partial E}{\partial r}\right)_{\hat{i}_r} \quad + \quad \left(\frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_\theta} \quad + \quad \left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)_{\hat{i}_z}$
Divergente é escalar!	$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} = \quad \frac{1}{r}\frac{\partial(r\,u_r)}{\partial r} \quad + \quad \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \quad + \quad \frac{\partial u_z}{\partial z}$
Rotacional é vetor!	$\vec{\nabla}\times\vec{V} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)_{\hat{i}_r} + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)_{\hat{i}_\theta} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r\,u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_z}$

Esta é a definição de ψ em coords. cartesianas:

$$\begin{cases} u = \dfrac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x}. \end{cases}$$

Esta é a definição de ψ em coords. cilíndricas:

$$\begin{cases} u_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ u_\theta = -\dfrac{\partial \psi}{\partial r}. \end{cases}$$