IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova II** Nome:________________

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A **tentativa** de violação de qualquer regra abaixo anulará o teu exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o celular.

---

1. As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Justifique as falsas.

   (a) Na equação da conservação de energia o termo de dissipação viscosa $\Phi$ é introduzido através da substituição da equação constitutiva de fluidos Newtonianos no termo de trabalho das forças de corpo. A. Certo B. Errado $\boxed{4}$

   (b) A equação da continuidade não pode ser simplificada para a forma $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}$ quando estudamos circulação abissal. A. Errado B. Certo $\boxed{4}$

   (c) O potencial de velocidade é definido para fluxos bidimensionais não–divergentes. A. Errado B. Certo $\boxed{4}$

   (d) As forças de Coriolis e centrífuga são fundamentalmente diferentes da força gravitacional pois dependem da velocidade do sistema de referência e não de propriedades da matéria. A. Certo B. Errado $\boxed{4}$

   (e) Apenas nos fluidos Newtonianos a deformação é linearmente proporcional à tensão. A. Errado B. Certo $\boxed{4}$

2. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual e responda:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{g} + \rho(\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})) - 2\rho \vec{\Omega} \times \vec{u}. \quad (1)$$

(a) Em que latitude(s) a aceleração centrífuga tem magnitude máxima? $\boxed{5}$

(b) Simplifique a equação 1 para o caso estacionário, não–linear e forçado pelo vento, usando a gravidade aparente. $\boxed{5}$

(c) Simplifique a equação 1 para um fluxo estratificado, linear e invíscido que ocorre sobre o equador de um planeta que gira rápido. $\boxed{5}$

3. Suponha que a bactéria X é extremamente sensível a mudanças repentinas de pressão e torna–se inativa se a pressão variar de mais de $10^4$N.m$^2$ em 1s. Ondas capilares com período de 0.1s são geradas na superfície plana do mar e quando quebram por *microbreaking* ejetam gotículas de .1mm de raio para a atmosfera. Uma bactéria X está junto à superfície, uma onda capilar quebra e ela é capturada numa gotícula. Ela ficará inativa? $\boxed{15}$

4. Durante o curso a segunda lei da termodinâmica e a equação da continuidade foram combinadas na dedução desta equação: $\boxed{10}$

$$\rho \frac{DS}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\vec{q}}{T} \right) - \frac{\vec{q}}{T^2} \cdot \vec{\nabla} T + \frac{\Phi}{T}$$

Substitua nela a equação da difusão simples de calor (lei de Fourier) e obtenha a **equação da produção de entropia**. Identifique nessa nova equação o(s) termo(s) relativo(s) à produção de entropia e explique o processo físico associado a ele(s).

5. O fluxo dado pelas equações abaixo é incompressível? Explique a sua resposta (b é constante). $\boxed{15}$

$$\begin{cases} u_r &= \frac{1}{r}\cos(br^2) \\ u_\theta &= 2r\theta b\frac{\sin(2br^2)}{\cos(br^2)} \\ u_z &= -2bz\sin(br^2) \end{cases}$$

6. Considerando o fluxo independente do tempo descrito pela função de corrente:

$\psi = U\,y\left(1 - \dfrac{a^2}{x^2+y^2}\right)$, com $U$ e $a$ constantes reais. A Pressão em $x = \pm\infty$ é $P_\infty$.

(a) Esboce as linhas de corrente para $\sqrt{x^2+y^2} \geq a$. $\boxed{5}$

| |
|---|
| Dicas: Comece por $\psi = 0$; Depois analise $\psi(x \to \pm\infty)$. |

(b) Calcule as componentes da velocidade. Que situação real este fluxo pode representar? 5

> Dicas: Use a definição de $\psi$; Depois analise as componente $u$ e $v$ se $x \to \pm\infty$).

(c) Mostre que o fluxo é irrotacional. Calcule a pressão para $y = 0$ usando a equação de Bernoulli com $z = C,\ C$ constante. 10

Dicas: Se o fluxo é irrotacional $\nabla^2(\psi) = 0$.
Use Bernoulli com um ponto no $x = \infty$ e o outro num ponto qualquer:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{Q^2}{2} + gC = \frac{P_\infty}{\rho} + \frac{U^2}{2} + gC$$

Sendo $Q^2 = u^2 + v^2$ (módulo da velocidade. Substitua $y = 0$ em $u$ e $v$ e voilá!

(d) Qual o valor máximo da pressão e onde ela ocorre? 5

| Questão | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pontos | 20 | 15 | 15 | 10 | 15 | 25 | 100 |
| Nota | | | | | | | |

**Memória não–volátil:**

O coeficiente de tensão superficial da água é $83 \times 10^{-3}$N.m$-1$.

A lei de Fourier é $\vec{q_t} = -k_t \vec{\nabla} T$ onde $k_t$ é o coeficiente positivo de condutividade térmica.

| **Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Função escalar | $E =$ | $E(r,\theta,z)$ | | | | | |
| Função vetorial | $\vec{V} =$ | $u_r(r,\theta,z)_{\hat{i}_r}$ | $+$ | $u_\theta(r,\theta,z)_{\hat{i}_\theta}$ | $+$ | $u_z(r,\theta,z)_{\hat{i}_z}$ | |
| Gradiente é vetor! | $\vec{\nabla} E =$ | $\left(\frac{\partial E}{\partial r}\right)_{\hat{i}_r}$ | $+$ | $\left(\frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_\theta}$ | $+$ | $\left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)_{\hat{i}_z}$ | |
| Divergente é escalar! | $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} =$ | $\frac{1}{r}\frac{\partial (r\ u_r)}{\partial r}$ | $+$ | $\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$ | $+$ | $\frac{\partial u_z}{\partial z}$ | |
| Rotacional é vetor! | $\vec{\nabla} \times \vec{V} =$ | $\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)_{\hat{i}_r}$ | $+$ | $\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)_{\hat{i}_\theta}$ | $+$ | $\left(\frac{1}{r}\frac{\partial (r\ u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_z}$ | |

Esta é a definição de $\psi$ em coords. cartesianas:

$$\begin{cases} u = \dfrac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x}. \end{cases}$$

Esta é a definição de $\psi$ em coords. cilíndricas:

$$\begin{cases} u_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ u_\theta = -\dfrac{\partial \psi}{\partial r}. \end{cases}$$