Lista de Cálculo I - Aplicações da Derivada

Problemas de otimização

1. Queremos construir uma caixa fechada com base quadrada de volume de 2000 cm3. O material da tampa e do fundo custa R$ 3,00 por cm2. O material das laterais custa R$ 1,50 por cm2. Encontre as dimensões da caixa de menor custo.

2. Dois pontos A e B estão diametralmente opostos nas margens de um lago circular de 1 km de diâmetro. Um homem deseja ir do ponto A ao ponto B. Ele pode remar à razão de 2 km/h e caminhar à razão de 4 km/h. Encontre o menor tempo possível que esse homem leva para ir de A até B.

3. Duas torres, de alturas 50m e 30m, respectivamente, distam 150m uma da outra. Denotemos os topos das torres de A e B. Pede-se para determinar um ponto P entre as torres de forma que as distâncias $PA + PB$ seja mínima.

4. Um corredor em forma de L tem larguras 6m e 9m. Determine o comprimento máximo de um tubo metálico que possa ser trasportado horizontalmente através deste corredor. (desprezar a espessura do tubo)

5. Mostre que o quadrado é o retângulo de maior área inscrito num círculo. (não use GA)

Estimativas de erro/precisão via diferenciais

6. O diâmetro de uma certa árvore era 10 cm. Durante o ano seguinte a circunferência (perímetro) aumentou 4 cm. Quanto variou o diâmetro da árvore ?

Esboço de gráficos

Esboçar os gráficos das funções abaixo. Indicar as raízes, assíntotas horizontais e verticais, pontos máximos e mínimos locais, concavidades, pontos de inflexão.

7. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$.

8. $y = \sqrt[3]{x^2(x-1)}$.

9. $y = xe^{1/x^2}$.

Dicas

1. Seja x o lado do quadrado e y a altura. O custo é $C = 6(x^2 + 2000/x)$. Assim obtemos $x = 10$.
5. Tome um retângulo de base x e altura y inscrito no círculo de raio r. Então por Pitágoras $x^2 + y^2 = 4r^2$ e portanto $A = x\sqrt{4r^2 - x^2}$.
8. $x = 0$ é mínimo local, $x = 2/3$ é máximo local e $x = 1$ é ponto de inflexão.
9. $f'(x) = e^{1/x^2}\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)$ e $f''(x) = e^{1/x^2}\left(\frac{2}{x^3} + \frac{2}{x^5}\right)$. Assim $x = -\sqrt{2}$ máximo local, $x = \sqrt{2}$ mínimo local.