IOF221 - Oceanografia Dinâmica I **Prova I** Nome:_____

Informações:

- Duração de 2 horas.
- Pode comer e beber durante a prova.
- Pode fazer a prova à lápis.
- Pode usar calculadora (sem texto), celular não pode.
- A prova tem complexidade progressiva.

A tentativa de violação de qualquer uma das regras abaixo anulará a tua prova.

- Não consulte material ou colegas.
- Sente virado/a para frente.
- Vá ao banheiro antes ou depois do exame.
- Rascunho apenas no verso da prova.
- Desligue e guarde o celular.

♠

1. Assinale a(s) alternativa(s) correta(s). Justifique as incorretas. 10

   A. O que determina se linhas de corrente, trajetórias e linhas de partículas são coincidentes é a divergência, portanto em fluxos incompressíveis as três linhas são coincidentes.

   B. O operador divergente reduz a ordem de um tensor.

   C. O aumento do nível do mar é causado, em parte, pelo aumento da temperatura e da salinidade médias dos oceanos.

   D. Um flutuador Lagrangeano possui uma vela invertida, que fica dentro d'água no intuito de mantê-lo na mesma parcela de fluido.

   E. A capacidade térmica dos dos primeiros ∼2,5m dos oceanos é equivalente à de 20km de atmosfera. Isto se deve ao fato que o calor específico da água (C_v) é muito maior que o do ar.

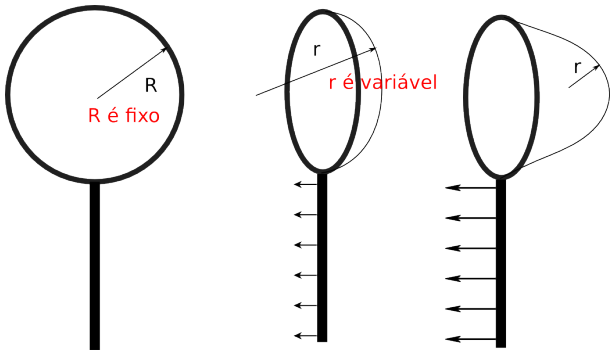
2. (a) Escreva o tensor $e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ em termos de u, v, w, x, y, z. 2

   (b) Escreva a soma das componentes diagonais na forma de um operador vetorial. 2

   (c) O que representam fisicamente as componentes diagonais individualmente e somadas? 3

   (d) O que representam fisicamente as componentes não-diagonais? 3

3. O aro para fazer bolhas de sabão tem raio R e, ao movê-lo, forçamos a entrada de ar contra a membrana de água e sabão gerando uma pequena pressão dinâmica. Essa pressão curva a superfície saponácea reduzindo seu raio de curvatura r que inicialmente é ∞. Pensando *à la Bernoulli* podemos aproximar essa pressão dinâmica como $p_d = \frac{1}{2}\rho u^2$ onde ρ é a densidade **do ar** e u a velocidade projetada na direção perpendicular à área do aro. Obtenha uma expressão para a velocidade que produz uma bolha com r=R. 10



4. Considere uma superfície A que envolve um volume V. Para que a temperatura T se conserve, a taxa de aumento de temperatura dentro de V tem de ser igual ao fluxo de temperatura para dentro da área A, ou seja: 10

$$\int_V \frac{\partial T}{\partial t} dV = -\int_A T\vec{u} \cdot d\vec{A}.$$

Considere a temperatura como uma propriedade conservativa neste sistema. A partir da equação acima obtenha a equação ao lado e responda: qual a interpretação física do primeiro termo?

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (T\vec{u}) = 0$$

5. Considere o campo de temperatura da superfície do mar (TSM) descrito por $T(x, y, z, t) = T_0 + A\sin(kx + ly + \omega\, t)$, numa região de $10° \times 10°$ centrada em 20°W sobre o trópico de Capricórnio. Nessa região a velocidade da corrente a $z = 0$m é dada por $\vec{V} = B\,\cos(kx + ly + \omega\, t)_{\hat{j}}$. Obtenha uma expressão para a derivada material (ou total) $\frac{DT}{Dt}$ da TSM.

$T_0 = 25°$C
$A = 1°$C
$B = 0.2\,$m.s^{-1}
$k = 1\,^{\circ -1}$
$l = 0.3\,^{\circ -1}$C
$\omega = 2\pi/365\,d^{-1}$

   (a) Dada a fórmula da TSM, quanto tempo decorre entre duas TSMs máximas consecutivas? 5

   (b) Dada a fórmula de $\vec{V}$, quanto tempo decorre entre duas velocidades meridionais máximas consecutivas? 5

   (c) Quanto tempo decorre entre dois máximos consecutivos da componente advectiva da variação da TSM? 10

6. Prove que um vórtice 2D, circular, de Rankine, girando com velocidade angular Ω tem vorticidade constante na parte interna e zero na parte externa. A velocidade tangencial u_θ é máxima em $r = R$. 15

7. Considere que a boca de uma pluma hidrotérmica é aproximadamente circular e que a concentração $C[\mathrm{CuSO_4}]$ é máxima na borda do círculo de raio D. 20

   Dados *in situ* mostram que essa concentração C decai (a) com o inverso do quadrado da distância do fundo[1] e (b) exponencialmente com a distância da borda da pluma.

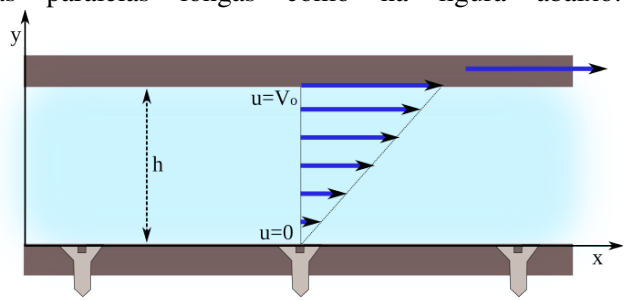
   Posto isso, um bom modelo da concentração de sulfato de cobre $C[\mathrm{CuSO_4}]$ é dado por:

$$C = \frac{A}{(z+B)^2}\, e^{-(D-r)^2}.$$

   Nesse modelo D é o raio da boca, $B = |z(fundo)| + 1$ e A é a concentração máxima, tudo em unidades do SI.

   Use o modelo de difusão de Fick para obter o vetor fluxo de massa ($\vec{q}$) de $\mathrm{CuSO_4}$, dado o coeficiente de difusão k. Com base nas tuas contas dê a direção e o sentido de $\vec{q}$ para $r < D$ e para $r > D$.

8. Considere o fluxo de Couette entre placas paralelas longas como na figura abaixo: 20



   A pressão é da forma $p = -Ax$ onde A é uma constante conhecida. A equação do momentum neste caso é dada por:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

   Obtenha uma expressão para a velocidade $u(y)$ em termos das constantes A, μ, V_0 e h. Responda qual o formato do perfil de velocidade e quais variáveis controlam o formato deste perfil.

[1] z é orientado para cima, $z = 0$ na superfície, portanto $z < 0$ abaixo dela.

Memória não–volátil:

A densidade da água pura é 1000 kg.m^{-3}. A do ar é 1 kg.m^{-3}.
O coeficiente de tensão superficial da água é 83×10^{-3}N.m^{-1}.
O coeficiente de expansão térmica da água é 4×10^{-5}K^{-1}. O de contração halina é 7.9×10^{-4}psu^{-1}.
O calor específico a volume constante da água é 4 J.g^{-1}K^{-1}. O do ar é 1 J.g^{-1}K^{-1}.

$$d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{T,S} dp + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{p,S} dT + \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)_{p,T} dS$$

A lei de Fourier é $\vec{q_t} = -k_t \vec{\nabla} T$ onde k_t é o coeficiente positivo de condutividade térmica.

Sistema de Coordenadas Cilíndrico ou Polar	
Gradiente é vetor!	$\vec{\nabla} E = \left(\frac{\partial E}{\partial r}\right)_{\hat{i}_r} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_\theta} + \left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)_{\hat{i}_z}$
Divergente é escalar!	$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{1}{r}\frac{\partial (r\, u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$
Rotacional é vetor!	$\vec{\nabla} \times \vec{V} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)_{\hat{i}_r} + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)_{\hat{i}_\theta} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial (r\, u_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right)_{\hat{i}_z}$

♠

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Pontos	10	10	10	10	20	15	20	20	115
Nota									