IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova I** Nome:________________________

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto).
- A prova tem complexidade progressiva.

Violação de uma das regras anulará a prova.

- Desligue e guarde o celular.
- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.

♠

1. Assinale a(s) alternativa(s) correta(s). Justifique as incorretas. [10]

   A. Suponha que prendemos um mini-CTD no casco de um barquinho à vela de 30cm e soltamos o barquinho em alto mar. As medidas tomadas por esse instrumento podem ser consideradas Lagrangianas.

   B. A dimensão do coeficiente de viscosidade dinâmica μ é [$\mathrm{ML}^{-1}\mathrm{T}^{-1}$]

   C. A tensão superficial de uma gota esférica pode ser estimada a partir do equilíbrio entre o trabalho de compressão e a variação da densidade.

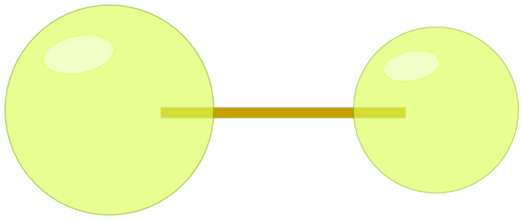
   D. O rotacional do gradiente da salinidade é sempre zero.

   E. O termo advectivo da derivada total é chamado de não-linear, pois podemos usar o teorema de Stokes para colocar alguns termos na forma $\frac{1}{2}\frac{\partial u_i^2}{\partial x_i}$.

2. Mostre matematicamente que o tensor deformação contém em si a compressão e o cisalhamento. [5]

3. Use o que você sabe sobre vorticidade para demonstrar que uma canoa colocada fora do centro de um vórtice irrotacional não gira em torno de si mesma. [5]

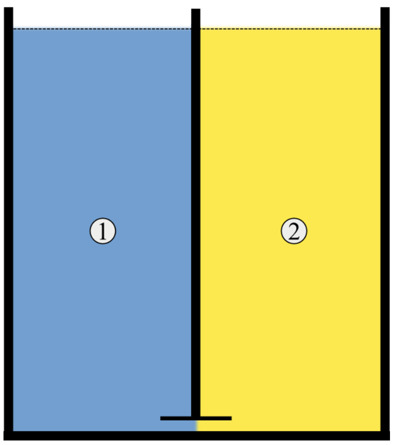
4. Considere a figura abaixo onde a bolha maior tem r =100mm, a menor tem r =90mm e elas estão unidas por um canudinho fino. A tensão superficial da água em N/m é $\sigma = 75.98 \times 10^{-3} - 1.689 \times 10^{-4}\,T$ sendo T a temperatura em °C. A bolha menor está a 25°C. **Qual a temperatura da bolha maior?** Dica: Para não perder tempo, faça as contas com $\sigma = a - bT$ e só substitua valores numéricos no final. 10



5. Considere uma cuba de base retangular cuja seção transversal é mostrada na figura abaixo. 10

A água do lado 1 tem salinidade $S_1 = 35$ e temperatura $T_1 =$ 25°C; a água do lado 2 tem temperatura $T_2 = 5$°C. **Determine a salinidade** S_2 sabendo que o coeficiente de expansão térmica é $\alpha = 1.8 \times 10^{-4}$ °C^{-1}, o coeficiente de contração halina é $\beta = 7.6 \times 10^{-4}$psu^{-1} e o coeficiente de compressibilidade $\kappa = 4.5 \times 10^{-5}$bar^{-1}.

- Note que a cuba é vazada no fundo, e que a água dos dois lados tem a mesma altura.
- Pense na pressão dos dois lados.
- Assuma que os coeficientes α, β e κ são constantes, e que $\frac{\Delta\rho}{\rho} = -\alpha\Delta T + \beta\Delta S + \kappa\Delta p$.



6. Um flutuador Lagrangeano foi capturado por um vórtice desgarrado da Corrente Norte do Brasil. O vórtice é elíptico, tem semi-eixo maior (zonal) $a = 3 \times 10^5$m e semi-eixo menor (meridional) $b = 2 \times 10^5$m. O semi-eixo zonal está alinhado com o paralelo de 5°N. A velocidade no perímetro do vórtice foi medida pelo flutuador e é descrita por $u = k\,r\,((b\,\cos\theta)^2 + (a\,\sin\theta)^2)$ ao longo de uma trajetória fechada. $k = 1 \times 10^{-16}\ \mathrm{m}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$.

   (a) Qual é a **vorticidade média** na área dentro do vórtice? $\boxed{10}$

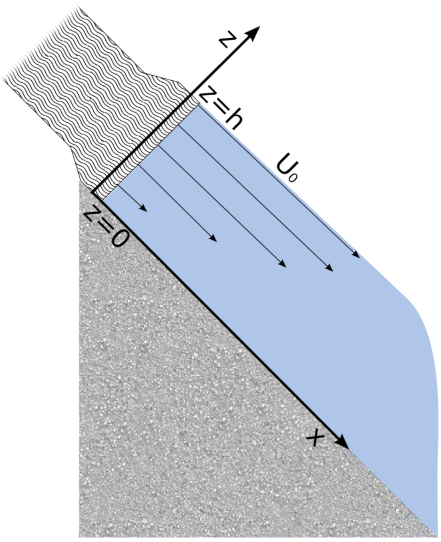
   (b) Expresse esse valor como percentual da **vorticidade planetária** local. $\boxed{5}$

7. Um acidente com um cargueiro levou ao vazamento de etileno-glicol (anticongelante) perto de Abrolhos, num local onde as correntes são aproximadamente nulas e a profundidade é de 105 m. Amostras de água foram coletadas em z =100, 50, 20, 10 e 1 m. Nelas foram encontradas concentrações de C =0.200, 0.275, 0.296, 0.299 e 0.300 g.m^{-3}. Assuma que o quadro é estacionário. Sabendo que o coeficiente de difusão dessa substância é $k = 2 \times 10^{-6}$m^2.s^{-1},

   (a) Baseado nos valores de $q(z)$ para z = 75, 35, 15 e 5,5 m, diga se o fluxo aumenta ou diminui com a profundidade. $\boxed{10}$

(b) Obtenha uma fórmula analítica para $C(z)$ para qualquer z assumindo que o gradiente é contínuo e suave. Dica: pense no gradiente em função de z e assuma que $\frac{dC}{dz} = 0$ em $z = 0$. 10

8. Na seção xz ilustrada a seguir, um canal despeja um líquido de densidade ρ e viscosidade dinâmica μ sobre



um barranco na forma um triângulo retângulo isósceles. O ângulo superior do triângulo é θ. Depois de um certo tempo, o sistema fica em equilíbrio, as velocidades u e a altura h não variam mais com o tempo. Esse fluxo laminar e viscoso é forçado apenas pela gravidade g. O fluxo é simétrico em y. Considere uma parcela de fluido longe das bordas, com comprimento L na direção x e W na direção y (furando o papel). Junto ao chão do barranco a velocidade é $u = 0$ e na interface superior é $u = U_0$.

Vamos aplicar o que deduziremos para ver se escorre mais água se aquecermos ou se resfriarmos a água, mantendo U_0 constante. O fluxo é ajustado de forma que temos $U_0 = 2$ m/s se $g = 9.8\text{ms}^{-2}$. Sabemos também que tanto a viscosidade como a densidade mudam com a temperatura: $\mu = 1.8 \times 10^{-3}$ Nsm^{-2} e $\rho = 999.9\text{kgm}^{-3}$ a 1°C e $\mu = 0.3 \times 10^{-3}\text{Nsm}^{-2}$ e $\rho = 970.4\text{kgm}^{-3}$ a 90°C.

Sugestão: Lembre que τ é força por área. Comece obtendo τ em função de z para uma parcela de fluido que desce o *plano inclinado*. Você deve usar a definição de τ para obter uma equação diferencial, resolva-a para obter u, h e uma boa dose de satisfação.

(a) Obtenha o **perfil de velocidades** $u(z)$. 10

(b) Obtenha uma fórmula para a **altura de equilíbrio** h em função dos parâmetros conhecidos. $\boxed{5}$

(c) **Qual o fluxo** em m^3/s que passa por $W = 10\mathrm{cm}$ se o fluido está a $1°\mathrm{C}$? e a $90°\mathrm{C}$? $\boxed{10}$

Memória não–volátil:

Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar						
Gradiente	$\vec{\nabla} E =$	$\left(\frac{\partial E}{\partial r}\right)_{\hat{i}_r}$	$+$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$\left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)_{\hat{i}_z}$
Divergente	$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} =$	$\frac{1}{r}\frac{\partial (r\, u_r)}{\partial r}$	$+$	$\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$	$+$	$\frac{\partial u_z}{\partial z}$
Rotacional	$\vec{\nabla} \times \vec{V} =$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)_{\hat{i}_r}$	$+$	$\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)_{\hat{i}_\theta}$	$+$	$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial (r\, u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_z}$

Se o ângulo é pequeno, o comprimento do arco é o raio vezes o ângulo.

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r} \text{para uma gota esférica.}$$

A vorticidade planetária é $f = 2\Omega \sin(\theta)$ onde $\Omega = 7.27 \times 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$.
O raio da elipse é

$$r = \frac{ab}{\sqrt{(a \sin\theta)^2 + (b \cos\theta)^2}}$$

e a área da elipse é $A = \pi ab$.

$$u_r = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{\partial \phi}{\partial r} \qquad u_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$
$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

♠

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Pontos	10	5	5	10	10	15	20	25	100
Nota									