IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova REC** Nome:_____

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A **tentativa** de violação de qualquer regra abaixo anulará o teu exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o celular.

♠

1. As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Justifique as falsas.

   (a) A equação de Bernoulli é deduzida a partir da conservação de momentum, usando estas propriedades: $\nabla^2\vec{u} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{u}) - \vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{u})$ e $(\vec{u}\cdot\vec{\nabla})\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{\nabla}u^2 - \vec{u}\times(\vec{\nabla}\times\vec{u})$. Por isso a equação de Bernoulli se aplica a fluxos incompressíveis e irrotacionais. 4
   A. Falso B. Verdadeiro

   (b) Na equação de Navier–Stokes para referencial inercial há dois termos, um associado à força centrífuga e um à força de Coriolis. Estas forças não realizam trabalho pois são perpendiculares ao deslocamento. 4
   A. Verdadeiro B. Falso

   (c) O potencial de velocidade é definido para fluxos irrotacionais bidimensionais. 4
   A. Falso B. Verdadeiro

   (d) As forças de Coriolis e centrífuga são fundamentalmente diferentes da força gravitacional pois dependem da aceleração do sistema de referência e não de propriedades da matéria. 4
   A. Verdadeiro B. Falso

(e) Um fluxo é definido num sistema de coordenadas esféricas por três equações para as componentes da velocidade em função das dimensões r, θ e ϕ. Se essas três componentes da velocidade são não contém θ na fórmula, o fluxo pode ser tratado como bi–dimensional. 4

A. Falso B. Verdadeiro

2. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual e responda: 5

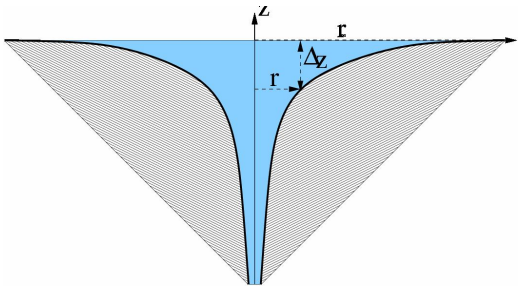
$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{g} + \rho(\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})) - 2\rho \vec{\Omega} \times \vec{u}.$$

Considere um planeta como a Terra, mas com a duração do dia diferente. Nesse planeta, uma partícula que se move a 1m/s em 45° sente a força centrífuga igual, em módulo, à de Coriolis. Qual é a duração do dia (em dias) nesse planeta?

3. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual. Identifique o termo não linear e explique por argumentos quantitativos porque o chamamos assim. 5

4. Considere uma bolha que não é esférica e possui uma seção circular de raio 10cm e, num plano perpendicular a esta, outra seção circular com raio 20cm. O coeficiente de tensão superficial da água com sabão é 9×10^{-3}N.m-1. Na região onde estas medidas foram tomadas qual é a diferença entre a pressão interna e a externa? 10

5. Um fluxo que se forma no ralo de uma cuba é o vórtice irrotacional, veja a seção ilustrada ao lado. A velocidade tangencial é $u_\theta = 30$cm.s^{-1} para $r = 8$cm.



(a) Calcule a velocidade tangencial em $r = 1$cm e $r = 1$m. 10

(b) Utilize a forma geral da equação de Bernoulli para fluxos irrotacionais, $\frac{1}{2}\rho u^2 + \rho g z + P = B$ e calcule a depressão $z(r)$ em $r = 25$ cm e $r = .5$ cm. 10

6. Para o fluxo $\vec{v} = \dfrac{-4y}{x^2+y^2}\vec{i} + \dfrac{4x}{x^2+y^2}\vec{j} + 0\vec{k}$ deduza a equação e faça um esboço das linhas de corrente. $\boxed{15}$

7. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\nabla^2\vec{u} + g_z - 2\vec{\Omega}\times\vec{u}. \tag{1}$$

Vamos usar a equação 1 aplicada a um problema de circulação na mesa girante. Para simplificar o problema considere o seguinte:

- O balanço de forças na vertical é hidrostático:

$$\rho g_z = -\frac{\partial p}{\partial z}. \tag{2}$$

- O fluxo é aproximadamente estacionário, linear, invíscido, incompressível e homogêneo.

(a) Escreva as equações das componentes horizontais do balanço de forças. Quero uma equação para a direção x e uma para y. Note que, por causa do produto vetorial, a equação para x tem v e a equação para y tem u. 5

(b) Derive cruzado e some as duas equações para eliminar o termo em p. Use a equação da continuidade para obter uma expressão para $\frac{\partial w}{\partial z}$. 10

(c) Diferencie em z as equações que você obteve no item (a) e substitua a equação 2 para obter expressões para $\frac{\partial u}{\partial z}$ e $\frac{\partial v}{\partial z}$. Tendo em vista essas expressões juntamente com a obtida no item b, o que acontece quando colocamos um pequeno obstáculo no fundo do tanque girante e forçamos uma corrente horizontal a passar sobre ele? Nota: Essa corrente é dezenas de vezes mais lenta que velocidade tangencial imposta pela rotação. 10

♠

Questão	1	2	3	4	5	6	7	Total
Pontos	20	5	5	10	20	15	25	100
Nota								

Memória não–volátil:

Esta é a definição de ψ em coords. cartesianas:

$$\begin{cases} u = \dfrac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x}. \end{cases}$$

Esta é a definição de ψ em coords. cilíndricas:

$$\begin{cases} u_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ u_\theta = -\dfrac{\partial \psi}{\partial r}. \end{cases}$$