UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA POLITÉCNICA

# COLETÂNEA DE EXERCÍCIOS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS

## APOSTILA 8

## Escoamento em Condutos Forçados


Paulo Basílio Fernandes

Prof. Colaborador de

Mecânica dos Fluidos

EPUSP - 1988

Esta publicação é uma revisão do Capítulo VIII da Coletânea de Exercícios de Mecânica dos Fluidos, publicada em 1978.

Em relação à publicação anterior foram acrescentados novos exercícios.

$$p_1 - p_2 = 158{,}9 \text{ Kgf/m}^2 = 1557{,}1 \text{ Pa.}$$

b) Utilizando-se a mesma figura do item anterior e sabendo-se que a pressão interna é constante neste caso, temos, de (A):

$$z_1 = z_2 + \Delta p \Big|_1^2 \text{ , mas sen } \alpha = \frac{z_1 - z_2}{l}$$

ou seja: $\text{sen}\alpha = \Delta p \Big|_1^2$ e $\alpha = \text{arc.sen}(\Delta p \Big|_1^2)$

$$\alpha = \text{arc.sen}\left(\frac{64\ \nu\ L\ V}{2g\ D^2}\right) =$$

$$= \text{arc sen}\left(\frac{64\ .\ 1{,}1 \times 10^{-4}\ .\ 1\ .\ 0{,}31}{2\ .\ 10\ .\ (0{,}0127)^2}\right) = 42{,}6^\circ$$

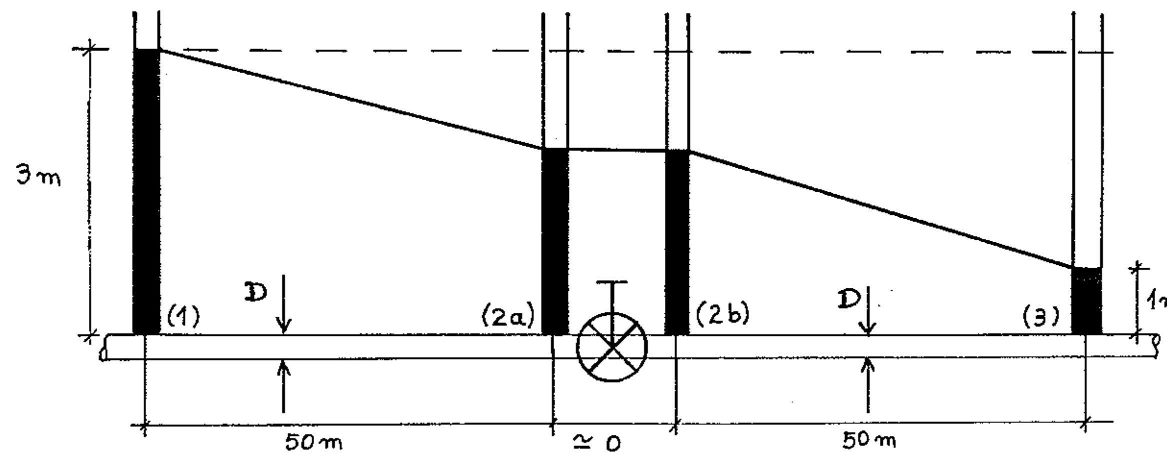
$$\alpha = 42{,}6^\circ$$

---

Ex. 8.2 - O escoamento no trecho da figura é laminar. Com a válvula totalmente aberta a linha piezométrica é praticamente uma reta ($k_s \cong 0$), conforme a figura.

Determinar o coeficiente de perda de carga singular da válvula, quando esta é acionada, fazendo com que a vazão na tubulação seja a metade que no caso da válvula totalmente aberta. Sabe-se que na segunda situação o desnível marcado pelos manômetros extremos é o mesmo da primeira situação.

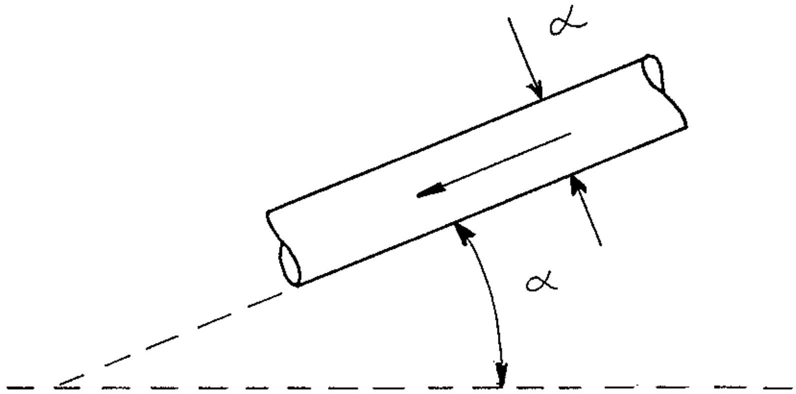
Dados: $\nu = 10^{-5}\ m^2/s$, $\gamma = 1000\ Kgf/m^3$, $D = 2$ cm



Ex. 8.1 - Óleo de viscosidade cinemática $\nu = 1,1 \times 10^{-4}$ $m^2/s$ e no peso específico $\gamma$=900 kgf/$m^3$, à temperatura ambiente, escoa no interior de um tubo inclinado, diâmetro 0.0127 m. Sabendo-se que o escoamento é laminar e que a vazão é 0,142 $m^3/h$, determinar:

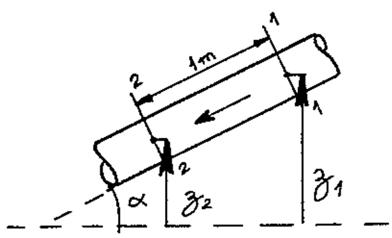
a) Para um ângulo $\alpha = 30^o$, qual a variação da pressão interna,a cada metro, entre dois pontos quaisquer?

b) Se a pressão interna é constante ao longo do comprimento,qual seria o valor do ângulo $\alpha$?




Solução:

a) Consideremos duas seções quaisquer, 1 e 2, distantes 1 m. Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre esses pontos teremos:




$$H_1 = H_2 + \frac{Wa}{\gamma Q}\bigg|_1^2 .$$

Assim: $\dfrac{\alpha V_1^2}{2g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1 = \dfrac{\alpha\ V_2^2}{2g} + \dfrac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta p\Big|_1^2$ ,

onde $\Delta p = \dfrac{Wa}{\gamma Q}$ = perda de carga.

Como foi dado que o escoamento é laminar, então $\alpha = 2$, e o coeficiente da perda de carga distribuída, para esse regime, vale:

$$f = \frac{64}{R} = \frac{64\ \nu}{V\ D}.$$

Como no problema não existem perdas de carga devido a singularidades, teremos:

$$\Delta p \Big|_1^2 = \frac{64\ \nu}{V\ D} \cdot \frac{L}{D}\ \frac{V^2}{2g} = \frac{64\ \nu\ .\ L\ V}{D^2\ .\ 2g};$$

temos, então:

$$\frac{2\ V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{2\ V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{64\ \nu\ L\ V}{D^2\ .\ 2g} \quad (A).$$

Aplicando-se a equação da continuidade entre os pontos 1 e 2, teremos:

$Q_1 = Q_2$ (regime permanente, fluido incompressível, homogêneo).

Ou seja: $V_1\ S_1 = V_2\ S_2 \rightarrow V_1 \dfrac{\pi\ D_1^2}{4} = V_2 \dfrac{\pi\ D_2^2}{4} \rightarrow V_1\ D_1^2 = V_2\ D_2^2$,

como $D_1 = D_2 = d \rightarrow V_1 = V_2$ mas $Q = V\ S \rightarrow V = \dfrac{Q}{S} =$

$$= \frac{0,142}{3600} \cdot \frac{4}{\pi(0,0127)^2} \rightarrow V = 0,31\ m/s.$$

Pela figura: $\text{sen } 30^0 = \dfrac{z_1 - z_2}{L} = \dfrac{z_1 - z_2}{1} \rightarrow z_1 - z_2 = 0,5\ m.$

Como $V_1 = V_2$, de (A) temos:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = (z_2 - z_1) + \frac{64\ \nu\ L\ V}{D^2\ .\ 2g} =$$

$$= -\ 0,5 + \frac{64\ .\ 1,1 \times 10^{-4}\ .\ 1\ .\ 0,31}{(0,0127)^2\ .\ 2\ .\ 10} =$$

$$= +0,18m,$$

Solução:

Na primeira condição do problema, teremos uma vazão $Q_0$ e a velocidade $V_o$ para o escoamento. Escrevendo-se a Equação da Energia Cinética entre os pontos (1) e (3):

$$H_1 = H_3 + \Delta p \Big|_1^3 .$$

Aplicando-se a Eq. da Continuidade no mesmo trecho teremos:

$Q_1 = Q_3$ (regime permanente, fluido homogêneo e incompressível)

$$V_1\ S_1 = V_3\ S_3 \rightarrow V_1 \frac{\pi\ D_1^2}{4} = V_3 \frac{\pi\ D_3^2}{4} \rightarrow V_1\ D_1^2 = V_3\ D_3^2;$$

como $D_1 = D_3 \rightarrow V_1 = V_3 = V_o$,

assim: $\dfrac{p_1}{\gamma} + z_1 = \dfrac{p_3}{\gamma} + z_3 + \Delta p \Big|_1^3 .$

Mas $\dfrac{p_1}{\gamma} + z_1$ é a linha piezométrica, ou seja, a altura de fluido atingida no piezômetro.

Assim pela figura:

$$3 = 1 + \Delta p \Big|_1^3 \rightarrow 2 = \Delta p \Big|_1^3 = \Sigma\ hf_{1,3} + \Sigma\ hs_{1,3} .$$

Daí

$$2 = f \frac{L_{1,3}}{D} \frac{V_o^2}{2g} + k_{s,2} \frac{V_o^2}{2g} .$$

Mas na primeira condição $k_{s,2} \approx 0$

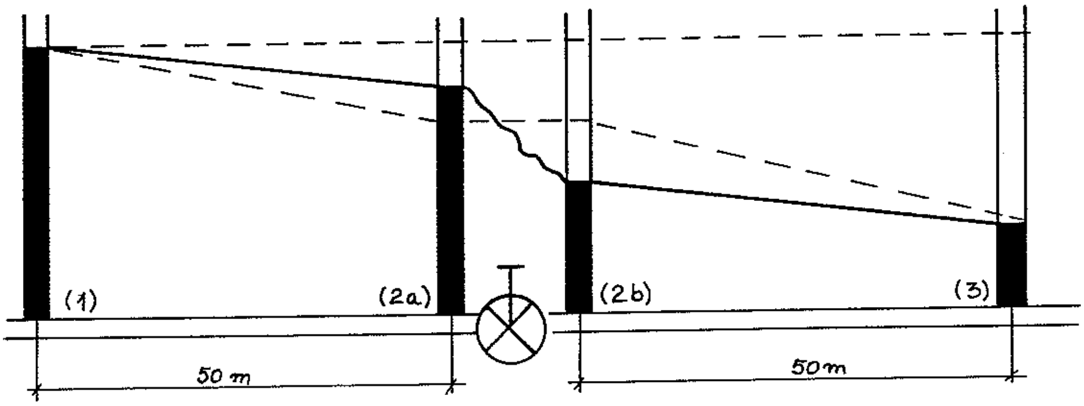
e sendo o regime laminar:

$$f = \frac{64}{R} = \frac{64\ \nu}{V_o\ D} = \frac{64\ \nu}{\dfrac{Q_o . D}{S}} = \frac{64\ \nu}{\dfrac{Q_o . D .\ 4}{\pi\ D^2}} = \frac{16\pi\ D\ \nu}{Q_o} .$$

Logo: $$2 = \frac{16\pi\, D\, \nu}{Q_o} \cdot \frac{L_{1,3}}{D} \cdot \frac{V_o^2}{2g} = \frac{16\pi\, D\, \nu}{Q_o}\, \frac{L_{1,3}}{D} \left(\frac{Q_o^2}{S_o^2}\right) \frac{1}{2g} =$$

$$= \frac{16\pi\, D\, \nu}{Q_o}\, \frac{L_{1,3}}{D} \left(\frac{Q_o^2\, 16}{\pi^2\, D^4}\right) \frac{1}{2g} \rightarrow Q_o = \frac{\pi\, D^4\, g}{64\, \nu\, L_{1,3}} .$$

Na segunda condição temos uma vazão que é metade da vazão na condição inicial, ou seja a velocidade do fluido é também menor. Como a perda de carga é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade teremos uma altura de líquido no piezômetro (2a) maior que no caso inicial, ou seja a reta da linha piezométrica será menos inclinada.




Para este caso temos a vazão $Q = \frac{Q_o}{2}$ e a velocidade V.

Como $Q = V\, S$ e $Q_o = V_o\, S \rightarrow Q = V \cdot \frac{Q_o}{V_o} \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{Q_o}{2} = V.\, \frac{Q_o}{V_o} \rightarrow V = \frac{V_o}{2} .$$

Assim, aplicando-se a Eq. da Energia Cinética entre (1) e (3) teremos:

$$2 = hf_{1,3} + h_{s,2} = f\, \frac{L_{1,3}\, V^2}{D\, 2g} + k_{s,2}\, \frac{V^2}{2g} ,$$

onde $f = \frac{64}{R} = \frac{64\, \nu}{\frac{Q_o}{2S}\, D} = 32\, \frac{\pi\, D\, \nu}{Q_o}$.

Assim: $2 = \frac{32\pi\ D\ \nu}{Q_o}\ \frac{L_{1,3}}{D}\ \frac{V_o^2}{4\ .\ 2g} + k_{s,2}\ \frac{v_o^2}{4\ .\ 2g}\ \rightarrow$

$$\rightarrow 2 = \frac{32\pi\ D\ \nu\ L_{1,3}}{Q_o\ D}\ \left(\frac{Q_o^2\ 16}{\pi^2\ D^4}\right)\ \frac{1}{8g} + \frac{k_{s,2}}{8g}\left(\frac{Q_o^2\ 16}{\pi^2\ D^4}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow 2 = \frac{64\ \nu\ L_{1,3}\ Q_o}{\pi\ D^4\ g} + \frac{k_{s,2}\ .\ 2\ Q_o^2}{g\ .\ \pi^2\ .\ D^4}\ .$$

Substituindo $Q_o$ na equação:

$$2 = 1 + \frac{k_{s,2}\ .\ Q_o^2\ .\ 2}{g\ \pi^2\ D^4} \rightarrow k_{s,2} = \frac{g\ \pi^2\ D^4}{2\ Q_o^2};$$

mas comparando essa equação e a equação anterior, temos que:

$$\frac{64\ \nu\ L_{1,3}\ Q_o}{\pi\ D^4\ g} = 1,$$

ou: $$Q_o = \frac{\pi\ D^4\ g}{64\ \nu\ L_{1,3}} = \frac{\pi.(2x10^{-2})^4.10}{64\ .\ 10^{-6}\ .\ 100} = 7,854\ x\ 10^{-4}\ m^3/s;$$

logo: $$k_{s,2} = \frac{10\ .\ \pi^2.\ (2\ x\ 10^{-2})^4}{2\ x\ (7,854\ x\ 10^{-4})^2} = 12,80.$$

---

Ex. 8.3 - Na instalação da figura o sistema que interliga os reservatórios A e B é constituido por uma tubulação de diâmetro constante e pela máquina M. Admitindo-se desprezí - veis as perdas de carga singulares na tubulação e sendo conhecida, no trecho CD, a inclinação da linha de energia (LE) e linha piezométrica (LP), pede-se:

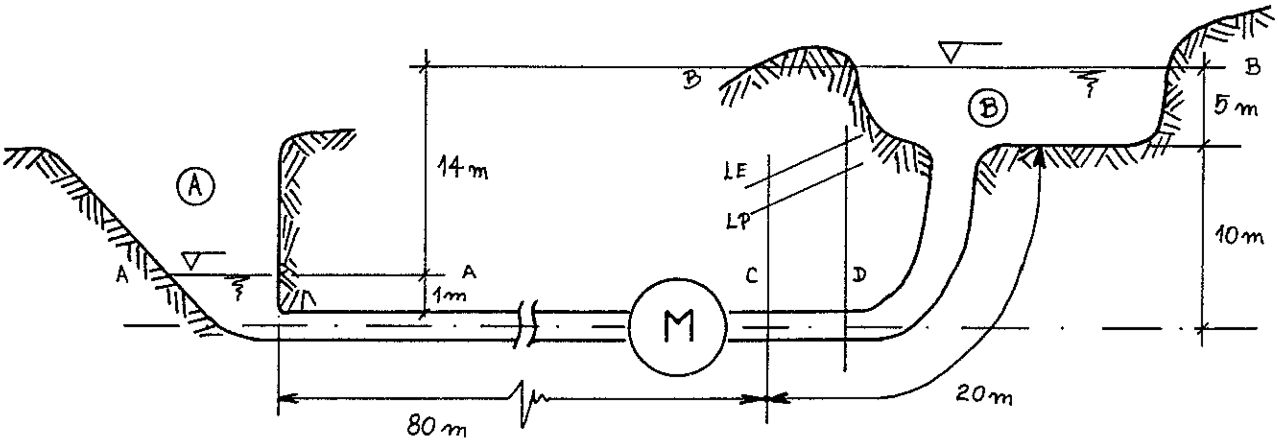
a) O tipo de máquina M.

b) A potência em CV da máquina, cujo rendimento é 75%

c) A cota z da LP na seção C.

Dados: $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$, $\gamma = 1000\ kgf/m^3$, tubo de ferro fundido($k = 2,6\ x\ 10^{-4}\ m$).

$D = 0{,}1\ m$ $\qquad (LE - LP)_C = 0{,}2\ m$




Solução:

a) Existem quatro hipóteses possíveis para o escoamento:

a.1) O fluido escoa da direita para a esquerda e a máquina é bomba.

a.2) O fluido escoa da direita para a esquerda e a máquina é turbina.

a.3) O fluido escoa da esquerda para a direita e a máquina é bomba.

a.4) O fluido escoa da esquerda para a direita e a máquina é turbina.

Vemos que a hipótese a.4) não é possível uma vez que o reservatório B está com o nível de água mais alto que o do reservatório A.

Como foi dada a LE entre os pontos C e D e a cota em C é menor que a cota em D, vemos que o fluido escoa de D para C uma vez que a energia sempre diminui no sentido do escoamento devido as perdas de carga. Assim, eliminamos a hipótese a.3).

Podemos, então, escrever a equação da Energia Cinética entre B-B e A-A. Ao escrever a fórmula imaginaremos que a máquina é uma bomba. Assim, ao resolver a equação, se o sinal do termo da máquina for positivo, estavámos corretos e a máquina é uma bomba; se for negativo, significa que a máquina é na verdade um turbina.

$$H_B + \frac{Wm}{\gamma Q} = H_A + \frac{Wa}{\gamma Q}\Big|_B^A \rightarrow H_B + Hm = H_A + \Delta p\Big|_B^A .$$

$$Hm = H_A - H_B + \Delta p\Big|_B^A \rightarrow \begin{cases} (H_A - H_B) + \Delta p\Big|_B^A > 0 \rightarrow \text{bomba.} \\ (H_A - H_B) + \Delta p\Big|_B^A < 0 \rightarrow \text{turbina.} \end{cases}$$

$$H_A = \frac{\alpha V_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma} + z_A$$ (reservatório de grandes dimensões, aberto para atmosfera).

$$H_B = \frac{\alpha V_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\gamma} + z_B$$ (idem).

$$\Delta_p\Big|_B^A = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g}$$ (pois as perdas de cargas singulares são desprezíveis, $L = 100$ m = comprimento de toda a tubulação)

$$\Delta p\Big|_B^A = f \cdot \frac{100}{0,1} \cdot \frac{V^2}{2g} .$$

Para calcular V, temos a informação que $(LE - LP)_C = 0,2$m ou seja:

$$\left(\frac{\alpha V_C^2}{2g} + \frac{p_C}{\gamma} + z_C\right) - \left(\frac{p_C}{\gamma} + z_C\right) = 0,2 \text{ m, ou seja, com } \alpha \cong 1,0,$$

$$\therefore \frac{V_C^2}{2g} = 0,2 \text{ m} .$$

Como o diâmetro é constante, V é constante em qualquer seção, $\frac{V^2}{2g} = 0,2$ ou $V = \sqrt{0,4\,g} = 2$ m/s.

Para calcular f:

f.1) Utilizando a Equação de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0,27 \frac{k}{D} + \frac{2,51}{R \sqrt{f}}\right),$$

$$R = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{2 \times 0,1}{10^{-6}} = 2 \times 10^{5},$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0,27 \times \frac{2,6 \times 10^{-4}}{0,1} + \frac{2,51}{2 \times 10^{5} \sqrt{f}}\right),$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(7,02 \times 10^{-4} + \frac{1,255 \times 10^{-5}}{\sqrt{f}}\right).$$

Método interativo:

| valor estimado | $1/\sqrt{f}$ | $-2 \log_{10}$ (.....) | Δ |
|---|---|---|---|
| 0,02 | 7.0711 | 6,2039 | 14% |
| 0,025 | 6.3246 | 6,2143 | 1,8% |
| 0,026 | 6.2017 | — | — |
| 0,0255 | 6.2622 | 6.2152 | 0,8% |

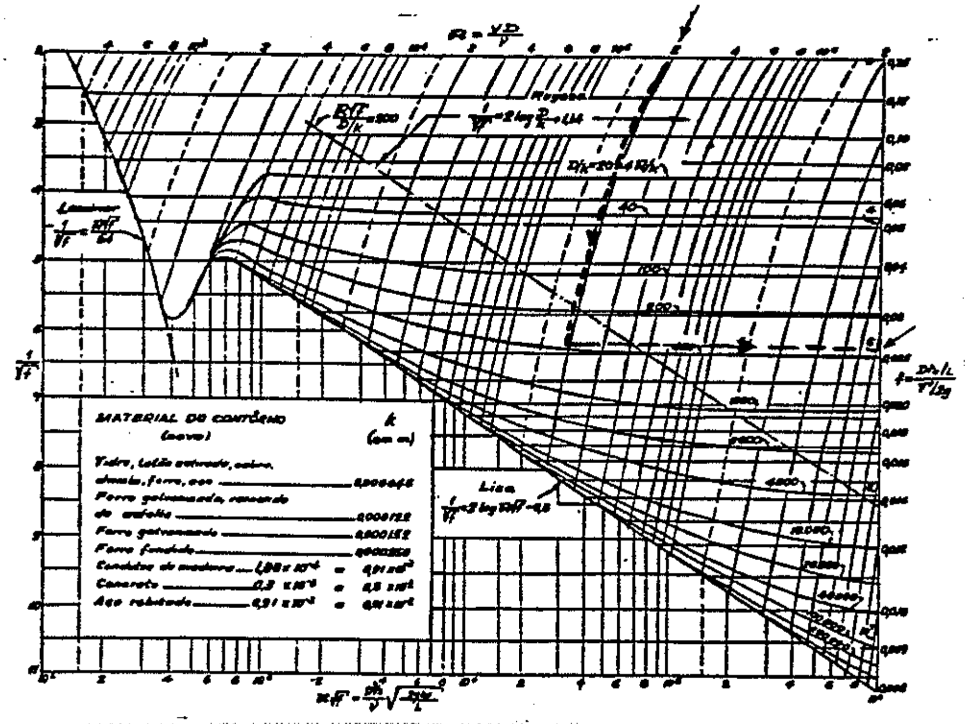
$$f = 0,0255.$$

f.2) Utilizando o diagrama de Moody-Rouse

Número de Reynolds: $R = \frac{V\ D}{\nu} = 2 \times 10^{5}$

$$\frac{D}{k} = \frac{0,1}{2,6 \times 10^{-4}} = 384,62$$

Entrar no diagrama pela parte superior com o número de Reynolds até encontrar a linha do D/k. Do ponto de encontro levar uma horizontal até encontrar o valor de f na direita.



Assim, voltando à equação da Energia Cinética, teremos:

$$H_m = H_A - H_B + \Delta p \Big|_B^A = 1 - 15 + 0{,}0255 . \frac{100}{0{,}1} . 0{,}2 = -8{,}9 \text{ m}.$$

Logo a máquina é uma <u>turbina</u>

b) Cálculo da potência da máquina:

$H_T$ = 8,9 m (carga que o fluido fornece a turbina)

$$W_T = \gamma . Q . H_T . \eta = \gamma . V . S . H_T . \eta =$$

$$= 1000 . 2 . \frac{\pi . (0{,}1)^2}{4} . 8{,}9 . 0{,}75 = 104{,}85 \text{ Kgm},$$

$$W_T = \frac{104.85}{75} = 1{,}4 \text{ CV} = 1027{,}5 \frac{\text{N . m}}{\text{s}} .$$

c) Para obter a cota $LP_C$, aplicaremos a equação da Energia Cinética entre B-B e C-C.

$$H_B = H_C + \Delta p \Big|_C^B ,$$

$$15 = \frac{\alpha V_C^2}{2g} + \frac{p_C}{\gamma} + z_C + f \frac{L_{BC}}{D} \frac{V^2}{2g} .$$

Mas $LP_C = \frac{p_C}{\gamma} + z_C$, logo:

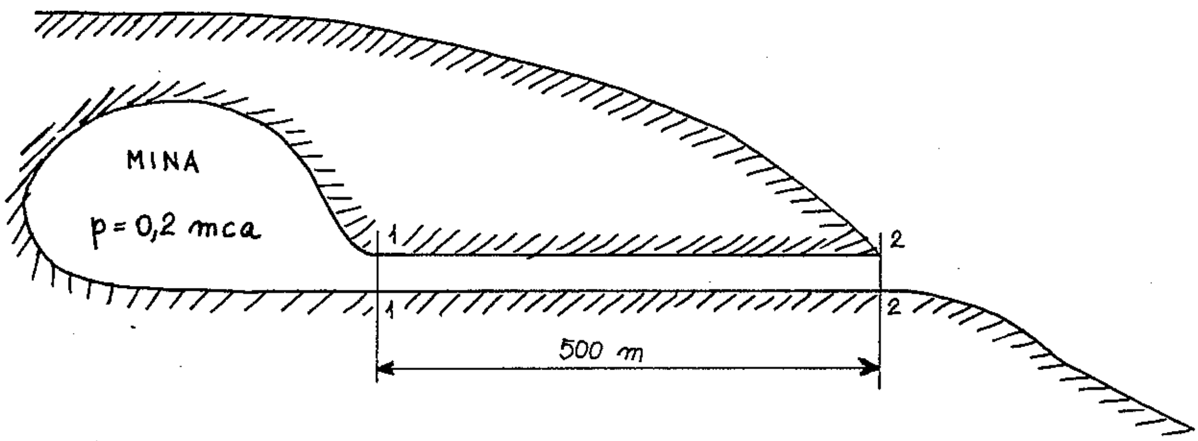
$$15 = 0{,}2 + LP_C + 0{,}0255 \cdot \frac{20}{0{,}1} \cdot 0{,}2 \,,$$

$$LP_C = \underline{13{,}78\ m} \,.$$

---

Ex. 8.4 - Uma galeria de seção quadrada (0.6 x 0.6 m) esgota ar de uma mina, onde a pressão é de 0,2 mca, para a atmosfera. Calcular a vazão de ar. Desprezar as perdas singulares.

Dados: $\nu_{ar} = 10^{-5}\ m^2/s$, $\gamma_{ar} = 1{,}3\ Kgf/m^3$, $K = 10^{-3}\ m$ ,
$\gamma_{água} = 10^3\ Kgf/m^3$.




Solução:

Como a seção da tubulação é quadrada, para executarmos os cálculos iremos determinar o seu diâmetro hidráulico:

$$D_H = 4\ R_H = 4\ \frac{S}{\sigma} = \frac{4.(0.6)^2}{4.(0.6)} = 0{,}6\ m \,.$$

Aplicando-se,a Equação de Energia Cinética entre 1 e 2, temos:

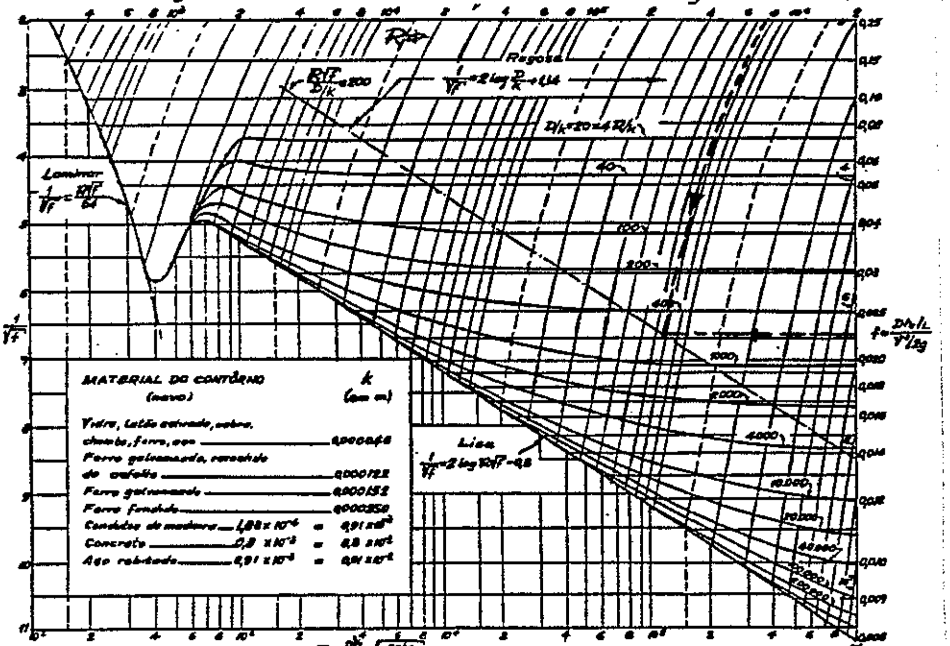
$$H_1 - H_2 = \Delta p \Big|_1^2 = f\ \frac{L_{1,2}}{D}\ \frac{V^2}{2g}$$ (perdas singulares desprezíveis),

$$\left(\frac{\alpha V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{\alpha V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2\right) = f\ \frac{L_{1,2}}{D}\ \frac{V^2}{2g} \,.$$

f2) Usando o diagrama de Moody-Rouse

$$\text{Cálculo de } \frac{D}{K} = \frac{0{,}6}{10^{-3}} = 600$$

Pelo diagrama vemos que se o número de Reynolds do escoamento for maior que $7 \times 10^5$, então estaremos no regime hidráulicamente rugoso e f será constante e igual a 0.0225.




Admitindo que isso ocorra (a comprovação é necessária posteriormante), temos:

$$3{,}696 = 0.0225 \cdot V^2 \rightarrow V = 12{,}82 \text{ m/s}$$

assim

$$R = \frac{V\,D}{\nu} = \frac{12{,}82 \times 0{,}6}{10^{-5}} = 7{,}70 \times 10^5 > 7 \times 10^5$$

Portanto o regime está na região hidráulicamente rugosa e f = 0,0225.

Cálculo da vazão solicitada:

$$Q = V \cdot S = V \cdot (0.6) \times (0.6) = \sqrt{\frac{3{,}696}{0.225}} \cdot 0{,}36 =$$

$$= 4{,}61 \text{ m}^3/\text{s}$$

Pela Eq. da Continuidade, como as seções são iguais, temos:

$Q_1 = Q_2$ (fluido incompressível, homogêneo, movimento permanente)

$$V_1\ S_1 = V_2\ S_2 \rightarrow V_1 = V_2 = V$$

A seção 2 está aberta para a atmosfera e portanto $p_2$ efetivo = zero.

Seção 1 e 2 estão na mesma cota: $z_1 = z_2$,

logo:

$$\frac{p_1}{\gamma} = f\ \frac{L_{1,2}}{D}\ \frac{V^2}{2g}\ .$$

Mas $\frac{p_1}{\gamma}$ = 0,2 mca = 0,2 metros coluna água

$= 0,2 \times \frac{\gamma_{agua}}{\gamma_{ar}}$ metros coluna ar (que é o fluido que está escoando).

$$\therefore \quad \frac{p_1}{\gamma} = \frac{0,2 \times 1000}{1,3} = 154 \text{ m c ar}$$

$$\therefore \quad 154 = f\ .\ \frac{500\ .\ V^2}{0,6 \times 20} \rightarrow 3,696 = f.\ V^2$$

Para solucionar essa equação de duas variáveis teremos que calcular de modo interativo:

f1) Usando a fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\ \log_{10}\ (0,27\ \frac{K}{D} + \frac{2,51}{R\ \sqrt{f}}) \quad \text{onde } R = \frac{V\ D}{\nu}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\ \log_{10}\ (4.5 \times 10^{-4} + \frac{4.1833 \times 10^{-5}}{V\ \sqrt{f}}$$

mas $3,696 = f\ V^2 \rightarrow V\ \sqrt{f} = 1,9225$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\ \log_{10}\ (4.7176\ .\ 10^{-4}) \rightarrow f = 0.0225$$

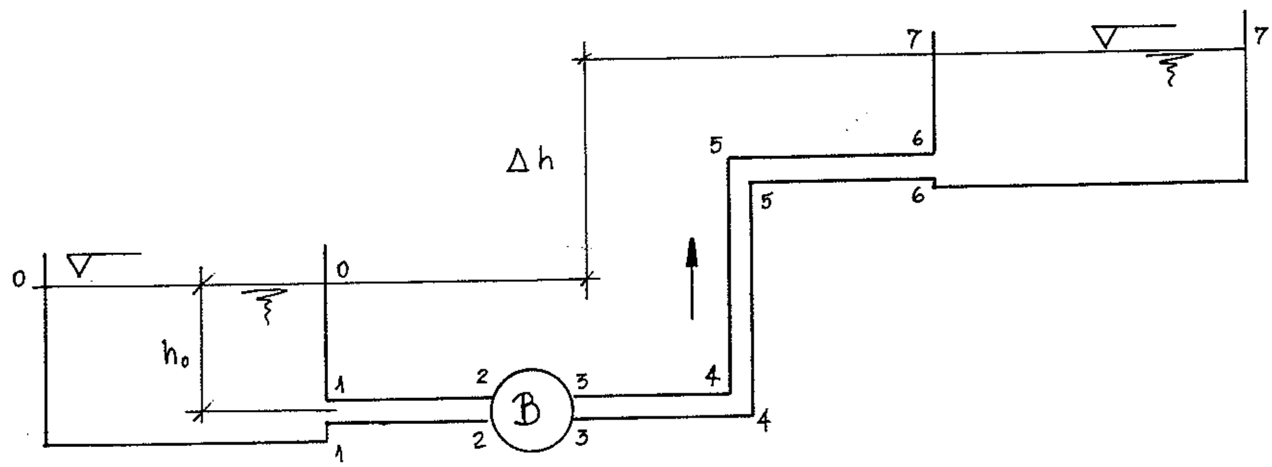
Ex. 8.5 - Na instalação da figura são dados:

- potência fornecida ao fluido: 1 CV,
- diâmetro constante da tubulação: 3 cm,
- vazão = 3 ℓ/S,
- $ks_1 = 0{,}5$; $ks_4 = 1{,}3$; $ks_5 = 1{,}3$; $ks_6 = 1{,}0$
- $f = 0{,}02$
- $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$, $\gamma = 1000\ Kgf/m^3$
- $L_{1,2} = 2\ m$; $L_{3,6} = 10\ m$

Pede-se: a) desnível entre os reservatórios

b) rugosidade do conduto

c) altura $h_o$ para que a pressão efetiva na entrada da bomba seja nula.




Solução:

a) Cálculo do desnível entre os reservatórios.

Aplicaremos a Equação da Energia Cinética entre as seções 0.0 e 7.7

$$H_o + \frac{W_B}{\gamma Q} = H_7 + \frac{W_a}{\gamma Q} .$$

Como os reservatórios estão abertos à atmosfera e são de grandes dimensões:

$$H_o = z_o \text{ e } H_7 = z_7, \qquad \text{logo}$$

$$H_B = H_7 - H_0 + \Delta p \Big|_0^7 = \Delta h + \Delta p \Big|_0^7 .$$

A perda da carga será dada por:

$$\Delta p \Big|_0^7 = \Sigma\, h_s + \Sigma\, h_f = ks_1 \frac{V^2}{2g} + ks_4 \frac{V^2}{2g} + ks_5 \frac{V^2}{2g} + ks_6 \frac{V^2}{2g} +$$

$$+ f \frac{L_{1,6}}{D} \frac{V^2}{2g} .$$

Como a seção é constante na tubulação temos, pela Eq. da Continuidade: $Q_1 = Q_2 = Q \rightarrow V_1\, S_1 = V_2\, S_2 = V\, S \rightarrow V_1 = V_2 = V.$
Logo:

$$\Delta p \Big|_0^7 = (ks_1 + ks_4 + ks_5 + ks_6) \frac{V^2}{2g} + f \frac{L_{1,6}}{D} \frac{V^2}{2g} =$$

$$= (\ldots,5 + 1,3 + 1,3 + 1,0) \frac{V^2}{20} + 0,02 \; . \; \frac{12}{0,03} \; . \; \frac{V^2}{20} .$$

Mas $Q = V\, S \rightarrow V = \dfrac{3 \times 10^{-3}}{\dfrac{\pi \; . \; \overline{0,03}^2}{4}} = 4,24$ m/s;

$$\Delta p \Big|_0^7 = 10.88 \text{ m.}$$

Como $W_B = 1$ C V $= 75$ Kgm/s e $H_B = \dfrac{W_B}{\gamma Q} = \dfrac{75}{10^3 \,.\, 3 \,.\, 10^{-3}} = 25$ m,

temos: $25 = \Delta h + 10,88 \rightarrow \Delta h = 14.12$ m.

OBSERVAÇÃO:

No cálculo da perda de carga poderíamos ter utilizado o conceito de comprimento equivalente, transformando as perdas singulares em perdas distribuidas:

$$hs = ks \frac{V^2}{2g}$$

$$hs = hf \rightarrow ks = f \frac{L_{eq}}{D},$$

$$hf = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

ou seja: $L_{eq} = \frac{D\ ks}{f} = \frac{0,03}{0,02} \cdot ks = 1,5 \cdot ks;$

como $\Sigma\ ks = 4,1 \rightarrow L_{eq} = 1,5 \times 4,1 = 6,15m.$

Assim: $\Delta p \Big|_0^7 = f \frac{L_T}{\gamma} \frac{V^2}{2g} = f \frac{(L + L_{eq})}{D} \frac{V^2}{2g} =$

$$= 0,02 \frac{(12 + 6,15)}{0,02} \cdot \frac{4,24^2}{20} = 10.88m.$$

b) Cálculo da rugosidade

b.1) Equação Colebook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0,27 \frac{K}{D} + \frac{2,51}{R\sqrt{f}}\right),$$

$$R = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{4,24 \cdot 0,03}{10^{-6}} = 1.272 \times 10^5,$$

$$\frac{1}{\sqrt{0,02}} = -2 \log_{10} \left(0,27 \frac{K}{0.03} + \frac{2,51}{1,272 \times 10^5 \sqrt{0,02}}\right),$$

$$-3,5355 = \log_{10} (9k + 1,3953 \times 10^{-4}),$$

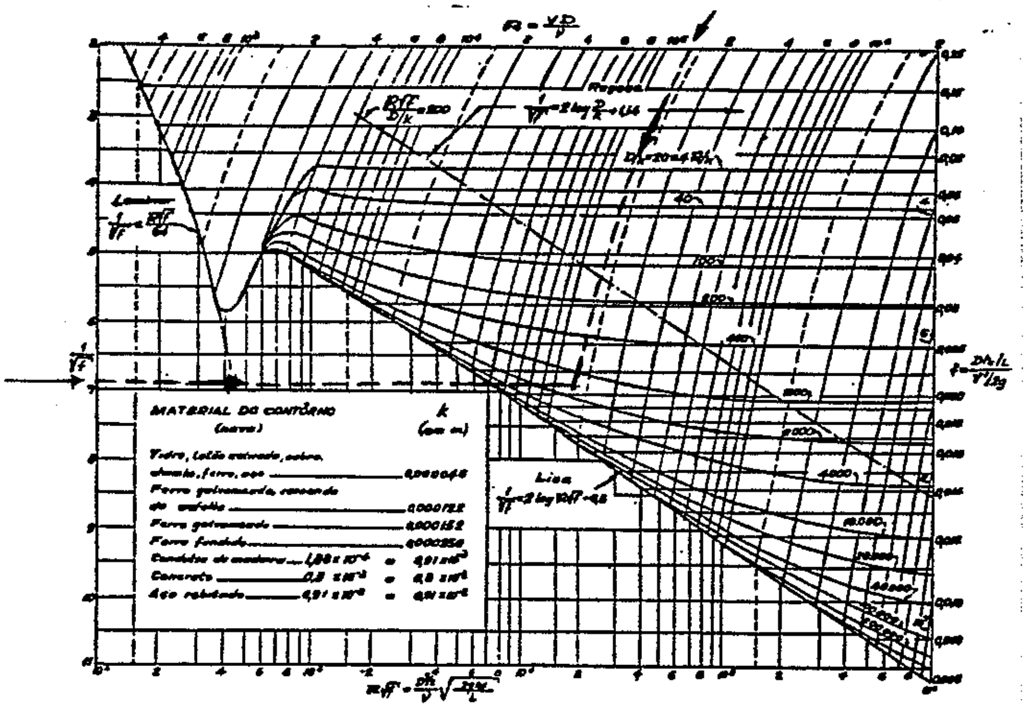
$$2.9141 \times 10^{-4} = 9k + 1.3953 \times 10^{-4} \rightarrow$$

$$\rightarrow K = 1,69 \times 10^{-5}\ m.$$

b.2) Diagrama de Moody-Rouse.

Calcular $1/\sqrt{f}$: entra-se pela esquerda do gráfico na horizontal até encontrar a linha curva do número de Reynolds que se possui. O ponto de encontro é a linha do valor de D/K. Com o valor de D obtém-se K.

$\therefore\ \frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1}{\sqrt{0,02}} = 7,071;$ $\qquad R = \frac{V\ D}{\nu} = 1,272 \times 10^5.$



Obtém-se $\frac{D}{k} = 1750 \rightarrow k \approx 1,70 \times 10^{-5}$ m.

c) Altura $h_o$ para que $p_z$ efetiva = zero.

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre 0-0 e 2 - 2, temos:

$$H_o = H_2 + \frac{W_a}{\gamma Q} \rightarrow h_o = \frac{\alpha\, V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0 + \Delta p \Big|_0^2,$$

Como $p_2 = 0$ (condição) $\rightarrow h_o = \frac{\overline{4.24}^2}{20} + \Delta p \Big|_0^2.$

$$\text{Mas } \Delta p \Big|_0^2 = (\Sigma\, hs + \Sigma\, hf)_0^2 = ks_1 \frac{V^2}{2g} + f \frac{L_{1,2}}{D} \frac{V^2}{2g} =$$

$$= (0,5 + 0,02 \cdot \frac{2}{0,03}) \frac{V^2}{2g} =$$

$$= 1.833 \cdot \frac{\overline{4.24}^2}{20},$$

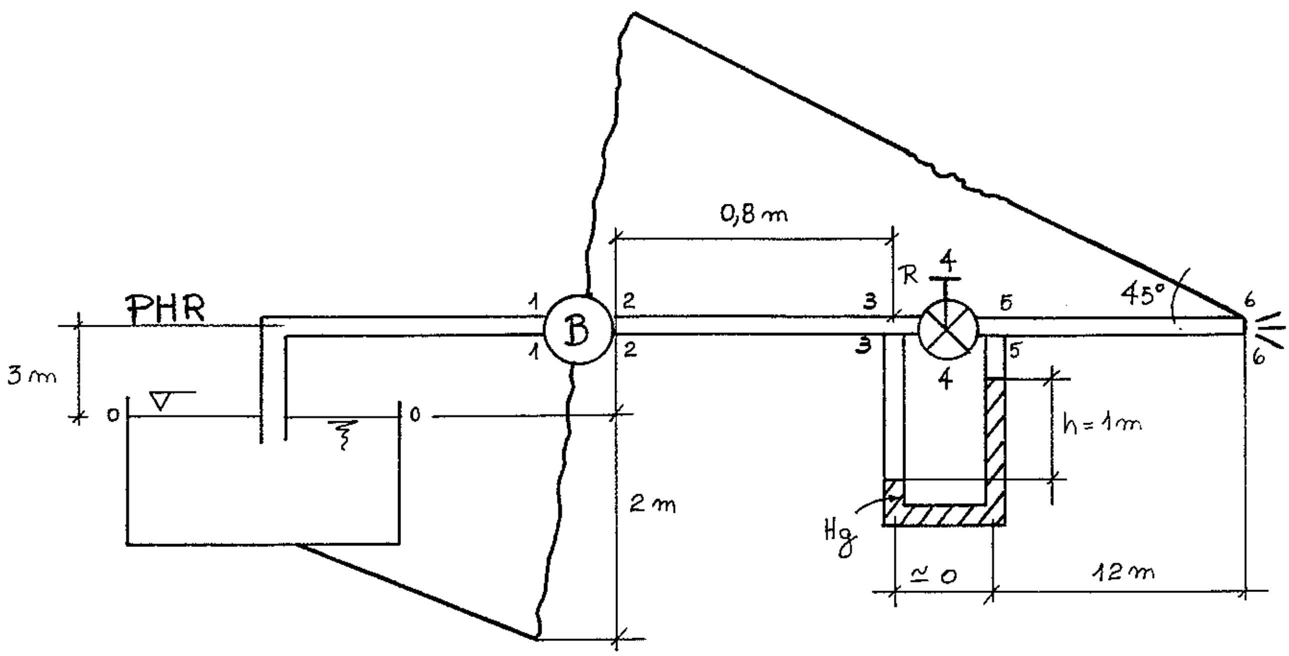
$$h_o = (1 + 1.833) \frac{\overline{4.24}^2}{20} = 2,55 \text{ m}.$$

Ex. 8.6 - Na instalação da figura, a bomba B recalca uma vazão Q e a linha de energia para tal vazão tem a configuração indicada. A tubulação tem diâmetro constante D = 25 mm e o coeficiente de perda de carga f = 0,025. Sabendo-se que o manômetro diferencial conectado no registro R da forma indicada acusa um desnível h = 1 m, determinar:

a) Vazão Q.

b) A potência do eixo da bomba, supondo-se um rendimento de 59%.

Dados: $\gamma_{H_2O} = 10^3$ Kgf/m$^3$; $\gamma_{Hg} = 13600$ kgf/m$^3$.




Solução:

a) Vazão Q

Para o cálculo da vazão é necessário conhecer a velocidade. Para tanto vemos que no trecho 5 - 6 a Linha de Energia tem inclinação de 45°. Como entre 5 e 6 a seção é constante, temos pela Eq. da Continuidade que $V_5 = V_6$, assim a L.Piezométrica é paralela à linha de energia, já que em cada seção vale:

$$LE - LP = V^2/2g = \text{constante}$$

Assim nesse trecho: $hf = f \dfrac{L}{D} \dfrac{V^2}{2g} \rightarrow \dfrac{hf}{L} = \dfrac{f}{D} \dfrac{V^2}{2g}$.

Mas $\dfrac{hf}{L}$ é a inclinação da linha piezométrica e é tal que :tg $\alpha =$ $\dfrac{1}{=} \dfrac{hf}{L}$; com $\alpha = 45^o \rightarrow \dfrac{hf}{L} = 1$, ou

$$\frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = 1 \rightarrow \frac{f}{D} \frac{Q^2}{S^2\, 2g} = 1 \rightarrow \frac{f}{D^5} \frac{Q^2\, 8}{\pi^2\, g} = 1,$$

logo $Q = \sqrt{\dfrac{D^5\, \pi^2\, g}{8\, f}} = 2{,}20 \times 10^{-3}\ m^3/s$.

b) Potência da bomba

Para o cálculo da potência da bomba, devemos aplicar a Equação da Energia Cinética entre duas seções conhecidas, que contenham a bomba.

Na seção 1 - 1, pela figura, sabemos que a cota da linha de Energia vale -5 m. (Plano horizontal de referência passando - por 1 - 1 e 6.6)

Assim, entre as seções 1 - 1 e 6 - 6, vale:

$$H_1 + \frac{W_B}{\gamma Q} = H_6 + \Delta p \Big|_1^6$$

$$-5 + \frac{W_B}{\gamma Q} = \frac{\alpha V_6^2}{2g} + \frac{p_6}{\gamma} + z_6 + (\Sigma\, hs + \Sigma\, hf)_1^6,$$

onde $\gamma Q = 10^3 \times 2{,}20 \times 10^{-3} = 2{,}20$ Kgf/s

$$\text{e } V_6 = \frac{Q_6}{S_6} = \frac{2{,}20 \times 10^{-3}}{\dfrac{\pi\ .\ \overline{0{,}025}^2}{4}} = 4{,}482\ m/s.$$

$$\therefore \quad -5 + \frac{W_B}{2{,}20} = \frac{\overline{4{,}482}^2}{20} + 0 + 0 + hs_R + f \frac{L_{1-6}}{D} \frac{V^2}{2g}.$$

Como as perdas de carga singulares cansadas pela bomba já estão inclusas no rendimento fornecido, teremos que calcu cular apenas a perda de carga singular do registro e a perda de carga distribuida nos 12,8 m de tubulação:

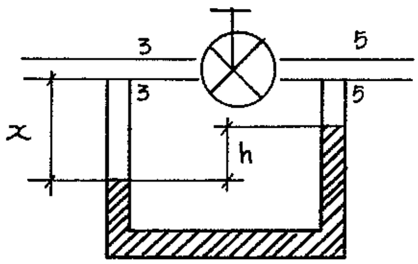
Aplicando a Eq. da Energia Cinética entre 3-3 e 5-5, temos:

$$H_3 - H_5 = \Delta p \Big|_3^5 = hs_R;$$

$$\frac{\alpha V_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3 - \frac{\alpha V_5^2}{2g} - \frac{p_5}{\gamma} - z_5 = hs_R;$$

$$V_3 = V_5; \quad z_3 = z_5 \quad \rightarrow \frac{p_3 - p_5}{\gamma} = hs_R$$

Pelo manômetro tipo U, temos:




$$p_3 + x\,\gamma_{H_2O} - h\,\gamma_{Hg} - (x-h)\,\gamma_{H_2O} = p_5,$$

$$p_3 - h(\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) = p_5,$$

$$p_3 - p_5 = h(\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) =$$

$$= 12600 \text{ kgf/m}^2.$$

Donde $hs_R = \dfrac{12600}{1000} = 12{,}6$ m.

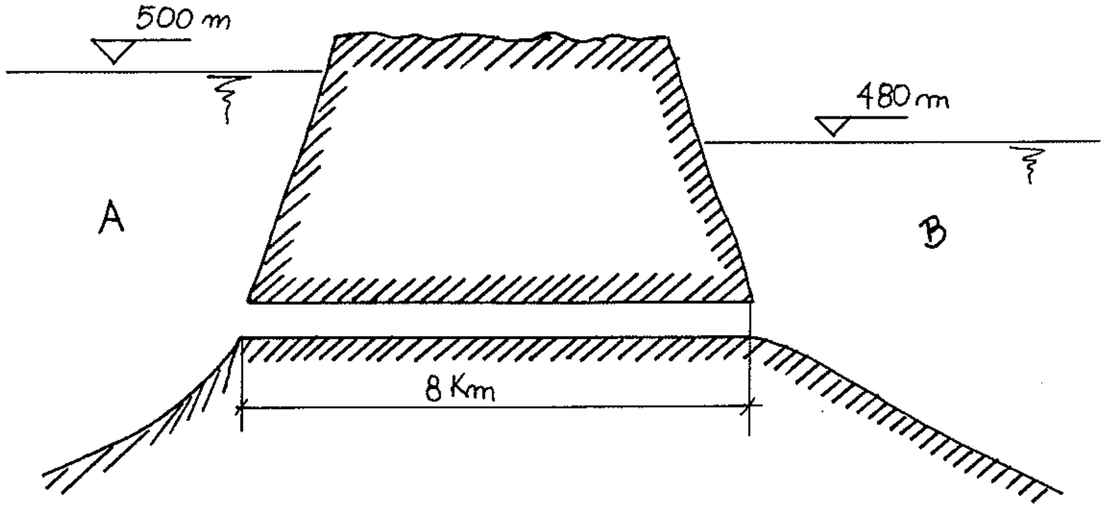
Logo: $-5 + \dfrac{W_B}{2{,}20} = 1 + 12{,}6 + 0{,}025 \cdot \dfrac{12{,}8}{0{,}025} \cdot 1.$

$\therefore$ $W_B = 2{,}20 \times 31{,}4 = 69{,}08$ kgm/s que é a potência que a bomba fornece ao fluido (útil). A potência fornecida à bomba em CV, será:

$$W_B = \frac{\gamma\, Q\, H_m}{75\ .\ \eta} = \frac{69{,}08}{75\ .\ 0{,}59} = \underline{1{,}56 \text{ CV}}.$$

---

Ex. 8.7 - Dois reservatórios cujos níveis estão nas cotas 500 m e 480 m estão ligados por uma tubulação de concreto ($K = 10^{-3}$m) de 8 km de extensão e 1 m de diâmetro. Pede-se a vazão que pode ser transportada (desprezar perdas singulares). Dado $\nu_{agua} = 10^{-6}$ $m^2/s$.




Solução:

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre os níveis dos reservatórios A e B, temos:

$$H_A = H_B + \frac{W_a}{\gamma Q}$$ , uma vez que devido ao desnível a água fluirá do reservatório A para o B. Como são desprezíveis as perdas de carga singulares, e como os reservatórios são abertos para a atmosfera e de grandes dimensões (V = 0 e p = 0), temos:

$$500 = 480 + f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g} \rightarrow 20 = f\,\frac{8000}{1}\,\frac{V^2}{20}$$

ou seja: $V^2 f = 0{,}05$

a) Resolução da equação pela fórmula de Colebook.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0{,}27\,\frac{K}{D} + \frac{2{,}51}{R\sqrt{f}}\right)$$

onde $R = \dfrac{V\,D}{\nu}$.

Logo: $$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0{,}27\,\frac{10^{-3}}{1} + \frac{2{,}51\,\nu}{V\,D\,\sqrt{f}}\right)$$

ou $$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(2{,}7 \times 10^{-4} + \frac{2{,}51 \times 10^{-6}}{V\sqrt{f}}\right).$$

Mas como $V^2 f = 0,05 \rightarrow V\sqrt{f} = 0,2236$;

$$\text{logo } \frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(2,7 \times 10^{-4} + \frac{2,51 \times 10^{-6}}{0,2236}\right).$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} (2,8123 \times 10^{-4}) \rightarrow f = 0,0197.$$

b) Resolução da equação pelo gráfico de Moody-Rouse.

Cálculo de $\frac{D}{k} = \frac{1}{10^{-3}} = 1000$.

Pelo gráfico observa-se que para números de Reynolds superiores a $1 \times 10^6$, e $D/k = 1000$ o escoamento encontra-se no escoamento hidraulicamente rugoso e o valor de f é constante e igual a 0,0197. (ver gráfico na próxima página).

Assumindo que f = 0,0197, teremos

$$V^2 f = 0,05 \rightarrow V = \sqrt{\frac{0,05}{f}} = \sqrt{\frac{0,05}{0,0197}} = 1,593 \frac{m}{s}$$

e o número de Reynolds fica:

$$R = \frac{V\,D}{\nu} = \frac{1,593 \times 1}{10^{-6}} = 1,6 \times 10^6 > 1 \times 10^6.$$

Logo, estamos na faixa do hidraulicamente rugoso e f = 0,0197.

A vazão fica, então:

$$Q = V \, . \, S = 1,593 \times \frac{\pi D^2}{4} = 1,25 \ m^3/s$$

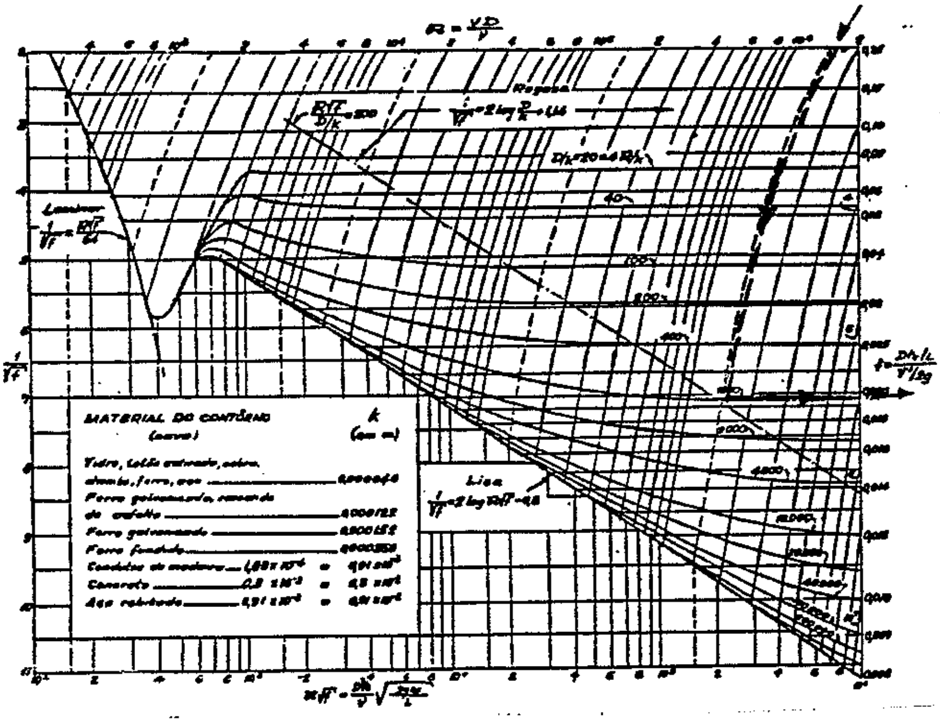
c) Resolução usando $R\sqrt{f}$.

Como $R\sqrt{f} = \frac{D^{2/3}}{\nu}\sqrt{\frac{hf.2g}{L}}$ (ver gráfico), temos,

no nosso caso, $R\sqrt{f} = \frac{1^{3/2}}{10^{-6}}\sqrt{\frac{20.2.10}{8000}} = 2,24 \times 10^5$;

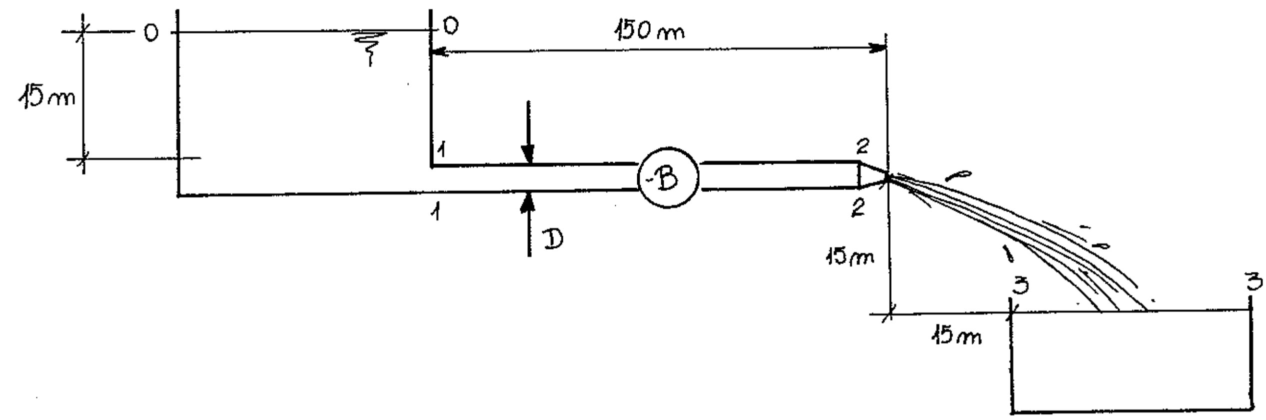
entrando na parte inferior do gráfico de Moody-Rouse até encontrar D/K = 1000, temos f = 0,0197.





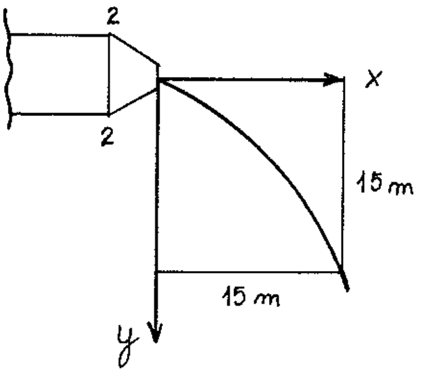
Ex. 8.8 - Na instalação da figura a água deve ser lançada, por meio de um bocal, no tanque. Determinar a mínima potência da bomba para que isso aconteça.

Dados: D = 10 cm; k = $2,6 \times 10^{-4}$ m ; $D_2$ = 7,5 cm; $\nu = 10^{-6}$ $m^2/s$; $\gamma = 10^3$ $kgf/m^3$; $ks_1 = 0,5$; $\eta_B = 0,75$.




Solução:

Inicialmente devemos calcular a mínima velocidade à saída do bocal 2-2 para que a água atinja o tanque. Pela figura, vê-se que, para uma queda livre de 15 m, a água deve alcançar pelo menos a borda do reservatório, distante 15 m, na horizontal.




$x = V_2\ t$ (desprezando-se a resistência do ar)

$$y = \frac{gt^2}{2} \qquad \text{ou}$$

$$y = \frac{g\ x^2}{2\ V_2^2} \rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{gx^2}{2y}},$$

$$V_2 = \sqrt{5\ .\ 15} = 8.66 \text{ m/s.}$$

Assim, aplicando-se a Equação da Continuidade entre as seções 1-1 e 2-2, temos:

$Q_1 = Q_2$ (fluido homogêneo, incompressível, movimento permanente)

$$V_1\ S_1 = V_2\ S_2 \rightarrow V_1 \frac{\pi\ D_1^2}{4} = V_2 \frac{\pi\ D_2^2}{4} \rightarrow V_1 D_1^2 = V_2 D_2^2 \rightarrow$$

$$V_1\ .\ \overline{10}^2 = 8{,}66\ .\ \overline{7{,}5}^2 \rightarrow V_1 = 4.87 \text{ m/s.}$$

Aplicando-se a Eq. da Energia Cinética, entre os pontos 0-0 e 2-2, temos:

$$H_o + \frac{W_B}{\gamma Q} = H_2 + \frac{W_a}{\gamma Q},$$

$$\frac{\alpha V_o^2}{2g} + \frac{p_o}{\gamma} + z_o + \frac{W_B}{\gamma Q} = \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta p \Big|_0^2,$$

$V_o = 0;\ p_o = 0 \rightarrow$ reservatório de grandes dimensões ,

$z_2 = 0$ (plano horizontal de referência) e $p_2 = 0$ (aberto para a atmosfera).

$$\therefore \quad z_o + \frac{W_B}{\gamma Q} = \frac{\alpha V_2^2}{2g} + ks_1 \frac{V^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g},$$

$$15 + \frac{W_B}{\gamma Q} = \frac{1 . \overline{8{,}66}^2}{20} + 0{,}5\ .\ \frac{\overline{4.87}^2}{20} + f\ .\ \frac{150}{0{,}1}\ .\ \frac{\overline{4.87}^2}{20}\ .$$

f.1) Cálculo de f pela fórmula de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0,2 + \frac{K}{D} + \frac{2,51}{R \sqrt{f}}\right)$$

$$R = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{4.87\ .\ 0,1}{10^{-6}} = 4.87\ .\ 10^{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0,27\ .\ \frac{2,6\ .\ 10^{-4}}{0,1} + \frac{2,51}{4.87\ .\ 10^{5}\ .\ \sqrt{f}}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(7,02 \times 10^{-4} + \frac{5,154 \times 10^{-6}}{\sqrt{f}}\right)$$

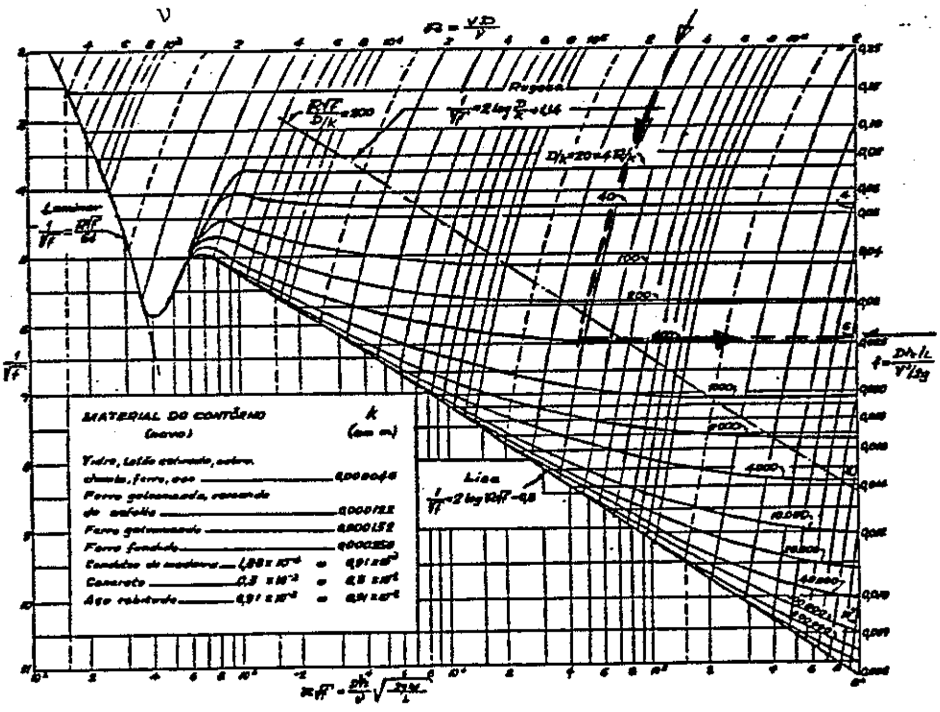
| f admitido | $1/\sqrt{f}$ | $-\ 2 \log_{10} (\ldots)$ | $\Delta$ |
|---|---|---|---|
| 0,02 | 7,0711 | 6,2634 | 13% |
| 0,025 | 6,3246 | 6,2679 | 0,9% |
| 0,0252 | 6,2999 | 6,2681 | 0,5% |

$$\therefore\quad f = 0,0252$$

f.2) Obtenção de f com o diagrama de Moody-Rouse.

$$\frac{D}{k} = \frac{0,1}{2,4 \times 10^{-4}} = 416,67.$$

$$R = \frac{V\ D}{\nu} = 4,87\ .\ 10^{5}$$ (ver explicação na pg. 26).



Com a entrada de R pela parte superior do gráfico, em curva, até atingir a linha de $D/k = 416,67$. Nesse ponto, saindo na horizontal até encontrar o valor de f, obtemos:

$$f = 0,0252.$$

Assim:

$$15 + \frac{W_B}{\gamma Q} = 3,75 + 0,59 + 0,0252 \cdot \frac{150}{0,1} \cdot 1,186,$$

$$\frac{W_B}{\gamma Q} = 34,165;$$

$$Q = V\,S = 4.87 \times \frac{\pi\,\overline{0,1}^2}{4} = 38,25 \times 10^{-3}\ m^3/s.$$

$$\therefore \quad W_B = 34,165 \times 38,25 \times 10^{-3} \times 10^3 = 1306,77\ \frac{kgf \times m}{s}.$$

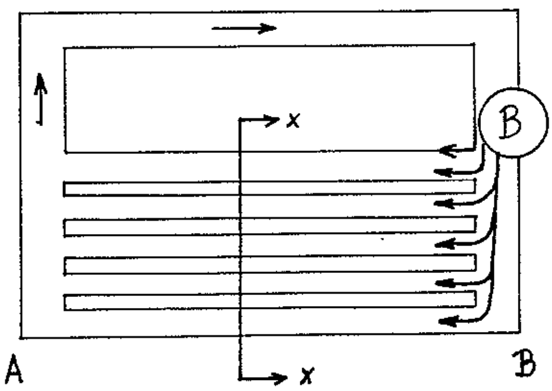
Esse valor é a potência útil.

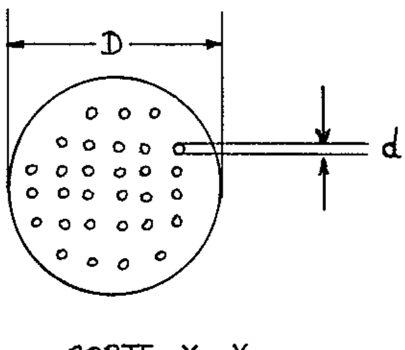
A potência fornecida à bomba é dada por:

$$W_B = \frac{\gamma\, Q\, H_B}{\eta\ 75} = \frac{1306,77}{75 \times 0,75} = 23,2\ CV.$$

Ex. 8.9 - Entre A e B do circuito hidráulico da figura está um conjunto de 28 elementos combustíveis usados em reatores nucleares. Desprezando as perdas, calcular a rugosidade equivalente k dos materiais de que são feitas os tubos.

Dados: $W_B = 24$ CV, $\eta_B = 0,75$; perda de carga entre A e B $=135m$, $D = 0,10$ m, $d = 1,5$ cm, $L_{A,B} = 24m$; $\nu = 10^{-7} m^2/s$; $\gamma = 1000\ kgf/m^3$.




CORTE X-X

Solução:

Toda a seção x-x pode ser substituida por uma tubulação equivalente, ou seja, uma tubulação que possua o mesmo diâmetro hidráulico para o cálculo.

Assim:

$$D_H = 4\ R_H = 4\ \frac{S}{\sigma} = 4\ \frac{(\pi/4)(D^2 - 28\ d^2)}{\pi\ (D + 28\ d)} =$$

$$= \frac{(\overline{0,1}^2 - 28\ .\ \overline{0,015}^2)}{(0,1 + 28\ .\ 0,015)} = 0,00712\ m.$$

Pela fórmula universal da perda de carga:

$$hf = f\ \frac{L_{BA}\ V^2}{D_H\ 2g} \rightarrow 135 = f\ .\ \frac{24}{0,00712}\ .\ \frac{V^2}{20} \rightarrow f\ V^2 = 0,801.$$

Como são desprezadas as perdas do resto do circuito, a potência que a bomba fornece serve especificamente para suprir as perdas de carga. Então:

$$\frac{W_B}{\gamma Q} = \Delta p \Big|_A^B = 135\ m;$$

$W_B$ = 24 CV é a potência fornecida pela bomba, porém a potência transmitida para fluido vale:

$$W_B = 24 \times \eta = 24 \times 0,75 = 18\ CV =$$

$$= 18 \times 75 = 1350\ kgm/s.$$

$$\therefore \qquad Q = \frac{W_B}{135\ .\ \gamma} = \frac{1350}{135\ .\ 10^3} = 0,01\ m^3/s \quad ou$$

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{0,01}{\frac{\pi}{4}\ (D^2 - 28\ d^2)} = \frac{0,01}{29,06 \times 10^{-4}} = 3,44\ m/s;$$

logo $\quad f\ V^2 = 0,801 \rightarrow f = \dfrac{0,801}{\overline{3,44}^2} = 0,0677.$

a) Cálculo de K pela fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0,27 \frac{K}{D} + \frac{2,51}{R \sqrt{f}}\right);$$

$$R = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{3,44 \ .\ 0,00712}{10^{-7}} = 2,45 \times 10^{5}.$$

$$\therefore \quad \frac{1}{\sqrt{0,0677}} = -2 \log_{10} \left(0,27 \ .\ \frac{K}{0,00712} + \frac{2,51}{2,45 \times 10^{5} . \sqrt{0,0677}}\right),$$

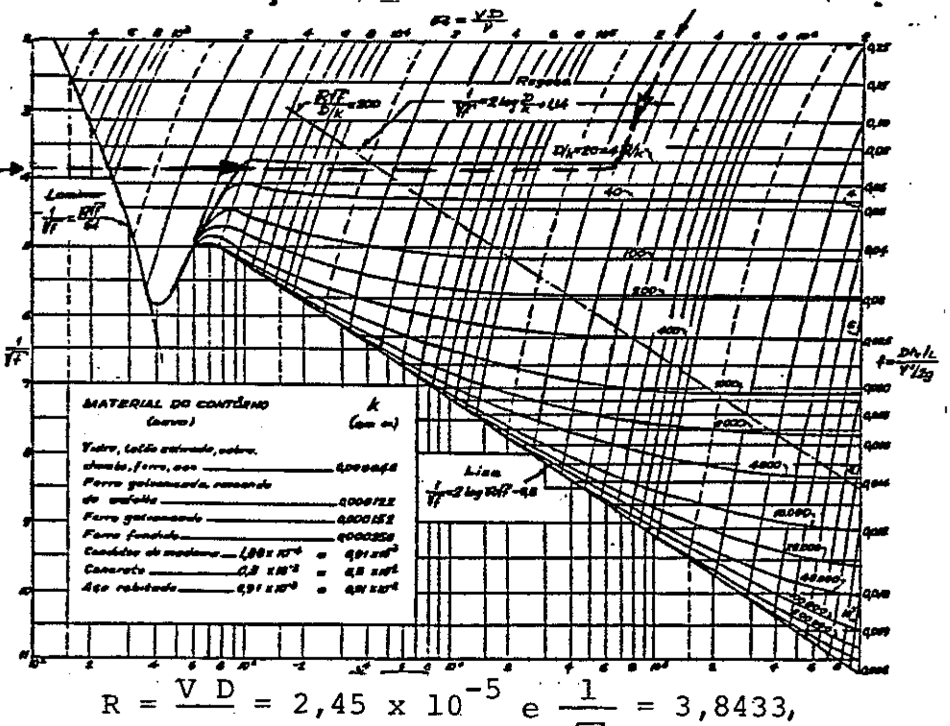
$$3,8433 = -2 \log_{10} (37,921 \ .K + 3,9374 \times 10^{-5}),$$

$$\therefore \quad 37,921\ K + 3,9374 \times 10^{-5} = 0,011977,$$

$$K = 0,00032 \text{ m.}$$

b) Cálculo de K pelo diagrama de Moody-Rouse.

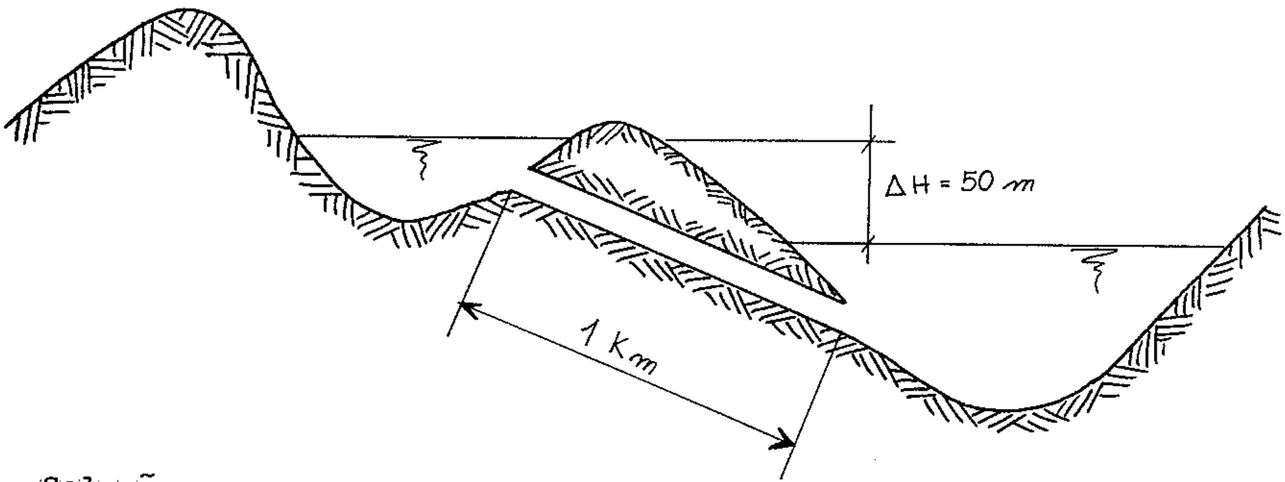
Através do diagrama, entra-se com o valor de R pela parte superior até encontrar com a linha de $\frac{1}{\sqrt{f}}$ (linha horizontal que se entra no gráfico pela esquerda). No ponto de encontro verifica-se qual o valor da linha de D/K que aí passa.



$$R = \frac{V\ D}{\nu} = 2,45 \times 10^{-5} \quad e \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = 3,8433,$$

daí, obtém-se $\frac{D}{K} = 22,6$, donde $K = \frac{0,00712}{22,6} = 0,00032$ m.

Ex. 8.10 - Na instalação da figura quer se determinar o diâmetro da tubulação, para que na condição mostrada a vazão seja de 1.0 $m^3/s$. Desprezam-se as perdas de carga singulares. Dado $K = 10^{-3}$ m, $\nu = 10^{-6} . m^2/s$.




Solução:

Aplicando-se a Eq. da Energia Cinética entre os dois reservatórios (de grandes dimensões, logo V = 0 e p = 0, pois está aberto à atmosfera) temos:

$$\Delta H = 50 \text{ m} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{1000}{D} \left(\frac{Q^2 \, 16}{\pi^2 \, D^4}\right) \frac{1}{2g} \rightarrow$$

$$\frac{f}{D^5} = \frac{50 \, . \, 20 \, . \, \pi^2}{1000 \, . \, 1 \, . \, 16} \rightarrow \frac{f}{D^5} = 0{,}61685.$$

a) Cálculo de D pela fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(o{,}27 \frac{K}{D} + \frac{2{,}51}{R \sqrt{f}}\right);$$

$$R = \frac{V D}{\nu} = \frac{Q D}{S \nu} = \frac{Q \, . \, D \, . \, 4}{\pi D^2 \nu} = \frac{4 Q}{\pi D \nu} = \frac{4}{\pi D 10^{-6}} =$$

$$= \frac{4 \, . \, 0{,}9079}{\pi \, . \, 10^{-6} . \, f^{1/5}} = \frac{1{,}156 \times 10^6}{f^{1/5}};$$

$$R \sqrt{f} = 1.156 \times 10^6 \, . \, f^{3/10}.$$

$$\frac{K}{D} = \frac{K\ .\ 0,9079}{f^{1/5}} = \frac{9,079 \times 10^{-4}}{f^{1/5}} \quad \text{e}$$

$$0,27\ \frac{K}{D} = \frac{2,4513 \times 10^{-4}}{f^{1/5}};$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2,4513 \times 10^{-4}}{f^{1/5}} + \frac{2,1713 \times 10^{-6}}{f^{3/10}}\right).$$

| Admitindo f | $1/\sqrt{f}$ | $-2 \log_{10}(\ldots)$ | $\Delta$ |
|---|---|---|---|
| 0,02 | 7.0711 | 6.5303 | 8% |
| 0.025 | 6.3246 | - | |
| 0.022 | 6.7420 | 6.5467 | 3% |
| 0.023 | 6.5938 | 6.5548 | 0,6% |

Assim f = 0,023,

logo $\frac{f}{D^5} = 0,61685 \quad \rightarrow \quad D = \left(\frac{0,023}{0,61685}\right)^{1/5} = 0,52$ m.

Logo D = 0,52 m.

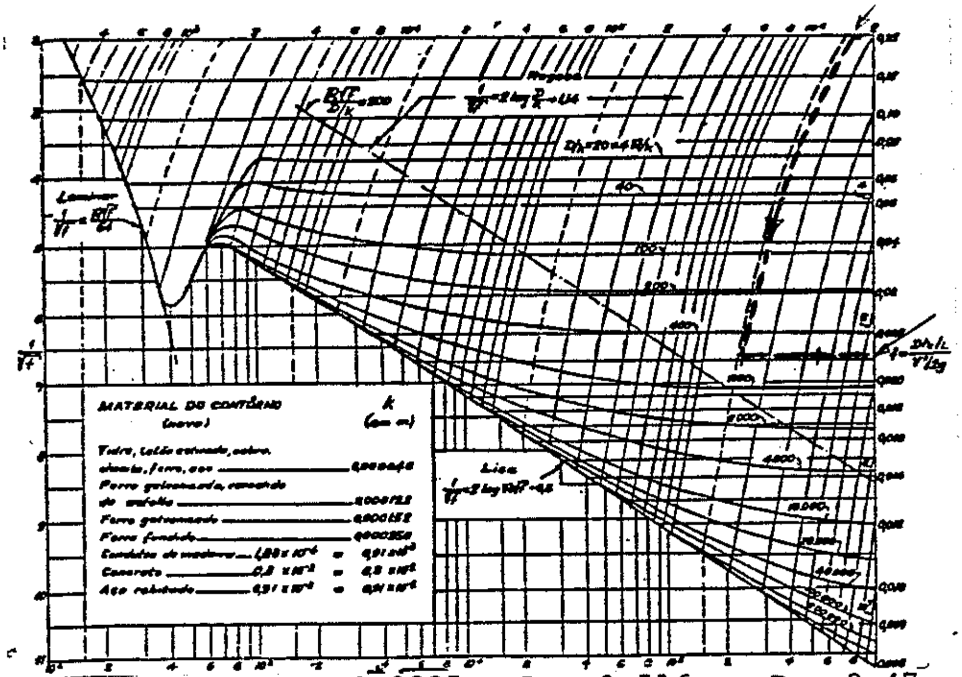
b) Cálculo de D pelo diagrama de Moody-Rouse:

Admite-se um f, obtém-se pela expressão $\frac{f}{D^5} = 0,61685$ o valor de D. Calcula-se R e $\frac{D}{K}$, entra-se no gráfico e verifica-se f, utiliza-se esse f para reiniciar o ciclo, até o processo convergir.

f estimado: 0,02 $\rightarrow D^5 = \frac{0,02}{0,61685} \rightarrow$ D = 0,798 m.

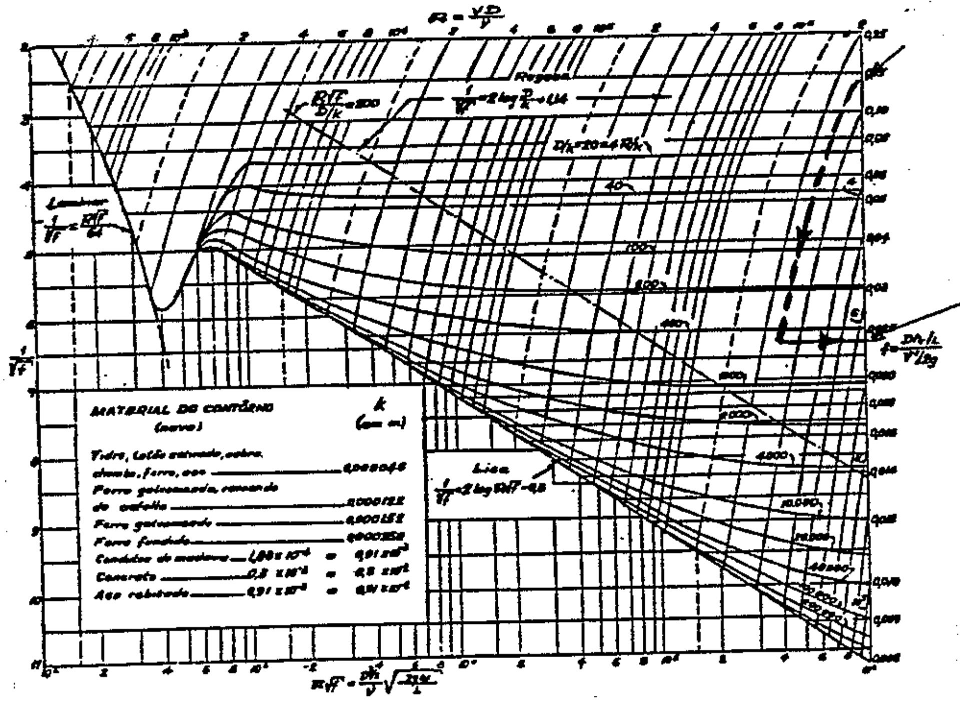
$$R = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{4}{\pi\ D\ \nu} = \frac{4}{\pi\ .\ 0,798\ .\ 10^{-6}} = 1,60 \times 10^{+6};$$

$$\frac{D}{k} = \frac{0.798}{10^{-3}} = 798.$$



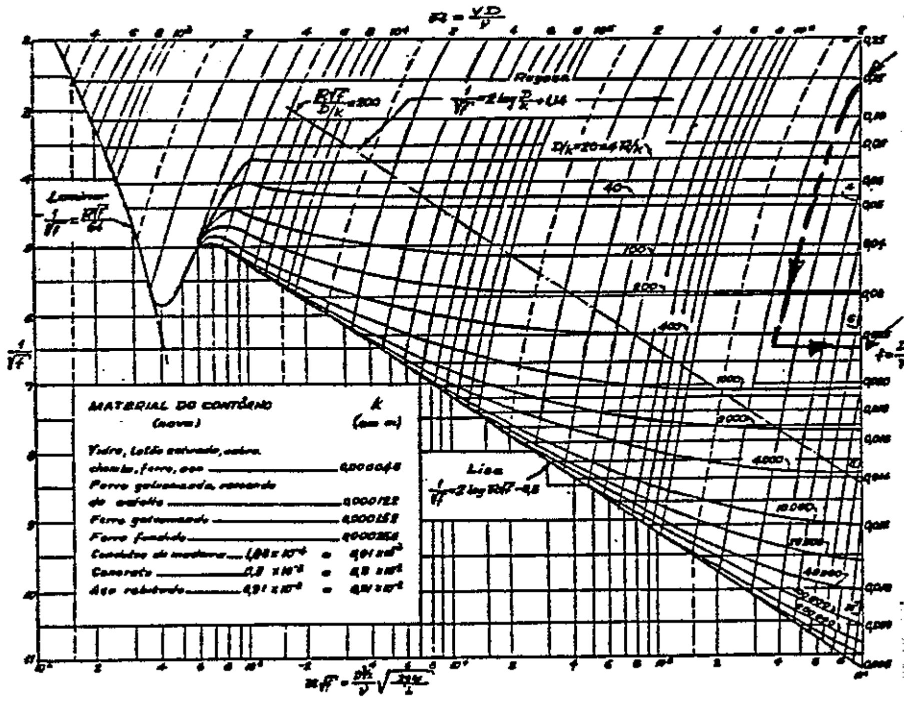
$f = 0{,}0225.$

Logo, novo $f = 0{,}0225 \rightarrow D = 0{,}516m \rightarrow R = 2{,}47 \times 10^6$ e $\dfrac{D}{k} = 516,$



$f = 0{,}023.$

Logo, novo $f = 0{,}023 \rightarrow D = 0{,}518 \rightarrow R = 2{,}46 \times 10^6$ e $\dfrac{D}{k} = 518,$

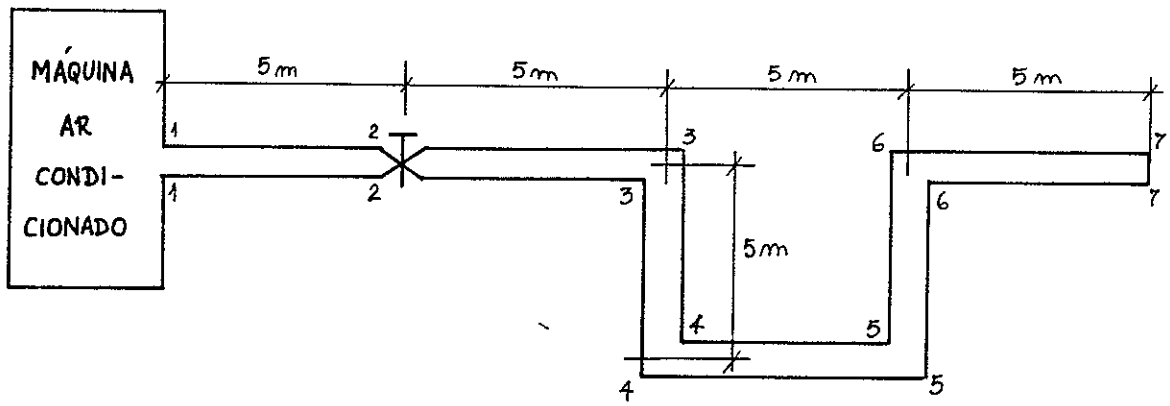


$f = 0{,}023.$

Logo, $D = 0{,}52m.$

Ex. 8.11 - Na instalação de ar condicionado apresentada pede-se um relação entre a vazão do sistema e a diferença de pressão entre as seções 1 e 7.

Dados: - seção de escoamento retangular, constante 0,6 x 0,3 m.
- ks cotovelo = 1,3; L eq registro = 7 m
- $\gamma_{ar} = 1,3$ kgf/m$^3$, $\nu_{ar} = 10^{-6}$ m$^2$/s
- K = $10^{-3}$ m




Solução:

Inicialmente iremos calcular o diâmetro hidráulico da tubulação.

$$D_H = 4\ R_H = \frac{4\ S}{\sigma} = \frac{4.(0,6 \times 0,3)}{2.(0,6 + 0,3)} = 0,4 \text{ m.}$$

Aplicando a Equação da Energia Cinética entre as seções 1-1 e 7-7 temos:

$$H_1 = H_7 + \frac{W_a}{\gamma Q}.$$

Pela Equação da Continuidade $Q_1 = Q_7$ (fluido incompressível pois abaixo de 60 m/s o ar se porta como tal, movimento permanente).

$$V_1\ S_1 = V_7\ S_7 \rightarrow V_1 = V_7 = V \text{ pois } S_1 = S_7 = S.$$

Como $z_1 = z_7$ (mesma cota), teremos:

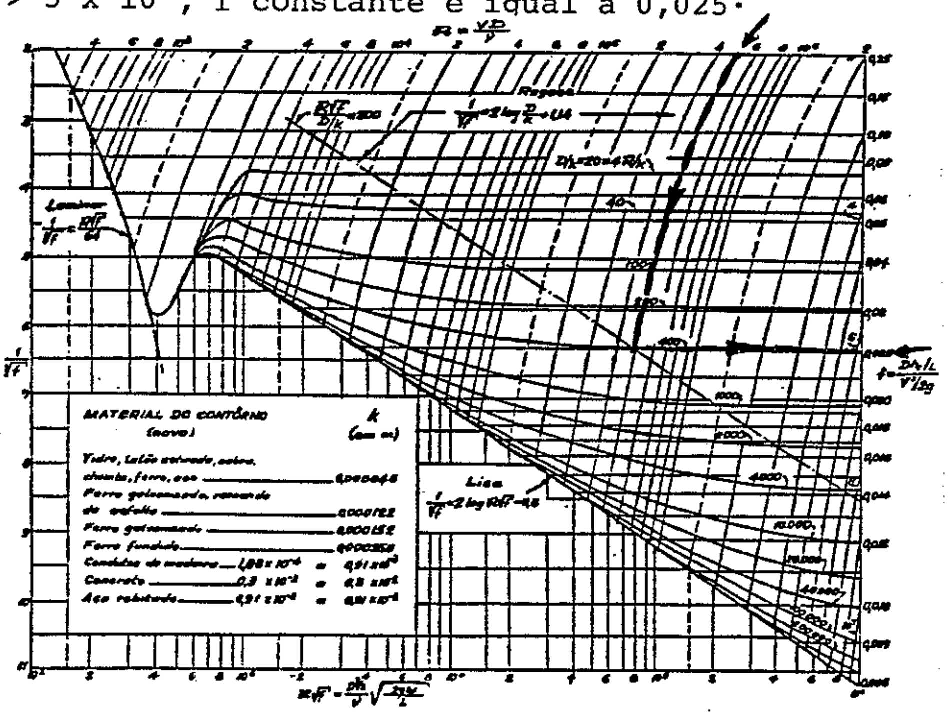
$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_7}{\gamma} + \Delta p \Big|_1^7 \rightarrow \frac{p_1 - p_7}{\gamma} = (\Sigma\ hs + \Sigma\ hf)_1^7.$$

A perda de carga será calculada como:

$$(\Sigma\ hs + \Sigma\ hf) = (ks_3 + ks_4 + ks_5 + ks_6)\ \frac{V^2}{2g} + f\ \frac{(L + L_{eq})}{D}\ \frac{V^2}{2g} =$$

$$= 4 \times 1{,}3\ \frac{V^2}{2g} + f.\left(\frac{30 + 7}{0.4}\right)\ .\ \frac{V^2}{2g} = (5{,}2 + 92{,}5\ f)\ \frac{V^2}{20}.$$

Pela diagrama de Moody-Rouse, temos para $\frac{D}{K} = \frac{0.4}{10^{-3}} =$ $= 400$, para $R > 5 \times 10^5$, f constante e igual a 0,025.




Assim:

$$\frac{p_1 - p_7}{\gamma} = (5{,}2 + 92{,}5 \times 0{,}025)\ \frac{1}{20}\ \left(\frac{Q^2\ 16}{\pi^2\ D^2}\right)$$

$$\frac{p_1 - p_7}{1{,}3} = \frac{6.01\ Q^2}{\pi^2 .\ \overline{0{,}4}^2} \rightarrow \quad p_1 - p_7 = 4{,}95\ Q^2,$$

válido para $R > 5 \times 10^5$

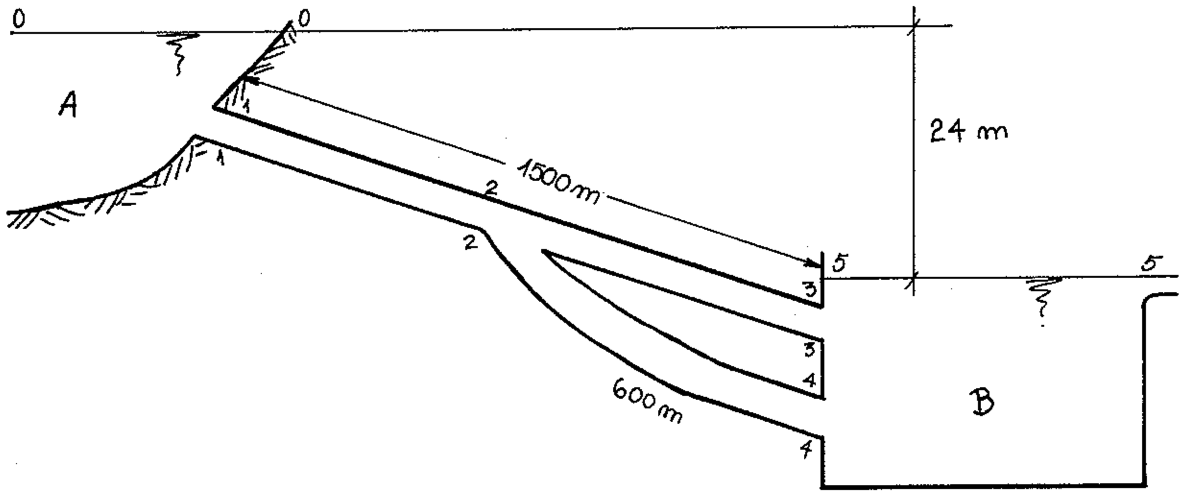
ou seja: $\quad R = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{Q\ D\ 4}{\pi\ D^2\ \nu} = \frac{4\ Q_{min}}{\pi\ \nu}$;

logo: $5 \times 10^5 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot 10^{-6}} \rightarrow Q_{min} = 0,3927\ m^3/s.$

---

Ex. 8.12 - Dois reservatórios cujas superfícies possuem uma diferença de altura de 24 m são interligados por uma tubulação de 0,3 m de diâmetro e comprimento de 1500 m. A vazão máxima que se pode obter é de 0,12 $m^3/s$, nessa condição. Querendo-se aumentar a vazão do sistema, é ligada uma tubulação de 600m de mesmo material e mesmo diâmetro, em paralelo a primeira. Qual o aumento porcentual de vazão, desprezando-se as perdas singulares?

Dados: $\nu = 1 \times 10^{-6}\ m^2/s$




Solução:

Chamaremos de Q a vazão total na segunda condição; assim, o aumento porcentual será calculado por:

$$\% \text{ aumento} = \left(\frac{Q - 0,12}{0,12}\right) \times 100$$

Aplica-se a equação da Continuidade entre 1-1, 3-3 e 4-4. Como o movimento é permanente, de um fluido incompressível e homogêneo, temos:

$$Q = Q_{23} + Q_{24} \rightarrow V\, S = V_{23}\, S_{23} + V_{24}\, S_{24} \rightarrow$$

$$V\, D_{12}^2 = V_{23}\, D_{23}^2 + V_{24}\, D_{24}^2 \quad \text{mas} \quad D_{12} = D_{23} = D_{24} \rightarrow$$

$$V = V_{23} + V_{24}.$$

Como as perdas singulares são desprezíveis, por simetria podemos escrever que $Q_{23} = Q_{24}$, assim temos:

$$\frac{Q}{2} = Q_{23} = Q_{24}; \qquad \frac{V}{2} = V_{23} = V_{24}.$$

Como as perdas singulares são desprezíveis, podemos escrever:

$$H_o = H_1 \qquad \text{e} \qquad H_5 = H_3 = H_4.$$

Assim aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre os pontos 1-1 e 3-3 e entre 1-1 e 4-4:

$$(A)- \quad H_1 = H_3 + \Delta p\Big|_1^2 + \Delta p\Big|_2^3 \rightarrow H_o = H_5 + \Delta p\Big|_1^2 + \Delta p\Big|_2^3$$

$$(B)- \quad H_1 = H_4 + \Delta p\Big|_1^2 + \Delta p\Big|_2^4 \rightarrow H_o = H_5 + \Delta p\Big|_1^2 + \Delta p\Big|_2^4$$

Fazendo-se (A) - (B) temos $\Delta p\Big|_2^3 = \Delta p\Big|_2^4$, como já sabiamos devido a simetria.

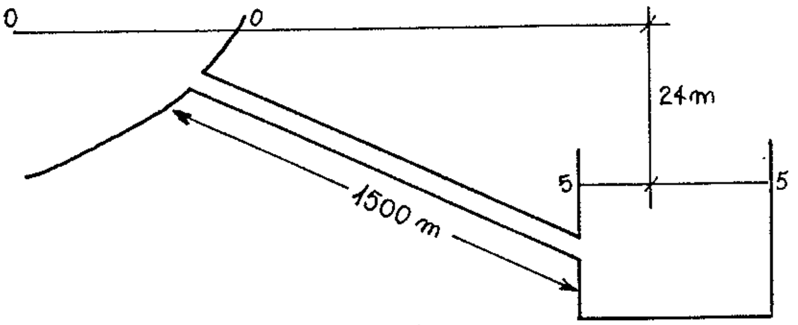
Como os reservatórios são de grandes dimensões e abertos à atmosfera, temos:

$$H_o = z_o \text{ e } H_5 = z_5$$

$$\therefore \quad 24 = f_{12}\, \frac{L_{12}}{D}\, \frac{V^2}{2g} + f_{23}\, \frac{L_{23}}{D}\, \frac{V_{23}^2}{2g} = f_{12}\, \frac{900}{0,3}\, \frac{V^2}{20} + f_{23}\, \frac{600}{0,3}\, \frac{V^2}{80}.$$

$$\text{Logo} \quad 144 = f_{12}\; 900\; V^2 + f_{23}\; 150\; V^2.$$

Utilizando a condição inicial do problema, com apenas uma tubulação, temos:




$$H_o = H_5 + \Delta p \Big|_0^5$$

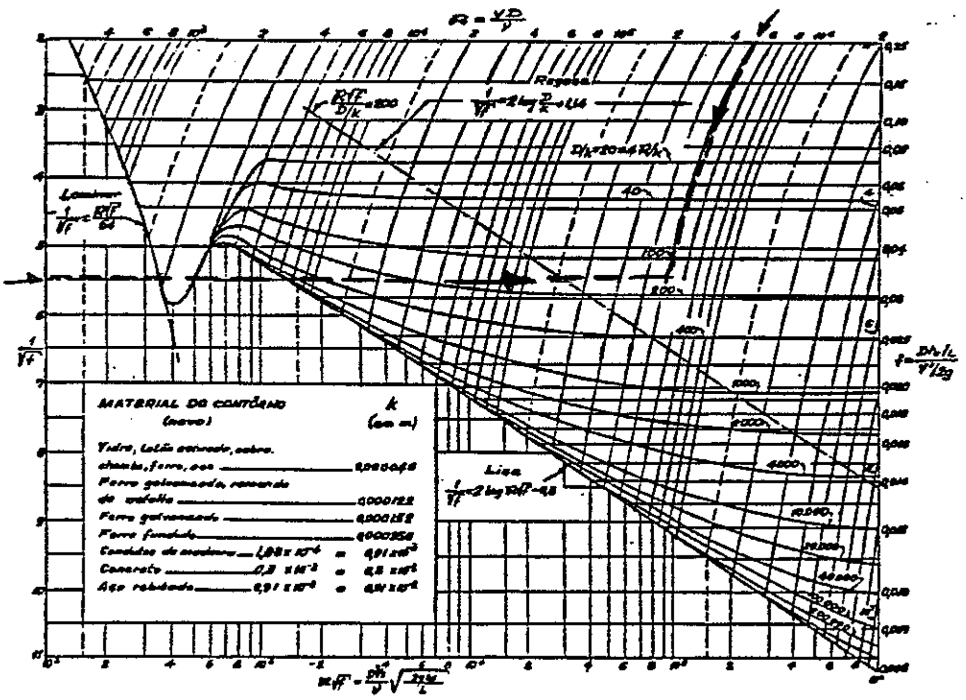
$$24 = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V_o^2}{2g} = f\,\frac{L}{D}\,\left(\frac{Q_o^2\;16}{\pi^2\,D^4}\right)\frac{1}{2g}.$$

$$\therefore \quad f = \frac{24\;D^5\;\pi^2\;2g}{16\;.\;1\;.\;Q_o^2} = \frac{24\;.\;\overline{0,3}^5\;.\;\pi^2\;.\;20}{16\;.\;1500\;.\;\overline{0,12}^2} = 0,0333.$$

Utilizaremos o diagrama de Moody-Rouse para análise do escoamento. Para tanto, calcularemos os valores $1/\sqrt{f}$ e R e obteremos o valor de D/K, já que K, a rugosidade equivalente da tubulação é uma característica do tubo e nos ajudará a obter os valores de $f_{12}$ e $f_{23}$.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1}{\sqrt{0,0333}} = 5.479, \quad R = \frac{V\,D}{\nu} = \frac{Q}{S}\;\frac{D}{\nu} = \frac{4\;Q}{\pi\;D\;\nu} = 5.09 \times 10^5.$$

Pela esquerda do gráfico entramos com $1/\sqrt{f}$ seguindo na horizontal até encontrarmos a curva do R. Poderiamos ter entrado pela direita com o valor de f e seguido horizontalmente para esquerda até encontrar R.



$\frac{D}{K} = 150 \;\rightarrow$

$K = 0.002$

Para os valores de número de Reynolds maiores que $10^5$ teremos escoamento hidraulicamente rugoso para esse escoamento, ou seja, f = 0,0333 constante.

Observação : Podemos calcular K pela fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0,24 \frac{K}{D} + \frac{2,51}{R \sqrt{f}}\right),$$

$$5,479 = -2 \log_{10} \left(0,27 \frac{K}{0,3} + \frac{2,51 \times 5,479}{5,09 \times 10^5}\right) \rightarrow K = 0,002$$

$$\frac{D}{K} = \frac{0,3}{0,002} = 150.$$

Portanto, como a velocidade mínima nas tubulações no segundo caso será superior a metade da velocidade na primeira - condição, (que seria $R > 2,5 \times 10^5$), então $f_{12} = f_{23} = 0,033$

logo:

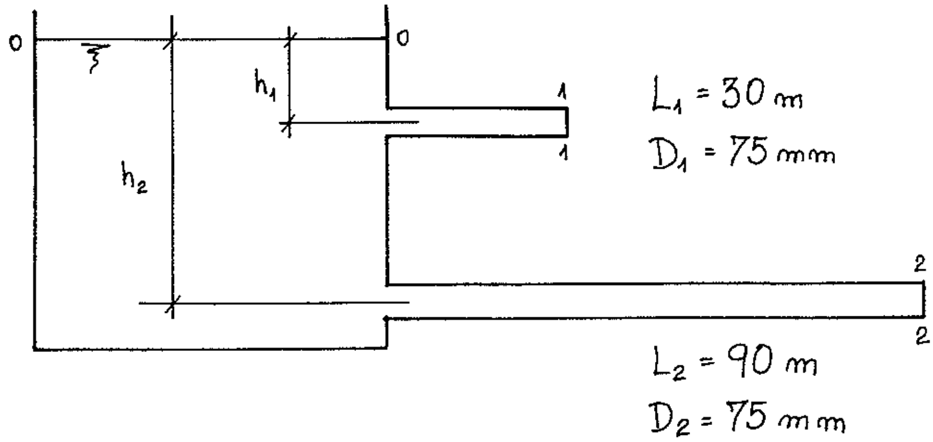
$$144 = 0,033 \times 900 \times V^2 + 0,033 \times 150 \times V^2 \rightarrow V = 2,04 \text{ m/s}.$$

$$Q = V \cdot S = 2,04 \times \frac{\pi \, \overline{0,3}^2}{4} = 0,144 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$\% \text{ aumento} = \left(\frac{0,144 - 0,12}{0,12}\right) \times 100 = 20\%.$$

Ex. 8.13 - Um tanque possui dois comprimentos de tubo de ferro galvanizado (K = 0,000188) de 75 mm de diâmetro, conectados conforme a figura, cujos escoamentos ocorrem no regime hidraulicamente rugoso. Determinar a razão entre $h_1$ e $h_2$ que irá fornecer a mesma vazão em cada um dos tubos abertos para a atmosfera. Calcular o valor mínimo de $h_1$ que irá produzir o escoamento na região hidraulicamente rugosa. Desprezar as perdas singulares.

Dado: $\nu = 10^{-6}$ m²/s.




Solução:

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre as seções 0-0 e 1-1 e entre 0-0 e 2-2, temos:

$$H_o = H_1 + \Delta p \Big|_0^1 \quad e \quad H_o = H_2 + \Delta p \Big|_0^2 .$$

Passando o Plano Horizontal de Referência sobre a superfície 0-0 e sendo o tanque um reservatório de grandes dimensões, temos: $H_o = 0$

$$\Delta p \Big|_0^1 = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} \quad e \quad \Delta p \Big|_0^2 = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} .$$

Valendo a condição que as vazões nos dois tubos são iguais e sendo iguais as seções dos tubos, teremos:

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow V_1 S_1 = V_2 S_2 \rightarrow V_1 = V_2$$

Sendo os tubos de mesmo material e diâmetro, os dois tem o mesmo valor de D/K, sendo as velocidades iguais, os dois tem o mesmo número de Reynolds, logo, os dois tem o mesmo valor de f para o escoamento: $f_1 = f_2$.

logo:

$$0 = \frac{\alpha V^2}{2g} - z_1 + f . \frac{30}{0,075} . \frac{V^2}{2g} \quad e \quad 0 = \frac{\alpha V^2}{2g} - z_2 + f \frac{90}{0,075} \frac{V^2}{2g}$$

($p_1 = p_2 = 0$, abertos para à atmosfera), $\alpha = 1$ - turbulento.

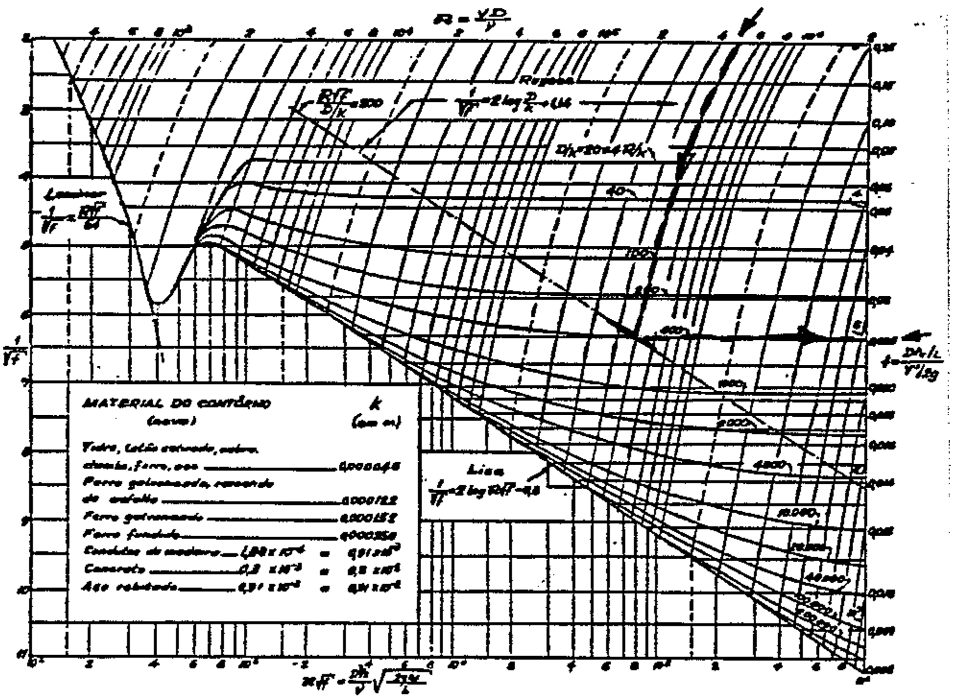
$$z_1 = \frac{V^2}{2g}(1 + 400f) \qquad \text{e} \qquad z_2 = \frac{V^2}{2g}(1 + 1200f),$$

assim:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1 + 400f}{1 + 1200f},$$

Para calcular f, vamos analisar o gráfico de Moody-Rouse.

O valor de $\frac{D}{K} = \frac{0,075}{0,000188} = 398$; pelo gráfico vemos que f = 0,0250.



Assim:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1 + 400 \times 0,025}{1 + 1200 \times 0,025} \rightarrow \frac{z_1}{z_2} = 2,82.$$

Pelo gráfico vemos que a região de transição de hidraulicamente rugoso inicia-se para $R = 5 \times 10^5$.

Assim: $R = 5 \times 10^5 = \frac{V\,D}{\nu} \rightarrow V = \frac{5 \times 10^5 \times 10^{-6}}{0,075} = 6,67$ m/s.

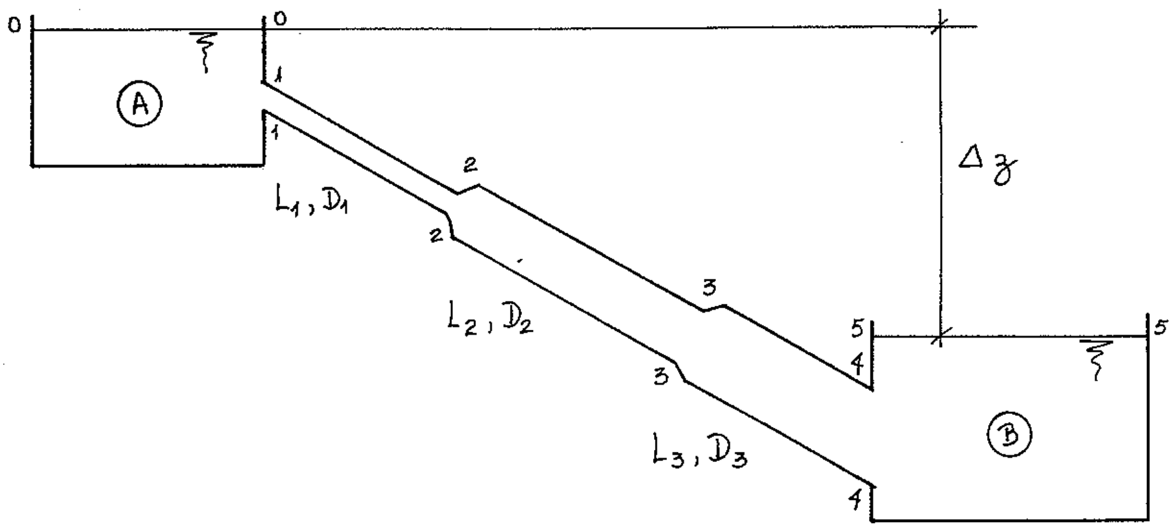
$$\therefore \quad z_1 = \frac{V^2}{2g}(1 + 400 \times 0,025) = \frac{\overline{6,67}^2 \times 11}{20} = 24,4 \text{ m}.$$

Ex. 8.14 - Entre dois reservatórios são conectados três tubos em série, de mesmo material, $L_1 = 600m$ e $D_1 = 0{,}3m$, $L_2 = 800$ m e $D_2 = 0{,}4$ m, $L_3 = 1500m$ e $D_3 = 0{,}5$ m.

1) Quando a descarga for de 0,15 $m^3/s$ de água, qual o desnível dos reservatórios.

2) Se substituíssemos as tubulações anteriores por uma única, de diâmetro constante e de mesmo material, qual seria esse diâmetro para as mesmas - condições de vazão e desnível de reservatório?

Dados: $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$, $K = 0{,}000132$, $ks_1 = 0{,}5$, $ks_4 = 1{,}0$, $ks_2$ e $ks_3$ não são desprezíveis e representam alargamento brusco de seção.




Solução:

- Pergunta 1)

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre 0-0 e 5-5, temos:

$$H_0 = H_5 + \frac{\Sigma W_a}{\gamma Q}\Bigg|_0^5$$

, sendo A e B reservatórios abertos à atmosfera e de grandes dimensões (V = 0 e p = atm):

$$z_o = z_5 + \Delta p\Bigg|_0^5 \rightarrow z_0 - z_5 = \Delta z = \Sigma\ ks\ \frac{V^2}{2g} + \Sigma\ f\ \frac{L}{D}\ \frac{V^2}{2g}.$$

Para a perda de carga singular tomaremos sempre o valor da maior velocidade a montante ou ajusante da seção, para colocar na equação, quando se tratar de alargamento ou redução brusca de seção.

O $ks_2$ e o $ks_3$ devem ser calculados utilizando a equação de mudança de seção sem mudança de direção do conduto para alargamento brusco:

$$ks_2 = (1 - \frac{S_1}{S_2})^2 \qquad e \qquad ks_3 = (1 - \frac{S_2}{S_3})^2 .$$

Logo:

$$\Delta z = ks_1 \frac{V_1^2}{2g} + ks_2 \frac{V_1^2}{2g} + ks_3 \frac{V_2^2}{2g} + ks_4 \frac{V_3^2}{2g} + f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} +$$

$$+ f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} + f_3 \frac{L_3}{D_3} \frac{V_3^2}{2g} .$$

Pela Equação da Continuidade podemos escrever $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q \rightarrow V_1 S_1 = V_2 S_2 = V_3 S_3 = Q \rightarrow V_1 D_1^2 = V_2 D_2^2 = V_3 D_3^2 = Q \rightarrow V_1 . \overline{0,3}^2 = V_2 . \overline{0,4}^2 = V_3 . \overline{0,5}^2 = 0,15$
$V_1 . 0,09 = V_2 . 0,16 = V_3 . 0,25 = 0,15.$

$\therefore \quad V_1 = 1,667$ m/s, $V_2 = 0,938$ m/s, $V_3 = 0,6$ m/s.

Calculando $ks_2 = (1 - \frac{S_1}{S_2})^2 = (1 - \frac{D_1^2}{D_2^2})^2 = (1 - \frac{\overline{0,3}^2}{\overline{0,4}^2})^2 = 0,191;$

$$ks_3 = (1 - \frac{S_2}{S_3})^2 = (1 - \frac{D_2^2}{D_3^2})^2 = (1 - \frac{\overline{0,4}^2}{\overline{0,5}^2})^2 = 0,130;$$

Assim:

$$\Delta z = 0,5 . \frac{\overline{1,667}^2}{20} + 0,191 . \frac{\overline{1,667}^2}{20} + 0,130 . \frac{\overline{0,938}^2}{20} +$$

$$+ 1.0 . \frac{\overline{0,6}^2}{20} + f_1 . \frac{600}{0.3} . \frac{\overline{1,667}^2}{20} + f_2 . \frac{800}{0,4} . \frac{\overline{0,938}^2}{20} +$$

$$+ f_3 . \frac{1500}{0.5} . \frac{\overline{0,6}^2}{20} ,$$

$$\Delta z = 0,120 + 277,89\ f_1 + 87,98\ f_2 + 54\ f_3\ .$$

a.1) Usando a fórmula de Colebrook

a) Cálculo de $f_1$:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} (0,27 \frac{K}{D} + \frac{2,51}{R\ \sqrt{f}}) ;$$

$$R = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{1.667 \times 0.3}{10^{-6}} = 5.0 \times 10^5 ;$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} (0,0001188 + \frac{5,02 \times 10^{-6}}{\sqrt{f}}).$$

| f admitido | $1/\sqrt{f}$ | $-2 \log_{10}(.....)$ | $\Delta$% |
|---|---|---|---|
| 0,02 | 7.0711 | 7.6233 | 7,8% |
| 0,015 | 8.165 | - | - |
| 0,018 | 7.4536 | 7.6165 | 2,1% |
| 0,017 | 7.6696 | - | - |
| 0,0173 | 7.6029 | 7.6084 | - |

Logo $f_1 = 0,0173$.

b) Cálculo de $f_2$:

$$R = \frac{0,938 \times 0.4}{10^{-6}} = 3,752 \times 10^5,$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} (0.0000891 + \frac{6.6898 \times 10^{-6}}{\sqrt{f}}).$$

| f admitido | $1/\sqrt{f}$ | $-2 \log_{10}(.....)$ | $\Delta$% |
|---|---|---|---|
| 0,017 | 7.6696 | 7.7052 | 0,5% |
| 0,0169 | 7.6923 | 7.7043 | 0,2% |

$f_2 = 0,0169$.

c) Cálculo de $f_3$:

$$R = \frac{0.6 \times 0.5}{10^{-6}} = 3 \times 10^{5},$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0{,}0000713 + \frac{8{,}3667 \times 10^{-6}}{\sqrt{f}}\right),$$

| f admitido | $1/\sqrt{f}$ | $-2 \log_{10}(\ldots\ldots)$ | Δ% |
|---|---|---|---|
| 0,016 | 7,9057 | 7,7237 | 2,3% |
| 0,0165 | 7,785 | 7,7302 | 0,7% |
| 0,0167 | 7,7382 | 7,7326 | - |

$$f_3 = 0{,}0167 .$$

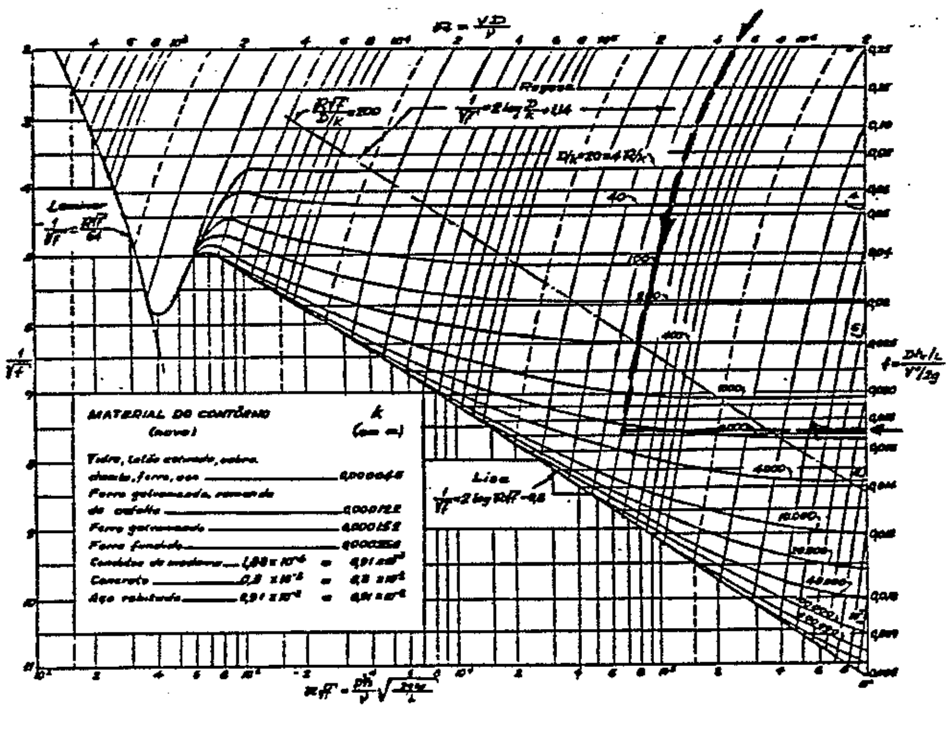
a.2) Usando o gráfico de Moody-Rouse:

a) Cálculo de $f_1$:

$$\frac{D}{k} = \frac{0{,}3}{0{,}000132} = 2273$$

$$R = 5.0 \times 10^{5}$$

$$f_1 = 0{,}0173.$$

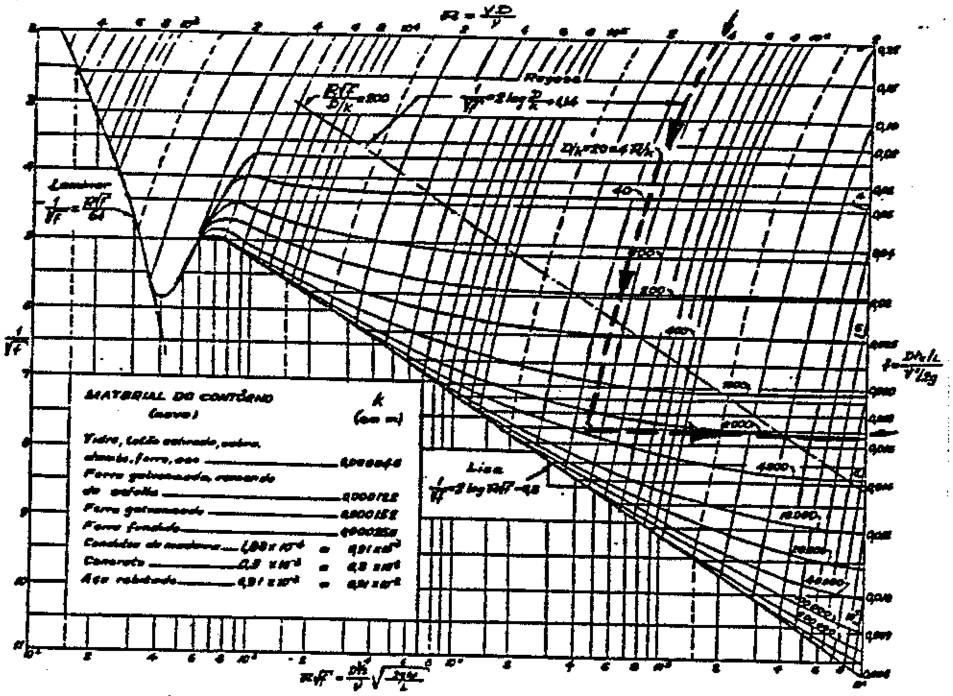


b) Cálculo de $f_2$:

$$\frac{D}{k} = \frac{0.4}{0,000132} = 3030$$

$R = 3,75 \times 10^5$

$f_2 = 0,0169.$

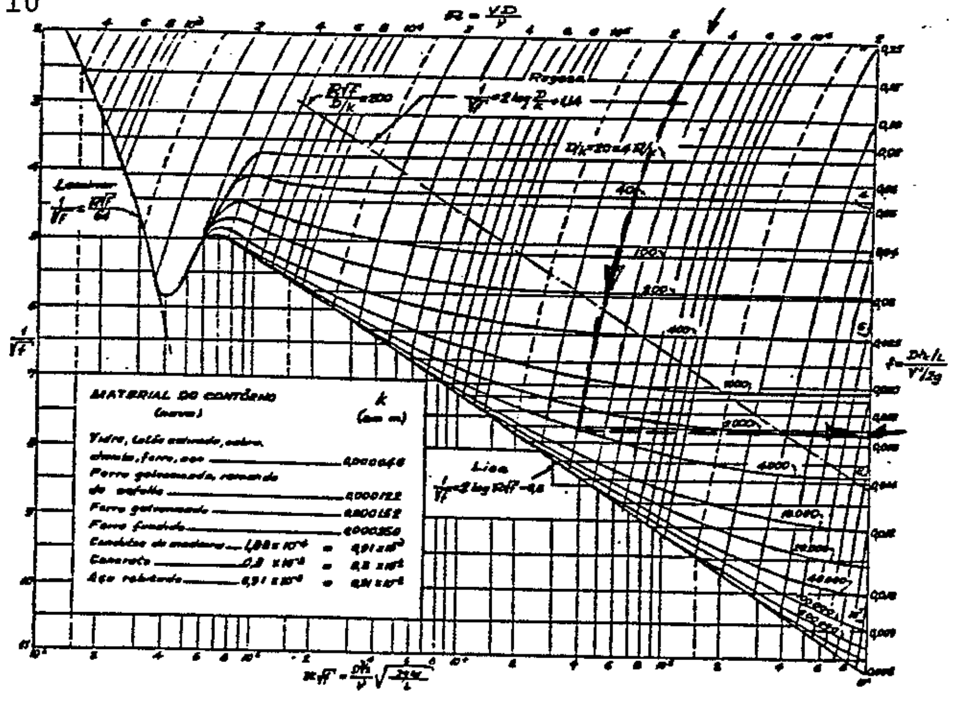


c) Cálculo de $f_3$:

$$\frac{D}{k} = \frac{0.5}{0,000132} = 3788$$

$R = 3 \times 10^5$

$f_3 = 0,0167.$

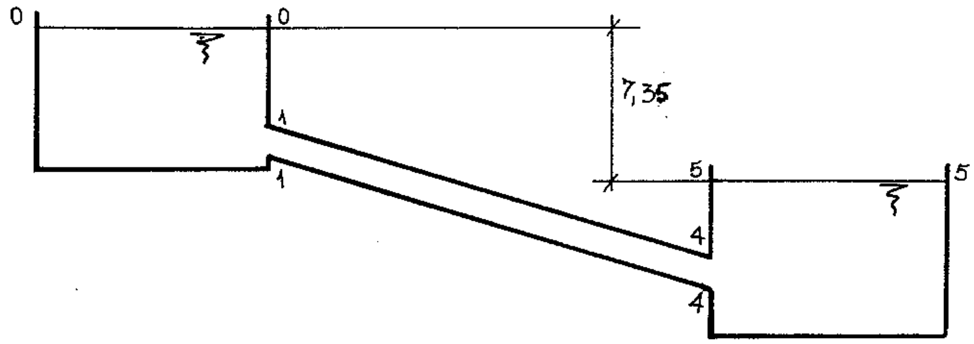


Assim:

$$\Delta z = 0,120 + 277,89\ f_1 + 89,98\ f_2 + 54\ f_3$$
$$= 0,120 + 277,89\ .\ 0,0173 + 89.98\ .\ 0,0169 + 54\ .\ 0,0167 =$$
$$= 7,35\ m.$$

- Pergunta 2)

Sabendo-se que $\Delta z = 7,35$ m e $Q = 0,15\ m^3/s$, temos:




$$\Delta z = ks_1 \frac{V^2}{2g} + ks_4 \frac{V^2}{2g} + f \frac{(600 + 800 + 1500)}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$7,35 = (1,5 + \frac{f}{D}\ .\ 2900) \frac{V^2}{2g}$$

mas $Q = V\ .\ S = \frac{V\ \pi\ D^2}{4} \rightarrow V = \frac{0.15 \times 4}{\pi\ D^2} \rightarrow V^2 = \frac{0,0365}{D^4}$

$$\therefore \quad 7,35 = (1,5\ D + f\ .\ 2900) \frac{1}{20}\ .\ \frac{0,0365}{D^5} \rightarrow$$

$$1 = 0,72007 \frac{f}{D^5} + 0,0003724\ D^{-4}$$

Aplicando-se a fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} (0,27 \frac{K}{D} + \frac{2,51}{R \sqrt{f}})$$

$$R = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{0.6}{\pi\ D^2}\ .\ \frac{D}{10^{-6}} = \frac{1,9099}{D}\ .\ 10^5$$

A- $\dfrac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \dfrac{3,564 \times 10^{-5}}{D} + \dfrac{1,3142 \times 10^{-5} \cdot D}{\sqrt{f}} \right)$

B- $1 = 0,72007 \dfrac{f}{D^5} + 0,0003724 D^{-4} \rightarrow f = \left( \dfrac{1 - 0,0003724 D^{-4}}{0,72007} \right) D^5$

| Adoto D em B; | obtenho f de B | $1/\sqrt{f}$ | $-2 \log_{10}(\ldots)$ | Δ% |
|---|---|---|---|---|
| 0,4 m | 0,0140 | 8,4516 | 7,7489 | 9,1% |
| 0,45 m | 0,0254 | 6,2746 | - | - |
| 0,42 m | 0,0179 | 7,4676 | - | - |
| 0,41 m | 0,0159 | 7,9305 | 7,7744 | 2,0% |
| 0,415 m | 0,0169 | 7,6923 | - | - |
| 0,414 m | 0,0167 | 7,7382 | 7,7843 | 0,6% |

Logo D = 0,414 m

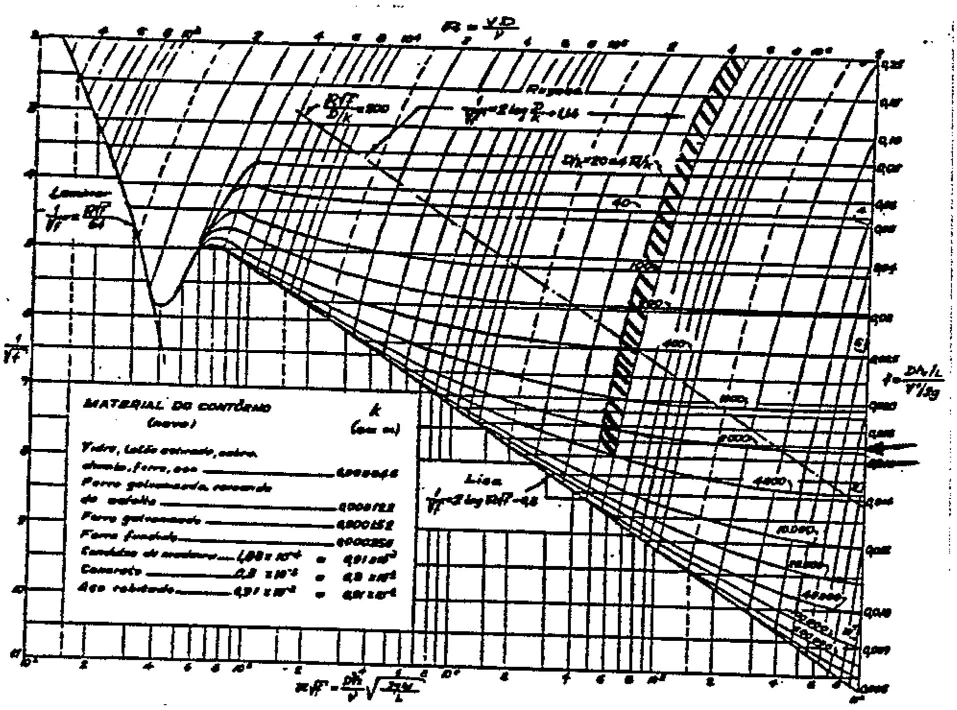
O mesmo cálculo pode ser feito utilizando-se o diagrama de Moody-Rouse:

$$\frac{D}{K} = \frac{D}{0,000132} \quad ; \qquad R = \frac{V\,D}{\nu} = \frac{1,9099 \times 10^5}{D},$$

Adota-se, D com D/k e R, pelo gráfico obtém-se f. Substitui-se D em f = $\left( \dfrac{D^5 - 0,0003724\ D}{0,72007} \right)$ e compara-se f.

| adoto D | D/K | R | (gráfico) f | f fórmula |
|---|---|---|---|---|
| 0.4 | 3030,3 | $4.8 \times 10^5$ | 0.017 | 0.0143 |
| 0.42 | 3181,8 | $4.55 \times 10^5$ | 0.0168 | 0.0182 |
| 0.41 | 3106,1 | $4.66 \times 10^5$ | 0,0162 | 0,0162 |

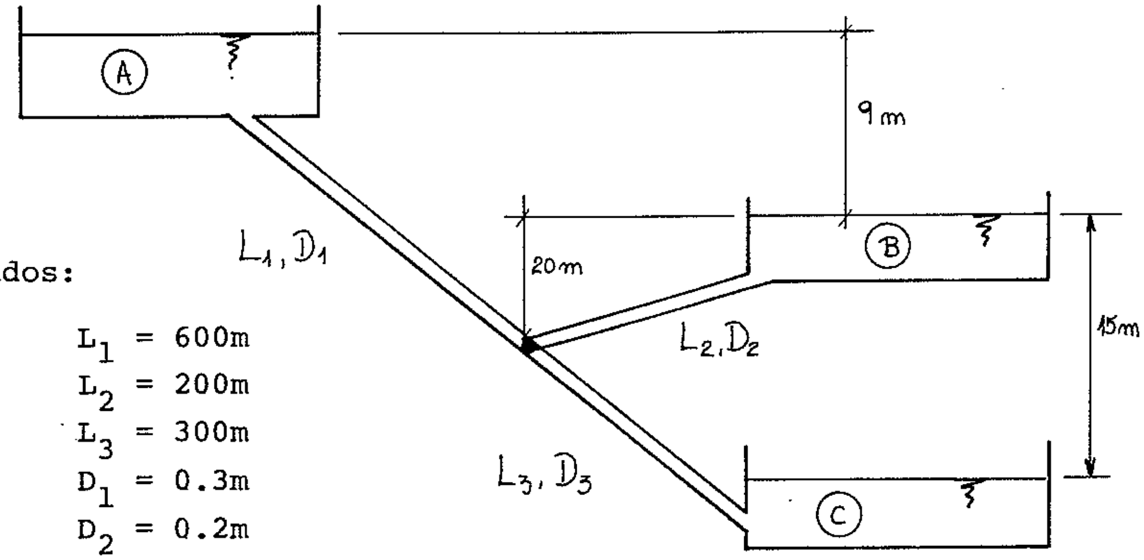
$\therefore$ D = 0,414 m.



No gráfico temos os intervalos de trabalho da interação.

---

Ex. 8.15 - Para o sistema de três reservatórios dado, calcule as vazões em cada tubulação, desprezando a perda de carga singular.




Dados:

$L_1 = 600m$

$L_2 = 200m$

$L_3 = 300m$

$D_1 = 0.3m$

$D_2 = 0.2m$

$D_3 = 0.5m$

$K_1 = 3 \times 10^{-3} m$; $K_2 = 5 \times 10^{-4} m$; $K_3 = 2,5 \times 10^{-3} m$

$\nu = 10^{-6} m^2/s$

Solução:

Pelas condições apresentadas podemos ter três situações:

1) A - alimenta B e C cujas equações seriam:

Eq. da Continuidade no nó: $Q_1 = Q_2 + Q_3$.

Eq. da Energia Cinética:

entre A e nó: $H_A = H_{\text{Nó}} + \Delta p \Big|_{A}^{\text{Nó}}$,

entre Nó e B: $H_{\text{Nó}} = H_B + \Delta p \Big|_{\text{Nó}}^{B}$,

entre Nó e C: $H_{\text{Nó}} = H_C + \Delta p \Big|_{\text{Nó}}^{C}$,

$$\Delta p = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{1}{2g} \frac{Q^2}{S^2} = f \frac{L}{D} \frac{1}{2g} \frac{16\,Q^2}{\pi^2 D^4} =$$

$$= f\left(\frac{16\,L}{2g\,D^5\,\pi^2}\right) Q^2 = f\,T\,Q^2,$$ onde T são características físicas da tubulação.

Assim podemos escrever:

$$H_A - H_B = f_1\,T_1\,Q_1^2 + f_2\,T_2\,Q_2^2,$$

$$H_A - H_C = f_3\,T_3\,Q_3^2 + f_1\,T_1\,Q_1^2,$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3.$$

2) A e B alimentam C, cujas equações seriam :

entre A e Nó: $H_A = H_{\text{Nó}} + \Delta p \Big|_{A}^{\text{Nó}}$,

entre B e Nó: $H_B = H_{\text{Nó}} + \Delta p \Big|_{B}^{\text{Nó}}$,

entre Nó e C: $H_{\text{Nó}} = H_C + \Delta p \Big|_{\text{Nó}}^{C}$.

Assim podemos escrever:

$$H_A - H_B = f_1\, T_1\, Q_1^2 - f_2\, T_2\, Q_2^2,$$

$$H_A - H_C = f_3\, T_3\, Q_3^2 + f_1\, T_1\, Q_1^2,$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3.$$

3) A alimenta C, B tem vazão zero:

$$Q_1 = Q_3 = Q,$$

$$H_A - H_C = f_3\, T_3\, Q_3^2 + f_1\, T_1\, Q_1^2,$$

$$H_A - H_B = f_1\, T_1\, Q_1^2.$$

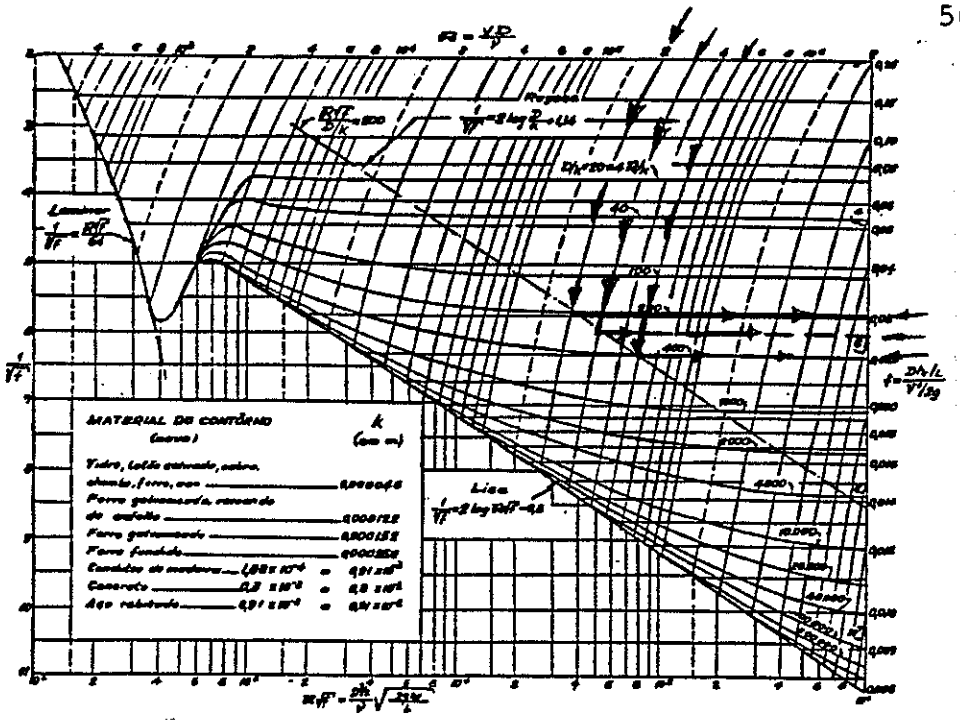
Para solucionar o problema, escolhendo uma das soluções, calculamos inicialmente o itêm 3. Se $Q_1 > Q_3$, teremos o caso 1 no problema, se $Q_1 < Q_3$, teremos o caso 2.

Pelo diagrama de Moody-Rouse, temos:

$$\frac{D_1}{K_1} = \frac{0,3}{3x10^{-3}} = 300; \quad \frac{D_2}{K_2} = \frac{0,2}{5x10^{-4}} = 400;$$

$$\frac{D_3}{K_3} = \frac{0,5}{2,5x10^{-3}} = 200.$$

Pelo gráfico vemos que se $R_1 > 3 \times 10^5$; $R_2 > 5 \times 10^5$ e $R_3 > 2 \times 10^5$, os escoamnetos estarão na Região Rugosa e consequentemente $f_1 = 0,027$, $f_2 = 0,025$ e $f_3 = 0,030$ (hipóteses a serem confirmadas).



$$\text{Assim } f_1\ T_1 = 0{,}027 \times \frac{16 \times 600}{20 \times \overline{0{,}3}^5 .\ \pi^2} = 540{,}38\ s^2.m^{-5},$$

$$f_2\ T_2 = 1266{,}51\ s^2.m^{-5},$$

$$f_3\ T_3 = 23{,}34\ s^2.m^{-5}.$$

Como A, B e C são reservatórios de grandes dimensões, abertos para a atmosfera ($V = 0$ e $p = p_{atm} = 0$), com o P.H.R. passando pelo nível do reservatório C:

$$H_A = 24\ m,\ H_B = 15\ m,\ H_C = 0\ m.$$

Logo: $H_A - H_B = f_1\ T_1\ Q_1'^2,$

$$H_A - H_C = f_3\ T_3\ Q_3'^2 + f_1\ T_1\ Q_1'^2.$$

$$\therefore \quad Q_1'^2 = \frac{9}{540{,}38} \quad \rightarrow \quad Q_1' = 0{,}129\ m^3/s$$

$$e \quad Q_3'^2 = \frac{24 - 9}{23{,}34} \quad \rightarrow \quad Q_3' = 0{,}802\ m^3/s.$$

$Q_3' > Q_1'$, logo o cálculo deverá ser feito com A e B alimentando C.

Daí: $Q_1 + Q_2 = Q_3$

$$H_A - H_B = f_1\ T_1\ Q_1^2 - f_2\ T_2\ Q_2^2 = 9 = 540{,}38Q_1^2 - 1266{,}5Q_2^2,$$

$$H_A - H_C = f_1\ T_1\ Q_1^2 + f_3\ T_3\ Q_3^2 = 24 = 540{,}38Q_1^2 + 23{,}34Q_3^2,$$

Da segunda equação: $Q_2 = \sqrt{\dfrac{540{,}38\ Q_1^2 - 9}{1266{,}5}}$,

da primeira $\qquad Q_3 = Q_1 + \sqrt{\dfrac{540{,}38\ Q_1^2 - 9}{1266{,}5}} \rightarrow$

$$Q_3^2 = Q_1^2 + \frac{540{,}38\ Q_1^2 - 9}{1266{,}5} + 2\ Q_1 \sqrt{\frac{540{,}38\ Q_1^2 - 9}{1266{,}5}},$$

que, substituida na terceira, fornece:

$$24 = 540{,}38\ Q_1^2 + 23{,}34\ Q_1^2 + \frac{23{,}34\ .\ 540{,}38\ Q_1^2}{1266{,}5} - \frac{9 \times 23{,}34}{1266{,}5} +$$

$$+ 2\ .\ 23{,}34\ Q_1 \sqrt{\frac{540{,}38\ Q_1^2 - 9}{1266{,}5}},$$

ou $24 = 573{,}68\ Q_1^2 - 0{,}166 + 3{,}935\ Q_1 \sqrt{60{,}04\ Q_1^2 - 1}$

$$6{,}141 = 145{,}789\ Q_1^2 + Q_1 \sqrt{60{,}04\ Q_1^2 - 1}.$$

Resolvendo por tentativas: $Q_1 = 0{,}20\ m^3/s$,

onde: $Q_2 = 0{,}10\ m^3/s \quad$ e $\quad Q_3 = 0{,}30\ m^3/s$.

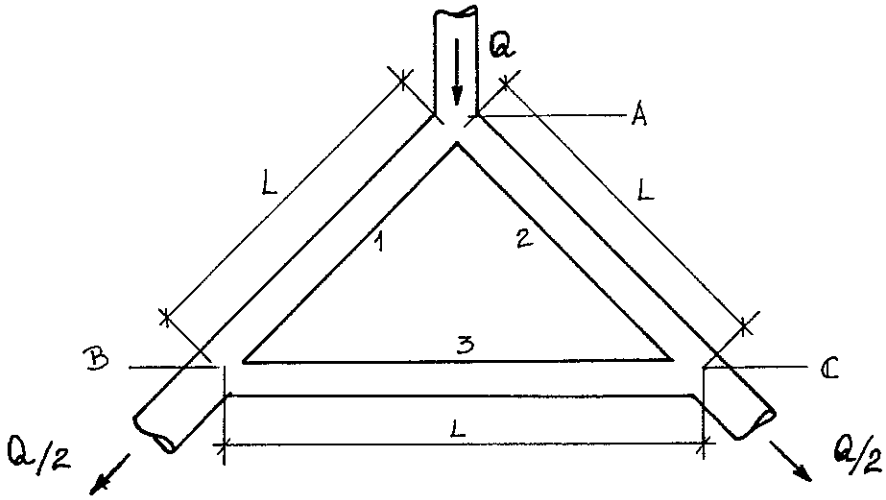
Calculando os números de Reynolds:

$$R = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{Q}{S}\ \frac{D}{\nu} = \frac{Q\ .\ 4}{\pi\ D\ \nu},$$

$$R_1 = \frac{0{,}20\ .\ 4}{\pi\ .\ 0{,}3 \times 10^{-6}} = 8.5 \times 10^5 > 3 \times 10^5,$$

$$R_2 = 6{,}4 \times 10^5 > 5 \times 10^5 \quad \text{e} \quad R_3 = 7{,}6 \times 10^5 > 2 \times 10^5.$$

Ex. 8.16 - Na ilustração abaixo, calcular a porcentagem de vazão em relação à vazão Q de entrada no sistema, para cada ramo. Sabe-se, que os coeficientes de atrito em todos os tubos são iguais e que a perda de carga singular é desprezível.




$D_1 = 0.2$ m

$D_2 = 0.15$ m

$D_3 = 0.25$ m

Solução:

Aplicando-se a Equação da Continuidade nos nós A, B e C e supondo-se que os escoamentos ocorrem de A → B, A → C e B → C, temos:

nó A: $Q = Q_1 + Q_2$,

nó B: $Q_1 = Q_3 + Q/2$,

nó C: $Q_2 + Q_3 = Q/2$ .

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética, temos:

entre A e C → $H_A = H_C + \Delta p \Big|_A^C$ - 1 -

A e B → $H_A = H_B + \Delta p \Big|_A^B$ - 2 -

B e C → $H_B = H_C + \Delta p \Big|_B^C$ - 3 -

Donde:

$$\Delta p \Big|_A^C = \Delta p \Big|_A^B + \Delta p \Big|_B^C .$$

Mas $\Delta p = f \dfrac{L}{D} \dfrac{V^2}{2g} = f \dfrac{L}{D} \dfrac{Q^2\, 16}{\pi^2 D^4} \dfrac{1}{2g} = \dfrac{16\, f\, L}{2g\, \pi^2} \dfrac{Q^2}{D^5}$

$= T \dfrac{Q^2}{D^5}$, no nosso caso T é igual para as três tubulações.

$$\therefore \frac{Q_2^2}{D_2^5} = \frac{Q_1^2}{D_1^5} + \frac{Q_3^2}{D_3^5} \rightarrow 13168{,}7\ Q_2^2 = 1024\ Q_3^2 + 3125\ Q_1^2,$$

ou $Q_3^2 + 3{,}05\ Q_1^2 = 12{,}86\ Q_2^2 \rightarrow (Q_1 - Q/2)^2 + 3{,}05\ Q_1^2 = 12{,}86(Q - Q_1)^2,$

$Q_1^2 - 2{,}81\ Q\, Q_1 + 1{,}43\ Q^2 = 0.$

Duas raízes $Q_{1_1} = 2{,}142\ Q > Q$ portanto desprezada,

$Q_{1_2} = 0{,}667\ Q$ , (aceita).

Assim: $Q_1 = 0{,}667\%$,

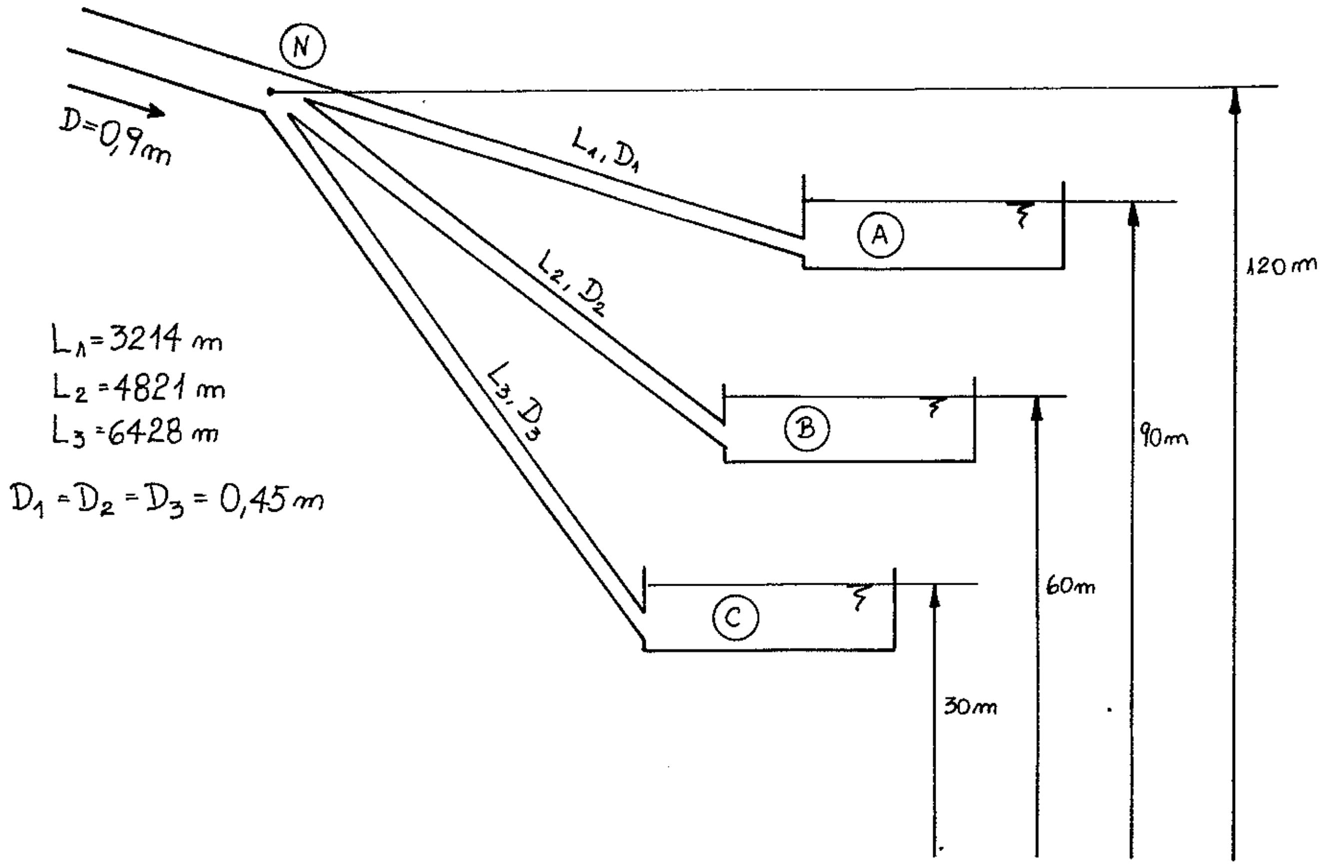
$Q_2 = 0{,}333\%$,

$Q_3 = 0{,}167\%$.

(Caso tivessemos suposto o sentido C → B, as equações forneceriam resultados incongruentes).

---

Ex. 8.17 - Na instalação da figura, quando a vazão na linha de alimentação for até 1,4 $m^3/s$, quais serão as vazões nas linhas? Supor f = 0,017 para todos os tubos.




Solução:

Aplicando-se a Equação da Continuidade no nó N, teremos:

$$1,4 = Q_1 + Q_2 + Q_3 .$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre N e A, N e B e N e C, teremos:

$$N \rightarrow A: \qquad H_N = H_A + \Delta p \Big|_N^A$$

$$N \rightarrow B: \qquad H_N = H_B + \Delta p \Big|_N^B$$

$$N \rightarrow C: \qquad H_N = H_C + \Delta p \Big|_N^C .$$

Mas A, B e C são reservatórios de grandes dimensões: $H_A = 90$ m, $H_B = 60$ m e $H_C = 30$ m (pois $V = 0$ e $p = p_{atm} = 0$).

Como $$\Delta p = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{Q^2\ 16}{\pi^2\ D^4} = \frac{f\ 16}{D^5\ \pi^2} . L\ Q^2 =$$

$$= \frac{0,017\ .\ 16}{0,45^5\ .\ \pi^2\ .\ 20} L\ Q^2 = 0,075\ .\ L\ .\ Q^2,$$

$$\therefore \quad H_N = 90 + 240\ Q_1^2 \qquad -1-$$

$$H_N = 60 + 360\ Q_2^2 \qquad -2-$$

$$H_N = 30 + 480\ Q_3^2 \qquad -3-$$

ou de 1 e 2: $240\ Q_1^2 + 30 = 360\ Q_2^2 \rightarrow 8\ Q_1^2 + 1 = 12\ Q_2^2$,

de 1 e 3: $240\ Q_1^2 + 60 = 480\ Q_3^2 \rightarrow 4\ Q_1^2 + 1 = 8\ Q_3^2$.

Como: $1{,}4 = Q_1 + Q_2 + Q_3 \rightarrow$

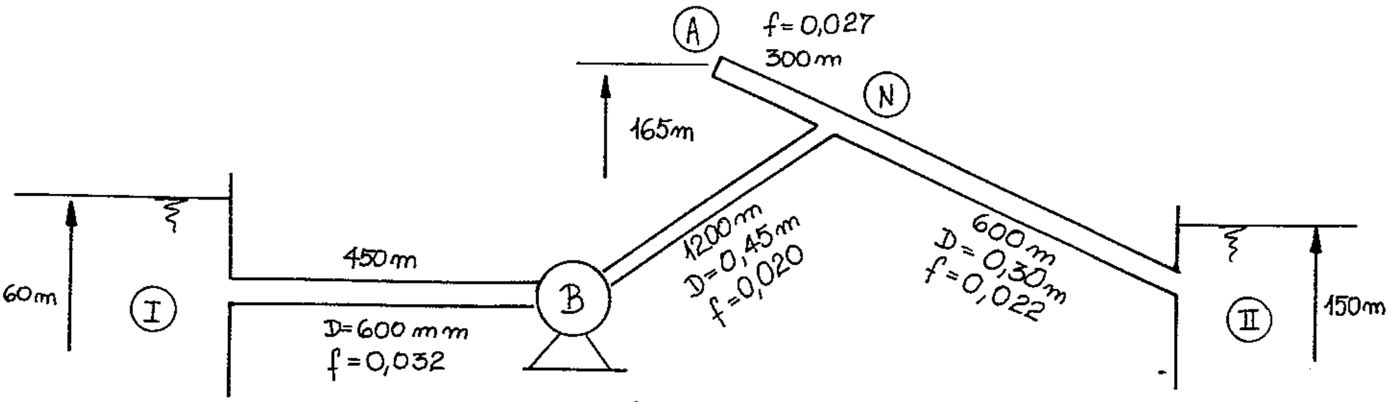
$$1{,}4 = Q_1 + \sqrt{\frac{8Q_1^2 + 1}{12}} + \sqrt{\frac{4Q_1^2 + 1}{8}} \rightarrow Q_1 = 0{,}453 m^3/s,$$

$$\therefore \quad Q_3 = 0{,}477\ m^3/s \text{ e } Q_2 = 0{,}469\ m^3/s$$

---

Ex. 8.18 - Na instalação da figura, a bomba possibilita que a vazão na saída A seja de 110 ℓ/s e para o reservatório superior, II, sejam bombeados 220 ℓ/s. Determinar a potência da bomba e o diâmetro do tubo N - A. Desprezar perdas de cargas singulares.

$(\gamma_{\text{água}} = 10^3\ kgf/m^3,\ \eta_B = 85\%)$



Solução:

Aplicando-se a Equação da Continuidade no nó N:

$$Q_{NA} + Q_{N4} = Q_{3N} = 110 + 220 = 330 \ \ell/s = Q_{1,2}.$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre 0-0 e 5-5, temos:

$$H_o + \frac{W_B}{\gamma Q} = H_5 + \Delta p \Big|_1^2 + \Delta p \Big|_3^N + \Delta p \Big|_N^4 .$$

$$\frac{\alpha\, V_o^2}{2g} + \frac{p_o}{\gamma} + z_o + \frac{W_B}{\gamma Q} = \frac{\alpha\, V_5^2}{2g} + \frac{p_5}{\gamma} + z_5 + \left(f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g}\right)_1^2 +$$

$$+ \left(f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g}\right)_3^N + \left(f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g}\right)_N^4 ;$$

$$60 + \frac{W_B}{\gamma Q} = 150 + 0{,}032 \,.\, \frac{450}{20} \,.\, \frac{Q_1^2\ 16}{\pi^2\ D_1^5} + 0{,}020\ \frac{1200}{20} \,.\, \frac{Q_1^2\ 16}{\pi^2\ D_2^5} +$$

$$+ 0{,}022 \,.\, \frac{600}{20} \,.\, \frac{Q_{N4}^2 \,.\, 16}{\pi^2\ D_{N4}^5};$$

$$\frac{W_B}{\gamma Q} = 90 + 15{,}01 \,.\, \overline{0{,}33}^2 + 105{,}42 \,.\, \overline{0{,}33}^2 + 440{,}31 \,.\, \overline{0{,}22}^2 =$$

$$= 124{,}42 \text{ m};$$

$$W_B = 10^3 \,.\, 330 \times 10^{-3} \,.\, 124{,}42 = 41060.7 \text{ kgm/s};$$

$$W_B = \frac{41060.7}{75} = \frac{547{,}5 \text{ CV}}{\eta} = 644 \text{ CV}.$$

Aplicando-se a Eq. da Energia Cinética entre 0-0 e A, temos

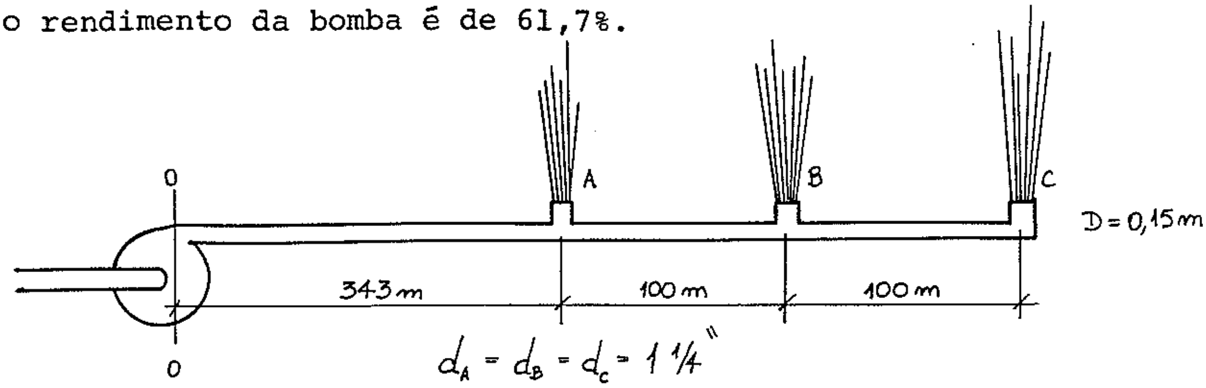
$$H_o + \frac{W_B}{\gamma Q} = H_A + \Delta p \Big|_1^2 + \Delta p \Big|_3^N + \Delta p \Big|_N^A ;$$

$$60 + 124{,}42 = 90 + 15{,}01 \,.\, \overline{0{,}33}^2 + 105{,}42 \,.\, \overline{0{,}33}^2 + f\,\frac{L}{D^5}\,\frac{Q^2\ 16}{20\ \pi^2};$$

$$D^5 = \frac{1}{81,31} \cdot \frac{0,027 \cdot 300 \cdot \overline{0,11}^2 \cdot 16}{20 \cdot \pi^2} \rightarrow D = 0,158 \text{ m.}$$

---

Ex. 8.19 - Na instalação da figura, para uma vazão de 100 $m^3/h$ a bomba consome 15 CV. Calcular a altura atingida - pelo fluido que sai pelas aberturas A, B e C, sabendo-se que o rendimento da bomba é de 61,7%.




Dados: $ks_A = ks_B = ks_C = 1,5$; $K = 0,00075$ m

Solução:

Como conhecemos a potência da bomba e a sua vazão podemos calcular a altura manométrica da mesma, usando a expressão:

$$W_m = \frac{\gamma \; Q \; H}{\eta},$$ que é a potência que o motor necessita.

$$W_m = 15 \text{ CV} = 15 \times 75 \text{ kgm/s},$$

$$H = \frac{15 \times 75 \times 0,617 \times 3600}{10^3 \times 100} = 25 \text{ m}$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre

0-0 e A-A: $$H_o = H_A + \Delta perdas \Big|_0^A ;$$

$$\Delta perdas \Big|_0^A = \Sigma hs + \Sigma hf = f \frac{L}{D} \frac{V_{0-A}^2}{2g} \Big|_0^A + ks_A \frac{V_A^2}{2g} ;$$

$$Q_{0-A} = \frac{100}{3600} = 0,0278 \ m^3/s = V_{0-A} \cdot S = V_{0A} \frac{\pi \cdot \overline{0,15}^2}{4},$$

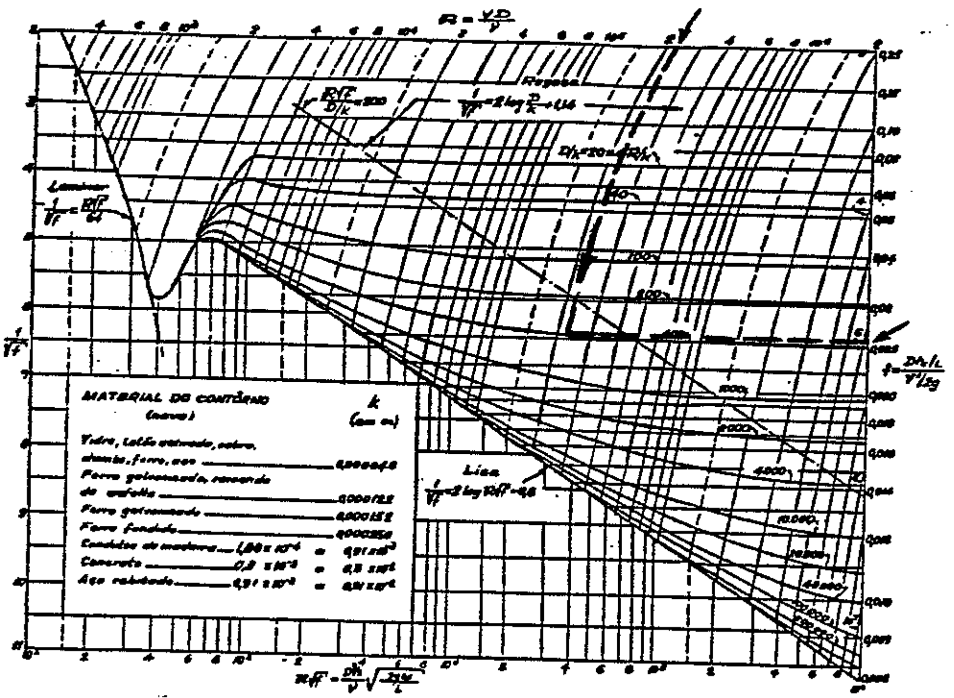
$$V_{0-A} = 1,57 \ m/s.$$

a) Cálculo de f:

a.1) Gráfico de Moody-Rouse:

$$\frac{D}{k} = \frac{0,15}{0,00075} = 400,$$

$$R = \frac{V\,D}{\nu} = \frac{1,17 \times 0,15}{10^{-6}} = 2,355 \times 10^5.$$



Pelo gráfico: f = 0,0255

a.2) Pela Equação de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{0,27\ K}{D} + \frac{2,51}{R\ \sqrt{f}}\right),$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{0,27}{200} + \frac{2,51}{2,355 \times 10^5\ \sqrt{f}}\right).$$

| f admitido | $1/\sqrt{f}$ | $-2\log_{10}(\ldots\ldots)$ | Δ% |
|---|---|---|---|
| 0,02 | 7,0711 | 6,2495 | 11,6 |
| 0,025 | 6,3246 | 6,2587 | 1,0 |
| 0,0255 | 6,2622 | 6,2595 | - |

Logo: f = 0,0255.

Assim:

$$H = H_A + \Delta perdas \Big|_0^A ,$$

$$25 = \frac{\alpha V_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma} + z_A + 0{,}0255 \cdot \frac{343}{0{,}15} \cdot \frac{\overline{1{,}57}^2}{20} + 1{,}5\,\frac{V_A^2}{2g} ,$$

onde $p_A = 0$ (aberto à atmosfera) e $z_A = 0$ (sobre o PDR) ou $V_A = 11{,}93$ m/s.

$$Q_A = V_A\,S_A = 11{,}93.\pi\,\frac{D_A^2}{4} = 11{,}93\,\frac{\pi\,.\,\overline{0{,}03175}^2}{4} = 0{,}009446\ m^3/s:$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre:

$$0\text{-}0 \text{ e } B\text{-}B: \quad H_o = H_B + \Delta perdas \Big|_0^B ;$$

$$H_o = H_B + f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g}\Big|_0^A + f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g}\Big|_A^B + ks_B\,\frac{V_B^2}{2g} .$$

Aplicando-se a Eq. da Continuidade no nó A:

$$Q_{0-A} = Q_A + Q_{AB} \rightarrow Q_{AB} = 0{,}02777 - 0{,}009446 = 0{,}018330 m^3/s,$$

$$V_{AB} = 1{,}037\ m/s$$

O valor de $f_1$ no trecho A-B vale 0,0258 (mesma sequência mostrada anteriormente).

$$25 = \frac{V_B^2}{2g} + 0{,}0255\,\frac{343}{0{,}15} \times \frac{\overline{1{,}57}^2}{20} + 0{,}0258\,\frac{100}{0{,}15} \times \frac{\overline{1{,}037}^2}{20} + 1{,}5\,\frac{V_B^2}{2g},$$

$$V_B = 11{,}62\ m/s \quad \rightarrow \quad Q_B = 0{,}009197\ m^3/s.$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre 0-0 e C-C:

$$H_o = H_C + \Delta perdas \Big|_0^C .$$

$$H_o = H_C + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \Big|_0^A + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \Big|_A^B + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \Big|_B^C + ks_C \frac{V_C^2}{2g} ,$$

$$Q_{B-C} = Q_{A-B} - Q_B = 0,018330 - 0,009197 = 0,009133 \ m^3/s,$$

$$V_{B-C} = 0,5169 \ m/s.$$

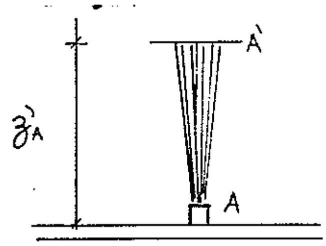
O valor de f no trecho B-C vale f = 0,0267.

$$25 = \frac{V_C^2}{2g} + 0,0255 \cdot \frac{343}{0,15} \cdot \frac{\overline{1,57}^2}{20} + 0,0258 \cdot \frac{100}{0,15} \cdot \frac{1,037}{20} +$$

$$+ 0,0267 \frac{100}{0,15} \cdot \frac{\overline{0,5169}^2}{20} + 1,5 \frac{V_C^2}{2g},$$

$$V_C = 11,54 \ m/s \rightarrow Q_C = 0,09133 \ m^3/s .$$

A altura atingida pelo fluido em cada abertura será:




$$H_A = H_{A'} \rightarrow \frac{\alpha V_A^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_A = \frac{\alpha V_{a'}^2}{2g} + \frac{p_{a'}}{\gamma} + z_A ;$$

$p_a = p_{a'} = 0$, no ponto A' a velocidade do fluido é nula.

$$\therefore \quad z_{A'} = \frac{\alpha V_A^2}{2g} = \frac{\overline{11,93}^2}{20} = 7,12 \ m ,$$

$$z_{B'} = 6,75 \ m ,$$

$$z_{C}' = 6,65 \ m .$$