Provinha 3 – Gabarito

Comprimento próprio do foguete

$L_0 \ = \ 500m.$

Velocidade do foguete

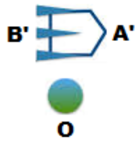
$$v = \frac{9c}{10}$$

$$\gamma = \frac{10}{\sqrt{19}}$$

Velocidade da luz

$c \ = \ 3.10^8 \ m/s.$

Os relógio serão nomeados de acordo com a imagem:



No referencial do foguete (S') os relógios $t_{A'} \ e \ t_{B'}$ estão sincronizados.

Os relógio $t_{A'}$ e t_O foram sincronizados quando a frente da nave estava passando pela Terra, ou seja $t_O = \ t_{A'} = 0$.

Transformações de Lorentz

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$
$$y' = y \ e \ z' = z$$

Transformações Inversas de Lorentz

$$x = \gamma(x' + vt')$$
$$t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$
$$y = y' \ e \ z = z'$$

Contração do Espaço

$$L = \ L_0/\gamma$$

Dilatação do Tempo

$$t = t'\gamma$$

a) Em $t_O = 0$ a indicação do relógio B', que está na cauda do foguete do é dado por:

$$t_B \ = \ \gamma\left(t_{B'} + \frac{v}{c^2}x_{B'}\right)$$

com $x_{B'} = \ -500 \ m \ e \ t_{B'} \ = 0 \ s$. Então

$$t_B = \frac{10}{\sqrt{19}}\left(0 + \frac{\frac{9c}{10}}{c^2}(-500)\right) = \frac{-500.9}{\sqrt{19}.c} \ \mathrm{s}$$

Porém para o observador do solo esse tempo estará contraído, ou seja:

$$t_{B'} = \frac{t_B}{\gamma} = \frac{-500.9.\sqrt{19}}{\sqrt{19}.c.10} = \frac{-500.9}{10.c} \ s$$

$$t_{B'} = -1{,}5\ \mu s$$

b) Quando o relógio da cauda está passando pelo relógio do solo.

No referencial S, $t_o = \ \Delta x/v$ com $\Delta x = \ L_0/\gamma$.. Então

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{L_0}{\gamma v} = \frac{500\sqrt{19}}{9c}\ s$$

i. A indicação do relógio B', que está na cauda do foguete é dado por:

$$t_{B'} = \gamma\left(t_B - \frac{v}{c^2}x_B\right)$$

com $x_B = \ 0\ m\ e\ t_B = \frac{500\sqrt{19}}{9c}\ s$. Então

$$t_{B'} = \frac{10}{\sqrt{19}}\left(\frac{500\sqrt{19}}{9c} - \frac{\frac{9c}{10}}{c^2}.0\right) = \frac{5000}{9.c}\ \ \mathrm{s}$$

$$t_{B'} \cong \ 1{,}85\ \mu s$$

ii. A indicação do relógio A', que está no nariz do foguete do ponto de vista do observador no solo (no ponto 0 do referencial S) é dado por:

$$t_{A'} = \gamma\left(t_A - \frac{v}{c^2}x_A\right)$$

com $x_A = \ L_0/\gamma\ m\ e\ t_A = \frac{500\sqrt{19}}{9c}\ s$. Então

$$t_{A'} = \frac{10}{\sqrt{19}}\left(\frac{500\sqrt{19}}{9c} - \frac{\frac{9c}{10}}{c^2}.\frac{500\sqrt{19}}{10}\right) = \frac{5000}{9.c} - \frac{50.9}{c}\ \ \mathrm{s}$$

$$t_{A'} \cong \ 0{,}352\ \mu s$$

iii. A indicação do relógio A', que está no nariz do foguete do ponto de vista de um observador no foguete (no referencial S') é dado por:

$$t_{A'} = \frac{500}{0{,}9.c}\ s$$

$$t_{A'} \cong 1{,}85\ \mu s$$

c) A indicação do relógio O que está no solo no momento em que o observador (no ponto 0 do referencial S) recebe o sinal luminoso.

Temos que t_A é o tempo equivalente a 1 hora do foguete para o observador do solo dado por:

$$t_A = \gamma\left(t_{A'} + \frac{v}{c^2}x_{A'}\right)$$

com $x_{A'} = 0\, m \; e \; t_{A'} = 3600\, s$. Então

$$t_A = \frac{10}{\sqrt{19}}\left(3600 + \frac{\frac{9c}{10}}{c^2}.0\right) = \frac{10.3600}{\sqrt{19}}\ \mathrm{s}$$

Agora vamos calcular o tempo que o sinal luminoso levou para chagar até a Terra. Como x_A é a posição do nariz da nave para o observador no solo dada por:

$$x_A = \gamma(x_{A'} + vt_{A'})$$

com $x_{A'} = 0\, m \; e \; t_{A'} = 3600\, s$. Então

$$x_A = \frac{10}{\sqrt{19}}\left(0 + \frac{9c}{10}3600\right) = \frac{9.3600.c}{\sqrt{19}}\ \mathrm{m}$$

E o tempo de ida do sinal luminoso do nariz da nave até a Terra vale:

$$t_1 = \frac{x_A}{c}$$

$$t_1 = \frac{9.3600}{\sqrt{19}}\ s$$

Então a indicação do relógio O no momento em que receber o sinal é dada por:

$$t_O = t_A + t_1$$

$$t_O = \frac{10.3600}{\sqrt{19}} + \frac{9.3600}{\sqrt{19}} = \frac{19.3600}{\sqrt{19}}\ s = \frac{19}{\sqrt{19}}\ h$$

$$t_O \cong 4,36\ h$$

Note que para alguém no foguete esse tempo vale $t' = t_O\gamma$, ou seja

$$t_{A'} = t_{B'} = 10h$$

d) No instante que o sinal luminoso chega no observador no solo os relógios da nave marcam 10h, como mostrado anteriormente. Isso implica que a luz levou 9 horas para chegar na terra, pois o sinal foi mandado quando os relógios marcavam 1 hora. Logo a luz levará mais 9 horas para voltar para a nave, logo

$$t_{A'} = t_{B'} = 19h$$