IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova II** Nome:____________________

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A **tentativa** de violação de qualquer regra abaixo anulará o teu exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o celular.

---

1. As afirmações a seguir são certas ou erradas? Justifique sua resposta.

   (a) Considere um vórtice circular irrotacional. Nele, a circulação calculada num circuito de raio r onde $0 < r < \infty$ é zero. A. Certo B. Errado $\boxed{4}$

   (b) A taxa de deformação dada por: $e_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$, com $i \neq j$ exclui o termo $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}$. A. Errado B. Certo $\boxed{4}$

   (c) Considere uma gota esférica, típica de tinta de impressora com volume de 10 pl[1], submersa, com o centro a $h = 10$ cm de profundidade num tanque com óleo mineral (i.e. óleo Johnson) com densidade ρ_{bb} em repouso. A pressão no centro dela é dada exatamente por $p = p_{atm} + \rho_{bb} g h$ na notação usual. A. Errado B. Certo $\boxed{4}$

   (d) A força de Coriolis não acrescenta ou retira energia do sistema pois é sempre perpendicular ao deslocamento. A. Certo B. Errado $\boxed{4}$

   (e) Para que a equação de Bernoulli na forma $\frac{1}{2}\rho u^2 + \rho g z + p = B$. seja aplicável, basta que o fluxo seja irrotacional e incompressível, pois isso equivale à inviscidez. A. Errado B. Certo $\boxed{4}$

[1] pl = picolitro = 10^{-12}l

2. Marque uma alternativa correta (f=campo escalar, $\vec{u}$=campo vetorial): [10]

$\nabla \times (\nabla f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \times (\nabla \times f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla(\nabla \cdot f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \cdot (\nabla \times f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \cdot (\nabla \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla \times (\nabla \times \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \cdot (\nabla f)$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA
$\nabla(\nabla \cdot \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA	$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{u})$	◯ Vetor	◯ Escalar	◯ NDA

3. Converta o fluxo dado pelas equações abaixo para coordenadas cilíndricas e diga se é incompressível ou não, demonstrando matematicamente. Descreva brevemente como é o fluxo. [15]

$$\begin{cases} u &= \dfrac{-y}{x^2+y^2}\,\hat{i} \\ v &= \dfrac{x}{x^2+y^2}\,\hat{j} \\ w &= \dfrac{22}{7}\,\hat{k} \end{cases}$$

4. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual aplicável aos oceanos terrestres:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} \; = \; -\vec{\nabla} p \; + \; \mu_{H_2O} \nabla^2 \vec{u} \; + \; \rho_{H_2O} \vec{g} \; + \; \rho(\vec{\Omega_{\text{♁}}} \times (\vec{\Omega_{\text{♁}}} \times \vec{r})) \; - \; 2\rho_{H_2O} \vec{\Omega_{\text{♁}}} \times \vec{u}. \tag{1}$$

Ela vale em qualquer oceano, inclusive no de Gliese 667 Cb ($\mathfrak{z}$), cujo raio é $R_{\mathfrak{z}} = 3R_{\text{♁}}$ e cuja aceleração da gravidade é $g_{\mathfrak{z}} = 0.777 g_{\text{♁}}$. O dia desse exoplaneta é 1.93 $d_{\mathfrak{z}} = d_{\text{♁}}$ e a temperatura na superfície é de $360°$C. O oceano é feito de Cádmio líquido, cuja densidade é $8.6\rho_{H_2O}$ e cuja viscosidade é 2.5×10^{-3} Pa.s, 250% maior que a da água.

(a) No equador de Gliese 667 Cb a aceleração centrífuga representa que percentual da gravidade $g_{\mathfrak{z}}$? $\boxed{5}$

(b) A equação 1 tem 6 termos. Quais componentes de quais termos contém o balanço hidrostático? $\boxed{5}$

(c) Calcule a pressão no fundo do oceano de Gliese 667 Cb, no Polo Norte, se a profundidade é de 32500 m. $\boxed{5}$

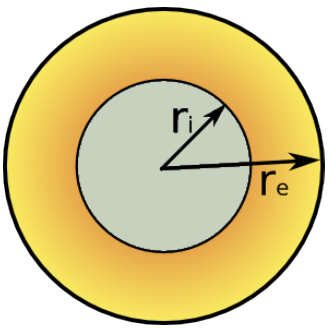
---

5. Suponha que temos um tanque de 18 m de raio e nele fazemos um vórtice aproximadamente irrotacional e estável cujo olho tem um raio idealmente pequeno. A "força" centrífuga por unidade de volume para um raio de 0.08 m é 7.2 N.m^{-3}.

(a) Que termo da equação de Navier–Stokes faz o papel de força centrípeta nesse vórtice? $\boxed{5}$

(b) Utilize a forma geral da equação de Bernoulli para fluxos irrotacionais: $\frac{1}{2}u^2 + gz + \int \frac{dp}{\rho} = B$ e calcule a depressão $z(r)$ (em m) para $r = 25$ cm e $r = 0.5$ cm. $\boxed{15}$

6. Considere dois cilindros vistos de cima na figura abaixo. O interno, de raio r_i está parado e o externo, de raio r_e se move com velocidade angular Ω. Considere o fluxo laminar e o coeficiente de viscosidade dinâmica μ constante. Assuma a condição de contorno de não–escorregamento junto às paredes do cilindro. Esta é a versão mais simples desse problema que já foi tratado por:



- Newton,
- Taylor,
- Stokes,
- Couette,
- Chandrasekar e outros notáveis. Agora é a sua vez.

(a) Obtenha o perfil de velocidades $u_\theta(r)$ em função das variáveis conhecidas. $\boxed{10}$

(b) Obtenha a tensão de cisalhamento em qualquer ponto do fluido em função das variáveis conhecidas. 5

(c) Esboçe o perfil de velocidades. 5

Questão	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos	20	10	15	15	20	20	100
Nota							

Memória não–volátil:

$\Gamma = \oint_C \vec{u}.\vec{dl}$

Conversão do sistema retangular (x, y, z) para o cilíndrico (r, θ, z) e vice-versa:
$y = r\cos\theta$, $x = r\sin\theta$, $z = z$ e
$r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$, $\theta = \arctan\frac{y}{x}$, $z = z$.
Quanto aos versores,
$i_x = (i_r\cos\theta - i_\theta\sin\theta)$, $i_y = (i_r\sin\theta + i_\theta\cos\theta)$, $i_z = i_z$

Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar	
Função escalar	$E = E(r,\theta,z)$
Função vetorial	$\vec{V} = u_r(r,\theta,z)_{\hat{i}_r} + u_\theta(r,\theta,z)_{\hat{i}_\theta} + u_z(r,\theta,z)_{\hat{i}_z}$
Gradiente	$\vec{\nabla}E = \left(\frac{\partial E}{\partial r}\right)_{\hat{i}_r} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_\theta} + \left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)_{\hat{i}_z}$
Divergente	$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} = \frac{1}{r}\frac{\partial(r\ u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$
Rotacional	$\vec{\nabla}\times\vec{V} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)_{\hat{i}_r} + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)_{\hat{i}_\theta} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r\ u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_z}$