

## Lista de Exercícios - SMA 301 e 353 Cálculo I

### Limites Laterais e Limites no Infinito

**Exercício 1** Calcule:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{6 \operatorname{sen} x}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \operatorname{sen} x}{\tan x - 1}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan \pi x}{x - 2}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow p} \frac{\tan(x - p)}{x^2 - p^2}, p \neq 0$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} \left( x^2 + \frac{1}{x} \right) - \operatorname{sen} \left( \frac{1}{x} \right)}{x}$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow p} \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} p}{x - p}$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow p} \frac{\tan x - \tan p}{x - p}$$

**Exercício 2** Calcule:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x - 3|}{x - 3}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x - 3|}{x - 3}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x - 3|}{x - 3}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x - 1|}{x - 1}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$$

**Exercício 3** Considere a função

$$h(x) = \begin{cases} x, & x \geq 3 \\ \frac{x^2}{3}, & x < 3. \end{cases}$$

Calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{h(x) - h(3)}{x - 3}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{h(x) - h(3)}{x - 3}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{h(x) - h(3)}{x - 3}$

(d) A função  $f(x) = \frac{h(x) - h(3)}{x - 3}$  é contínua em 3? Por quê?

**Exercício 4** É falsa ou verdadeira a seguinte afirmação

$$\lim_{x \rightarrow p^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow p^-} f(x) \implies f \text{ é contínua em } p$$

Justifique.

**Exercício 5** Calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^6 - 7x + 3}{4x^6 + x + 5}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^4 + 1}{x^5 + 6x + 1}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{6x + 1}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[4]{x^4 + 6x - 1}}{\sqrt{3x^2 + 4x + 1}}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x^2 + 7}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x + 5})$

**Exercício 6**

(a) Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 5}{2x^3 + 4x - 1}$

(b) Mostre que existe  $r > 0$  tal que

$$x > r \implies 0 < \frac{2x + 5}{2x^3 + 4x - 1} < \frac{1}{2}.$$

**Exercício 7** Seja  $n$  um inteiro positivo. Prove que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$  pela definição.

**Exercício 8** Calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x}{5+3x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - \sqrt{x^2 + 3})$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x-2})$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x^2+x}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+4}{x^2+x}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-6}{x^2+4x-5}$

(g)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$

(h)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{7x^2-5}{1-x^2}$

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen}^2 x}{x^4 - x^3}$

**Exercício 9** Dê um exemplo de funções  $f$  e  $g$  tais que

$$\lim_{x \rightarrow p^+} f(x) = L, L \neq 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow p^+} g(x) = 0,$$

mas não existe o limite

$$\lim_{x \rightarrow p^+} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

**Exercício 10 (IME)** Sendo  $n \in \mathbb{Z}^+$ , seja  $P(n) = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \left(1 + \frac{2}{n^2}\right) \dots \left(1 + \frac{n-1}{n^2}\right)$ . Mostre que se  $n \rightarrow \infty$ ,  $P(n)$  admite um limite e calcule esse limite.

## GABARITO

### Exercício 1

- (a) 2
- (b)  $\frac{7}{6}$
- (c)  $-1$
- (d)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (e)  $\pi$
- (f)  $\frac{1}{2}$
- (g)  $\frac{1}{2p}$
- (h) 0
- (i)  $\cos(p)$
- (j)  $\sec^2(p)$

### Exercício 2

- (a) 1
- (b)  $-1$
- (c) não existe
- (d) 1
- (e) 0

### Exercício 3

- (a) 2
- (b) 1
- (c) não existe
- (d) Não

**Exercício 4** É falsa.

### Exercício 5

(a)  $\frac{1}{2}$

(b) 0

(c)  $\frac{1}{6}$

(d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(e) 0

(f) 0

### Exercício 8

(a)  $-\frac{1}{3}$

(b)  $+\infty$

(c)  $\frac{1}{2}$

(d)  $+\infty$

(e)  $+\infty$

(f)  $-\infty$

(g)  $+\infty$

(h)  $+\infty$

(i)  $-\infty$