

Notas e Discussões

Uma análise da flutuação dos corpos e o princípio de Arquimedes (An analysis of floating bodies and the principle of Archimedes)

Filadelfo Cardoso dos Santos¹, Wilma Machado Soares Santos¹ e Soraia da Costa Berbat²

¹Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

²Colégio São Tarcísio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Recebido em 14/8/2006; Revisado em 31/10/2006; Aceito em 17/11/2006

Neste artigo, é proposta uma dedução do princípio de Arquimedes, a partir de uma experiência bem simples, de caráter demonstrativo, sobre o equilíbrio de corpos flutuantes em uma cuba e usando as leis mecânicas do equilíbrio. A demonstração é generalizada para dois ou mais fluidos imiscíveis, nos quais o corpo está imerso.

Palavras-chave: equilíbrio mecânico, corpos flutuantes, princípio de Arquimedes.

In this paper, a deduction of the Archimedes principle is proposed. A very simple and easily reproducible experiment is presented, in which a body is observed to float in a tank. The mechanical laws of equilibrium are applied to the body. The demonstration is generalized to two or more immiscible fluids in which the body is immersed.

Keywords: mechanical equilibrium, floating bodies, principle of Archimedes.

1. Introdução

O princípio de Arquimedes, na versão dos livros textos de Ensino Médio, é uma fusão das duas seguintes proposições:

Um sólido mais leve que um fluido não ficará, caso colocado nele, totalmente submerso, mas parte dele vai-se projetar acima da superfície.

Qualquer sólido mais leve que um fluido ficará, caso colocado no fluido, submerso de tal forma que o peso do sólido será igual ao peso do fluido deslocado. [1]

Em termos atuais, “Um corpo imerso sofre a ação de uma força de empuxo dirigida para cima igual ao peso do fluido que ele desloca. Essa relação é chamada de princípio de Arquimedes. Ele é válido para líquidos e gases, que são ambos fluidos” [2]. O empuxo é a força resultante exercida em toda a superfície do corpo pelo fluido que o envolve.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma dedução do princípio de Arquimedes, a partir de uma experiência, de fácil execução em sala de aula pelos estudantes, onde o equilíbrio de corpos flutuantes é o fato observado.

Os textos didáticos amplamente utilizados no ensino médio (Refs. [3-5]) ou no ensino superior (Refs. [6-8])

só demonstram o princípio de Arquimedes, quando o corpo está totalmente submerso; nessa situação, o empuxo é exatamente igual à força resultante que o fluido exerce sobre a superfície do corpo. Quando a imersão do corpo é parcial, o fluido que se encontra acima do corpo também exerce força sobre ele e essa força tem de ser considerada. Conseqüentemente, a força que um líquido exerce sobre um corpo parcialmente imerso nele não é igual ao empuxo total; portanto, não se pode considerar, sem a introdução de algum artifício convincente, que a demonstração usual seja válida também nesse caso.

Neste artigo, o princípio de Arquimedes para corpos parcialmente submersos é deduzido sem utilizar o conceito de pressão, como usualmente feito, mas aplicando as leis de equilíbrio da mecânica a uma situação experimental, em que um corpo é observado estar em equilíbrio. Os experimentos mostrados são ilustrativos de uma situação de equilíbrio, em que um tipo de raciocínio é aplicado; versões e variações alternativas de igual ou melhor eficácia sempre podem ser concebidas.

No primeiro experimento, os fluidos são ar e água. Pode-se argumentar que, nesse caso, por ser a densidade do ar relativa à água quase 800 vezes menor, o empuxo do ar pode ser considerado desprezível. Porém, o fato de poder ser desprezado não significa que não exista e o que está em causa é enfatizar para o estudante que o empuxo do ar também existe; além disso, em uma

¹E-mail: wilma@if.ufrj.br.

situação onde, por exemplo, o volume emerso é muito maior do que o volume imerso, caso de um balão de gás flutuando sobre a água, o empuxo do ar não pode ser desprezado. Portanto, como o objetivo do artigo é apresentar uma demonstração geral, que seja válida em quaisquer casos, sem a introdução de hipóteses adicionais, a situação física dos experimentos é analisada considerando-se, também, a ação da atmosfera.

2. Os experimentos

2.1. Experimento 1

Material. O material usado na demonstração experimental é muito simples, acessível e de baixo custo: uma cuba retangular, um apoio para a cuba (cavalete, Fig. 1), de madeira, retangular e estreito, água e um objeto que flutue na água, mas que desequilibre facilmente a cuba, quando ela estiver vazia. Como objeto flutuante usamos uma pequena lancha metálica e fechada. As medidas da cuba e do apoio podem variar, mas é importante que a largura do apoio seja muito estreita em relação ao comprimento da cuba. Foi utilizado um recipiente plástico de 35,0 cm de comprimento, 25,0 cm de largura e 12,0 cm de altura. Como apoio, foi utilizada uma placa de madeira de 35,0 cm de comprimento e 1,5 cm de largura.

Montagem do experimento. A montagem da experiência é muito simples: (1) A cuba cheia de água é equilibrada no cavalete (analogamente ao fulcro de uma balança). Como o equilíbrio é instável, alguns cuidados são necessários para manter a cuba em equilíbrio e realizar a experiência: pequenos blocos de madeira são inicialmente colocados embaixo da cuba, de modo a evitar a oscilação da água dentro da cuba; após o estabelecimento do equilíbrio, os blocos são retirados. (2) O objeto flutuante é posto na água. (3) Verifica-se que o equilíbrio da cuba não é alterado, qualquer que seja a posição do objeto flutuante, como mostrado nas Figs. 1 e 2.



Figura 1 - A cuba está em equilíbrio com a lancha próxima ao eixo de apoio.



Figura 2 - A cuba está em equilíbrio com a lancha afastada do eixo de apoio.

2.2. Experimento 2

Montagem. Uma cuba cheia, com dois líquidos imiscíveis; usou-se água e óleo. Um objeto capaz de flutuar na interface dos dois líquidos, em qualquer posição da interface dos líquidos (Fig. 3). O equilíbrio da cuba com o objeto não é alterado qualquer que seja a posição do objeto flutuante na interface.

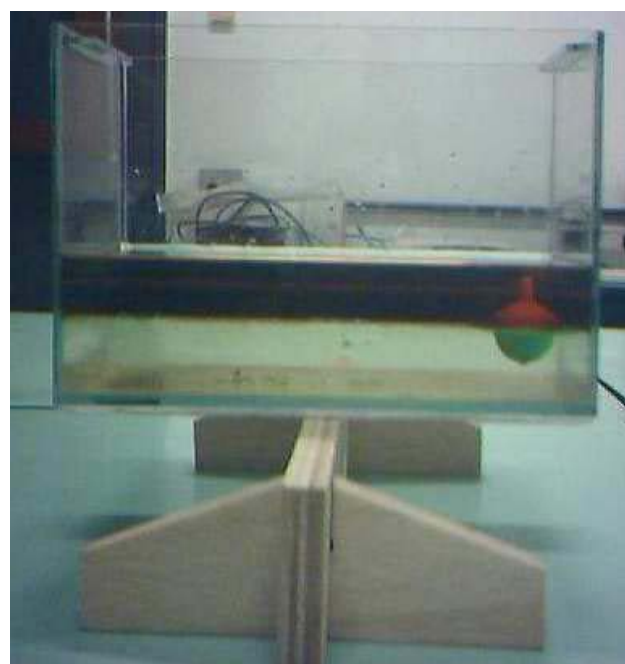


Figura 3 - Objeto flutuando em uma posição arbitrária na interface da água e do óleo.

3. Análise conceitual

Vai-se deduzir o princípio de Arquimedes, a partir de:

(1) Experimentos 1 e 2: O equilíbrio da cuba não depende da posição do objeto flutuante, ou seja, qual-

quer que seja a posição do centro de massa do corpo e qualquer que seja sua orientação em relação à cuba, o sistema continua em equilíbrio.

(2) Dois teoremas da mecânica:

1. A soma das forças externas aplicadas em um sistema em equilíbrio é nula.
2. A soma dos torques externos aplicados em um sistema em equilíbrio em relação a um eixo é nula.

Por conveniência, vamos considerar que a cuba utilizada na experiência seja homogênea e retangular de tal modo que na posição de equilíbrio haja uma simetria em relação à linha de sustentação da cuba. Inicialmente tomemos como sistema somente o corpo flutuante. Nessa situação, as forças externas que atuam nesse sistema são: O peso do corpo \mathbf{P} e as forças que o líquido e o ar exercem sobre a superfície do corpo, cuja resultante, \mathbf{E} , é denominada de empuxo. Aplicando o primeiro teorema a esse corpo, obtemos a condição de equilíbrio para a intensidade das forças

$$E = P. \quad (1)$$

Poderíamos escolher a cuba, a água e o objeto flutuante, como um segundo sistema. Entretanto, tal escolha não seria interessante, porque o torque que as forças atmosféricas exercem na superfície que limita a parte superior desse sistema dependeria da posição do corpo. Para contornar essa dificuldade vamos incluir também no sistema uma camada de ar suficiente para cobrir completamente o corpo flutuante. As forças externas que atuam nesse sistema são: o peso do corpo flutuante, o peso da cuba, o peso do líquido, o peso do ar, a reação do apoio e a força atmosférica resultante. Escolhendo como eixo a linha de sustentação da cuba, os módulos dos torques da reação do apoio e do peso da cuba são nulos e aplicando o segundo teorema ao sistema para a intensidade dos torques, obtemos

$$Px + \tau_{liq} + \tau_{ar} + \tau_{atm} = 0, \quad (2)$$

sendo x a abscissa do centro de massa do corpo.

O volume total ocupado pelo líquido e pela parte imersa do objeto preenchido com o líquido produziria, em relação ao eixo de apoio, um torque nulo. Mas esse torque também pode ser calculado com as contribuições do torque produzido pelo peso da massa líquida fora do volume imerso mais o torque produzido pelo peso da massa líquida dentro do volume imerso. Desta forma, o centro de massa do líquido correspondente à parte imersa está, por exemplo, deslocado de d_1 em relação a x , logo $\tau_{liq} + P_{liq}(x + d_1) = 0$. Analogamente, $\tau_{ar} + P_{ar}(x + d_2) = 0$. Substituindo em (2) temos

$$(P - P_{liq} - P_{ar})x - (P_{liq}d_1 + P_{ar}d_2) + \tau_{atm} = 0. \quad (3)$$

A posição do objeto flutuante pode ser mudada sem alterar o equilíbrio, que é o postulado experimental. Então, x é uma variável arbitrária e independente; fixando x , pode-se girar o objeto flutuante em torno de um eixo vertical, o que faz d_1 e d_2 variarem arbitrária e simultaneamente, o que implica que

$$\begin{aligned} (P - P_{liq} - P_{ar}) &= 0 \\ (P_{liq}d_1 + P_{ar}d_2) &= 0 \\ \tau_{atm} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Substituindo a Eq. (1) na primeira expressão em (4), obtém-se o princípio de Arquimedes

$$E = P_{liq} + P_{ar}. \quad (5)$$

A demonstração vale para quaisquer fluidos. No caso do ar e da água, em geral $E \approx P_{\text{água}}$, pois $P_{\text{ar}} \ll P_{\text{água}}$, porém não se aplica ao caso de um balão de gás flutuando sobre a água.

Nessa demonstração um outro resultado é obtido: Da segunda expressão na Eq. (4), obtém-se a posição do centro de força do empuxo. Portanto, o centro de gravidade do objeto flutuante (que coincide com o seu centro de massa) e o centro de força do empuxo estão na mesma vertical.

4. Generalizações

(1) O experimento 2 foi realizado com água e óleo (Fig. 3), generalizando a situação água-ar do primeiro experimento.

(2) No caso de três ou mais fluidos imiscíveis, uma situação interessante ocorre: Inicialmente, observa-se que parte do corpo flutuante está no líquido de baixo, parte no líquido do meio e parte no líquido de cima; portanto os volumes deslocados pertencem a líquidos diferentes e o módulo do empuxo é dado por

$$E = P_{\text{des1}} + P_{\text{des2}} + P_{\text{des3}}. \quad (6)$$

Em termos de pressão, entretanto, verificamos que a força resultante do líquido 1 sobre o corpo flutuante, devido à pressão, está orientada para cima, a força resultante do líquido 2 é nula e a força resultante do líquido 3 sobre o corpo flutuante está orientada para baixo. Em outras palavras, o empuxo total, dado pela equação acima não pode ser decomposto em três empuxos \mathbf{E}_1 , \mathbf{E}_2 e \mathbf{E}_3 para cima, correspondentes aos pesos dos volumes de líquido deslocados.

(3) No caso de um corpo que afundasse no fluido (corpo mais denso que o fluido), o corpo poderia ser posto em equilíbrio no fluido, desde que fosse preso por um fio a uma haste. Logo, os pesos dos líquidos deslocados (empuxo total no corpo) seriam equilibrados pelo peso do corpo e a tensão no fio.

Referências

- [1] A. K. T. Assis, Rev. da Soc. Bras. de História da Ciência **16**, 69 (1996).
- [2] P.G. Hewitt, *Física Conceitual* (Editora Bookman, Porto Alegre, 2002) 9^a ed.
- [3] B. Alvarenga e A. Máximo, *Curso de Física* (Editora Scipione, São Paulo, 2000), v. 1.
- [4] A. Gaspar, *Física* (Editora Ática, São Paulo, 2000), v. 1.
- [5] L.A. Guimarães e M. Fonte Boa *Física* (Editora Futura, São Paulo, 1996), v. 1.
- [6] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker *Fundamentos de Física* (Editora LTC, Rio de Janeiro, 1996), v. 2.
- [7] H. Moisés Nussenzveig *Curso de Física Básica* (Editora Edgard Blücher, São Paulo, 2000), v. 2.
- [8] H.D. Young e R.A. Freedman *Sears e Zemansky, Física II* (Addison Wesley, São Paulo, 2003), 10^a ed.