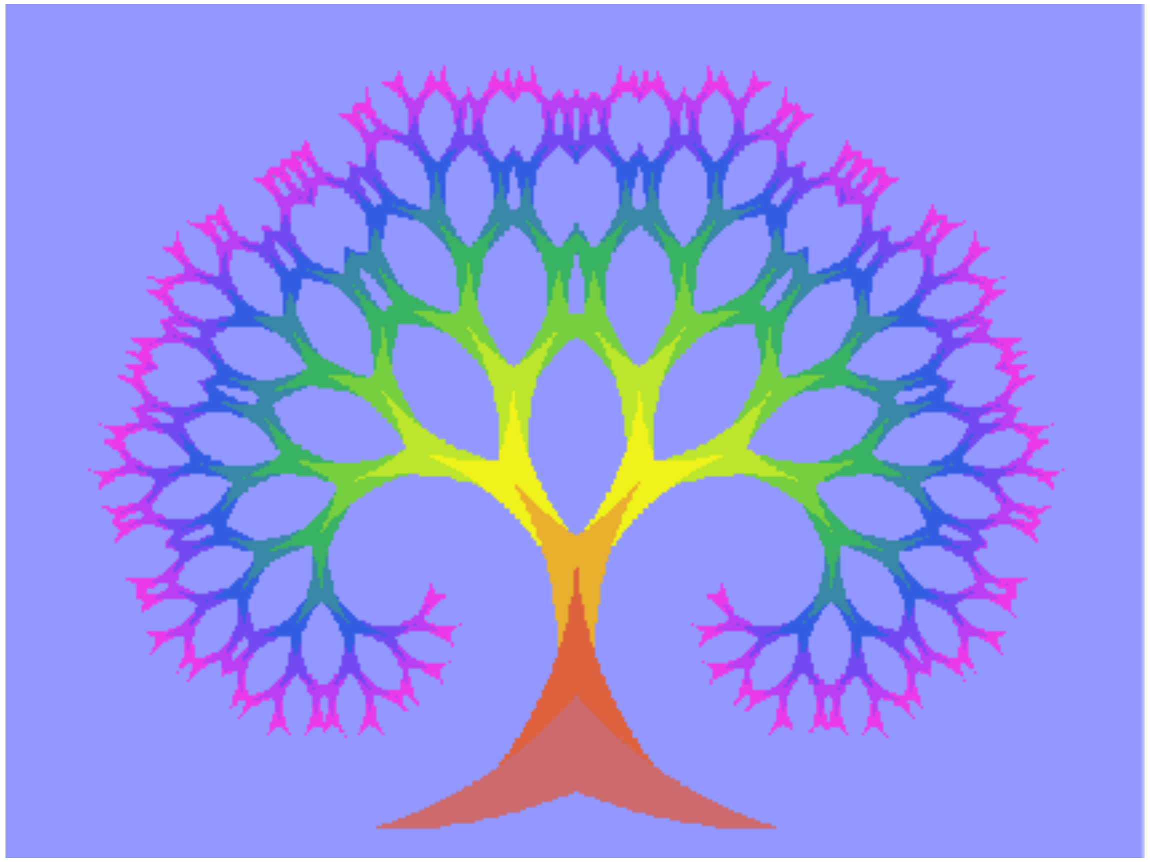
Fisica do Corpo Humano (4300325)

Prof. Adriano Mesquita Alencar
Dep. Física Geral
Instituto de Física da USP

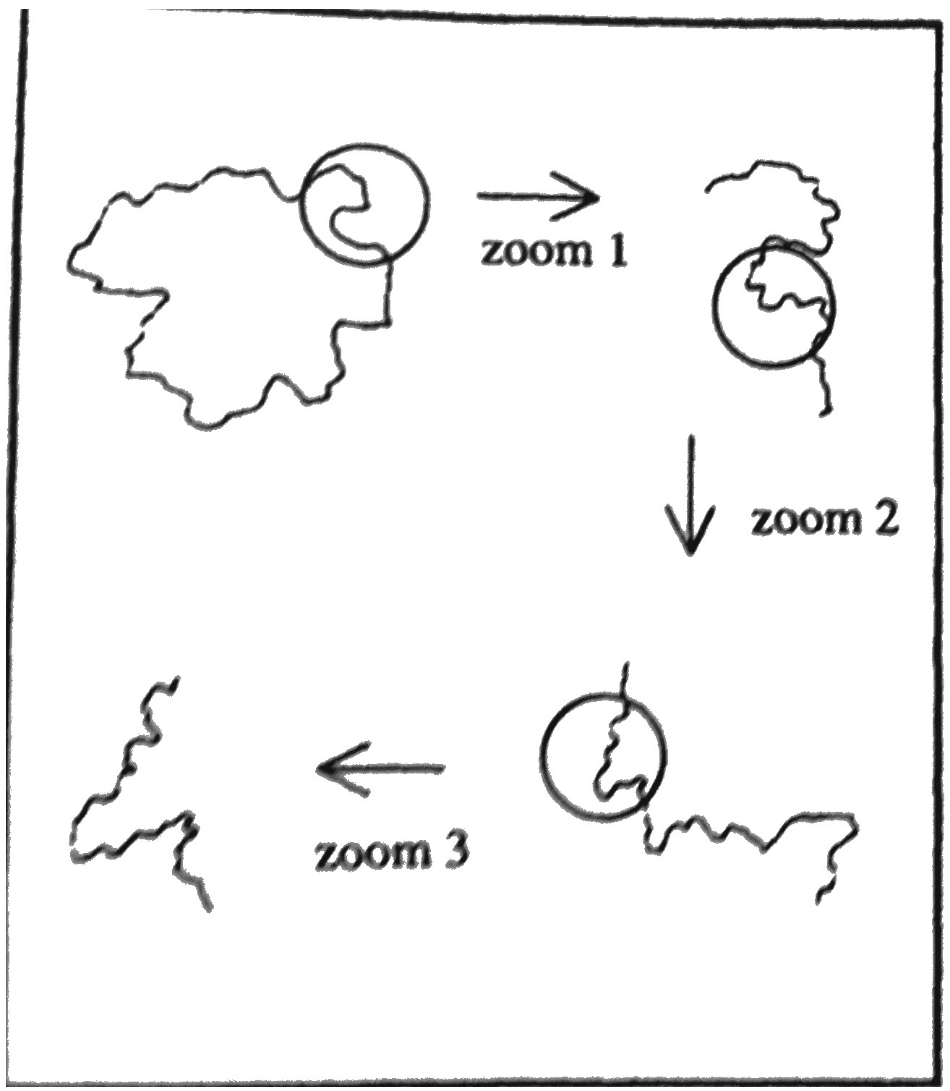
A02

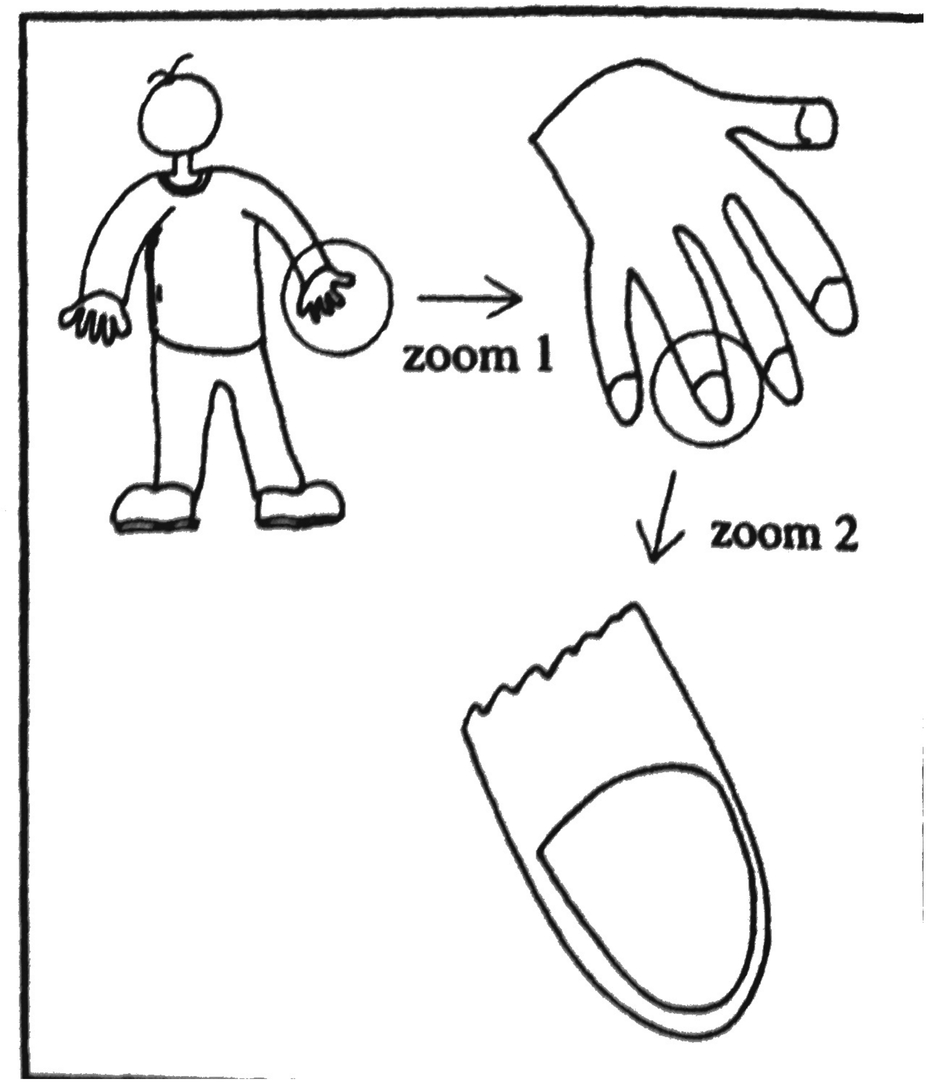
Fractal



Árvore Fractal

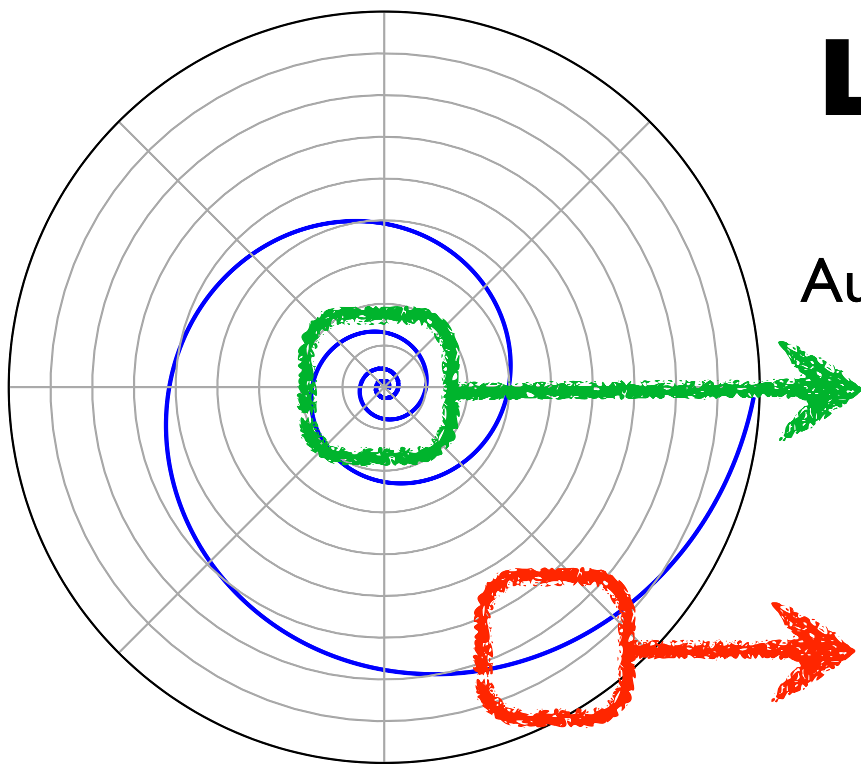
Fractal x Euclidiano





Fractal and Chaos, an Illustrated couse, Paul S. Addison (1997)

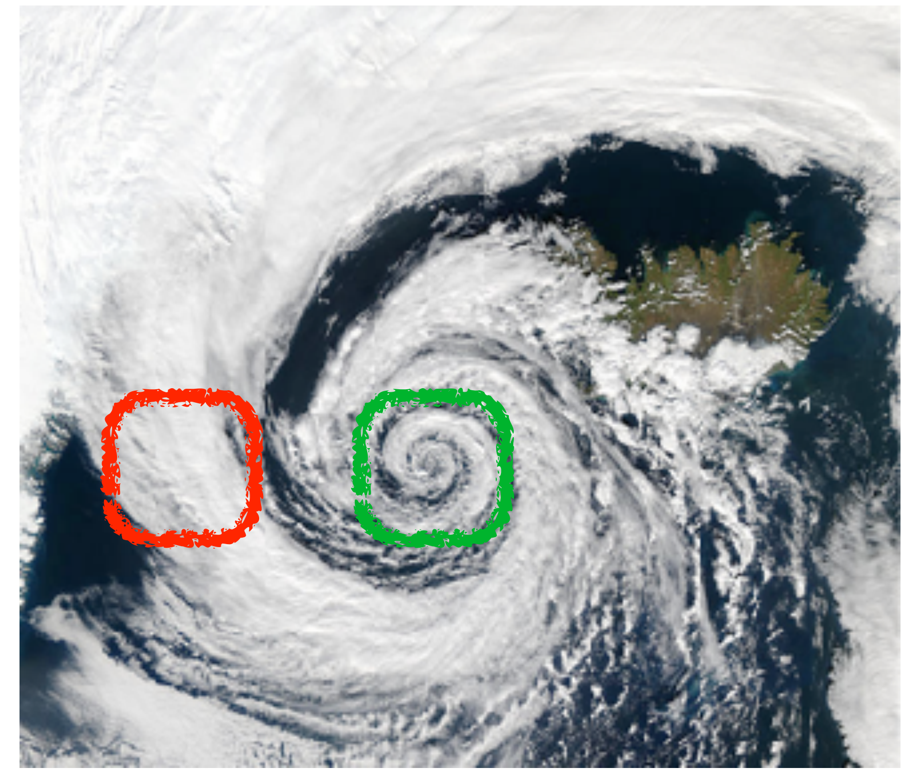
Natureza da Auto-Similaridade

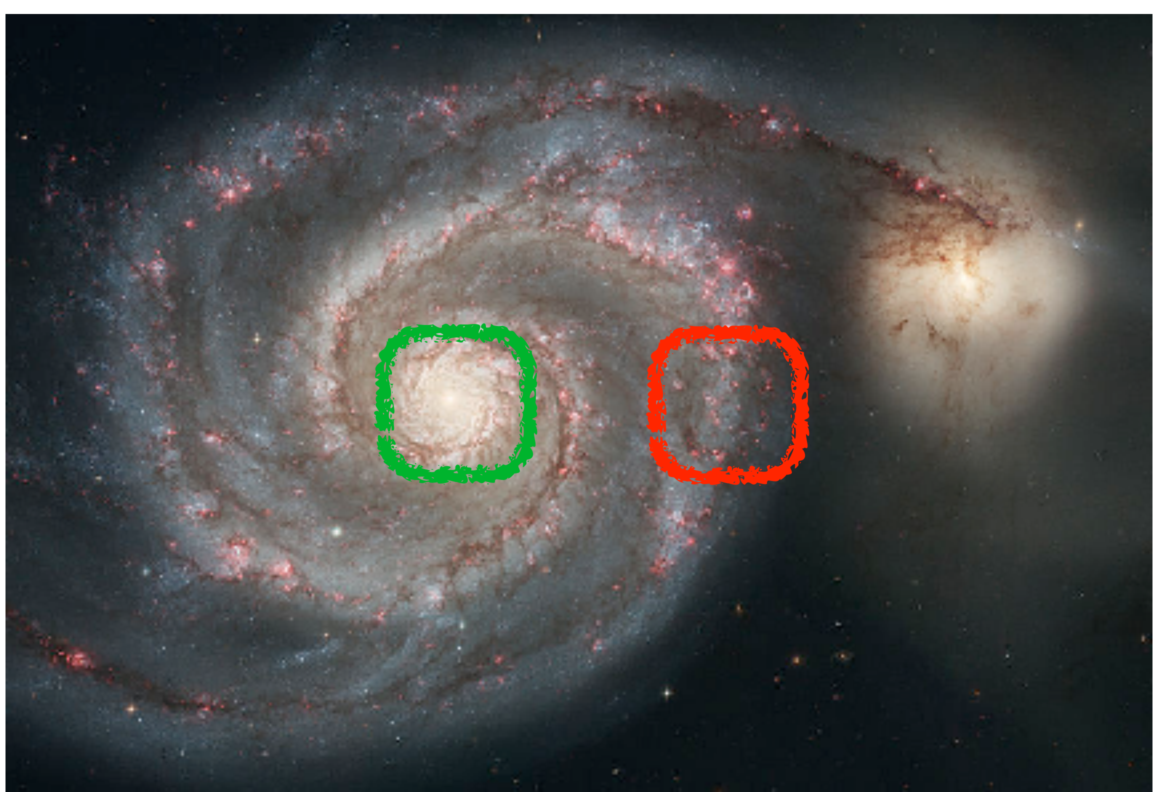


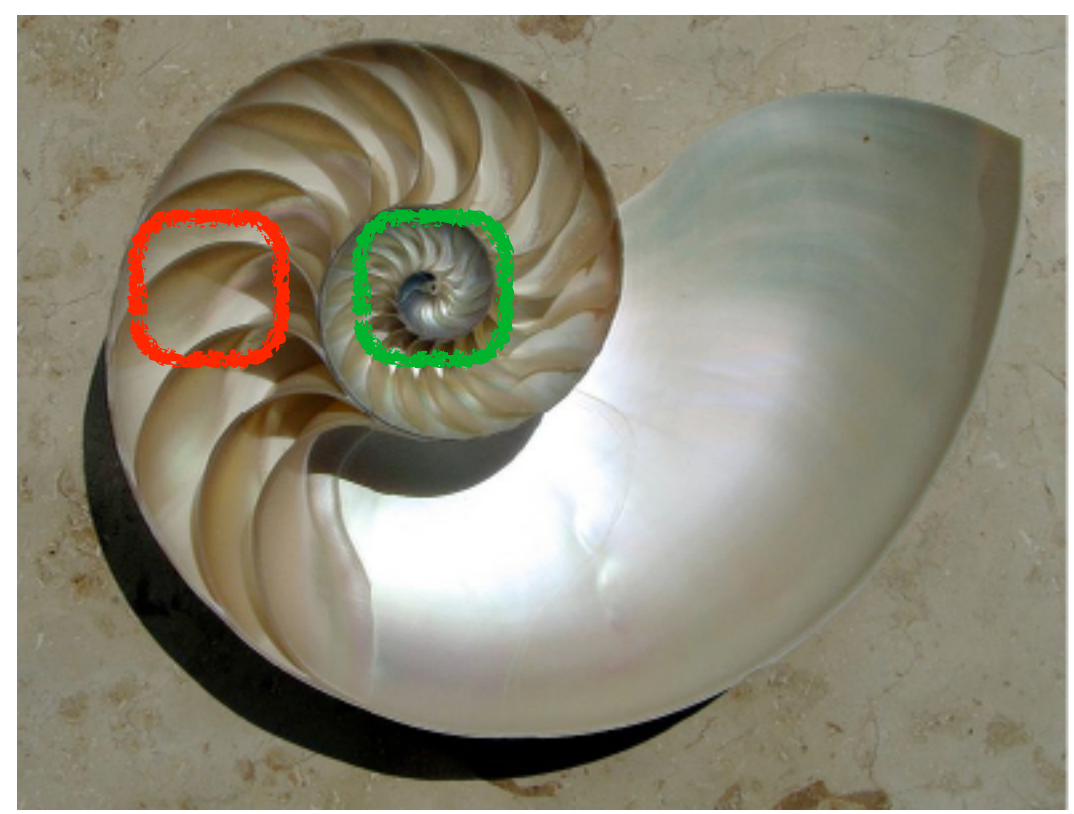
Log Spiral

Auto similaridade no ponto de convergência

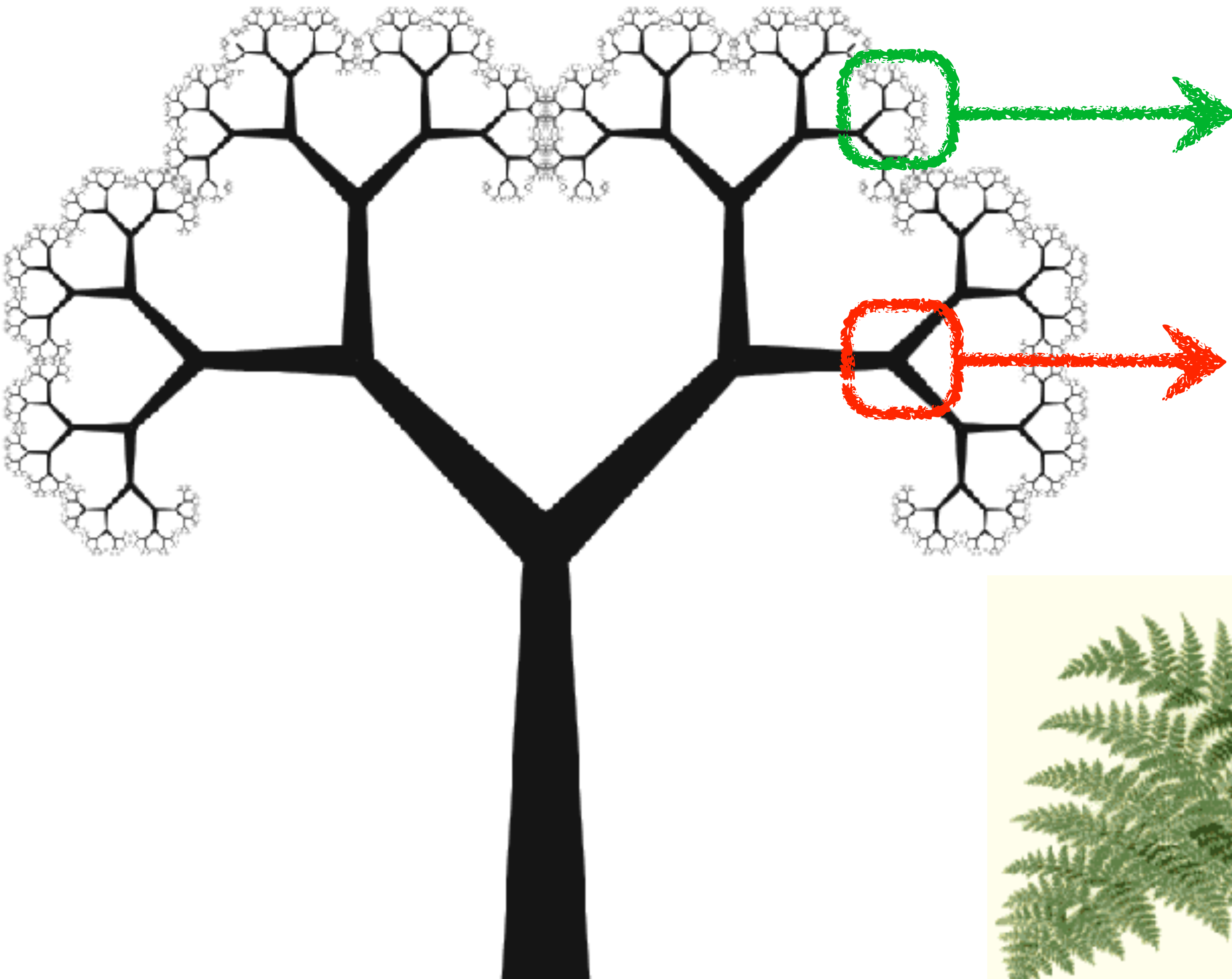
Não auto similar







Natureza da Auto-Similaridade

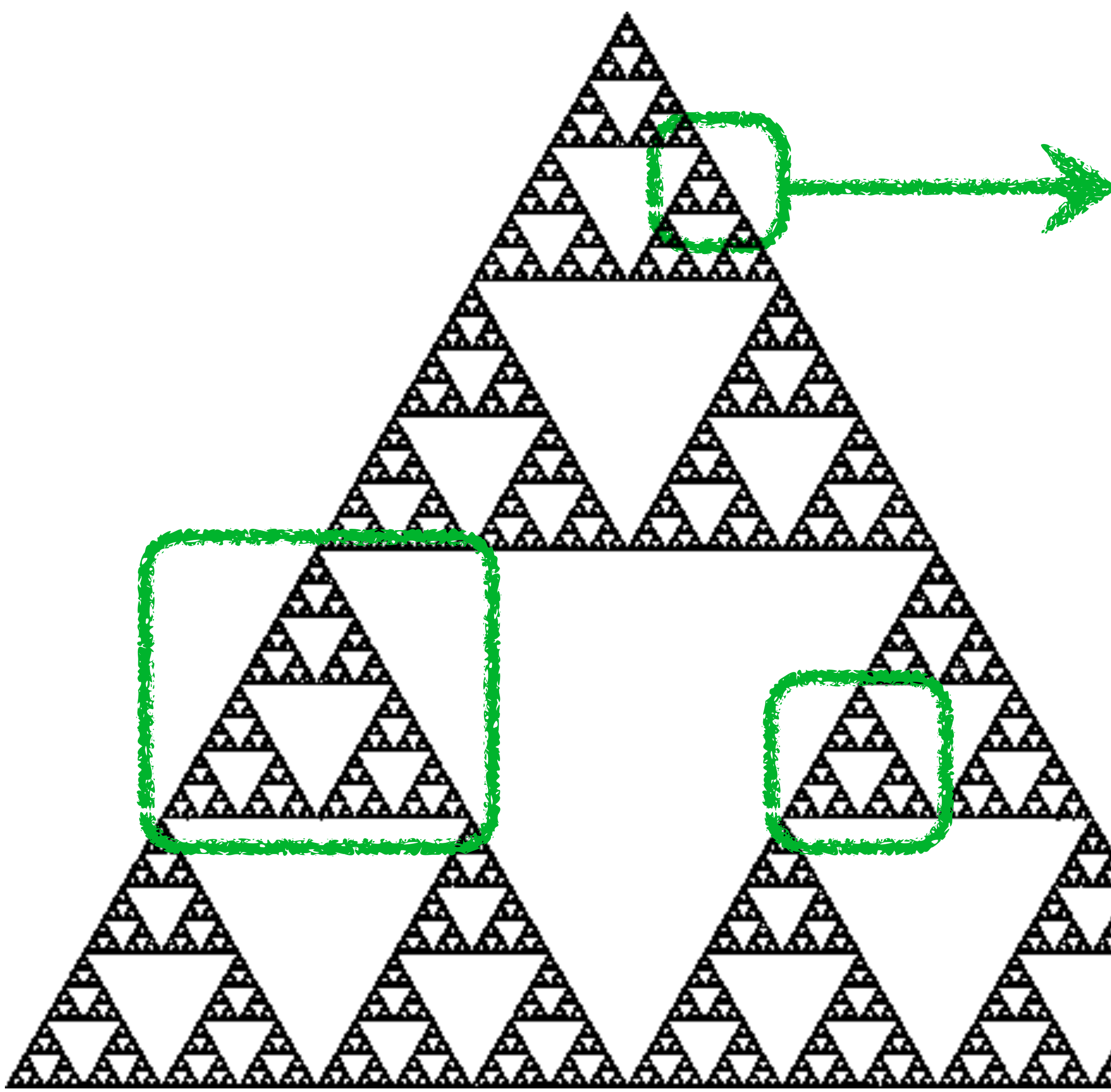


Auto similaridade fica nas pontas de ramificação

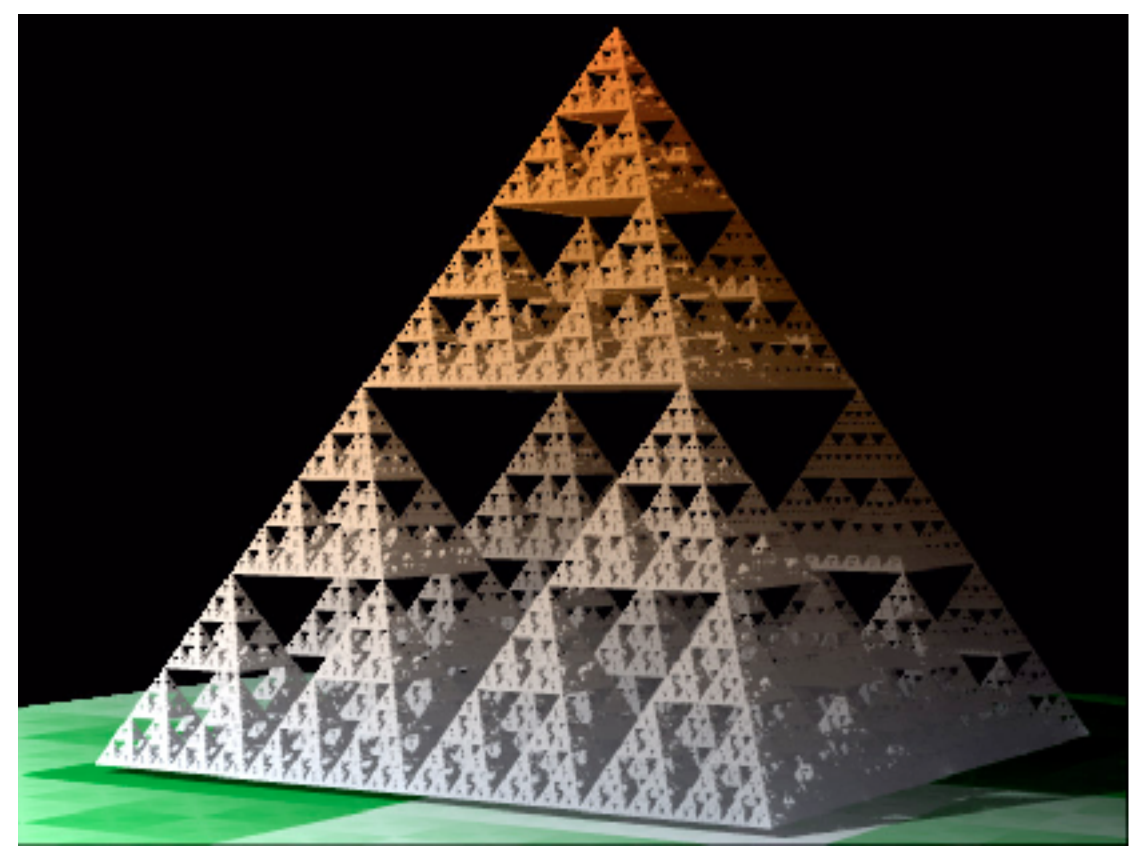
Não auto similar

Binary Tree

Natureza da Auto-Similaridade



Sierpinski Triangle



Dimensão Euclidiana x Topologica

Ponto: R^0 Linha: R^1 Plano: R^2 Sólido: R^3

Dimensão Euclidiana é o número de coordenadas necessária para especificar o objeto

Topologia lida com as formas que um objeto pode se deformar sem perder as características principais

Enquanto a dimensão topológica de um objeto não muda durante uma deformação a Euclidiana pode mudar

Dimensão Euclidiana x Topologica

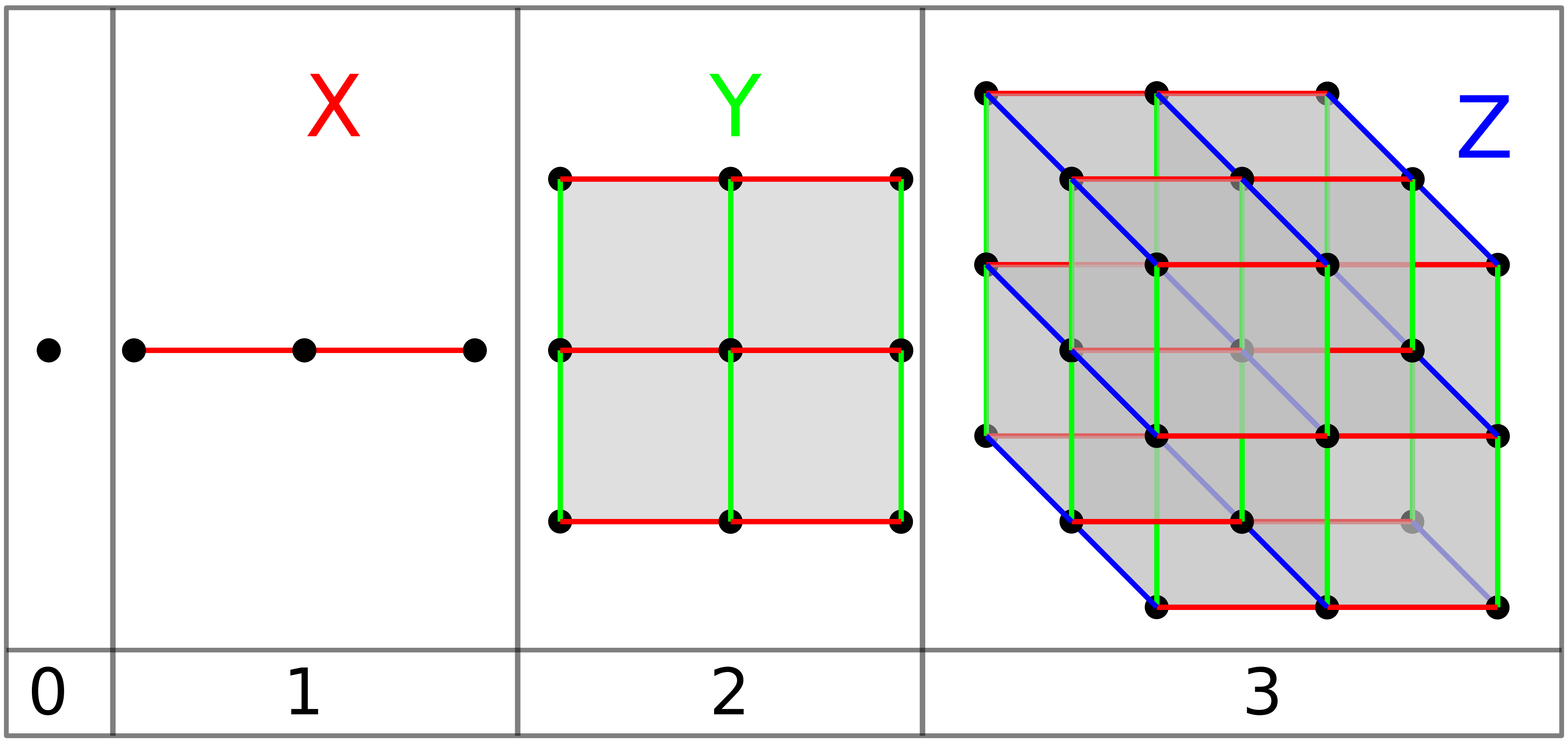
$$D_T = 1$$
$$D_E = 1$$

$$D_T = 1$$
$$D_E = 2$$

Essas duas curvas são
topologicamente equivalentes

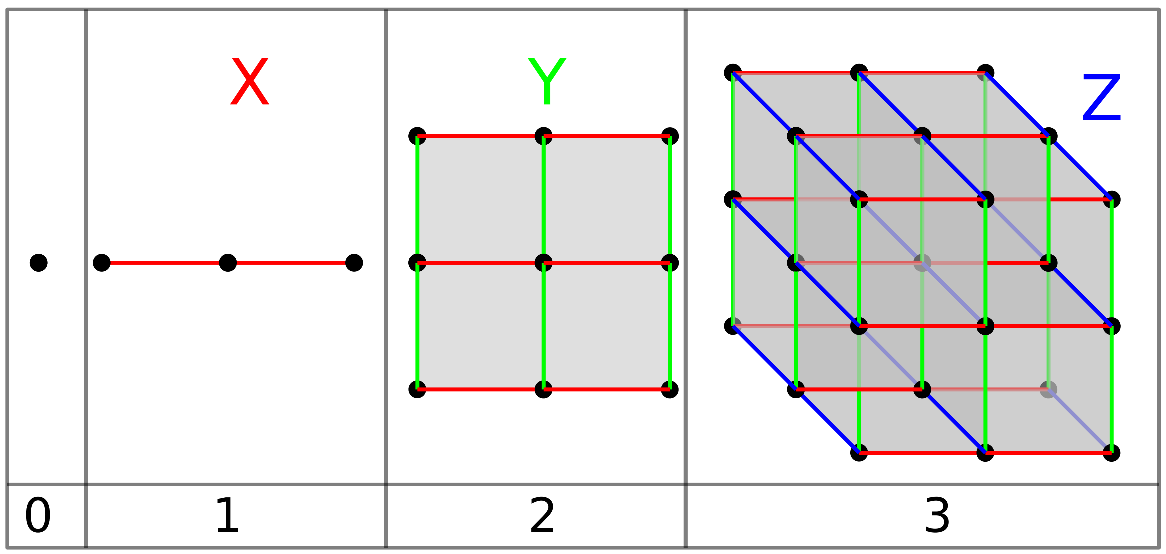
Dimensão de um sistema

Imagine um cabo (1D) , um quadrado (2D) e um cubo (3D) com dimensões lineares $X = Y = Z = L$. Nesse caso as massas serão respectivamente $M(L) = \lambda L$, σL^2, e ρL^3.



Dimensão de um sistema

Imagine um cabo (1D) , um quadrado (2D) e um cubo (3D) com dimensões lineares $X = Y = Z = L$. Nesse caso as massas serão respectivamente $M(L) = \lambda L$, σL^2, e ρL^3.



$$\frac{M(L)}{M(\beta L)} = N$$

(divisões)

$$\left(\frac{1}{\beta}\right)^d = N$$

$$d = \frac{\log(N)}{\log(1/\beta)}$$

Reduzindo L pela metade

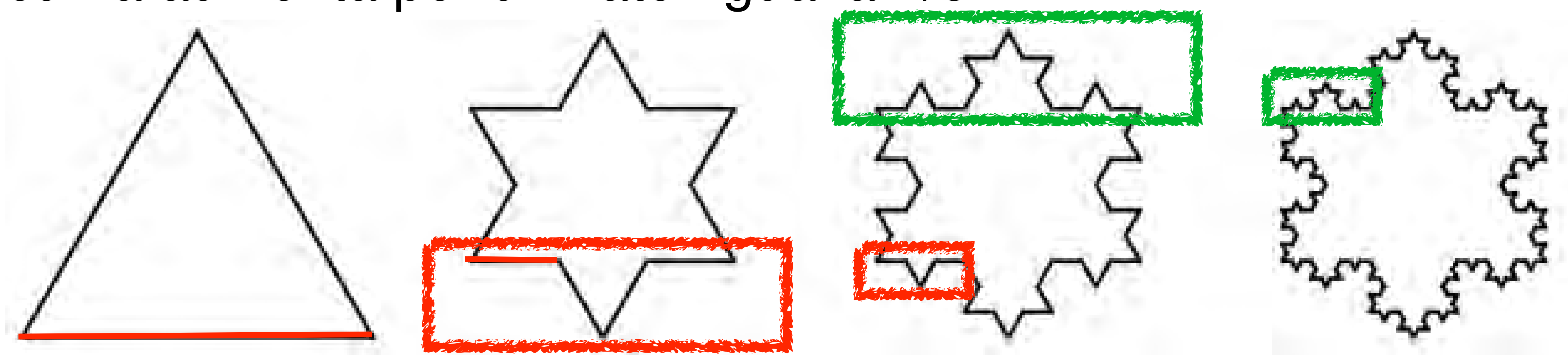
$M(L/2) = (1/2)M(L)$, 1D
$M(L/2) = (1/4)M(L)$, 2D
$M(L/2) = (1/8)M(L)$, 3D

Ou seja

$M(L/2) = (1/2)^1 M(L)$, 1D
$M(L/2) = (1/2)^2 M(L)$, 2D
$M(L/2) = (1/2)^3 M(L)$, 3D
Generalizando,
$M(\beta L) = \beta^d M(L)$

Fractais regulares

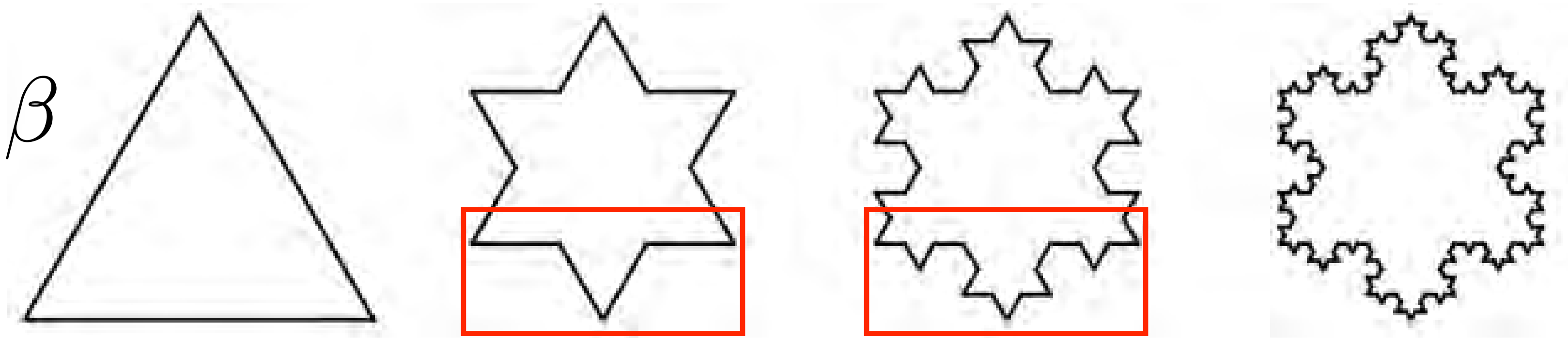
Para cada interação, $n = (0, 1, 2, 3)$, o comprimento dessa curva aumenta por um fator igual a 4/3



n = 0	n = 1	n = 2	n = 3
Regua = 1	Regua = 1/3	Regua = 1/9	Regua = 1/27
M = 3	M = 4	M = 16/3	M = 64/9

Fractais regulares

Regua $= \beta$



n = 0
Regua = 1
M = 3

n = 1
Regua = 1/3
M = 4

n = 2
Regua = 1/9
$\boxed{\text{M = 16/3}}$

n = 3
Regua = 1/27
M = 64/9

N = 4

N = 16

$$\frac{M(L)}{M(\beta_n L)} = N$$

$$\left(\frac{1}{\beta_n}\right)^d = N$$

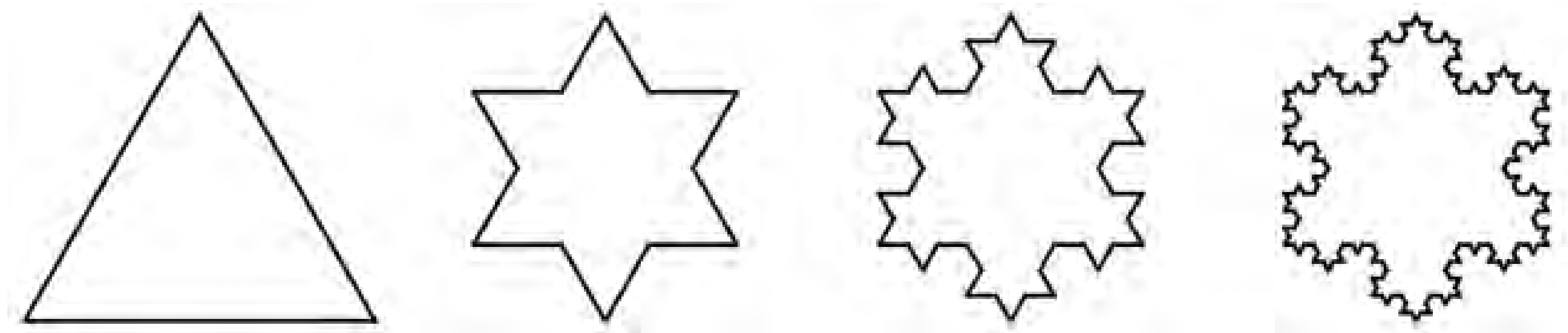
$$\boxed{d = \frac{\log(N)}{\log(1/\beta_n)} = \frac{\log(4)}{\log(3)} = 1.26}$$

$$\boxed{M_n} = M_0 N \beta_n$$

$$= M_0 \left(\frac{1}{\beta_n}\right)^d \beta_n$$

$$= M_0 \beta_n^{1-d}$$

Fractais regulares

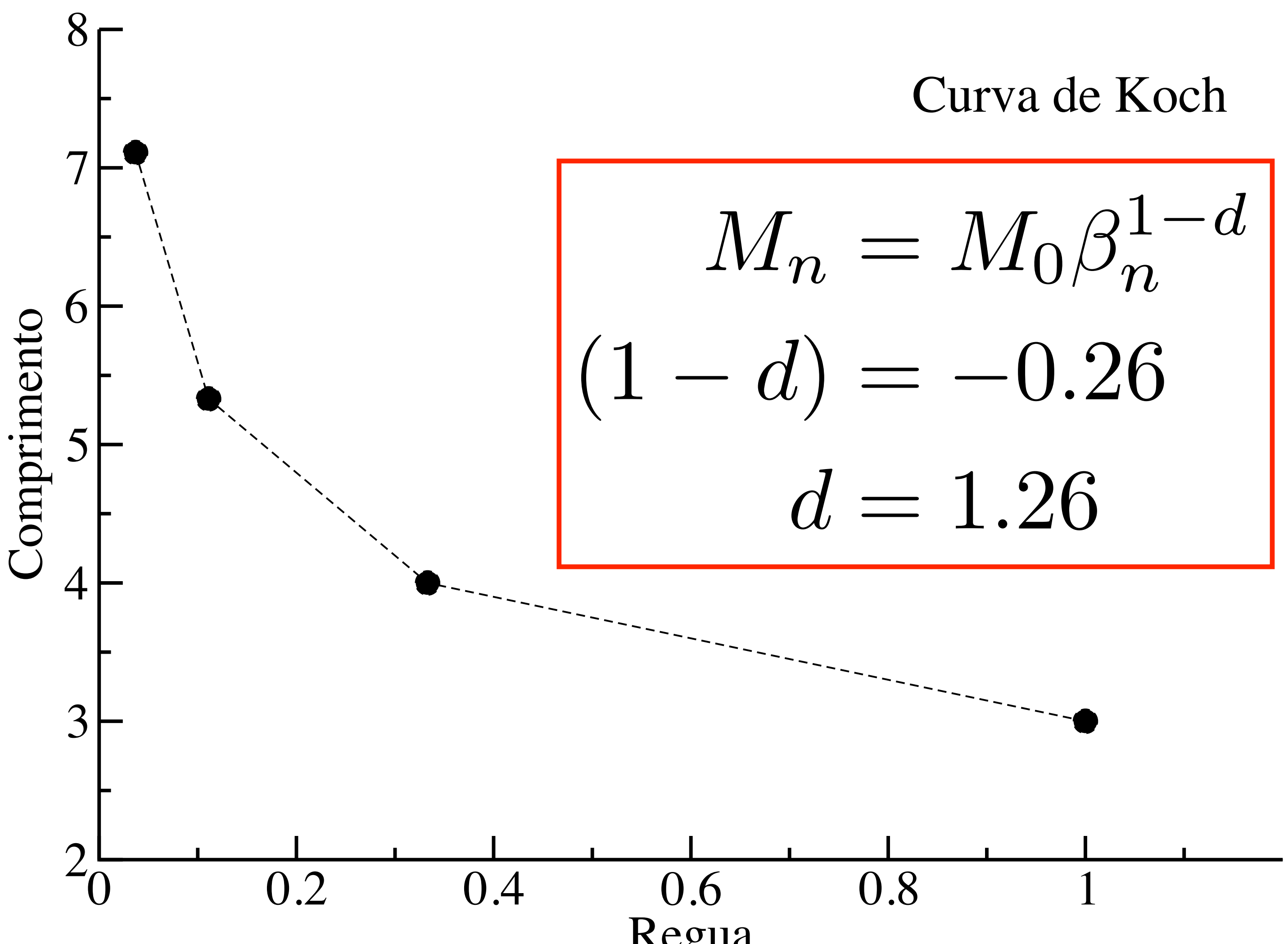


n = 0
Regua = 1
M = 3

n = 1
Regua = 1/3
M = 4

n = 2
Regua = 1/9
M = 16/3

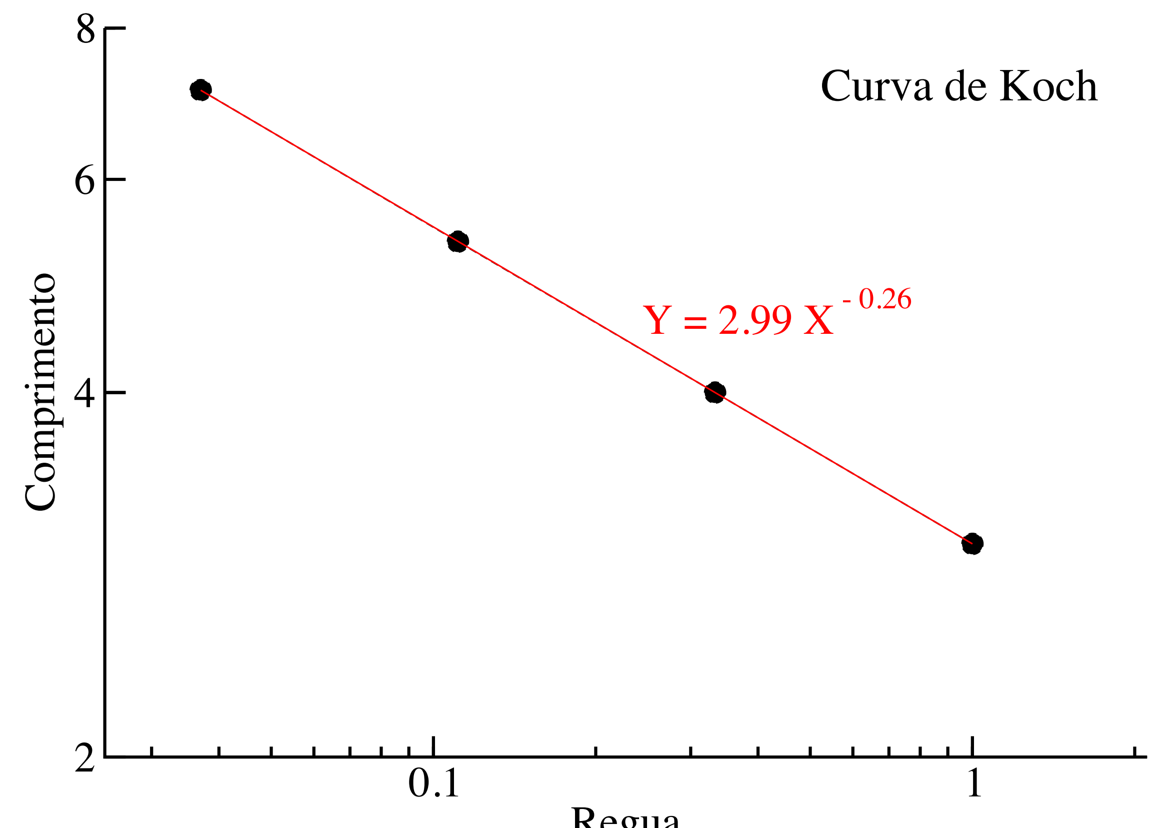
n = 3
Regua = 1/27
M = 64/9



$$M_n = M_0 \beta_n^{1-d}$$

$$(1-d) = -0.26$$

$$d = 1.26$$



Fractais irregulares

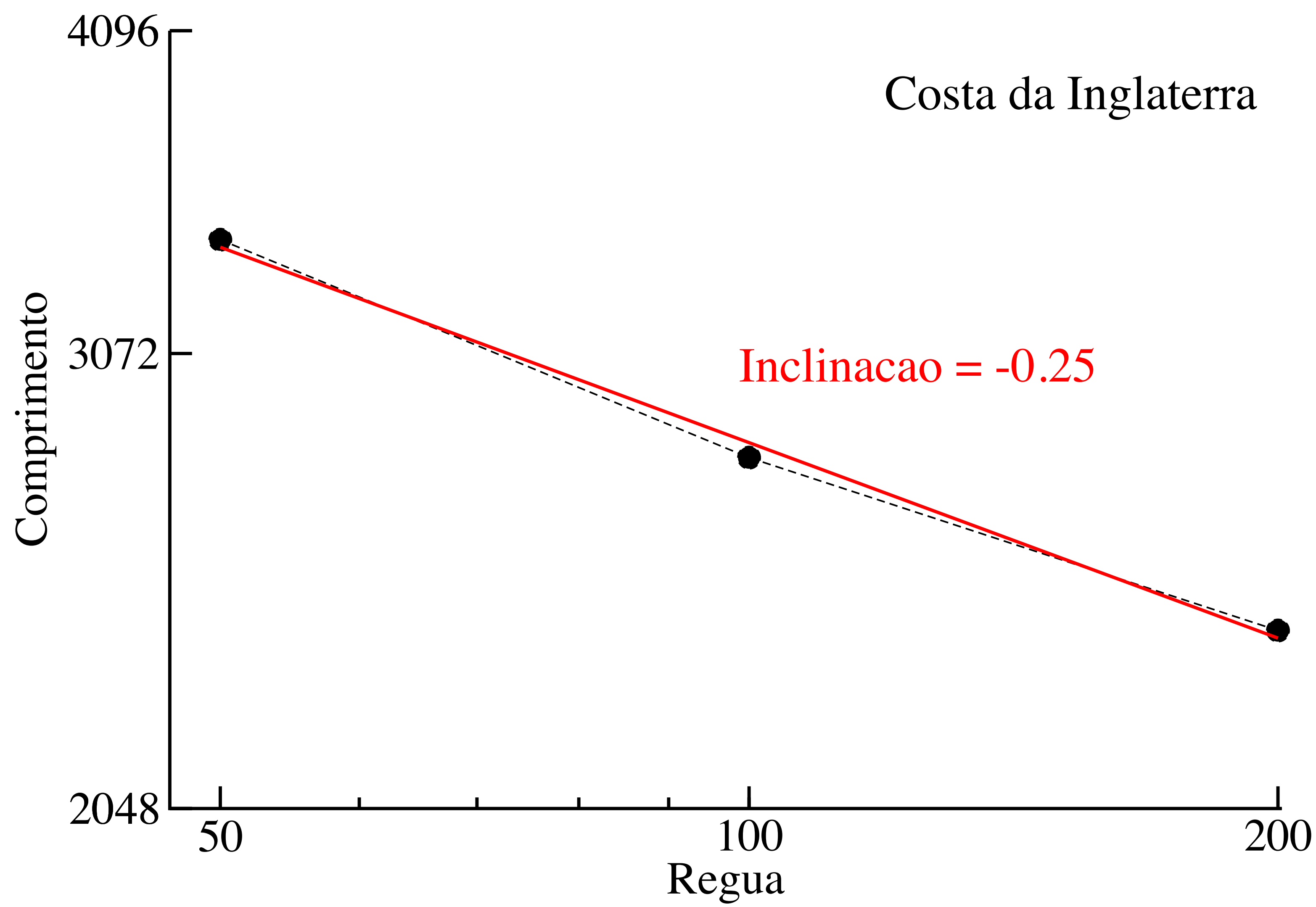
Costa da Inglaterra

L=200Km,
Costa $\approx$ 2400Km

L=100Km,
Costa $\approx$ 2800Km

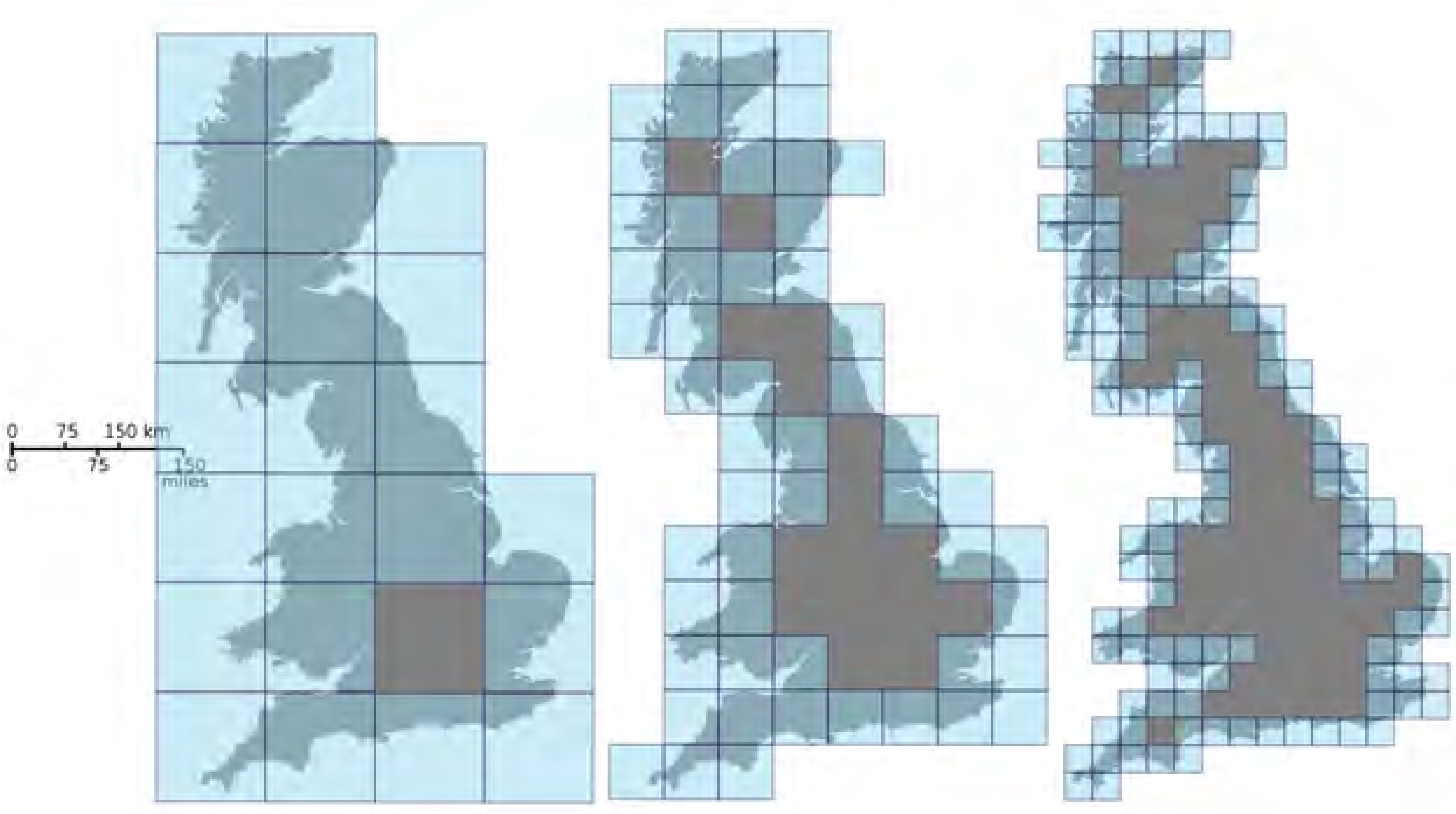
L=50Km,
Costa $\approx$ 3400Km

Fractais irregulares



Ou seja: $d_f = 1.25$

Fractais irregulares



Fractais irregulares

$$d_B = \frac{\log(N)}{\log(1/\beta)}$$

Essa expressão assume a unidade de “volume” (hipervolume, V*) = 1, é limitada e tende a produzir valores errados para β grande.

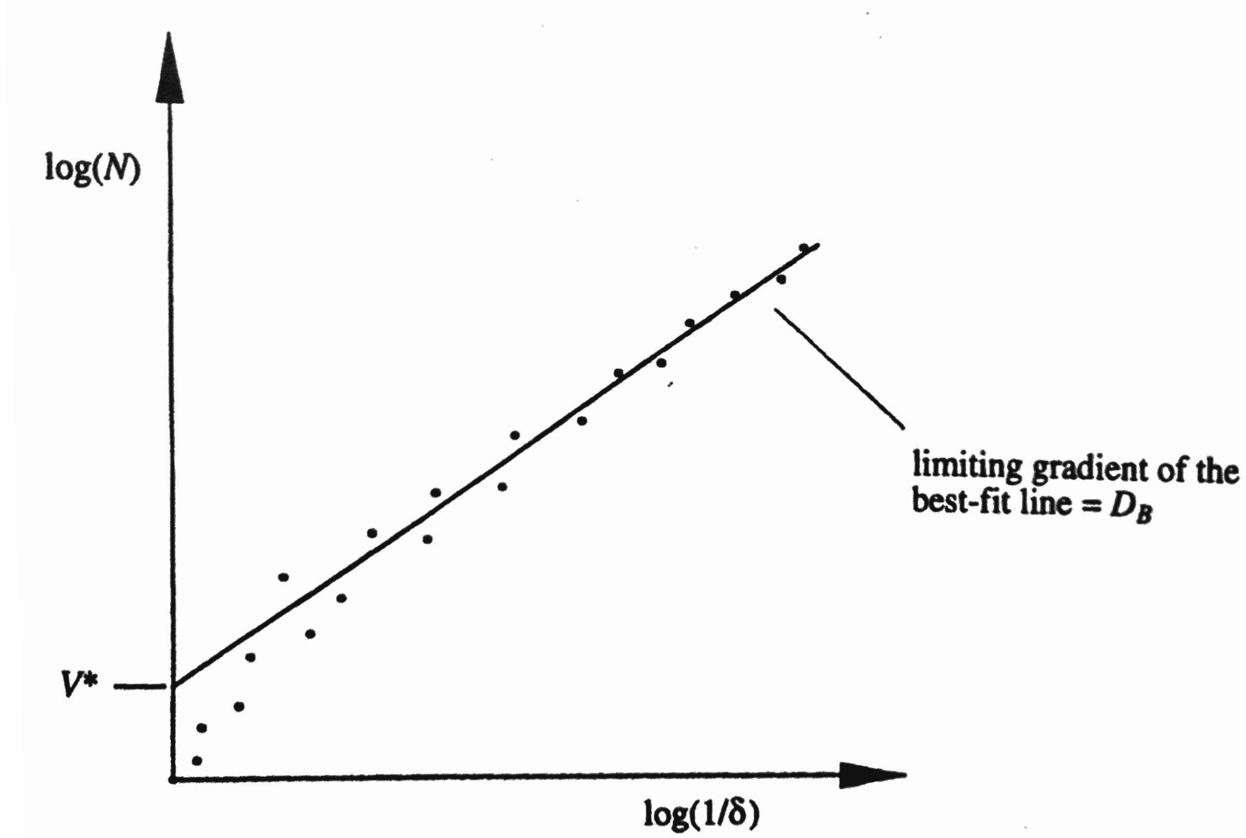
$$d_B = \frac{\log(N) - \log(V^*)}{\log(1/\beta)}$$

$$\log(N) = d_B \log(1/\beta) + \log(V^*)$$

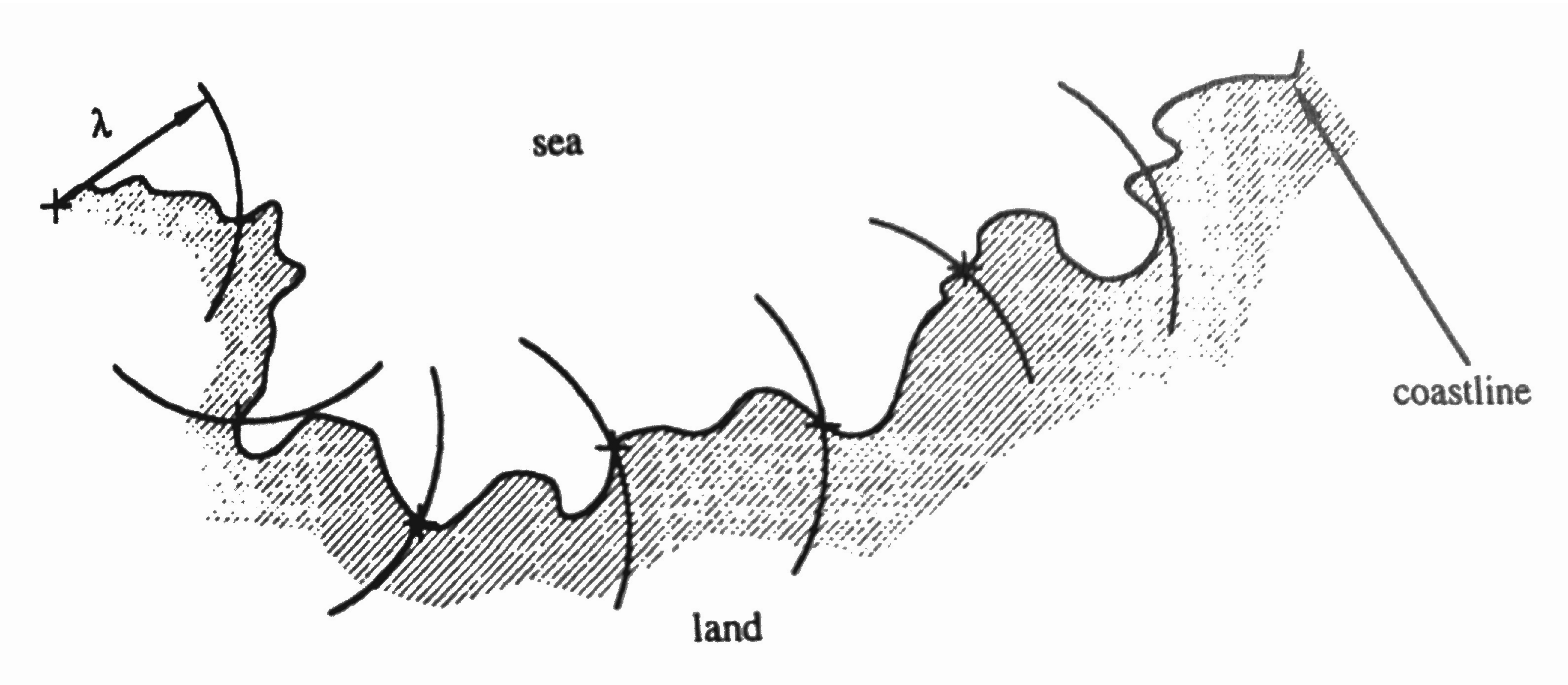
Essa é a equação de uma linha reta em que o gradiente da linha, d_B, é a dimensão do box counting

Ou seja

$$d_B = \lim_{\delta \to 0} \frac{d(\log(N))}{d(\log(1/\beta))}$$

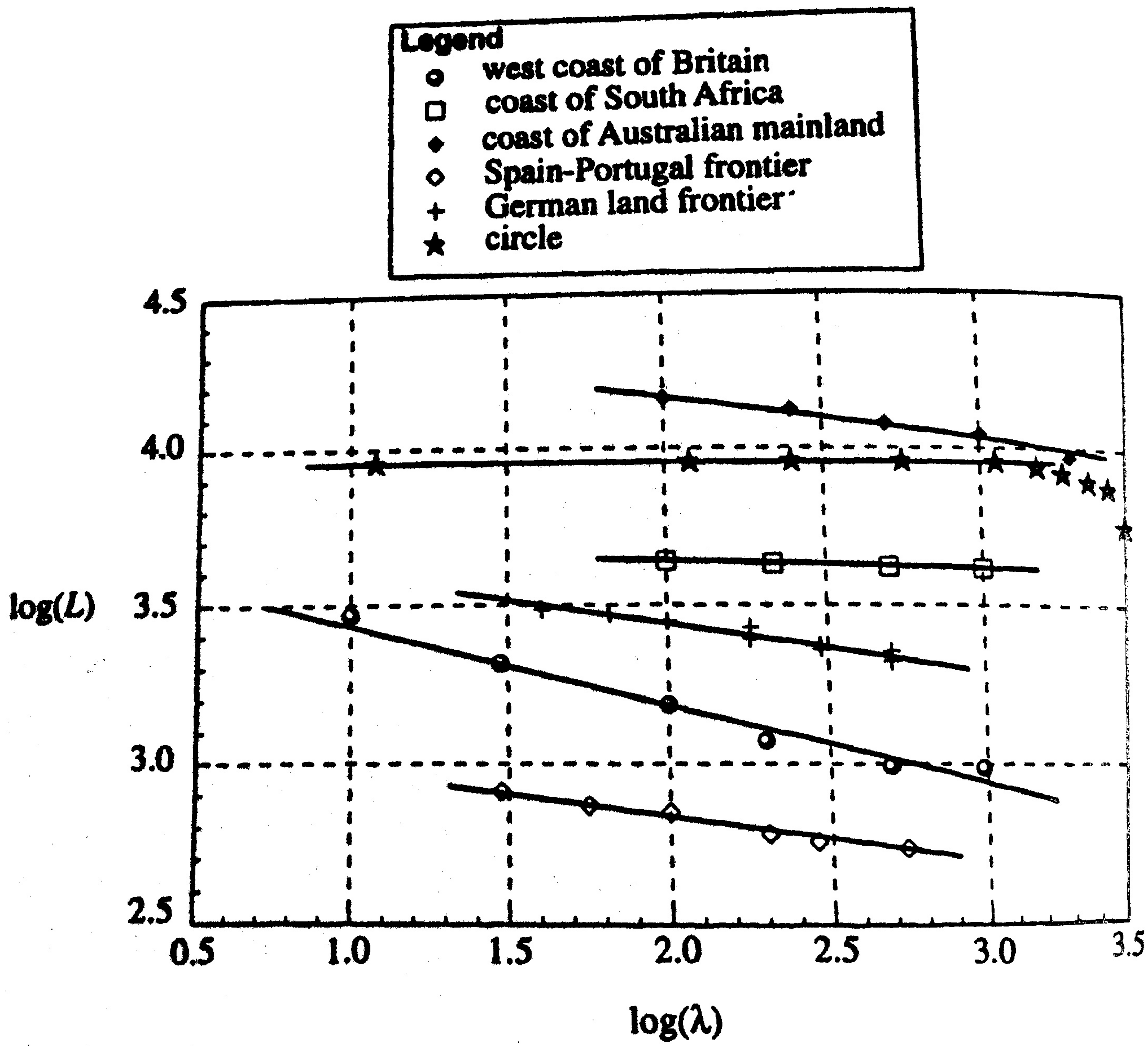


Fractais irregulares



Determinando a dimensão fractal de uma costa utilizando a "structured walk techinique" (compasso)

Fractais irregulares



Fractais irregulares

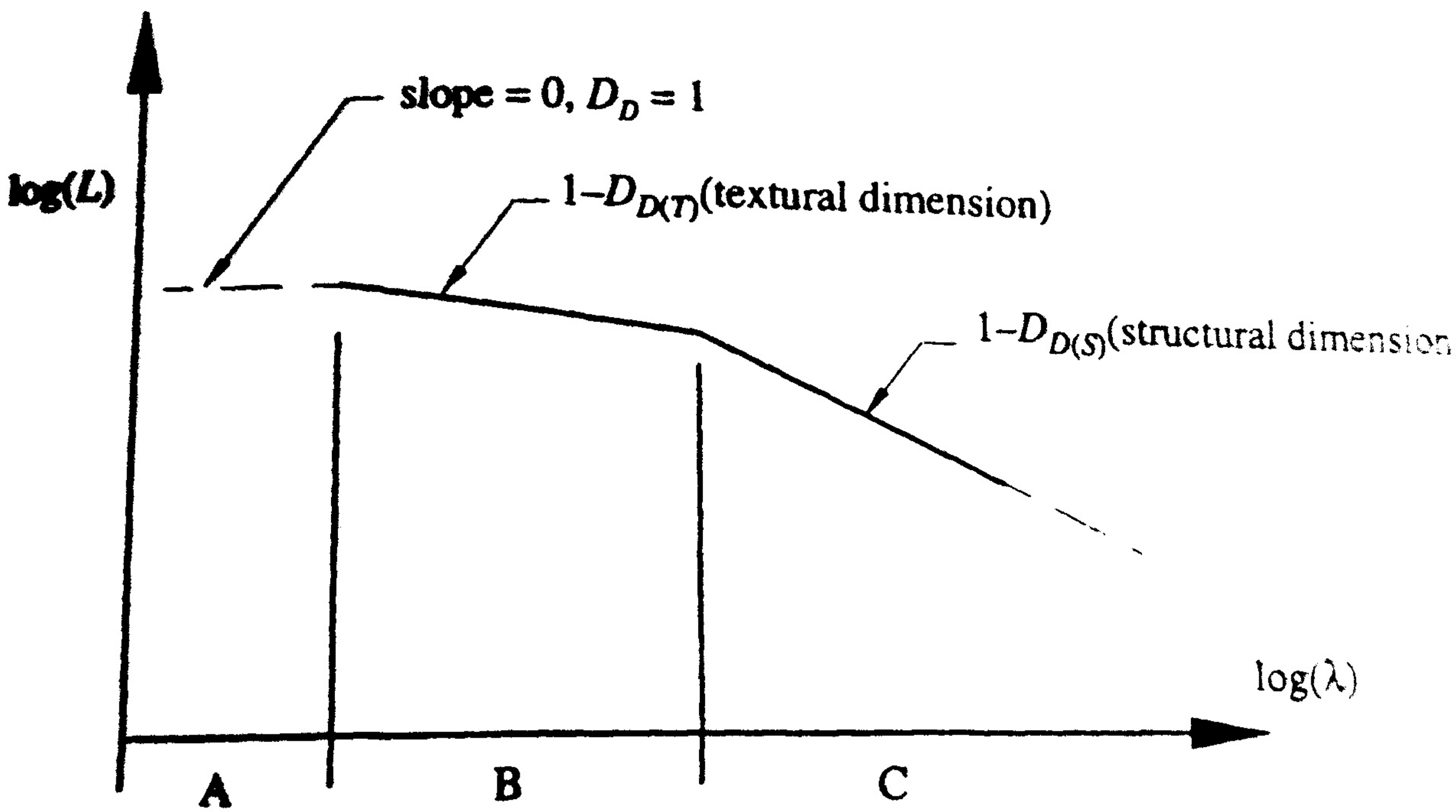


Figure 3.12. Main regions of the Richardson plot.

[A] λ é bem pequeno. Um fractal natural não é auto similar abaixo dessa escala, ou a resolução do fractal não é suficiente para permitir investigação abaixo desse ponto

[B] λ é pequeno. Estamos medindo a estrutura fina, textura

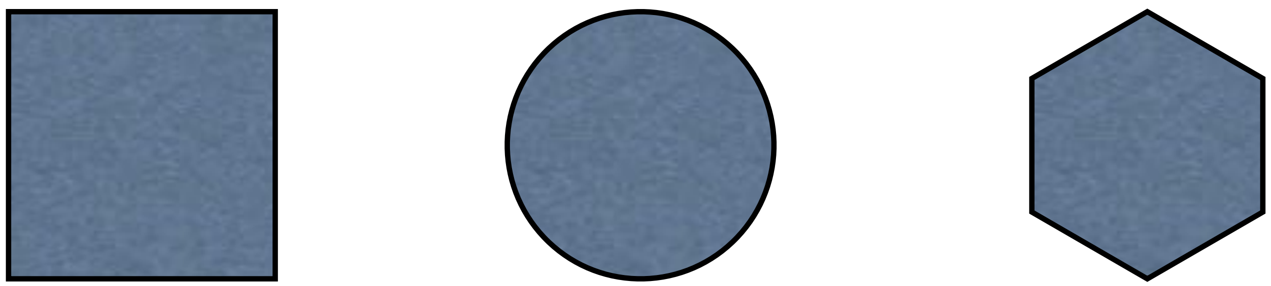
[C] λ é grande. Estamos medindo as escalas grandes do sistema: dimensão estrutural

>> objetos com mais de uma dimensão fractal é dito Multifractal <<

Relação, R, Perímetro Área

Leitura EXTRA

$$\boxed{R = \frac{P}{\sqrt{A}}}$$



$$P = 4L \qquad A = L^2 \qquad R = 4$$

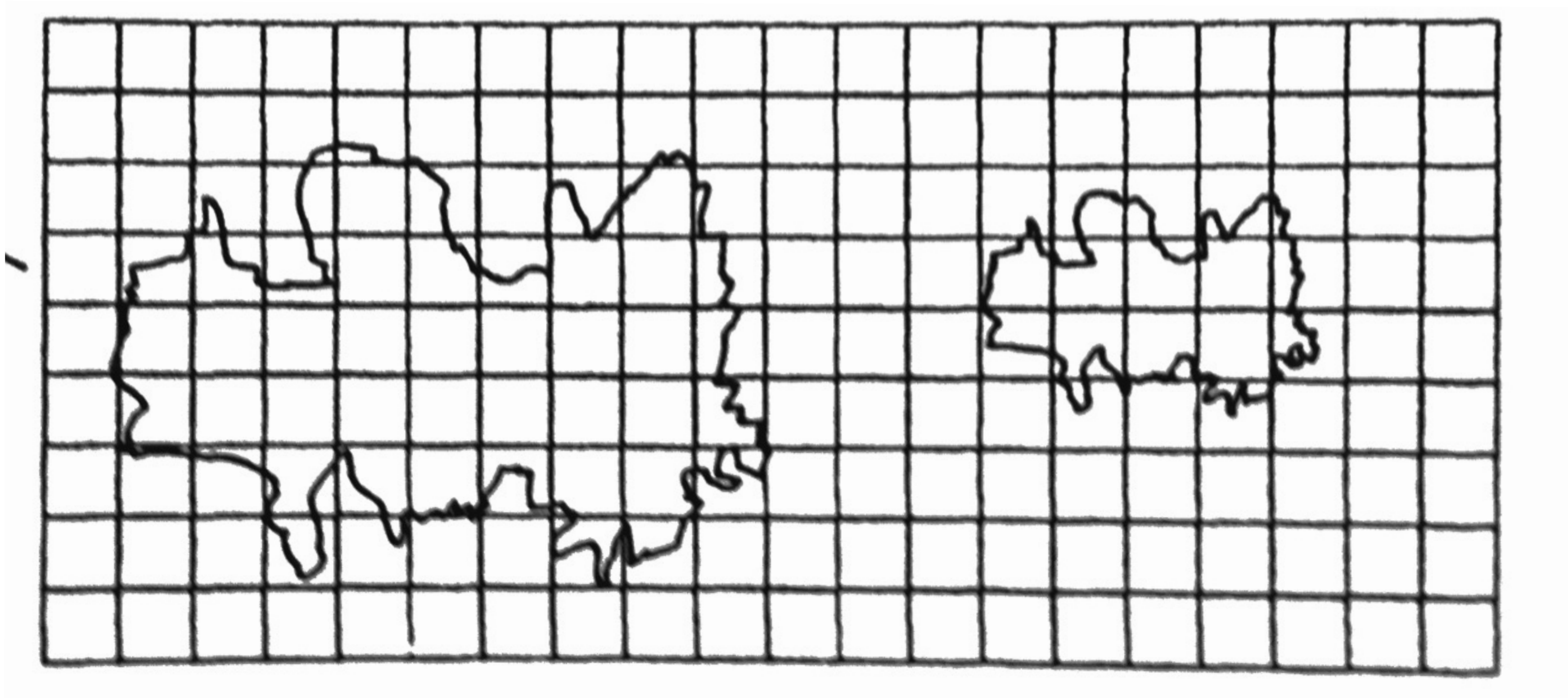
$$P = \pi D \qquad A = \frac{\pi D^2}{4} \qquad R = \sqrt{4\pi}$$

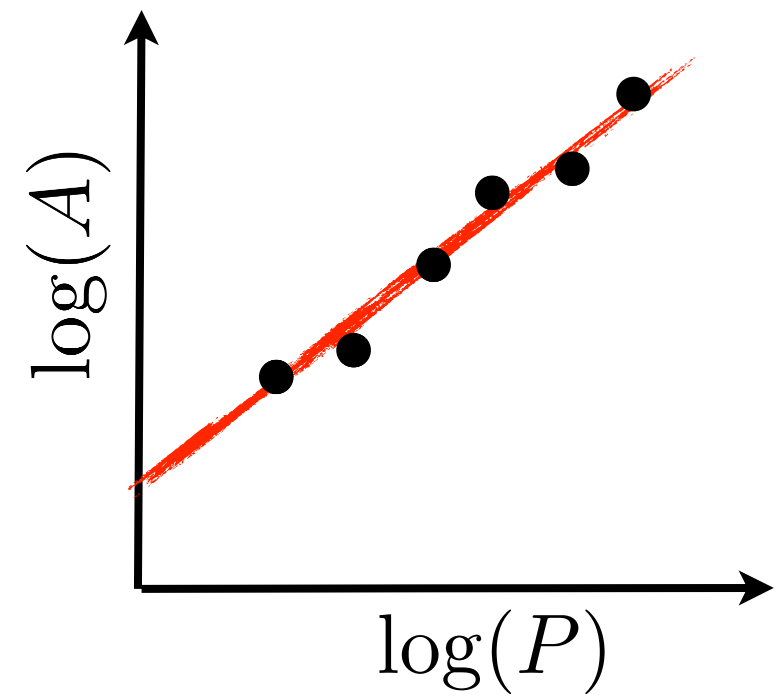
$$P = 6L \qquad A = \frac{3^{3/2} L^2}{2} \qquad R = 3^{1/4}\sqrt{8}$$

Relação, R, Perímetro Área

Leitura EXTRA

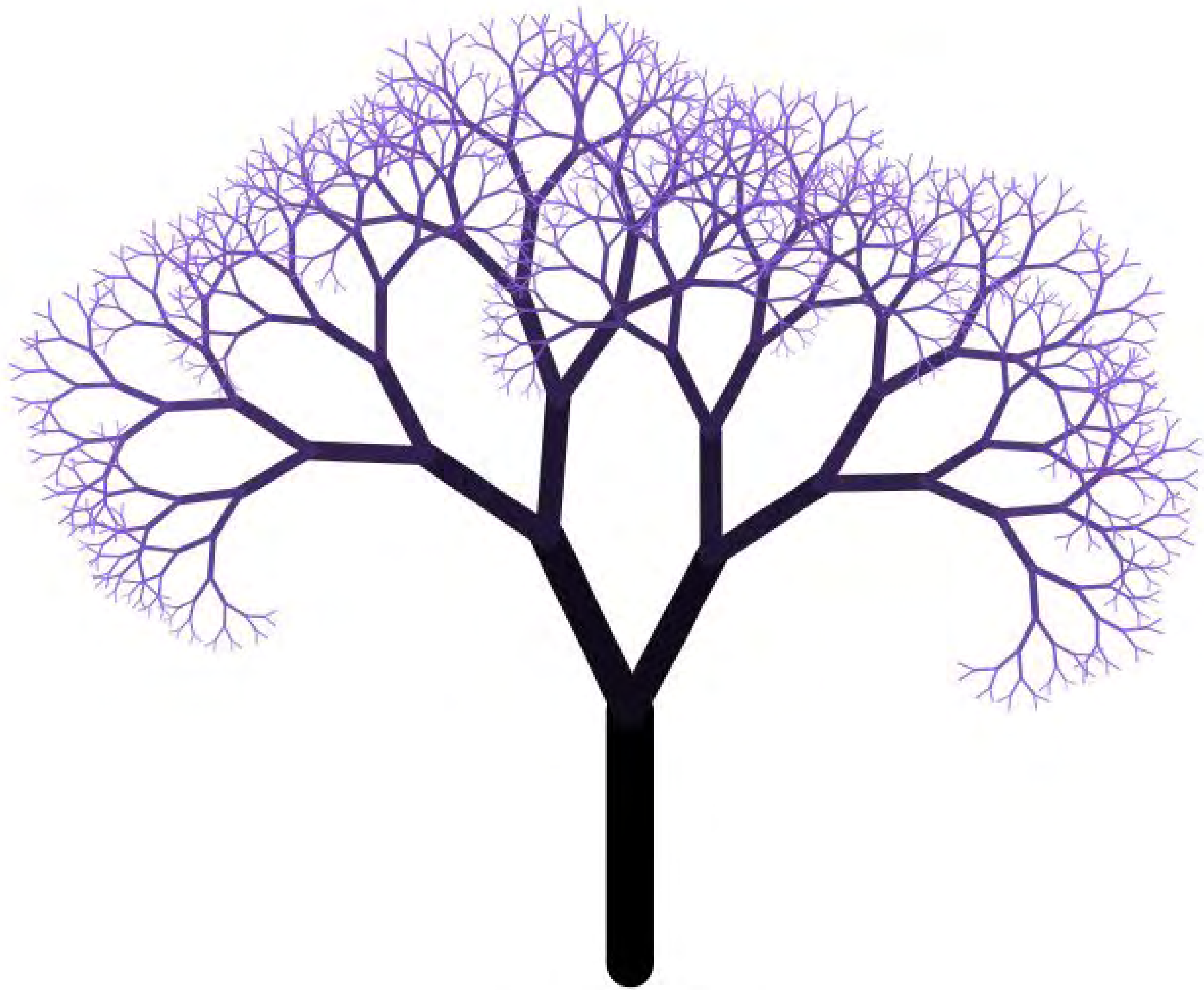
$$R = \frac{P^{1/d_b}}{\sqrt{A}}$$



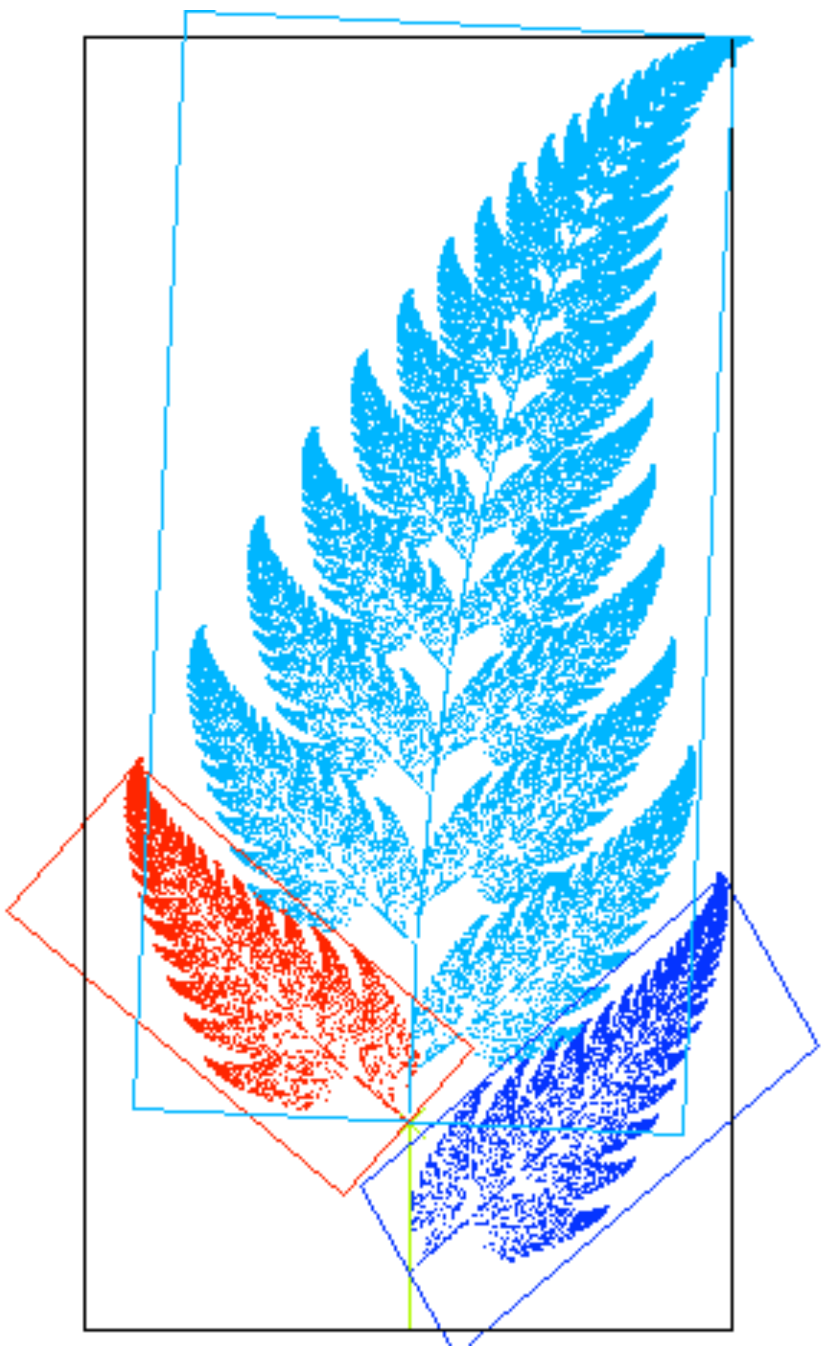


Essa técnica é útil para descobrir se um grupo de fractais são estatisticamente similar, e tem sido utilizada para classificar vários grupos de formatos fractais

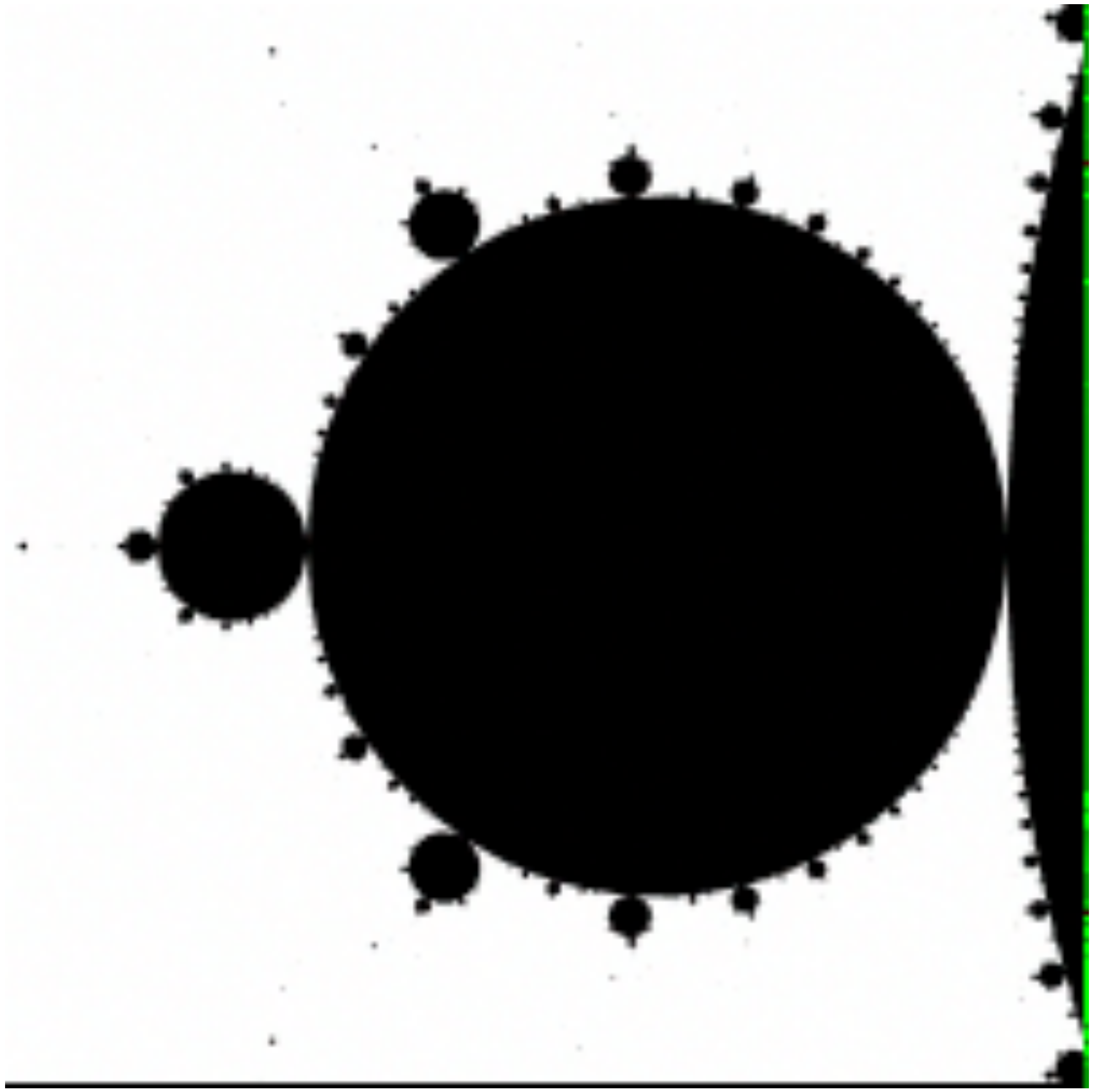
Fractais irregulares



Affine Auto Similaridade

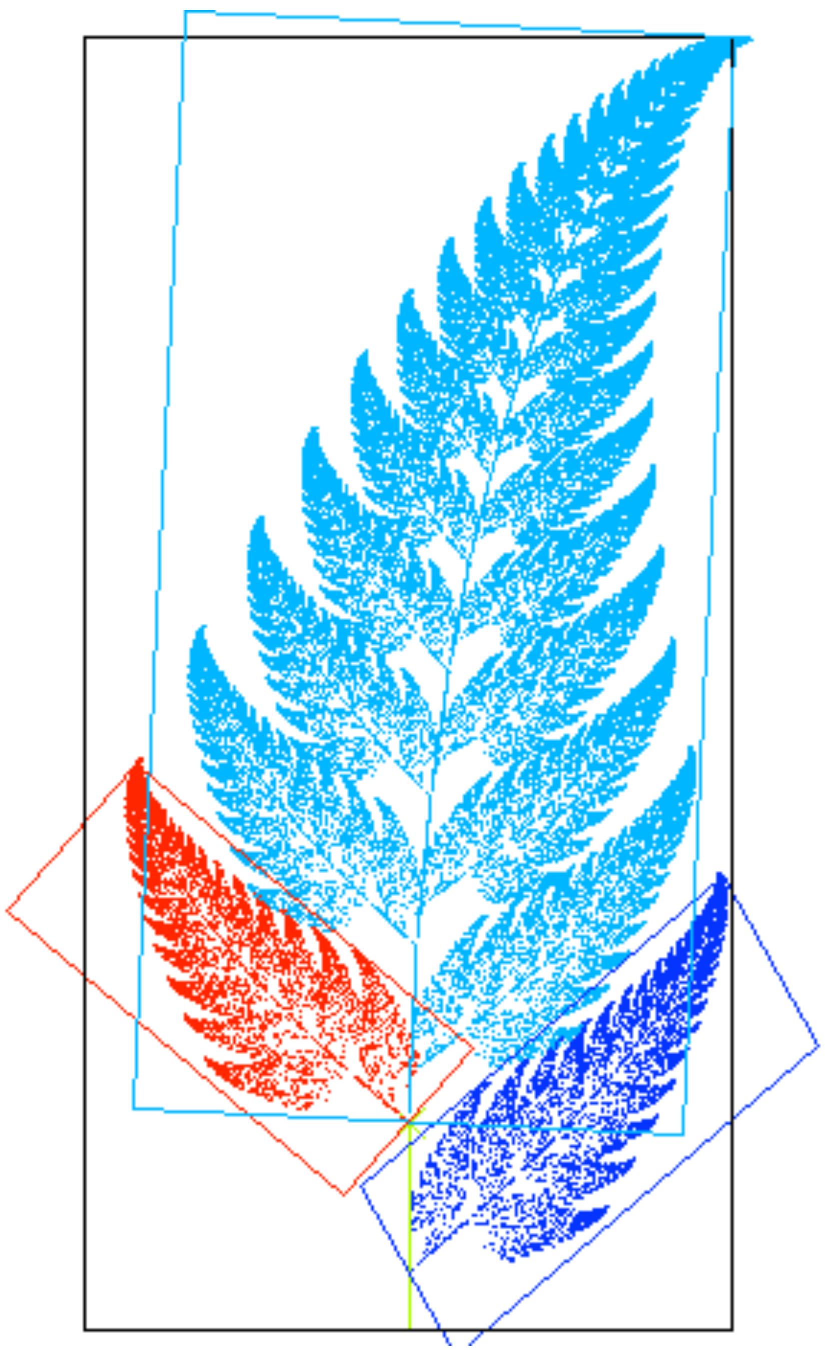


Auto Similaridade



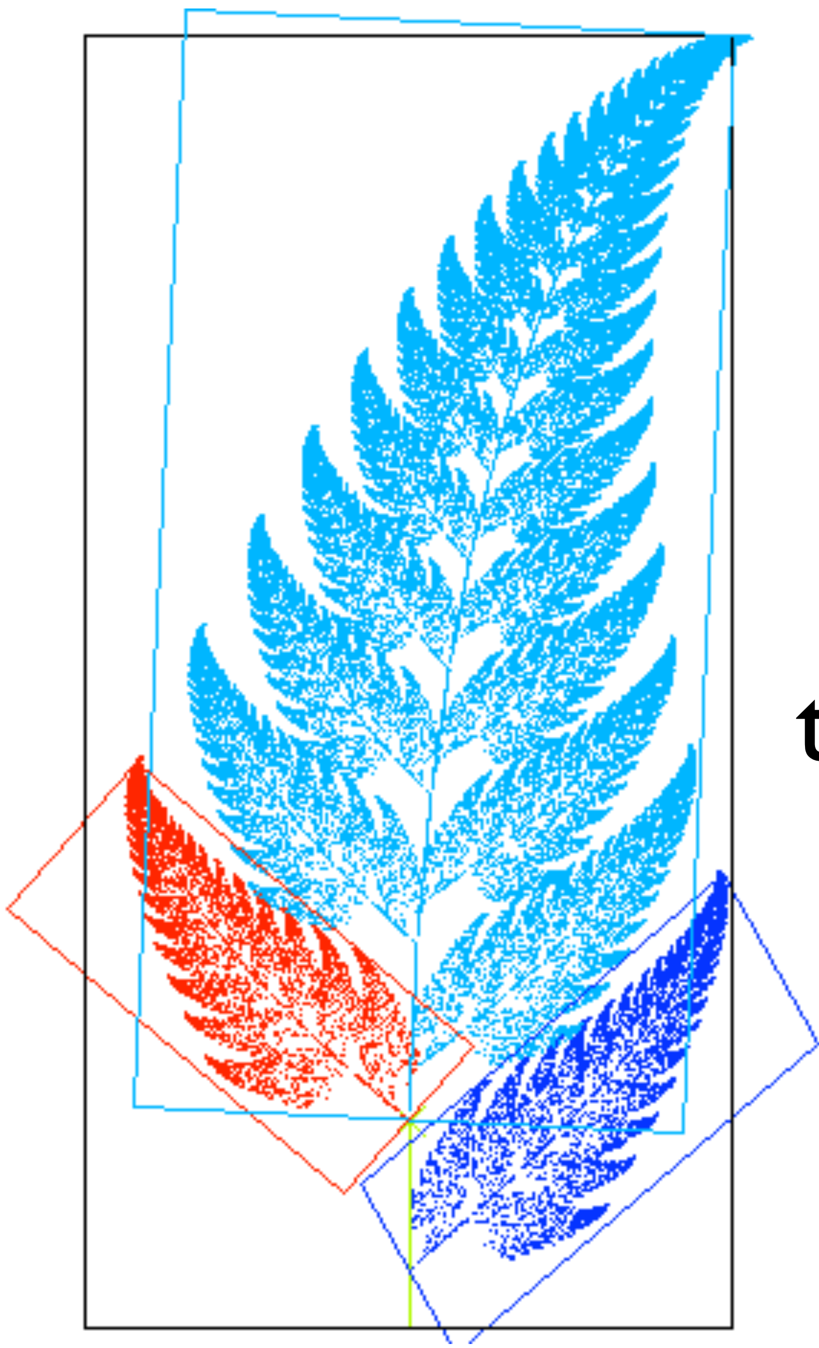
Leitura EXTRA

Affine Auto Similaridade



Uma imagem de um fractal tipo samambaia, exibe uma auto-similaridade afim. Cada uma das folhas da samambaia estão relacionados uns com os outros por uma transformação afim. Por exemplo, a folha de vermelho pode ser transformada na folha azul por uma combinação de reflexão, de rotação, de expansão e de tradução.

Leitura EXTRA



Em geometria, uma transformação afim ou mapa afim, ou uma afinidade (do latim, affinis, “ligado”) é uma função entre espaços afins que preserva pontos, retas e planos. Além disso, conjuntos de linhas paralelas permanecem paralelas depois de uma transformação afim. Uma transformação afim não necessariamente preservar os ângulos entre as linhas ou as distâncias entre os pontos, apesar de não preservar relações de distâncias entre pontos situados em uma linha reta.