Provinha 2 – Gabarito

Exercício 1)

a) Nesse caso a fonte (trem A) está se aproximando do observador (observador P), que está parado. Então:

$$V = v_S = 340\ m/s \qquad f_0 = 200\ Hz$$
$$v = v_A = 15\ m/s$$

Aplicando a equação (6.9.6) [Moysés]

$$f_1 = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{V}} = \frac{200}{1 - \frac{15}{340}} = \frac{200}{\frac{65}{68}} = \frac{200.68}{65}$$

$$f_1 \cong 209{,}23\ Hz$$

Como queremos λ_1, vamos usar a relação $v_s = \lambda_1 f_1$. Então:

$$\lambda_1 = \frac{v_S}{f_1} = \frac{340}{\frac{200.68}{65}} = \frac{340.65}{200.68}$$

$$\lambda_1 = 1{,}625\ m$$

b) Nesse caso a fonte (trem A) e o observador (trem B), estão em movimento e se aproximando. Então:

$$V = v_S = 340\ m/s \qquad u = v_B = 30\ m/s$$
$$v = v_A = 15\ m/s \qquad f_0 = 200\ Hz$$

Aplicando a equação (6.9.9) [Moysés]

$$f_2 = f_0 \left(\frac{1 + \frac{u}{V}}{1 - \frac{v}{V}} \right) = 200 \left(\frac{1 + \frac{30}{340}}{1 - \frac{15}{340}} \right) = \frac{200.370}{325}$$

$$f_2 \cong 227{,}69\ Hz$$

c) Nesse caso a fonte (trem B) está se aproximando do observador (observador P), que está parado. Então:

$$V = v_S = 340\ m/s \qquad f_0 = f_2 \cong 227{,}69\ Hz$$
$$v = v_B = 30\ m/s$$

Aplicando a equação (6.9.6) [Moysés]

$$f_3 = \frac{f_2}{1 - \frac{v}{V}} = \frac{\left(\frac{200.370}{325}\right)}{1 - \frac{30}{340}} = \frac{\left(\frac{200.370}{325}\right)}{\frac{31}{34}} = \frac{200.370.34}{325.31}$$

$$f_3 \cong 249{,}72\ Hz$$

Como queremos λ_3, vamos usar a relação $v_S = \lambda_3 f_3$. Então:

$$\lambda_3 = \frac{v_S}{f_3} = \frac{340}{\frac{200.370.34}{325.31}} = \frac{340.325.31}{200.370.34}$$

$$\lambda_3 \cong 1{,}362\ m$$

d) Nesse caso a fonte (trem B) e o observador (trem A), estão em movimento e se aproximando. Então:

$$V = v_S = 340\ m/s \qquad u = v_A = 15\ m/s$$
$$v = v_B = 30\ m/s \qquad f_0 = f_2 \cong 227{,}69\ Hz$$

Aplicando a equação (6.9.9) [Moysés]

$$f_4 = f_0\left(\frac{1 + \frac{u}{V}}{1 - \frac{v}{V}}\right) = \left(\frac{200.370}{325}\right)\left(\frac{1 + \frac{15}{340}}{1 - \frac{30}{340}}\right) = \left(\frac{200.370}{325}\right)\left(\frac{\frac{71}{68}}{\frac{31}{34}}\right)$$
$$= \frac{200.370.71.34}{325.68.31}$$

$$f_4 \cong 260{,}74\ Hz$$

Exercício 2)

a) A onda u_2 se propaga na direção $-\hat{x}$, então $v \to -v$ o que implica na mudança do sinal de $\omega \to -\omega$ na equação u_1. Então

$$u_2(x,t) = u_0 \sin(kx + \omega t)$$

b) A superposição da onda refletida u_3 com a onda incidente u_2 deve ter um deslocamento nulo na parede (em $x = -L$). Como temos uma reflexão total, a amplitude de u_3 é a mesma de u_2 e ainda podemos supor que a onda u_3 ganha uma fase δ. Então

$$u_3(x,t) = u_0 \sin(kx - \omega t + \delta)$$

Aplicando a condição de contorno no ponto $x = -L$, teremos que:

$$u(-L,t) = u_2(-L,t) + u_3(-L,t) = 0$$
$$u_0 \sin(-kL + \omega t) + u_0 \sin(-kL - \omega t + \delta) = 0$$
$$u_0 \sin(-kL + \omega t) = -u_0 \sin(-kL - \omega t + \delta)$$
$$u_0 \sin(-kL + \omega t) = u_0 \sin(kL + \omega t - \delta)$$
$$-kL + \omega t = kL + \omega t - \delta$$
$$\delta = 2kL$$

Então

$$u_3(x,t) = u_0 \sin(kx - \omega t + 2kL) = u_0 \sin(k(x + 2L) - \omega t)$$

c) No ponto em que se encontra o microfone ($x = L$), temos que:

$$u(L,t) = u_1(L,t) + u_3(L,t)$$
$$u(L,t) = u_0 \sin(kL - \omega t) + u_0 \sin(3kL - \omega t)$$

A diferença de fase entre as duas ondas no ponto $x = -L$ é

$$\Delta\phi = 2kL$$

O máximo de intensidade ocorre quando a diferença de fase for múltiplo de 2π. Então:

$$\Delta\phi = 2kL = 2n\pi \; com \; n = 1,2 \ldots.$$
$$2kL = 2n\pi$$
$$kL = n\pi$$
$$k_{máx} = \frac{n\pi}{L}$$

Como $\omega = k_{máx} v_S = 2\pi \, \nu_{máx}$ teremos que

$$\nu_{máx} = \frac{n \, v_S}{2L}$$

As duas frequências mais baixas são:

$$\nu_1 = \frac{v_S}{2L} \; e \; \nu_2 = \frac{v_S}{L}$$