IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova II** Nome:_____

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

A **tentativa** de violação de qualquer regra abaixo anulará o teu exame.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o telefone.

♠

1. As afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas? Justifique as falsas. Um item errado desta questão anula um certo.

   (a) Num sistema de referência não–inercial a segunda lei de Newton não se aplica. Neste caso é necessária uma teoria independente da segunda lei, baseada na conservação de momento angular. A. Certo B. Errado [5]

   (b) A unidade de torque, energia e trabalho é a mesma. A. Certo B. Errado [5]

   (c) Precisamos de, no mínimo, duas medidas de velocidade num fluxo bi–dimensional para podermos estimar a vorticidade. A. Certo B. Errado [5]

   (d) A velocidade angular é um vetor perpendicular ao plano de rotação e tem unidade de s^{-1}. A. Certo B. Errado [5]

   (e) A equação de Navier–Stokes num sistema em rotação, portanto não–inercial, expressa a conservação de momento angular. A. Certo B. Errado [5]

2. Considere a **equação de Navier–Stokes** na notação usual e responda:

$$\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \mu\nabla^2\vec{u} + \rho\vec{g} + \rho(\vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{r})) - 2\rho\vec{\Omega}\times\vec{u}. \quad (1)$$

(a) Em que latitude(s) a aceleração centrífuga tem direção oposta à aceleração gravitacional? 2

(b) Simplifique a equação 1 para o caso estacionário, linear e invíscido usando a gravidade aparente. 5

(c) Simplifique a equação 1 para um fluxo estratificado, estacionário, não–linear e viscoso onde se pode desprezar a aceleração de Coriolis mas não a centrífuga. 5

3. A contração halina, mantendo–se pressão e temperatura constantes, pode ser quantificada desta forma: 10

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \beta\Delta S.$$

Mostre que o coeficiente de contração halina β é dado por

$$\beta = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial S}\right)_{pT}$$

e explique todas as passagens.

4. Considerando o fluxo independente do tempo descrito por: $\vec{v} = \dfrac{-y}{x^2+y^2}\vec{i} + \dfrac{x}{x^2+y^2}\vec{j} + 0\vec{k}$, 15

Deduza a equação das linhas de corrente (ψ).

Dica: esta é a definição de ψ em coords. cartesianas:	e esta é a definição de ψ em coords. cilíndricas:
$\begin{cases} u = \dfrac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases}$	$\begin{cases} u_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ u_\theta = -\dfrac{\partial \psi}{\partial r}. \end{cases}$

5. Considere a equação de Cauchy na notação usual:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho\vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \tau \qquad (2)$$

(a) Desenvolva o termo advectivo da equação 2 com todas as suas componentes em (x, y, z, u, v, w) e mostre matematicamente porque ele é chamado de termo não–linear. 10

6. O redemoinho que vimos no laboratório era um vórtice aproximadamente irrotacional. Suponha que temos agora um tanque de 18 m de raio e nele fazemos um redemoinho cujo olho tem um raio idealmente pequeno. A "força" centrífuga por unidade de volume para um raio de 0.08 m é 7.2 N.m^{-3}.

   (a) Nesse vórtice que termo da equação de Navier–Stokes faz o papel de força centrípeta? $\boxed{3}$

   (b) Calcule a velocidade tangencial (em m/s) para $r = 5$mm e $r = 40$cm. $\boxed{10}$

   (c) Utilize a forma geral da equação de Bernoulli para fluxos irrotacionais, $\frac{1}{2}u^2 + gz + \int \frac{dp}{\rho} = B$ e calcule a depressão $z(r)$ (em m) para $r = 25$ cm e $r = 0.5$ cm. $\boxed{15}$

Questão	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos	25	12	10	15	10	28	100
Nota							