ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

COLETÂNEA DE EXERCÍCIOS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS

APOSTILA 1

PROPRIEDADES FÍSICA DOS FLUIDOS

OSWALDO FERNANDES

PROF. ASSISTENTE DE MECÂNICA DOS FLUIDOS

EPUSP – 1995

COLETÂNEA DE EXERCÍCIOS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS

INTRODUÇÃO: Esta publicação tem por finalidade dar ao aluno a oportunidade de adquirir maior vivência com a Mecânica dos Fluidos através da Análise dos Problemas Resolvidos e da Resolução de Problemas Propostos.

Assim a série dos exercícios segue aproximadamente a sequência da matéria ministrada nas aulas, quer teóricas, quer de laboratório.

CAPITULO I – PROPRIEDADES FÍSICAS DOS FLUIDOS

Parte A – INTRODUÇÃO

O Capítulo I desta Coletânea de Exercícios de Mecânica dos Fluidos abrange as propriedades físicas da viscosidade, compressibilidade, elasticidade e dilatabilidade dos fluidos. A seguir transcrevem-se os principais conceitos envolvidos (ver a bibliografia no fim desta introdução).

A.1 – Viscosidade

É o atrito interno dos fluidos, presente quando houver movimento relativo das camadas ou lâminas fluidas contíguas.

A.2 – Lei de Newton da viscosidade – Coeficiente de viscosidade de dinâmica.

- Lei de Newton da viscosidade: $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$,

Onde

μ é um coeficiente de proporcionalidade chamado de coeficiente de viscosidade dinâmica, função da natureza do fluido, da temperatura e, em menor escala, da pressão.

e

$\frac{dv}{dy}$ = taxa de deslizamento, derivada direcional da velocidade em relação ao espaço, segundo a direção normal às camadas fluidas que deslizam entre si. É, também, a velocidade de deformação angular.

- Equação dimensional de μ $[\mu] = FL^{-2}T$
- Unidades mais usadas para μ

1 poise = 1 d $cm^{-2}s$,
1 centipose = 0,01 poise,
1 un SI μ = 1 $Nm^{-2}s$ = 10 poise,
1 un MKS* μ =1 kgf $m^{-2}s$ = 98 poise

A.3 – Coeficiente de Viscosidade Cinemática

- É, por definição:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} ,$$

Onde ρ = massa especifica do fluido; ν varia, portanto, com a natureza do fluido, temperatura e pressão.

- Equação dimensional: $|\nu| = L^2T^{-1}$
- Unidades mais comuns de ν
  1 stokes = 1cm^2/s,
  1 centistokes = 0,01 Stokes,
  1 m^2/s = 10^4 stokes (SI e MKS*).

A.4 – Compressibilidade. Elasticidade. Dilatabilidade

- Módulo de elasticidade volumétrico, à temperatura θ:

$$E_\theta = -\forall_o \frac{\partial p}{\partial \forall_o} = \rho_o \frac{\partial p}{\partial \rho_o},$$

$$[E_\theta] = FL^{-2}.$$

- Módulo de compressibilidade isotérmica

$$e_\theta = \frac{1}{E_\theta} = -\frac{1}{\forall_o}\frac{\partial \forall}{\partial \rho_o} = \frac{1}{\rho_o}\frac{\partial \rho}{\partial \rho_o},$$

$$[e_\theta] = F^{-1}\,L^2.$$

- Dilatabilidade isobárica à pressão p

$$e_p = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial \rho}{\partial \theta_o}.$$

- Os líquidos podem ser considerados, na prática, incompressíveis e indilatáveis. Portanto, para eles:
  ρ = const.
- Os gases são fortemente dilatáveis e compressíveis. Se considerados perfeitos, seguem a equação

P = ρgRT.

Onde R é função da natureza do gás,

P = pressão absoluta,

T = temperatura absoluta.

A.5 – Postulado da Aderência Completa

As partículas fluidas em contato com contornos sólidos adquirem a velocidade dos mesmos.

A.6 – O diagrama de Velocidades no Escoamento Laminar de um Fluido entre Placas Planas Paralelas ou Placas Cilíndricas, Próximas entre si, pode ser considerado Linear.

A.7 – Bibliografia

Mamed Assy, Tufi, Mecânica dos Fluidos, Volume I (parte 1), capítulo I, Livro texto do Curso de Mecânica dos Fluidos EPUSP.

Parte B: FILMES - MULTIMIDIAS

B1 – Assunto: Viscosidade

www.youtube.com/watch?v=G1Op_1yG6lQ

O vídeo do Discovery mostra um fluido não Newtoniano, feito com amido de milho e água, em câmera lenta, mostrando uma breve explicação em cada situação. Mostra-se o fenômeno, em câmera lenta, do fluido em uma mesa sob vibração e uma piscina feita de um fluido não Newtoniano, no qual mostra-se que é possível andar sobre ele e até mesmo jogar boliche.

www.youtube.com/watch? v=G3bO8RcRgxQ

O vídeo da Khan Academy explica, em cerca de 8 minutos, o conceito de viscosidade e a equação que relaciona a força de viscosidade e a viscosidade dinâmica. No restante do vídeo, há a explicação da lei de Poiseuille, relacionando o conceito de vazão com a viscosidade. Observar que o vídeo adota "eta" como símbolo para representar a viscosidade dinâmica, enquanto a disciplina utiliza o símbolo "mu".

B2 – Assunto: Cavitação

https://www.youtube.com/watch?v=ZlrFMmGs_NI

O vídeo aborda o problema da cavitação em uma válvula. É explicado como a cavitação ocorre, seus efeitos e os danos resultantes na tubulação.

https://www.youtube.com/watch?v=ON_irzFAU9c

O vídeo explica o processo de cavitação em um propulsor de navio. É abordada também a relação entre pressão e temperatura na vaporização da água. Conforme o propulsor gira, a velocidade do fluido aumenta e sua pressão diminui, resultando na formação de vapor.

https://www.youtube.com/watch?v=0dd6AlyOnfc

O vídeo mostra o processo de cavitação em uma situação real, quando há a diminuição da pressão em uma tubulação. É possível visualizar e ouvir a formação das bolhas e o consequente colapso das mesmas.

https://www.youtube.com/watch?v=DijdU0rmDdc

Neste vídeo é possível observar o processo de cavitação em um hidrofólio. Conforme a velocidade do fluido aumenta, a pressão diminui, ocorrendo a formação de bolhas de vapor.

https://www.youtube.com/watch?v=oRYYP4F8LTU

Neste vídeo há uma explicação detalhada sobre o fenômeno da cavitação. São abordados os efeitos da cavitação em turbinas, o gráfico de vaporização da água em função da temperatura e pressão, a cavitação em bombas e como se dá o processo de erosão da superfície da tubulação.

B3 – Assunto: Massa Especifica

1 - O vídeo a seguir apresenta uma aplicação do conceito de massa específica em fluidos: a composição multifásica de líquidos em um copo.

https://www.youtube.com/watch?v=4EMUsPJtCoc

2 - O vídeo a seguir apresenta uma breve e objetiva explicação do conceito de densidade, assim como uma aplicação prática.

https://www.youtube.com/watch?v=nVPrWz8Jfgo

B4 – Assunto: Compressibilidade

https://www.youtube.com/watch?v=XEth5sV0qY8

Pesquisa em universidade japonesa sobre simulações de fluidodinâmica computacional para fluidos compressíveis para analilsar condições de detonação.

B5 – Assunto: Tensão Superficial

1) Exemplo de como a tensão superficial pode ser observada em fenômenos simples.

Teoria e experimento(6min) - https://www.youtube.com/watch?v=pmagWO-kQ0M

2) Vídeo antigo que explica a teoria passo a passo da tensão superficial com experimentos e exemplos.

Teoria (30min) - https://www.youtube.com/watch?v=MUlmkSnrAzM

3) Um fenômeno interessante decorrente da tensão superficial para ajudar a fixar os conceitos.

Extra, superhidrofobia teoria - https://www.youtube.com/watch?v=PPJ0Khs7uWs

4) Algo que você pode tentar fazer em casa para se convencer de tensão superficial realmente existe.

Extra, barco movido a tensão superficial - https://www.youtube.com/watch?v=rq55eXGVvis

5) Prova de que tensão superficial pode ser divertida e interessante.

Extra, exemplos de superhidrofobia - https://www.youtube.com/watch?v=IPM8OR6W6WE

B6 – Assunto: Capilarida

Experiência sobre Capilaridade: Líquido passa de um béquer para o outro através apenas de um papel-toalha. https://www.youtube.com/watch?v=oOz4NGgmQ2U

Capilaridade: A passagem natural do líquido por um tubo muito fino. Texto da UOL explicando um pouco a teoria por trás da capilaridade. http://educacao.uol.com.br/disciplinas/quimica/capilaridade-a-passagem-natural-do-liquido-por-um-tubo-muito-fino.htm

B7 - Assunto: Reologia - Fluidos não Newtonianos.

Esses dois vídeos (parte 1 e parte 2) são da playlist sobre Mecânica dos Fluidos do canal Me Salva! do YouTube e compreendem uma revisão sobre Fluidos Não Newtonianos. (Este canal aborda diversos outros temas da disciplina)

Parte 1: https://www.youtube.com/watch?v=irDMUe2t-uQ&list=PLf1lowbdbFICGuf8AgDT9Dy9ulNwK7tVa&index=11

Parte 2:https://www.youtube.com/watch?v=fhcg8nefxpA&feature=youtu.be&list=PLf1lowbdbFICGuf8AgDT9Dy9ulNwK7tVa

O vídeo a seguir, apresentado no programa Fantástico, mostra a experiência da piscina não Newtoniana realizada na Faculdade de Engenharia Industrial (FEI)

https://www.youtube.com/watch?v=GezcCWcsvWQ

Este vídeo, extraído do seriado The Big Bang Theory, mostra o comportamento de um fluido não Newtoniano colocado sobre uma caixa de som.

https://www.youtube.com/watch?v=eA1jSlx9c30

Este vídeo retrata o mesmo fenômeno gravado com uma câmera que devido ao grande número de quadros por segundo captados, permite a visualização do comportamento do fluido em câmera lenta.

https://www.youtube.com/watch?v=RkLn2gR7SyE

Assunto: Fluidos com comportamento viscoelástico.

Representação de três efeitos viscoelásticos em um fluido (efeito Barus, efeito Weissenberg e efeito Kaye)

https://www.youtube.com/watch?v=nX6GxoiCneY

Assunto: Reologia

Este vídeo do MIT, em Inglês, trata sobre o comportamento reológico dos Fluidos. (Este canal aborda diversos outros temas da disciplina)

https://www.youtube.com/watch?v=Ol6bBB3zuGc&list=PL0EC6527BE871ABA3&index=3&feature=plpp_video&noredirect=1

Parte C – Exercícios

Exercício 1.1

O ensaio à temperatura constante de 20°C dos corpos materiais A, B e C apresentou os resultados numéricos abaixo. Classificar os corpos e, se possível, determinar os coeficientes de viscosidade dinâmica. Sugestão: Fazer os diagramas $\tau = \tau(dv/dy)$.

Ensaio	Corpo	Tensão (N/m^2)	Taxa de Deslizamento $\boldsymbol{(dv/dy)}$
1	A	0	0
2	A	8	80
3	A	20	200
4	A	40	400
5	A	68	680
1	B	0	0
2	B	10	130
3	B	15	250
4	B	21	380
5	B	32	700
6	B	42	1080
1	C	18,5	0
2	C	27,5	150
3	C	36,8	300
4	C	46,0	400
5	C	54,8	550
6	C	22,0	50
7	C	12,5	0

Resp: Corpo A – Fluido newtoniano; Corpo B – Fluido não newtoniano; Corpo C – Plástico ideal ou de Bingham.

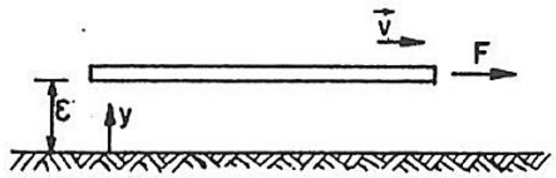
$$\mu_A = 0{,}1 * N.m^{-2}.s$$

$$\mu_C = 6 * 10^{-2}\ N.m^{-2}.s$$

Exercício 1.2

Um fluido foi colocado entre as duas placas do dispositivo abaixo. Aplicando-se uma força $\vec{F}$ à placa móvel, a mesma adquire uma velocidade $\vec{v}$ constante, sendo obtidas as seguintes velocidades para vários valores de $\vec{F}$:

$\vec{F}\ (N)$	$\vec{v}\ (m/s)$
0	0
$1 * 10^{-2}$	$2{,}5$
$2 * 10^{-2}$	$4{,}3$
$3 * 10^{-2}$	$5{,}8$
$4 * 10^{-2}$	$7{,}0$
$5 * 10^{-2}$	$8{,}2$

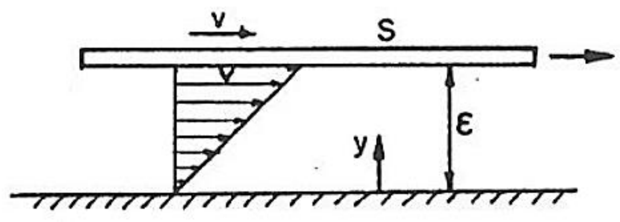


$\varepsilon = 0{,}001\ m$

$S = 0{,}15 * 0{,}10\ m^2$

1. Mostrar que o fluido é não newtoniano;
2. Construir o gráfico $\tau = f(dv/dy)$;
3. Determinar o valor μ_0 de μ quando $dv/dy = 0$.

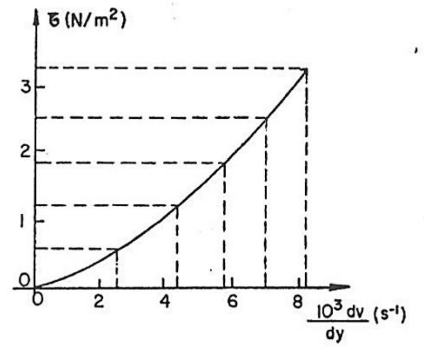
Solução: O diagrama que se estabelece no fluido colocado entre as duas placas, por ser $\varepsilon = 0{,}001$m relativamente pequeno, pode ser considerado linear (movimento laminar).



Daí: $\frac{dv}{dy} = \frac{v}{\varepsilon} = 1000 * v$.

Também, $\tau = \frac{F}{S} = \frac{F}{0{,}15*0{,}10} = 66{,}7 * F$.

1) Como S e ε são constantes, a não proporcionalidade entre F e v se fará sentir também entre $\boldsymbol{\tau}$ e dv/dy e o fluido é não-newtoniano.
2) Gráfico $\tau = \tau(dv/dy)$:



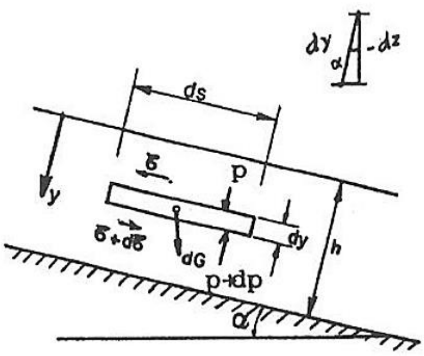
$\tau\ (N/m^2)$	$dv/dy\ (s^{-1})$
0,67	2500
1,34	4300
2,00	5800
2,68	7000
3,33	8200

O gráfico confirma ser o fluido não-newtoniano.

3) O valor aproximado de μ_0, para $\frac{dv}{dy} = 0 \Rightarrow \mu_0 = \frac{0{,}67}{2500} = 2{,}68 * 10^{-4}\ N.m^{-2}.s$

Exercício 1.3

Determinar a expressão analítica do diagrama de velocidades de um fluido de viscosidade dinâmica μ, peso específico γ, que escoa num canal de largura infinita inclinado de α em relação à horizontal. A profundidade do fluido no canal é constante e igual a h. O eixo y é orientado da superfície livre para o fundo e é perpendicular a este.



Solução: Admitamos que o movimento seja permanente e que o diagrama de velocidades se repita nas sucessivas secções do canal (em capítulo posterior este ponto será mais bem precisado). Consideremos o elemento fluido figurado de área $dS = bds$, com b constante. Nas condições acima, as forças tangenciais na direção do movimento se equilibram. Então:

$(\tau + d\tau - \tau)dS + dG * sen\ \alpha = 0$, com $dG = \gamma\ dS\ dy$.

Daí: $d\tau = -\gamma\ dy\ sen\ \alpha$

e, integrando:

$\tau = -\gamma\ y\ sen\ \alpha + C_1$

Usando a lei de Newton,

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = -\gamma\, y\, sen\, \alpha + C_1$$

Integrando:

$$v = \frac{\gamma y^2}{2\mu} sen\, \alpha + \frac{C_1 y}{\mu} + C_2$$

Condições de contorno:

1- Para $y = h \Rightarrow v = 0$ – Princípio da aderência completa.
2- Para $y = 0 \Rightarrow \tau = 0$ – A tensão de cisalhamento entre ar e água é desprezível.

Então:

$C_1 = 0;$

$C_2 = \frac{\gamma h^2}{2\mu} sen\, \alpha;$

$$v = \frac{\gamma sen\alpha}{2\mu}(h^2 - y^2).$$

Ou: $v = v_{max}\left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)$,

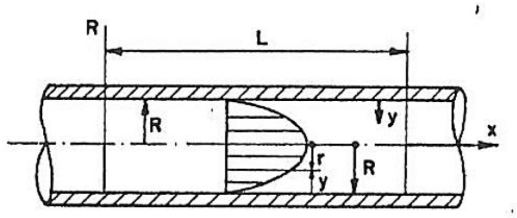
onde $v_{max} = \frac{\gamma h^2 sen\alpha}{2\mu}$.

Nota: Verificar que a lei de Steven é válida segundo Oy.

Exercício 1.4

Sabe-se que o perfil de velocidades em tubo de seção circular de um líquido em regime laminar é dado por:

$$\frac{v_x}{V} = 2\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right),$$



Com V=velocidade média na seção.

a) Determinar a força viscosa com que o fluido age sobre o tubo, no trecho L.
b) Se $\nu = 1{,}4$ centistokes, $L = 20\, m$, $V = \frac{10^{-2} m}{s}$, calcular F em Newtons para escoamento de água ($\gamma = 10^{-4}\, \frac{N}{m^3}$).

c) Se for definido f (coeficiente de atrito) como sendo:

$$f = \frac{4\tau}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$

Provar que: f=64/Re onde $Re = \frac{VD}{\nu}$ = Nº de Reynolds

d) Qual a tensão de cisalhamento para r = R/4, para os dados do Item b) e R=0,05m?

Solução:

A forma do perfil de velocidades será analisada com mais detalhes em capítulo posterior, quando tratarmos do movimento laminar em condutos cilíndricos circulares, ou no Ex. 1.16.

Segundo a lei de Newton da viscosidade:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

onde y é a contado a partir da parede do tubo. Daí:

$$y + r = R$$

com r = raio de um ponto P interno ao tubo,

$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = \mu \frac{dv}{dr}$ (pois $dr + dy = 0$).

Então: $\tau = \mu \frac{4rV}{R^2}$,

junto ao tubo $y = 0$ e $r = R$ e, portanto,

$\tau_0 = \frac{4\mu V}{R}$ =constante.

a) A força viscosa com que o fluido age sobre o tubo será

$$F = \tau_0 * S_L = \tau_0\ 2\pi R.L = 8\pi\mu\, VL \qquad (1)$$

b) Basta substituirmos em (1) os valores das várias grandezas:

$$\mu = \nu\rho = \frac{\nu\gamma}{g} = \frac{1{,}4 * 10^{-2} * 10^{-4} * 10^{4}}{10} = 1{,}4 * 10^{-3}\ Nm^{-2}s$$

$$L = 20\ m \qquad V = 10^{-2}\ m/s$$

$$F = 8.\pi.1{,}4 * 10^{-3} * 10^{-2} * 20 = 0{,}007\ N$$

c) Sendo $f = \frac{4\tau}{\frac{1}{2}\rho V^2}$,

$$f = \frac{4\ \frac{4\mu V}{R}}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{32\ \mu/\rho}{V.R} = \frac{64\ \nu}{V.D} = \frac{64}{Re}$$

onde $Re = \frac{VD}{\nu}$ = Nº de Reynolds.

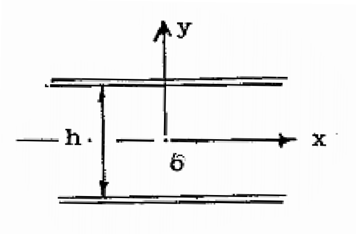
d)

$$\tau = 4\ \mu\ \frac{R}{4\ R^2}\ V = \mu\ \frac{V}{R} = \frac{1{,}4 * 10^{-3} * 10^{-2}}{5 * 10^{-2}} = 28 * 10^{-5}\ N/m^2$$

Exercício 1.5

No escoamento laminar de um fluido entre 2 placas planas e paralelas a distribuição de velocidades é dada por:

$$v = v_{max}\left[1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2\right]$$

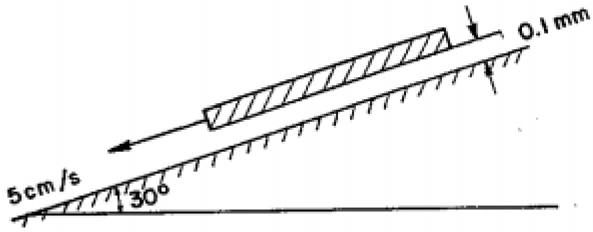


Onde a origem dos y está a meio caminho das placas, h é a distância que separa as placas e v_{max} = velocidade máxima. Sabendo que: $v_{max} = 0{,}50\ m/s$, $h = 1\ mm$, $\mu = 10^{-3}\ Nm^{-2}s$ (água a 20°C), calcular a tensão de cisalhamento na placa superior.

Resp.: $\tau = -2\ Nm^{-2}$.

Exercício 1.6

Uma placa de vidro quadrada de $0{,}6\ m$ de lado desliza sobre um plano inclinado também de vidro. Sabendo-se que a placa pesa $30\ N$ e que adquire uma velocidade constante de $5\ cm/s$, quando o plano tem inclinação de 30° em relação à horizontal, determinar a viscosidade dinâmica da película lubrificante de $0{,}1\ mm$, que está entre as 2 placas.

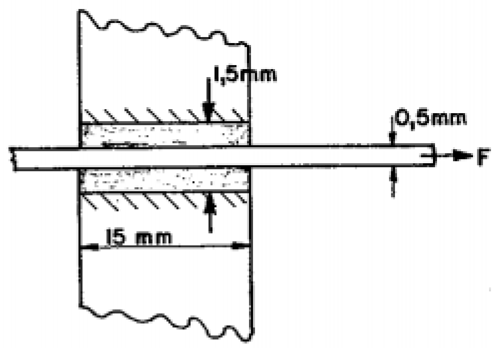


Resposta: $0{,}0833\ Nm^{-2}$

Sugestão: Admitir linear o diagrama de velocidades na película fluida.

Exercício 1.7

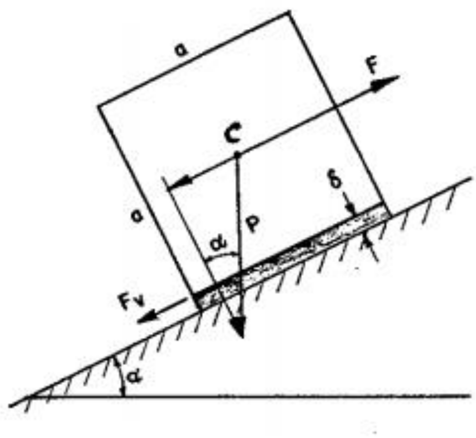
Uma fita de aço de $0{,}5\ mm$ de espessura e $20\ mm$ de largura é tracionada por uma força F, através de uma fenda de abertura $1{,}5\ mm$ e comprimento de $15\ mm$. Considerando que a fita está centrada na fenda, que óleo lubrificante de viscosidade $\mu = 0{,}4\ Nm^{-2}s$ preenche os espaços da fenda não ocupados pela fita e que a máxima velocidade da fita é de $10\ m/s$, calcular a máxima força F.



Resp.: $F_{max} = 4{,}8\ N$

Exercício 1.8

Um bloco cúbico de $0{,}25\ m$ de lado, de peso $1200\ N$, é puxado para cima num plano inclinado lubrificado com óleo de viscosidade cinemática $4 \times 10^{-2}\ m^2/s$. Se a velocidade do bloco é de $2\ m/s$, o plano é inclinado a $\alpha = 30°$em relação à horizontal e a força necessária para puxar o bloco é de $645\ N$, calcular a espessura δ do filme de lubrificante entre o bloco e o plano inclinado.



Dados adicionais: $g = 10\,m/s^2, \gamma_{óleo} = 9000\,N/m^3$

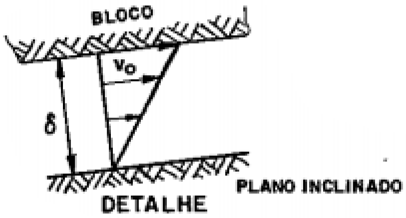
Solução:

Ao puxar o bloco para cima, paralelamente ao plano inclinado e com velocidade constante, a força F deve equilibrar a componente do peso, $Psen\alpha$, e a força viscosa F_v que aparece no filme de lubrificação entre o bloco e o plano inclinado, isto é:

$$F = P \cdot sen\alpha + F_v \ (1)$$

Admitindo-se linear o diagrama constante de velocidades no fluido lubrificante, obtemos:

$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy} = \mu \cdot \frac{V_o}{\delta}$



Mas:

$$F_v = \tau \cdot S = \mu \cdot \frac{V_o}{\delta} \cdot a^2 \ (2)$$

Onde: $\mu = \rho \cdot \nu = \frac{\gamma}{g} \cdot \nu = \frac{9000}{10} \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 0{,}36\,Nm^{-2}s$.

De (1),

$$F_v = 645 - 1200 \cdot sen(30°) = 45\,N$$

De (2),

$$\delta = \mu \cdot \frac{V_o}{F_v} \cdot a^2 = \frac{0{,}36 \cdot 2 \cdot 0{,}25^2}{45} = 0{,}001\,m = 1\,mm$$

A tensão de cisalhamento entre as camadas fluidas que estão se movimentando é de:

$$\tau = \frac{F_v}{S} = \frac{45}{0{,}25 \cdot 0{,}25} = 720\,N/m^2$$

E a pressão a que estão submetidas é de:

$$p = \frac{P \cdot cos\alpha}{S} = \frac{1200 \cdot 0{,}866}{0{,}25 \cdot 0{,}25} = 16627{,}2\,N/m^2$$

<u>Exercício 1.9</u>

Uma placa fina e larga, colocada no meio de uma fenda de altura h preenchida com óleo de viscosidade μ_0, é puxada com velocidade v_0. Trocando esse óleo por outro de viscosidade μ_1, menor, verifica-se que, para a mesma velocidade v_0, a força de arrasto será idêntica à anterior somente se a placa for colocada assimetricamente na fenda, mantendo-se ainda paralela às paredes. Relacionar μ_1 e μ_0 com a distância a entre a placa e a parede mais próxima da fenda e a altura h da fenda.

Considerar desprezível a espessura da placa fina.

<u>Resp.:</u>

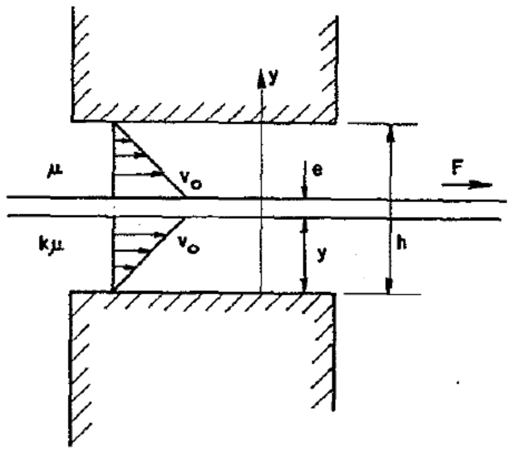
$$\mu_1 = 4 \cdot \mu_0 \cdot \frac{a \cdot (h-a)}{h^2}$$

<u>Exercício 1.10</u>

Uma placa fina e larga é puxada através de uma fenda muito estreita de altura h, a uma velocidade constante v_0. De um lado da placa existe óleo de viscosidade μ e do outro lado óleo de viscosidade $k\mu$. Determinar a posição da placa em relação às paredes da fenda para que a força de arrasto seja mínima.

<u>Solução:</u>

A força de arrasto F total provém da soma das forças de arrasto na face superior e inferior da placa, conforme figura.



$F = F_1 + F_2$ com $F_1 = \tau_1 \cdot S$, $F_2 = \tau_2 \cdot S$ e

$$\tau_1 = k \cdot \mu \cdot \frac{v_0}{y}$$

$$\tau_2 = \mu \cdot \frac{v_0}{(h-e)-y},$$

Então:

$$\left(\frac{k}{y} + \frac{1}{(h-e)-y}\right) \cdot \mu \cdot v_0 \cdot S = F$$

Para se determinar o valor de y que minimiza F, fazemos:

$$\frac{dF}{dy} = \mu \cdot v_0 \cdot S \cdot \left(\frac{-k}{y_M^2} + \frac{1}{[(h-e)-y_M]^2}\right) = 0$$

Donde:

$$y_M = \frac{k \cdot (h-e)}{k + \sqrt{k}}$$

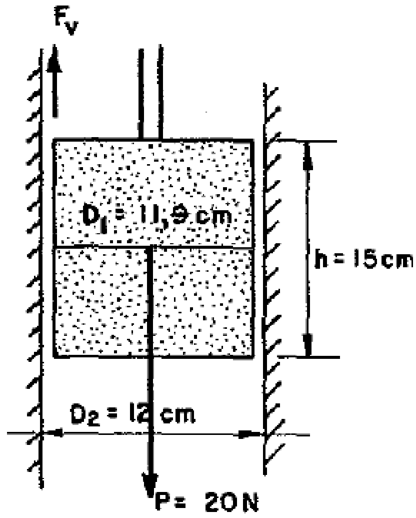
Exercício 1.11

Um pistão, com 11,9 cm de diâmetro e 15 cm de altura, move-se internamente a um cilindro de 12 cm de diâmetro interno. O óleo lubrificante colocado entre o pistão e o cilindro tem viscosidade 0,65 poise (0,065 Pa.s).

Qual será a velocidade final com que descerá o pistão, quando o cilindro é colocado na vertical, se o pistão pesasse 20 N?

Solução:

O pistão de P = 20 N, ao descer sob a ação da gravidade, provocará o aparecimento do atrito viscoso na camada fluida que o separa da camisa cilíndrica externa.



O diagrama de velocidade que aparece no fluido é linear (triangular).

No equilíbrio o peso do cilindro igualará a força viscosa

$$\mathrm{P} = \mathrm{F_V}$$

Mas

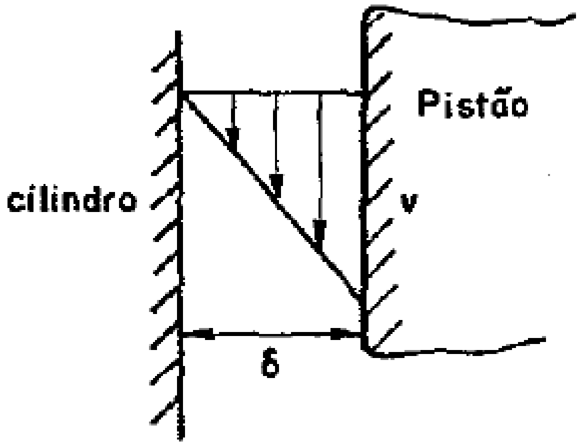
$$\mathrm{F_V} = \tau \mathrm{S_L},$$

uma vez que em toda a área lateral $S_L = \pi D_1 h$ do pistão a tensão τ de cisalhamento é constante e igual a

$$\tau = \mu \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dy}} = \mu \frac{\mathrm{v}}{\delta}$$

Dai

$$P = \mu \frac{v}{\delta} \pi D_1 h$$



DETALHE

$$v = \frac{P\delta}{\pi\mu h D_1}, \text{com } \delta = \frac{D_2 - D_1}{2} = 0{,}05 \text{ cm},$$

$$\mu = 0{,}65 \text{ poise} = 0{,}065 \text{ Nm}^{-2}\text{s},$$

$$v = \frac{20 \times 0{,}0005}{\pi 0{,}065 \times 0{,}15 \times 0{,}119} = 2{,}74 \text{ m/s}$$

Exercício 1.12

Uma barra de 3 cm de diâmetro e 50 cm de comprimento untada com óleo lubrificante de viscosidade cinemática 5 x 10-4 m (óleo SAE-30 à temperatura ambiente de 20 °C) é introduzida num tubo horizontal de diâmetro interno de 3,1 cm e empurrada com velocidade constante de 1 m/s. Determinar a força que deve ser exercida

Dados:

$$\gamma_{\text{óleo}} = 9000 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}, g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$$

Resposta:

$$F = 43{,}3 \text{ N}$$

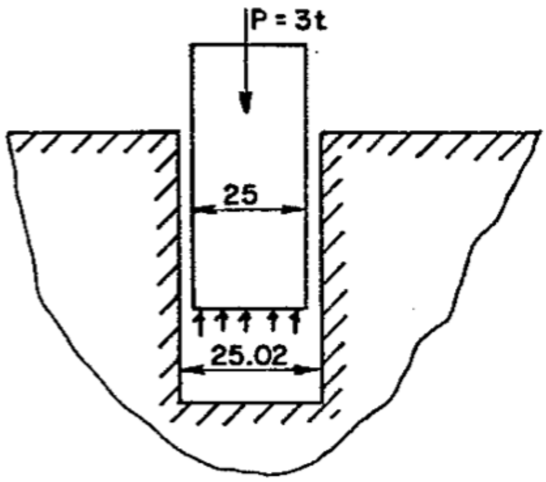
Exercício 1.13

Um elevador hidráulico, do tipo utilizado para lubrificação de automóveis, consiste em um pistão de 25 cm de diâmetro e 4 m de curso coaxial a um cilindro de 25,02 cm de diâmetro. O espaço anular, entre o pistão e o cilindro, é preenchido com óleo de $\upsilon = 4 \times 10^{-4}$ m²/s e $\gamma = 8500$ N/m³. Se o pistão sobe com uma velocidade de 18 m/min, constante, e o peso total do veículo e pistão é de 3 toneladas, determinar:

a) a lei de variação da resistência viscosa com o tempo, que ocorre no movimento ascendente do eixo;

b) a lei de variação da pressão de acionamento do pistão em função do tempo, suposta uniformemente distribuída em sua face inferior;

c) a resistência viscosa e a pressão quando o pistão sobe 1 m.



Respostas:

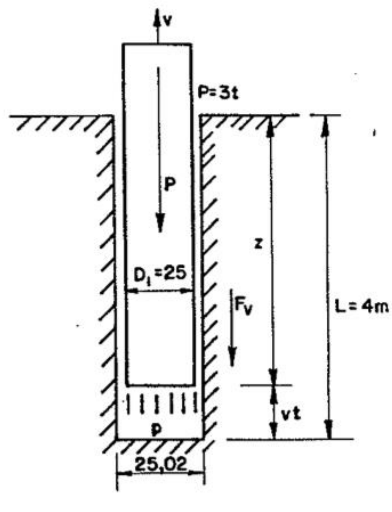
a) F_V=801(4-0,3t) N.

b) p=(676425-4895t) N/m².

c) F_V=2403 N e p=660,1 KPa.

Sugestão: A película de óleo se apresenta na superfície lateral do cilindro (ou do pistão), a qual se reduz com o tempo. Considerar linear o diagrama de velocidades do fluido na película de lubrificante e g=10 m/s².

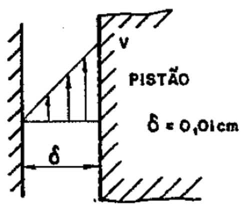
Solução:



Supondo-se o pistão em movimento ascendente de velocidade v = 18m/min = 0,3m/s, o equilíbrio de forcas no mesmo fornecerá:

$$P + F_V - PS = 0$$

onde PS = forca devida à pressão p, atuando na área $S = \pi D_1^2/4$ do pistão.



a) Cálculo de F_V:

$$F_V = \tau S_L ,$$

Conforme Ex. 1.11,

$$\tau = \mu\frac{dv}{dy} = \mu\frac{v}{\delta}, \quad S_L = \pi D_1 z, \quad \mu = \frac{vy}{g}$$

Sendo uniforme o movimento do cilindro,

$$z = L - vT = 4 - 0{,}3t$$

$$F_V = \frac{\pi u\gamma v D_1(-0{,}3t)}{\delta g} = \pi.4.10^{-4}.8500.0{,}3.0{,}25.\frac{4-0{,}3t}{10^{-3}}$$

$F_V = 801(4 – 0{,}3t)$ N.

b) Cálculo da pressão:
De (1), temos:

$$p = \frac{P + F_V}{S} = 30000 + 801\frac{4-0{,}3t}{\pi.\frac{0{,}25^2}{4}}$$

$$p = 676425 - 4895t \ N/m^2$$

c) F_V e p para o movimento ascendente de 1 m

$F_V = 801(4 – 0{,}3t)$; t = 1/0,3 = 3,3 s;

$F_V = 2403$ N; p = 660,1 KPa.

Exercício 1.14

No problema 1.13 calcular a potência dissipada por atrito no óleo lubrificante. Sendo z = 1 m o limite de ascensão do elevador hidráulico, calcular a energia dissipada por atrito no óleo e a energia total fornecida.

Solução:

A potência dissipada por atrito no óleo lubrificante é dada por

$W_a = - F_V.v$, pois v e F_V tem a mesma direção e sentidos opostos.

Daí, conforme Ex. 1.13,

$$W_a = 801(4 - 0{,}3t)0{,}3 = 240{,}3(4 - 0{,}3t)\ W$$

A energia dissipada entre z_o = 4 m e z = 1 m, isto é, após Δz/v = (4 - 1)/ 0,3 = 10 s, vale

$$E_a = \int dE_a = \int W_a dt = \int_0^{10} 240{,}3.(4 - 0{,}3t)dt$$

$$E_a = 240{,}4.\left(4.10 - 0{,}3\frac{10^2}{2}\right) = 6008\ J$$

A energia total E_T é fornecida pela força de pressão F_p = pS:

$$E_T = \int F_P dP = \int pSdz = \int pSvdt$$

$$E_T = \int_0^{10} (676425 - 4895t)\pi.0{,}25^2.\frac{0{,}3}{4}dt = 96008\ J$$

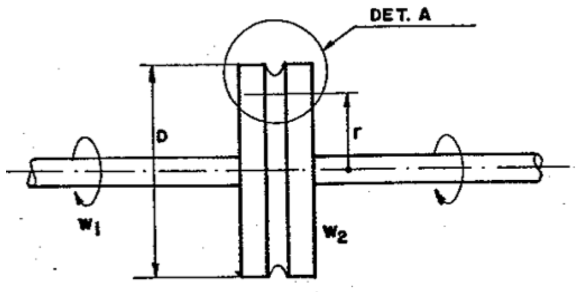
Este resultado poderia ser obtido, também adicionando-se à E_a a energia necessária para elevar de 4 -1 = 3 m o peso de 30000 N relativo ao pistão + veículo, a saber:

$$E_T = E_V + E_P = 6008 + 30000 \times 3 = 96008\ J.$$

Exercício 1.15

Dois discos são justapostos coaxialmente, face a face, separados por um filme de óleo lubrificante de espessura ε pequena. Aplicando-se um conjugado ao disco 1, este inicia um movimento em torno de seu eixo e através do fluido viscoso estabelece-se o regime e as velocidades angulares w_1 e w_2, que ficam constantes. No regime, determinar a função:

$$w_1 - w_2 = f(C, \varepsilon, D, \mu),$$



onde

C = conjugado;

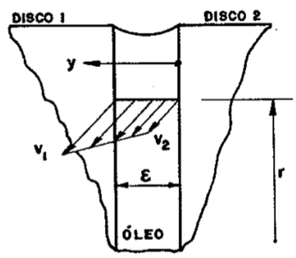
ε = espessura do filme de óleo;

D = diâmetro dos discos;

μ = viscosidade absoluta do óleo.

Solução:

O conjugado a ser transmitido pelo eixo 1 ao disco 2 é C= constante, o que corresponde a uma potência constante w = Cw_1 . A rotação que se obtém no disco 2 será $w_2 < w_1$, aparecendo um diagrama linear de velocidades na película fluida.



O conjugado C transmitido através das forças viscosas terá a expressão

$$\mathrm{C} = \int_S \mathrm{rdF} = \int_S \tau\mathrm{rdS}, \qquad \text{pois } \mathrm{dF} = \tau\mathrm{dS}$$

onde τ, tensão de cisalhamento é

$$\tau = \mu\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dy}} = \mu\frac{\Delta \mathrm{v}}{\Delta \mathrm{y}} \;\; \text{(v função linear de y)}$$

$$\tau = \mu\frac{\mathrm{v}_1 - \mathrm{v}_2}{\epsilon} = \mu\frac{(\mathrm{w}_1 - \mathrm{w}_2)\mathrm{r}}{\epsilon}$$

Daí, com dS = 2πrdr, por a função a ser integrada τ.r, ser somente função de r:

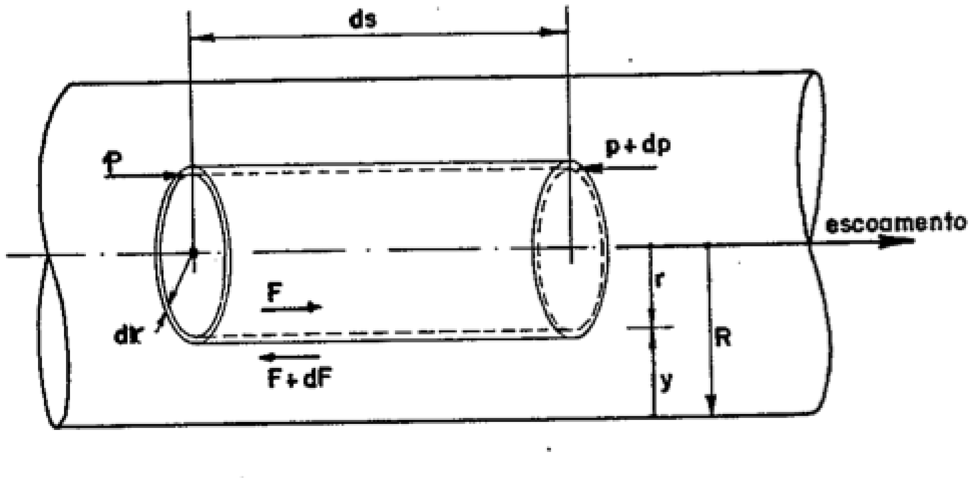
$$C = \frac{2\pi\mu(w_1 - w_2)}{\epsilon}\int_0^R r^3 dr = \frac{\pi\mu D^4}{32\epsilon}(w_1 - w_2)$$

Assim,

$$w_1 - w_2 = \frac{32C\epsilon}{\mu\pi D^4}$$

Exercício 1.16

Determinar o diagrama de velocidades para o escoamento de um fluido de peso específico γ e coeficiente de viscosidade dinâmica μ num conduto cilíndrico reto de raio interno R, para um escoamento laminar em regime permanente.



Solução:

Consideremos a coroa cilíndrica elementar da figura.

Sejam p e p +dp as pressões nas bases da coroa elementar, conforme a figura.

Pelo principio da aderência completa as velocidades serão nulas nas paredes do conduto cilíndrico, crescendo para o eixo, onde devido à simetria serão máximas. Do equilíbrio de forças atuando na coroa elementar, obtém-se:

$$(p + dp)dS – pdS – F + F + dF = 0$$

$$dp \times dS = - dF$$

$$F = - \int_0^r dp\ 2\pi r dr \text{ , pois } dS = 2\pi r dr.$$

Sendo:

$$F = \tau S_L = \mu\ dv/dy \times S_L = 2\pi r ds\ \mu\ dv/dy,$$

Então

$$2\pi r\ \mu\ dv/dy\ ds = -\ dp\ 2\pi\ r^2/2 + C_1, \qquad (A)$$

uma vez que dp é o mesmo para qualquer r. Da relação r + y = R, obtemos:

$$dy = -\ dr,$$

donde

$$ds\ dv = (dp/\mu\ \ r/2\ dr) - (C_1\ /2\pi\mu\ \ dr/r)$$

Integrando (ds e dp se mantém constantes para qualquer r)

$$ds\ v = dp\ r^2/4\mu\ -\ C_1/2\pi\mu\ \ln r + C_2 \qquad (B)$$

Condições de contorno:

a) $r = 0$, $v = v_{máx}$ ou $dv/dy = 0$;
b) $r = R$, $v = 0$.

Em (A), aplicando-se a condição a), obtém-se $C_1 = 0$

Em (B), aplicando-se a condição b), obtém-se $C_2 = -\ dpR^2/4\mu$

Donde

$$v = -\ (R^2 - r^2)/4\mu\ \ dp/ds = -\ R^2/4\mu\ \ dp/ds\ (1 - r^2/R^2),$$

com $v_{máx} = -\ R^2/4\mu\ \ dp/ds$,

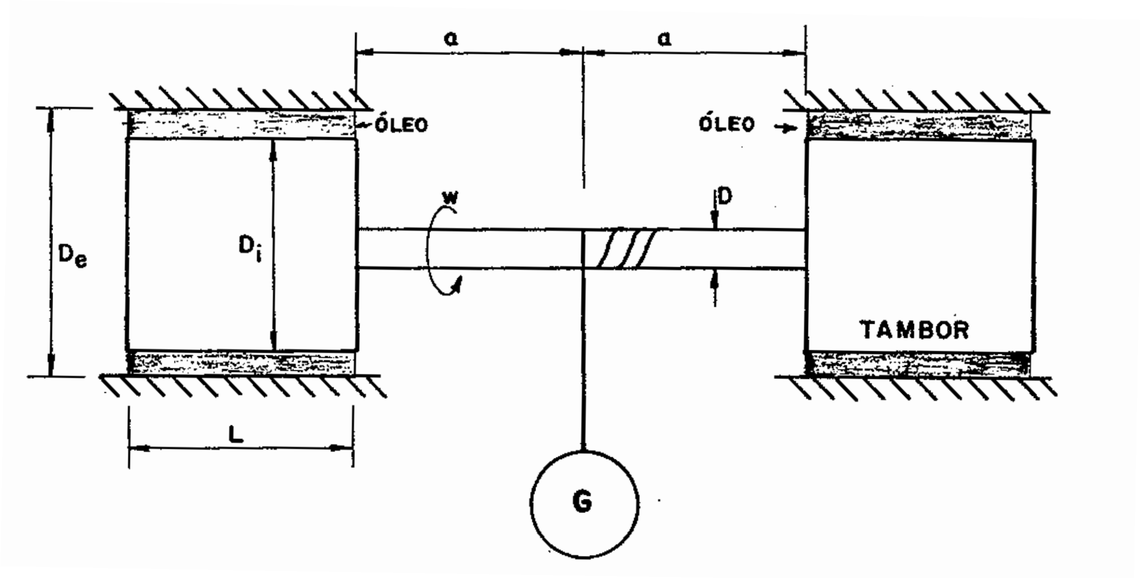
onde $v_{máx} > 0$ pois $dp/ds < 0$, como será tratado detalhadamente em capitulo posterior.

Exercício 1.17

O peso G da figura, ao descer, faz girar o eixo fixado a tambores, que estão apoiados em dois mancais cilíndricos de dimensões conhecidas, com velocidade angular conhecida ω. Determinar o valor do peso G, desprezando a rigidez e o atrito na corda e supondo que o diagrama de velocidades no lubrificante seja linear.

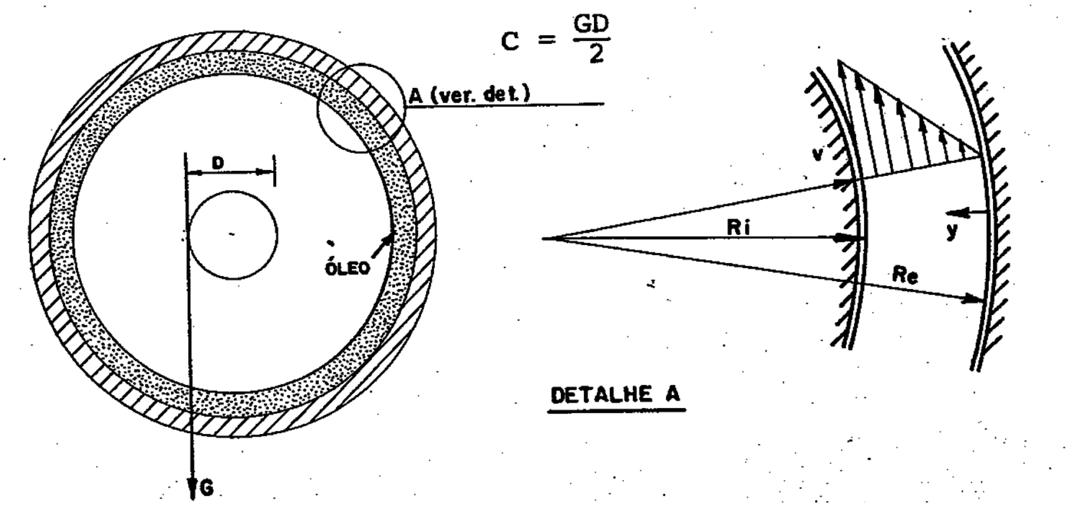
Dados: $\mu = 8 \times 10^{-2}$ N/m², $D_i = 0{,}100$ m,
$D = 0{,}02$ m, $L_i = 0{,}1$ m,
$D_e = 0{,}101$ m, $\omega = 20/\pi$ rd/s

Os dois tambores e mancais são iguais.



Solução:

O peso G aplica aos 2 mancais um momento (conjugado) C, que supomos igualmente distribuído em cada mancal:



Exercício 1.18

Um eixo de 30 mm de diâmetro gira em um mancal de 30,1 mm de diâmetro interno e 60 mm de comprimento com a frequência de 5.000 rpm. A essa frequência pode-se supor que a excentricidade seja nula. O lubrificante utilizado é o óleo SAE-30 a 60°C ($\mu = 4 \times 10^{-2}$ $Nm^{-2}s$). Qual é a potência absorvida pelo mecanismo?

Lembrar que W = C . ω,

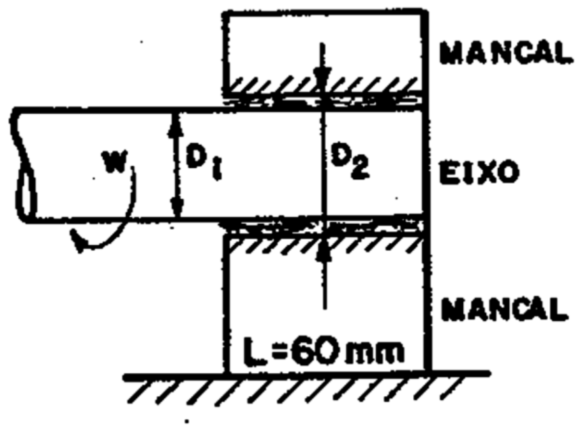
Onde,

ω = velocidade angular = 2πf,

C = conjugado (momento ou torque)

e 1cv = 736W = 75 kg.m/s.

Resposta: W = 0,38 cv.

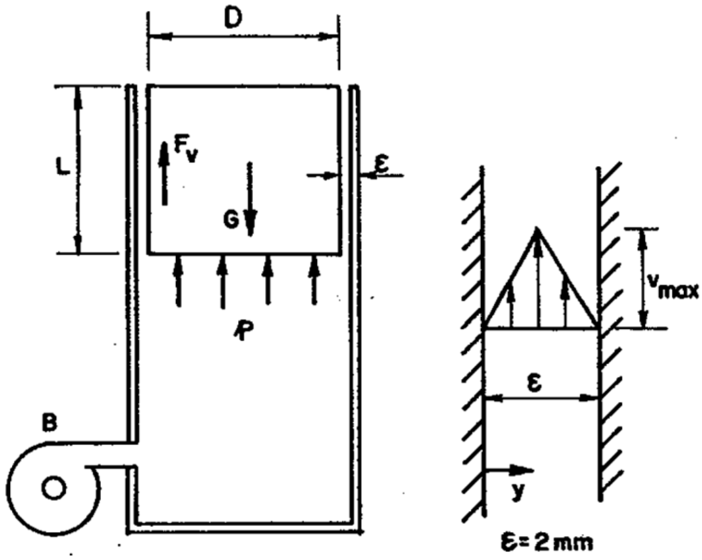


Exercício 1.19

No sistema da figura, o óleo fornecido pela bomba mantém o pistão parado. O óleo escoa através da folga entre o pistão e o cilindro, com uma distribuição de velocidades linear, tendo a máxima velocidade na linha do centro da seção de escoamento. Calcular a vazão do óleo que deve ser fornecida pela bomba, adotando-se a área da cora circular igual a πDε.

Dados:

Pressão na base do pistão = 0,5 kgf/cm^2 (ef),
L = 2,0 m,
D = 20 cm,
Peso do pistão = 52π kgf,
$\mu = 5\text{x}10^{-3}$ kgf m^{-2} s,
ε = 2 mm e g = 10 m/s^2.



Solução:

Para que o pistão se mantenha em repouso devemos considerar nele o equilíbrio:
ρS + Fv = G,

Onde
$S = \frac{\pi\, D^2}{4} = \frac{0{,}2^2}{4}\ \text{x}\ \pi = 10^{-2}\pi\ \text{m}^2$,
P = 0,5 kgf/cm^2 = 50000 N/m^2,
G = 52 π kgf = 520 πN (pois g = 10 m/s^2),

Daí,,
Fv = 520 π – 500 π = 20 π N,
Fv = τ SL = π D τ L ; $\mu = 5\text{x}10^{-3}$ kgf m^{-2} s = $5\text{x}10^{-2}$ Nm^{-2}s,
$$\text{Fv} = \mu\frac{\text{dv}}{\text{dy}} = \mu\frac{\text{Vmax}}{\varepsilon/2} = \frac{5\ \text{x}\ 10^{-2}\ \text{Vmax}}{10^{-3}} = 50\ \text{Vmax N m}^{-2}$$
Fv = 50 Vmax π x 0,2 x 2 = 20 π Vmax.

Então,
20 π = 20 π Vmax e Vmax = 1 m/s.

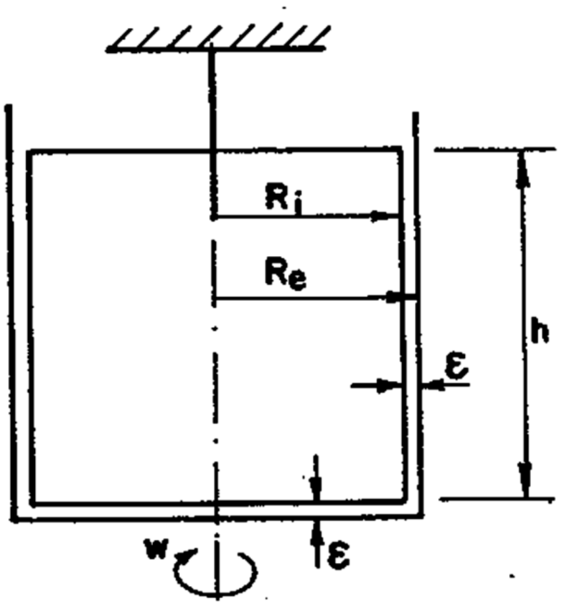
A vazão, conforme se verá em capítulos posteriores, é definida na seção Sf (seção da folga) por:

$$Q = \int_{Sf} \underset{v}{\rightarrow}\ x\ \underset{n}{\rightarrow}\ dSf = V\ Sf = V\pi\ D\ \varepsilon$$

Onde V = velocidade média = $\frac{\text{Vmax}}{2}$ = 0,5 m/s e πDε = Sf.
Daí,
Q = 0,2 π x 10^{-3} m^3/s = 0,2 π l/s

<u>Exercício 1.20</u>

Determinar a expressão da viscosidade absoluta de um fluido quando se opera com um viscosímetro de cilindros co-axiais. Admitir ω = cte. Sugestão: Considerar linear o perfil de velocidades no fluido e as folgas, no fundo e nas paredes laterais, iguais.



Resposta:

$$\mu = \frac{2C(Re - Ri)}{\pi\omega\ (Ri^4 + 4hRe^3}$$

<u>Nota</u>: Na solução deste problema considerar que o conjugado C seja transmitido através da área lateral (parcela CL) e através do fundo (parcela Cf) de maneira que:

C = CL + Cf .

Usar os resultados dos exercícios anteriores 1.15 e 1.17.

- Exercício 1.15 com w2 = 0, nos dá,

$$Cf = \frac{\omega\mu\pi D_i^4}{32\varepsilon} = \frac{\omega\mu\pi R_i^4}{2(R_e - R_i)}$$

- Exercício 1.17,

$$C_L = \frac{2\pi\mu\omega\ h\ R_e^3}{R_e - R_i}$$

(pois neste caso C = FvRi).

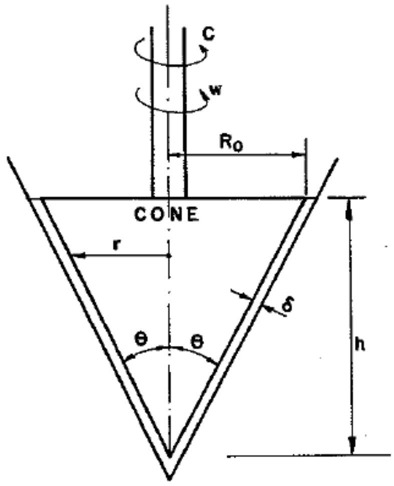
Donde

$$\mu = \frac{2C(Re - Ri)}{\pi\omega\ (Ri^4 + 4hRe^3}$$

Exercício 1.21

O dispositivo da figura gira com velocidade angular *w*, sob a ação do conjugado C = cte. A folga δ, constante, é preenchida por óleo lubrificante de viscosidade μ.

Considerando δ pequeno e o diagrama de velocidades no óleo linear, relacionar C com as demais grandezas.

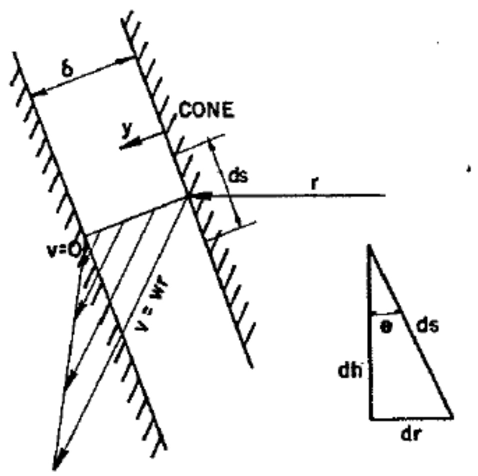


Solução:

O conjugado C é equilibrado pelo momento resistente que aparece no fluido, uma vez que *w* = cte.

Então,

$$C = \int dF\ .r$$



onde

$$dF = \tau\, dS = \tau\, 2\pi r ds$$

$$ds = \frac{dr}{sen\,\theta}, \qquad \tau = \frac{\mu dv}{dy} = \frac{\mu wr}{\delta}$$

Logo,

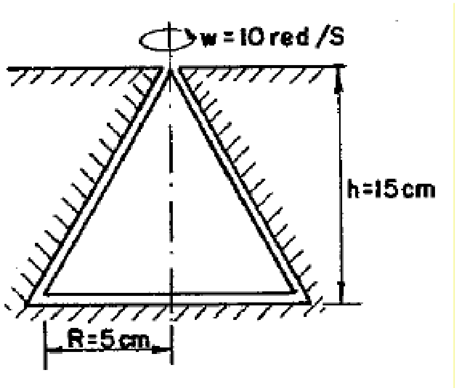
$$C = \frac{2\pi\mu w}{\delta sen\theta}\int_0^{R_0} r^3\, dr = \frac{\pi\mu w {R_0}^4}{2\delta sen\theta}$$

Exercício 1.22

Um corpo cônico gira com velocidade de 10 rad/s. Um filme de óleo tendo uma viscosidade de μ = 0,6 poise separa o cone do recipiente. A espessura do filme é de 0,1 mm. Qual é o momento necessário para manter o movimento se o cone possui um raio de 5 cm na base e tem 15 cm de altura?

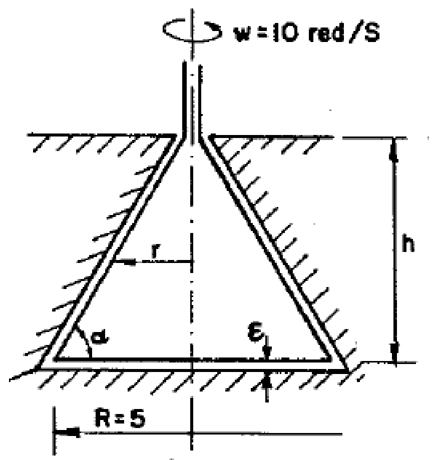
Nota: Atenção: a superfície lateral do cone é função de r. A área dS para o cálculo de C_L deve ser tomada sobre a superfície lateral do cone.

Resp: C = 0,2452 N.m



Solução:

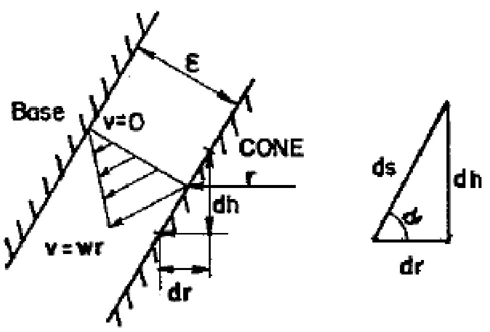
O momento C necessário para manter o movimento será o que equilibra a soma dos momentos das forças viscosas que atuam na superfície lateral do cone e na sua base, isto é:



$C = C_L + C_b$

Do exercício 1.15 (com w_1 = w e w_2 = 0)

$$C_b = \frac{\pi \mu w R^4}{2\varepsilon}$$



$C_L = \int_{S_L} dF \,.\, r \qquad C_L = \int_{S_L} \tau \,.\, r \, dS = \int \mu \, \frac{V}{\varepsilon} \,.\, r \,.\, 2\pi r ds$ com $ds = \frac{dr}{cos\alpha}$ e V = wr

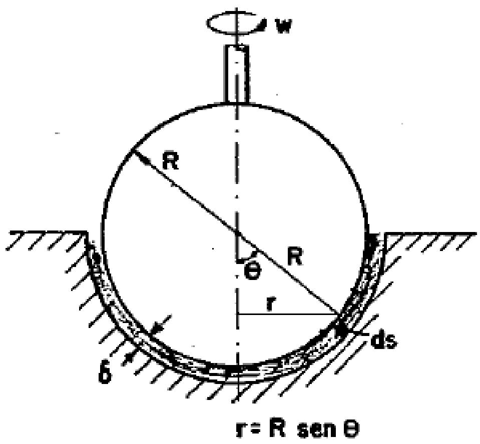
$$C_l = \frac{2\pi\mu w R^4}{\varepsilon cos\alpha} \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi\mu w R^4}{2\varepsilon cos\alpha}$$

$$cos\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$C = \frac{\pi\mu w R^4}{2\varepsilon cos\alpha} + \frac{\pi\mu w R^4}{2\varepsilon} = 0{,}2452 \text{ N.m}$$

Exercício 1.23

A figura mostra um mancal esférico. Supondo δ = cte e suficientemente pequeno, de modo que se possa admitir linear o diagrama de velocidades, determinar, para a velocidade angular w = cte e óleo de viscosidade dinâmica μ, o momento das forças externas.



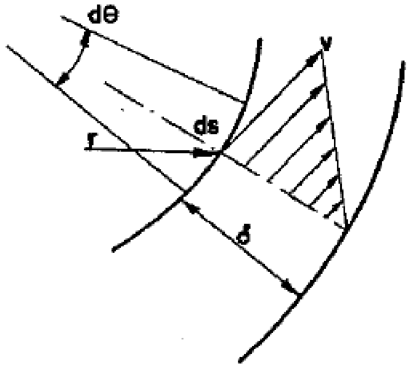
Solução:

Sendo w = cte, o momento C das forças externas iguala o momento resistente das forças viscosas:

$$C = \int dF\ .r$$

$$\tau = \frac{\mu dv}{dy} = \frac{\mu wr}{\delta}$$

$$dS = 2\pi r ds$$



r = Rsenθ

Ds = Rdθ

Daí

$$C = \frac{2\pi\mu w R^4}{\delta}\int_0^{\pi/2}(sen\theta)^3\, d\theta$$

Mas

$$\int_0^{\pi/2}(sen\theta)^3\, d\theta = \left.\frac{-cos\theta\ sen^2\theta}{3}\right|_0^{\pi/2} + \frac{2}{3}\int_0^{\pi/2} sen\theta\, d\theta = \frac{2}{3}$$

$$C = \frac{4\pi\mu w R^4}{3\delta}$$

Exercício 1.24

Dois funis idênticos dispondo de um registro em cada uma das suas extremidades contém a mesma altura de líquido. No primeiro deles o líquido é o álcool metílico com γ = 7900 N/m^3 e no segundo o líquido é o álcool etílico com mesmo peso específico.

Abertos os registros no mesmo instante verifica-se que o álcool etílico escoa mais vagarosamente que o metílico.

a) Por que se nota essa diferença de comportamento?
b) Para que os 2 escoamentos se dessem à mesma velocidade o que poderia ser tentado?

Resposta:

a) A diferença de comportamento se deve a uma diferença de viscosidade.
b) Aumentar a temperatura do álcool etílico.

Exercício 1.25

É fato sabido que na água salgada é mais fácil flutuar que na água doce. Será que na água do mar um pescador submarino também nadará mais depressa? Responder justificando.

Dados: Água doce (20 ºC): $\gamma \cong 10000\, N/m^3$, $\nu = 1{,}02\,.\,10^{-4}\, m^2/s$

Água do mar (20 ºC): $\gamma \cong 10200\, N/m^3$, $\nu = 1{,}10\,.\,10^{-4}\, m^2/s$

Resp.: Não.

Exercício 1.26

Em tubo cilíndrico circular reto de raio igual a R a tensão de cisalhamento laminar é $\tau = \tau_o\,.\,(1-y/R)^2$, com τ_o medida na parede do tubo, onde y = 0. Se o fluido obedecer a lei de potência de um fluido não newtoniano:

$\tau = k\,.(\frac{dv}{dy})^{\eta}$,

Determinar o perfil de velocidades para $0 \leq y \leq R$ e calcular a velocidade máxima.

Resp.:

$$v = \frac{\eta}{\eta+2}\sqrt[\eta]{\frac{\tau_o}{KR^2}}\left[R^{\frac{\eta}{\eta+2}} - (R-y)^{\frac{\eta}{\eta+2}}\right] = \frac{\eta}{\eta+2}\sqrt[\eta]{\frac{\tau_o}{KR^2}}\left[R^{\frac{\eta}{\eta+2}} - r^{\frac{\eta}{\eta+2}}\right].$$

$$v_{máx} = \frac{\eta}{\eta+2}\sqrt[\eta]{\frac{\tau_o}{KR^2}}\; R^{\frac{\eta}{\eta+2}}$$

Exercício 1.27

O módulo de elasticidade volumétrico da água varia com a pressão de forma aproximadamente linear sendo $2{,}21\,.\,10^6\, kN/m^2$ à pressão atmosférica e $2{,}71\,.\,10^6\, kN/m^2$ à pressão de 1000 atm.

Com a hipótese de que esses valores se apliquem à água salgada, calcular o módulo de elasticidade volumétrico à profundidade de 11.104 m (já atingida pelo homem no mar) onde a pressão é de 1122 atm. Calcular a variação da massa específica entre o nível do mar e aquela profundidade.

Solução:

Pelo enunciado, $E = E_o(1 + \alpha.\Delta p)$.

Cálculo de α:

$$\alpha = \left(\frac{E}{E_o} - 1\right)\frac{1}{\Delta p} = \left(\frac{2,71\,.10^6}{2,21\,.10^6} - 1\right)\frac{1}{999} = 2,26\,.\,10^{-4}\ atm^{-1}.$$

Cálculo de E para p = 1122 atm:

$E\ =\ 2,21.\,10^6\ [1 + 2,26.\,10^{-4}.\,(1122 - 1)] =$ $2,77\,.\,10^6\ kN/m^2$.

Para o cálculo da variação de ρ, como $E = \rho_o \frac{\partial p}{\partial \rho_o}$, podemos escrever $E \cong \rho_o \frac{\Delta p}{\Delta \rho_o}$.

Assim:

$$\frac{\Delta\rho_o}{\rho_o} \cong \frac{\Delta p}{E} = \frac{1122-1}{27348} = 4,1\%\ .$$

Exercício 1.28

Uma pressão de 98 kN/m^2 aplicada a $1\ m^3$ de um líquido provoca uma redução de volume de $0,0002\ m^3$. Calcular o módulo de elasticidade volumétrico médio desse líquido.

Resp.: $E_\theta = 490\,.\,10^3\ kN/m^2$.

Exercício 1.29

Calcular o módulo de elasticidade volumétrico de um gás em transformação isoentrópica (adiabática sem atrito) e em transformação isotérmica.

Solução:

Sendo $E_0 = \rho_0 . \frac{\partial p}{\partial \rho_0}$ temos:

Transformação adiabática

$$\frac{p}{\rho^k} = \frac{p_0}{{\rho_0}^k} = cte$$

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho_0} = k.\rho_0{}^{k-1}.cte = k.\frac{p_0}{\rho_0}$$

$$E_0 = k.p_0$$

Transformação isotérmica

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} = cte$$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho_0} = \frac{p_0}{\rho_0}$$

$$E_0 = p_0$$

Exercício 1.30

Se o módulo de elasticidade volumétrico for constante, como varia a massa específica de um líquido com a pressão?

Resposta:

$$\ln(\rho) = \frac{p}{E} + \mathrm{cte}$$

Exercício 1.31

Um reservatório de água, com capacidade para 1000kg quando à pressão atmosférica normal, é submetido, numa operação industrial, a uma variação de pressão de 1000atm (1034kgf/cm^2). Por ação dessa variação de pressão, o reservatório aumenta seu volume em 2%. Calcular a massa de água a adicionar para que o reservatório permaneça cheio, sob a pressão de 1034kgf/cm^2, sabendo-se que E=21000kgf/cm^2, $\rho_{água}$=1000kg/m^3, ρ_{Hg}=13600kg/m^3 e g=10m/s^2.

Solução:

$$\Delta p = 1034 \ \mathrm{kgf/cm^2}$$

$$V_0 = \frac{m}{\rho} = \frac{1000}{1000} = 1 \ \mathrm{m^3}$$

Ao ser submetido a uma diferença de pressão, volume inicial se reduz, tal que:

$$\mathrm{E} = -\mathrm{V}_0 \frac{\mathrm{dp}}{\mathrm{dV}} \cong -\mathrm{V}_0 \frac{\Delta \mathrm{p}}{\Delta \mathrm{V}}$$

Portanto:

$$\Delta V = -\frac{V_0}{E}$$

$$\Delta \mathrm{p} = -\frac{1}{21000} 1034 = -0{,}049\ \mathrm{m}^3$$

Tendo o recipiente aumentadoseu volume em 2%, ou seja, 0,02 m³, pela ação da pressão de água, o volume total de água necessário para manter cheio o reservatório, quando sob pressão, será:

$$\Delta \mathrm{V_T} = 0{,}049 + 0{,}020 = 0{,}069\ \mathrm{m}^3$$

O que corresponde a:

$$\Delta \mathrm{m} = 0{,}069.1000 = 69\ \mathrm{kg}$$

Exercício 1.32

O volume de óleo contido numa prensa hidráulica é de $0{,}14\ \mathrm{m}^3$. Achar o decréscimo de volume de óleo quando é submetido a uma sobrepressão de $140\ \mathrm{kgf/cm^2}$. O módulo de compressibilidade do óleo é de $135{,}53.\,10^{-6}\ \mathrm{cm^2/kgf}$.

Solução:

Módulo de compressibilidade isotérmica:

$$\mathrm{l}_\theta = -\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{V}_0}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{p}_0} \cong -\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{V}_0}\frac{\Delta \mathrm{V}_0}{\Delta \mathrm{p}_0}$$

$$\mathrm{l}_\theta = -\frac{\Delta \mathrm{V}_0}{0{,}14.140}$$

$$\Delta \mathrm{V}_0 = -0{,}14.140.19{,}36.\,10^{-6} = 379.\,10^{-6}\mathrm{m}^3$$

Exercício 1.33

Determinar a expressão da dilatabilidade isobárica de gás que se transforma segundo a equação $p = \rho RT$.

Solução:

$$e_p = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial\rho}{\partial\theta_0}$$

$$T = \theta + 273\ K$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial\theta_0} = \frac{\partial\rho}{\partial T_0}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial T_0} = -\frac{p_0}{R{T_0}^2} = -\frac{\rho_0}{T_0}$$

$$e_p = \frac{1}{T_0}$$