

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A **tentativa** de violação de qualquer regra abaixo anulará o teu exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o celular.



1. As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Justifique as falsas.

- (a) Na equação da conservação de momentum = o termo de dissipação viscosa Φ é introduzido através da substituição da equação constitutiva de fluidos Newtonianos no termo das forças de corpo. A. Certo B. Errado

4

- (b) A equação da continuidade não pode ser simplificada para a forma $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}$ quando estudamos circulação abissal. A. Errado B. Certo

4

- (c) A função de corrente é definida para fluxos bidimensionais não-divergentes. A. Certo B. Errado

4

- (d) As forças de Coriolis e centrífuga são fundamentalmente diferentes da força gravitacional pois dependem da velocidade do sistema de referência e não de propriedades da matéria. A. Certo B. Errado

4

- (e) A deformação é linearmente proporcional à tensão nos fluidos Newtonianos. A. Errado B. Certo

4

2. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual e responda:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{g} + \rho(\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})) - 2\rho\vec{\Omega} \times \vec{u}. \quad (1)$$

(a) Em que latitude(s) a aceleração centrífuga tem magnitude mínima? 5

(b) Simplifique a equação 1 para o caso linear e forçado pelo vento, usando a gravidade aparente. 5

(c) Simplifique a equação 1 para um fluxo estratificado, linear e invíscido que ocorre sobre o equador de um planeta que gira de forma que um dia de lá tem 48 horas. Dê a resposta em termos de Ω que é a velocidade angular da Terra. 5

3. Suponha que a bactéria X é extremamente sensível a mudanças repentinas de pressão e torna-se inativa se a pressão variar de mais de 10^4N.m^{-2} em 1s. Ondas capilares com período de 0.1s são geradas na superfície plana do mar e quando quebram por *microbreaking* ejetam gotículas de 0.1mm de raio para a atmosfera. Uma bactéria X está junto à superfície, uma onda capilar quebra e ela é capturada numa gotícula. Ela ficará inativa? 15

4. Durante o curso a segunda lei da termodinâmica e a equação da continuidade foram combinadas na dedução desta equação: 10

$$\rho \frac{DS}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{q}}{T} \right) - \frac{\vec{q}}{T^2} \cdot \vec{\nabla}T + \frac{\Phi}{T}$$

Substitua nela a equação da difusão simples de calor (lei de Fourier) e obtenha a **equação da produção de entropia**. Identifique nessa nova equação o(s) termo(s) relativo(s) à produção de entropia e explique o processo físico associado a ele(s).

5. O fluxo dado pelas equações abaixo é incompressível? Explique a sua resposta (b é constante).

15

$$\begin{cases} u_r &= \frac{1}{r} \cos(br^2) \\ u_\theta &= 2r\theta b \frac{\sin(2br^2)}{\cos(br^2)} \\ u_z &= -2bz \sin(br^2) \end{cases}$$

6. Considerando o fluxo independente do tempo descrito pela função de corrente:

$$\psi = U y \left(1 - \frac{a^2}{x^2 + y^2} \right), \text{ com } U \text{ e } a \text{ constantes reais. A Pressão em } x = \pm\infty \text{ é } P_\infty.$$

(a) Esboce as linhas de corrente para $\sqrt{x^2 + y^2} \geq a$.

5

Dicas: Comece por $\psi = 0$; Depois analise $\psi(x \rightarrow \pm\infty)$.

(b) Calcule as componentes da velocidade. Que situação real este fluxo pode representar?

5

Dicas: Use a definição de ψ ; Depois analise as componente u e v se $x \rightarrow \pm\infty$).

(c) Mostre que o fluxo é irrotacional. Calcule a pressão para $y = 0$ usando a equação de Bernoulli com $z = C$, C constante.

10

Dicas: Se o fluxo é irrotacional $\nabla^2(\psi) = 0$.
 Use Bernoulli com um ponto no $x = \infty$ e o outro num ponto qualquer:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{Q^2}{2} + gC = \frac{P_\infty}{\rho} + \frac{U^2}{2} + gC$$

Sendo $Q^2 = u^2 + v^2$ (módulo da velocidade. Substitua $y = 0$ em u e v e voilà!

(d) Qual o valor máximo da pressão e onde ela ocorre?

5



Questão	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos	20	15	15	10	15	25	100
Nota							

Memória não-volátil:

O coeficiente de tensão superficial da água é $83 \times 10^{-3} \text{N.m}^{-1}$.

A lei de Fourier é $\vec{q}_t = -k_t \vec{\nabla} T$ onde k_t é o coeficiente positivo de condutividade térmica.

Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar	
Função escalar	$E = E(r, \theta, z)$
Função vetorial	$\vec{V} = u_r(r, \theta, z) \hat{i}_r + u_\theta(r, \theta, z) \hat{i}_\theta + u_z(r, \theta, z) \hat{i}_z$
Gradiente <small>é vetor!</small>	$\vec{\nabla} E = \left(\frac{\partial E}{\partial r}\right) \hat{i}_r + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial \theta}\right) \hat{i}_\theta + \left(\frac{\partial E}{\partial z}\right) \hat{i}_z$
Divergente <small>é escalar!</small>	$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$
Rotacional <small>é vetor!</small>	$\vec{\nabla} \times \vec{V} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right) \hat{i}_r + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right) \hat{i}_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right) \hat{i}_z$

Esta é a definição de ψ
em coords. cartesianas:

$$\begin{cases} u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases}$$

Esta é a definição de ψ
em coords. cilíndricas:

$$\begin{cases} u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ u_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \end{cases}$$