IOF221 - Oceanografia Dinâmica I

Prova II

Nome:________________________

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A **tentativa** de violação de qualquer regra abaixo anulará o teu exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o celular.

♠

1. As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Justifique as falsas.

   (a) A taxa de deformação por cisalhamento na forma tensorial, $e_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$, inclui o termo de deformação por compressão. A. Errado B. Certo 4

   (b) A equação da continuidade pode ser simplificada para a forma $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}$ mesmo em processos vigorosamente convectivos no oceano pois o fluido é compressível. Tome como exemplo a região próxima de plumas hidrotérmicas, desconsiderando bolhas, mudança de estado e reações químicas. A. Errado B. Certo 4

   (c) O potencial de velocidade é indefinido para fluxos irrotacionais bidimensionais. A. Errado B. Certo 4

   (d) As forças de Coriolis e centrífuga são fundamentalmente diferentes da força gravitacional pois dependem da velocidade do sistema de referência e não de propriedades da matéria. A. Errado B. Certo 4

   (e) Apenas nos fluidos Newtonianos a deformação é linearmente proporcional à tensão. A. Errado B. Certo 4

2. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual e responda:

$$\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \mu\nabla^2\vec{u} + \rho\vec{g} + \rho(\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})) - 2\rho\vec{\Omega} \times \vec{u}. \quad (1)$$

(a) Em que latitude(s) a aceleração centrífuga tem magnitude zero? 5

(b) Simplifique a equação 1 para o caso estacionário, não–linear e forçado pelo vento, usando a gravidade aparente. 5

(c) Simplifique a equação 1 para um fluxo estratificado, estacionário, não–linear e viscoso que ocorre sobre o equador de um planeta que gira rápido. 5

3. Desenvolva o termo advectivo da equação 1 explicitando todas as componentes. Explique o significado físico dessas componentes. 10

4. Durante o curso a segunda lei da termodinâmica e a equação da continuidade foram combinadas na dedução desta equação:

$$\rho \frac{DS}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{q}}{T} \right) - \frac{\vec{q}}{T^2} \cdot \vec{\nabla} T + \frac{\Phi}{T} \tag{2}$$

(a) Utilize a equação da difusão simples de calor na Equação 2 e obtenha a **equação da produção de entropia**. Identifique nela os seguintes termos: 5

1. variação total da entropia,
2. convergência do fluxo de calor,
3. produção de entropia por condução e
4. produção de entropia por atrito viscoso.

(b) Simplifique a equação obtida no item (a) considerando um fluxo invíscido com divergente do fluxo de calor igual a zero. Este caso restringe de algum modo a variação da entropia? $\boxed{5}$

(c) Simplifique a equação obtida no item (a) considerando um fluxo invíscido e horizontalmente isotérmico. Dica: a resposta deve ter um termo com o divergente do fluxo de calor, e dois que dependem da estratificação. $\boxed{10}$

5. O fluxo dado pelas equações abaixo é incompressível? Explique a sua resposta (b é constante). $\boxed{15}$

$$\begin{cases} u_r &= \frac{1}{r}\cos(br^2) \\ u_\theta &= 2r\theta b\frac{\sin(2br^2)}{\cos(br^2)} \\ u_z &= -2bz\sin(br^2) \end{cases}$$

6. Considerando o fluxo independente do tempo descrito por: $\vec{v} = \dfrac{-2y}{x^2+4y^2}\vec{i} + \dfrac{x}{x^2+4y^2}\vec{j} + 0\vec{k}$, Deduza a equação das linhas de corrente ($\psi(x,y)$). $\boxed{20}$

Questão	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos	20	15	10	20	15	20	100
Nota							

Memória não–volátil:

A lei de Fourier é $\vec{q_t} = -k_t \vec{\nabla} T$ onde k_t é o coeficiente positivo de condutividade térmica.

Na transformação de sistemas de coordenadas cartesianas para cilíndricas,

$$\begin{cases} \hat{i} = \hat{i}_r \cos(\theta) - \hat{i}_\theta \sin(\theta) \\ \hat{j} = \hat{i}_r \sin(\theta) + \hat{i}_\theta \cos(\theta) \\ \\ x = r\cos(\theta) \\ y = -r\sin(\theta) \end{cases}$$

Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar

Função escalar	$E =$	$E(r,\theta,z)$			
Função vetorial	$\vec{V} =$	$u_r(r,\theta,z)_{\hat{i}_r}$	$+\ u_\theta(r,\theta,z)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$u_z(r,\theta,z)_{\hat{i}_z}$
Gradiente é vetor!	$\vec{\nabla} E =$	$\left(\frac{\partial E}{\partial r}\right)_{\hat{i}_r}$	$+\ \left(\frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$\left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)_{\hat{i}_z}$
Divergente é escalar!	$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} =$	$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\ u_r)}{\partial r}$	$+\ \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$	$+$	$\frac{\partial u_z}{\partial z}$
Rotacional é vetor!	$\vec{\nabla}\times\vec{V} =$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)_{\hat{i}_r}$	$+\ \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r\ u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_z}$

Esta é a definição de ψ em coords. cartesianas:

$$\begin{cases} u = \dfrac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x}. \end{cases}$$

Esta é a definição de ψ em coords. cilíndricas:

$$\begin{cases} u_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ u_\theta = -\dfrac{\partial \psi}{\partial r}. \end{cases}$$