

## Movimento Browniano

*Apresentação Preliminar*

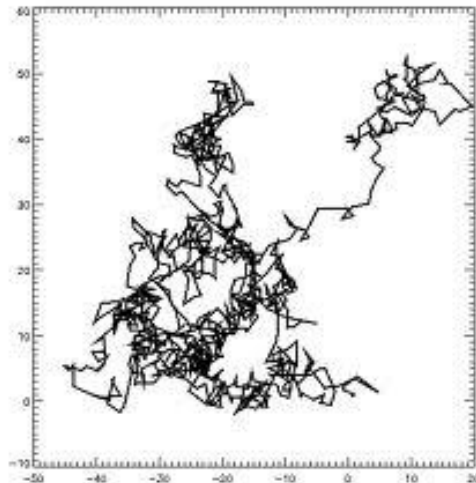
André Zamorano Vitorelli

Vitor Pereira Bezzan

O movimento Browniano é, sem dúvida, uma das primeiras manifestações do caráter quantizado da matéria e da distribuição de energias de Boltzmann. Nele, temos uma manifestação clara do princípio de equipartição de energia.

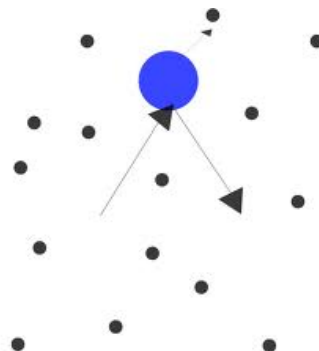
O movimento browniano é o movimento aleatório de partículas macroscópicas num fluido como consequência dos choques das moléculas do fluido nas partículas

Jan Ingenhousz fez algumas observações do movimento irregular de poeira de carbono em álcool em 1765, mas o movimento Browniano é geralmente considerado como sendo descoberto pelo botânico Robert Brown em 1827. É acreditado que Brown estava estudando partículas de pólen flutuando na água com microscópio. Ele, então, observou minúsculas partículas dentro dos vacúolos dos grãos de pólen executando um movimento agitado. Repetindo o experimento com partículas de poeira, ele foi capaz de definir que o movimento se deu devido às partículas estarem "vivas", embora a origem do movimento ainda estivesse para ser explicada.



A primeira pessoa a descrever a matemática por trás do movimento Browniano foi Thorvald N. Thiele em 1880 em um artigo no método dos menores quadrados. Isto foi seguido independentemente por Louis Bachelier em 1900 em sua tese de PhD "A Teoria da Especulação". De qualquer maneira, foi a pesquisa independente de Albert Einstein do problema em seu paper de 1905.

Naquela época, a natureza atômica da matéria ainda era uma idéia controversa. Einstein e Marian Smoluchowski observaram que, se a Teoria Cinética dos Fluidos estivesse correta, então as moléculas de água deveriam se mover aleatoriamente. Consequentemente, uma pequena partícula deveria receber um número aleatório de impactos de potência aleatória e de direções aleatórias em qualquer pequeno período de tempo. Este bombardeio aleatório pelas moléculas do fluido deveria fazer com que uma suficientemente pequena partícula se movesse exatamente do jeito descrito por Brown. Theodor Svedberg fez importantes demonstrações do movimento Browniano em colóides e Felix Ehrenhaft, em partículas de prata no ar. Jean Perrin realizou experimentos para testar os novos modelos matemáticos e seus resultados publicados finalmente colocaram um fim na disputa de dois mil anos sobre a existência dos átomos e moléculas.



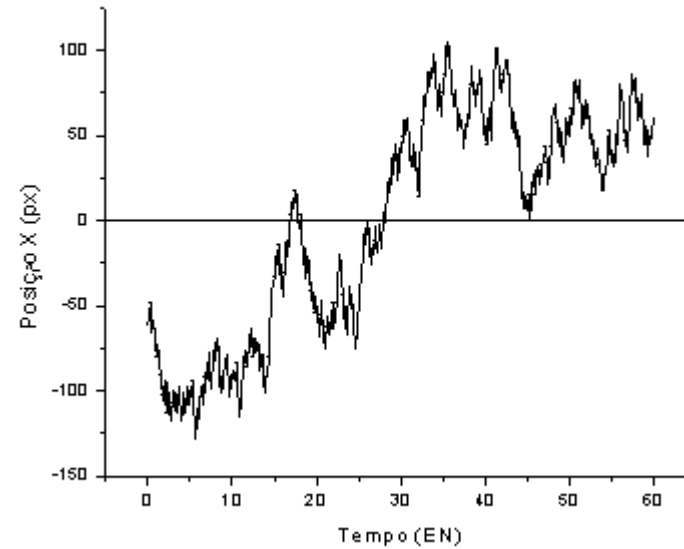
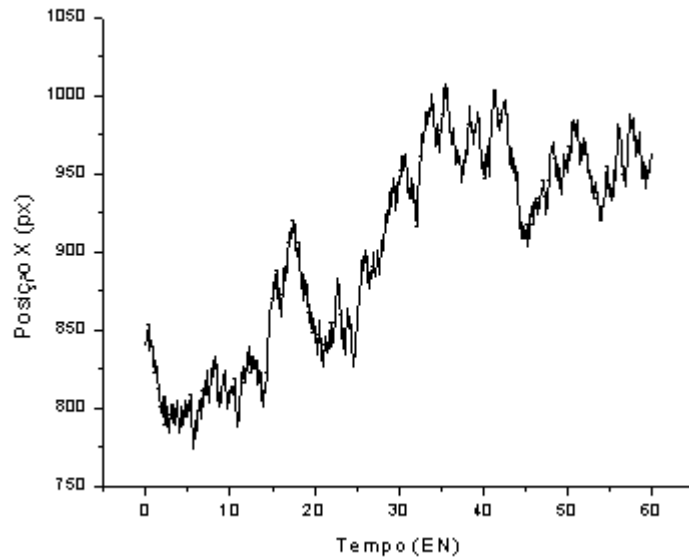
- A experiência a ser realizada se baseia na experiência de Movimento Browniano na qual se encontra o número de Avogadro. Utilizando-se a câmara de um experimento de Millikan com gotas de óleo pulverizadas, podemos observar um movimento aparentemente aleatório das gotículas na câmara. Medindo-se a posição horizontal da gotícula, pela teoria de Einstein pode-se medir o número de Avogadro medindo-se as posições ao longo do tempo:

$$\frac{\overline{x^2}}{2t} = D = \mu k_B T = \frac{\mu RT}{N} = \frac{RT}{6\pi\eta a N}$$

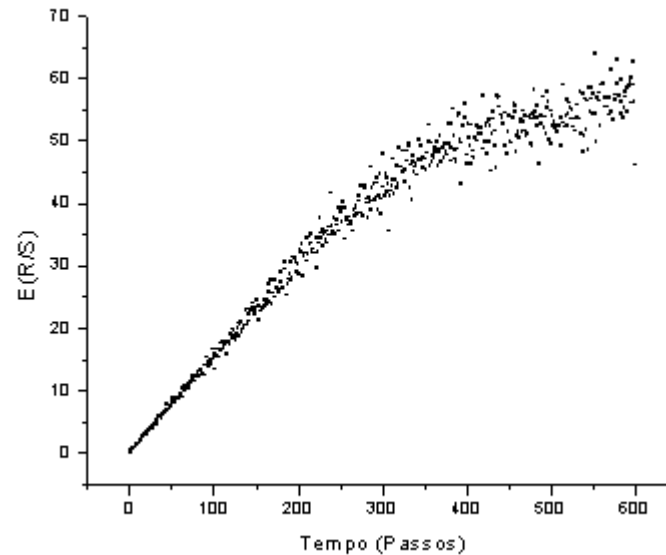
- Cálculo das posições X e Y de uma partícula sujeita a um campo elétrico, com a maior precisão possível;
- Cálculo dos Coeficientes de Correlação Linear entre as coordenadas, afim de saber se X influencia em Y e vice-versa;
- Cálculo do Número de Avogadro, como teste de fidelidade do experimento;
- Cálculo do Parâmetro de Hurst, que nos fornece a rugosidade ou a fractalidade do sistema. Espera-se que este parâmetro não seja diferente de 0,5.
- Para realizar esta análise montou-se o experimento tradicional exposto no laboratório e considerou-se as duas coordenadas. Depois de feitas as medidas, usa-se o software VideoPoint para calcular as posições da partícula. Define-se uma origem, e depois disso procede-se ao cálculo do coeficiente de Hurst.

$$r(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}.$$

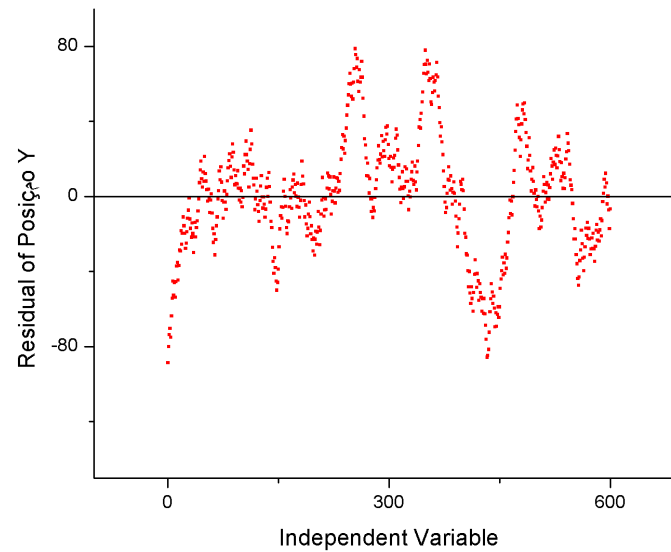
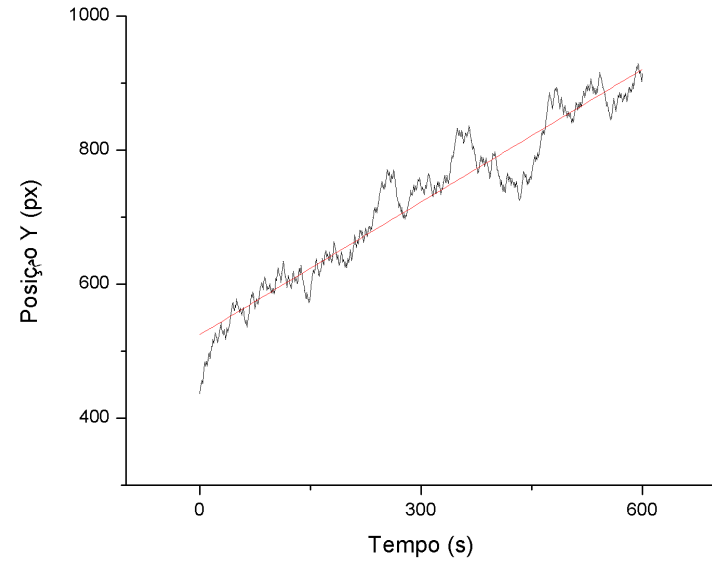
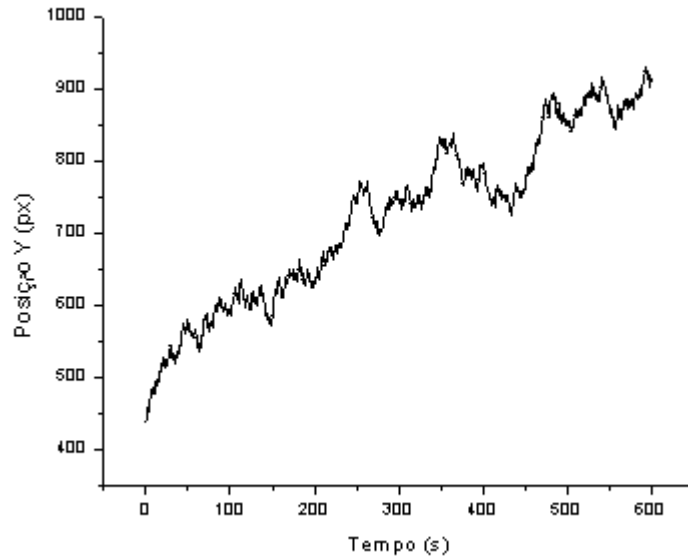
$$E\left(\frac{R(n)}{S(n)}\right) = E(n).$$



$$E\left(\frac{R(t)}{S(t)}\right) = \kappa t^H$$



# Proof of Concept – Direção Y



Tamanho do Raio da Gota:  $8,262E-5$  cm

Módulo da Carga da Gota:  $1,055E-9$  statC

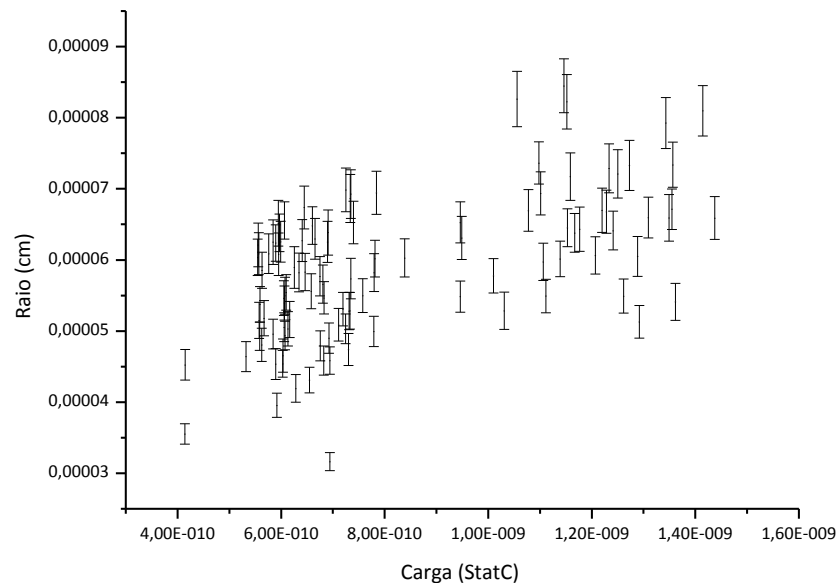
Campo Elétrico:  $\sim 25V$

Correlação X/Y:  $-0,25$  O que indica que os dados de coordenadas são fracamente correlacionados em primeira ordem; Ordens mais altas não fornecem resultados interessantes. Até aqui, tudo ocorreu como planejado – esperava-se que a correlação fosse realmente baixa – porém, como dissemos, existe alguma dependência entre as duas variáveis. Como vimos no experimento de Milikan, a distribuição de carga na gota não é um fenômeno volumétrico e sim superficial, o que pode fazer com que uma direção influa na outra, dado que a mesma não é necessariamente uniforme.



Nos pareceu interessante a primeiro momento usar o Teorema Ergódico para justificar o uso de pequenos intervalos de dados, ao invés de selecionar grandes conjuntos de dados. Isso nos forneceu conjuntos inconsistentes e com poucos pontos, e portanto a partir de agora usaremos ensaios mais longos e com maiores números de quadros a fim de melhorar a precisão do experimento. ***Em termos práticos, isso significa que pararemos de tomar médias temporais e tomaremos apenas médias absolutas de posição. Isso não muda nenhum aspecto do nosso projeto (acho).***

Com uma câmera HD ( o celular do André, no caso) foi possível filmar as gotinhas com muito mais precisão. Cogita-se usar isso no experimento em tempo futuro (isso é claro se tempo permitir).



Wikipedia – <http://wikipedia.org>

Probability and Stochastic Processes for Engineers – Carl W. Helstrom