

Lista de Exercícios 1

Ondas

E.1 Mostrar explicitamente que as seguintes funções são soluções da equação de onda:

- $y(x,t) = k(x + vt)$
- $y(x,t) = Ae^{ik(x-vt)}$, onde A e k são constantes e $i = \sqrt{-1}$;
- $y(x,t) = \ln[k(x - vt)]$.

E.2 A função de uma onda numa corda é

$$y(x,t) = 1,0 \text{ cm sen}(62,8x/\text{m} + 314t/\text{s}),$$

onde m e s são, respectivamente, os símbolos do metro e do segundo.

- Em que direção a onda avança e qual a sua velocidade?
- Calcular o comprimento de onda, a frequência e o período da onda.
- Qual a aceleração máxima de um ponto da corda?

R.: (a) A onda avança no sentido negativo do eixo x com velocidade $v = 5,00 \text{ m/s}$, (b) $\lambda = 10,0 \text{ cm}$, $T = 20,0 \text{ ms}$, $f = 50,0 \text{ Hz}$. (c) $a_{\text{máx}} = 986 \text{ m/s}^2$

E.3 O perfil de uma onda transversal progressiva em uma corda muito longa é dado por:

$$y(x,t) = 2,0 \text{ cm cos}[2\pi(0,5x/\text{m} + 10t/\text{s})].$$

Sabendo que a tensão aplicada na corda é de 100 N , determine:

- A amplitude de vibração desta corda;
- O comprimento de onda e a frequência (em Hz);
- O sentido e a velocidade de propagação da onda;
- A distância, ao longo da corda, entre dois pontos cuja diferença de fase é $\pi/6$.

R.: (a) $A = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m}$, (b) $\nu = 10 \text{ Hz}$, (c) $v = 20 \text{ m/s}$ no sentido negativo do eixo x . (d) $\Delta x = 0,17 \text{ m}$

E.4 Um pulso que se propaga com velocidade de $v = 40 \text{ m/s}$ numa corda de comprimento $L = 100 \text{ m}$ com a extremidade $x = L$ fixa é descrito pela função

$$y(x,t) = y_0 e^{-b(x-vt)^2},$$

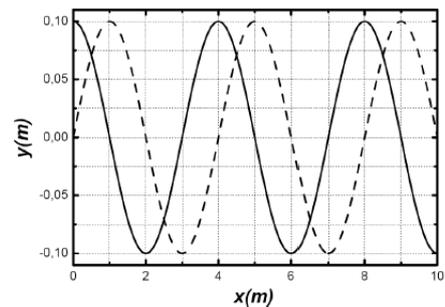
onde $y_0 = 10 \text{ cm}$ e $b = 4,0 \text{ m}^{-2}$.

- Qual o valor de x para o qual a velocidade transversal da corda é máxima em $t = 0$?
- Qual a função que representa o pulso refletido em um instante t logo após sua primeira reflexão em $x = L$?
- Se a massa da corda é $m = 2,00 \text{ kg}$, qual a tensão T nela?
- Escreva uma função $y(x,t)$ que descreva numericamente uma onda senoidal com $\lambda = 5,0 \text{ m}$ e mesma amplitude da onda anterior, se deslocando na direção negativa de x em uma corda muito longa, feita do mesmo material, com a mesma tensão acima, e tal que $y(0,0) = 0$.

R.: (a) $x = 1/\sqrt{2b} = 0,35 \text{ m}$ (b) $y(x,t) = -y_0 e^{-b(2L-x-vt)^2}$
(c) $T = (m/L)v^2 = 32 \text{ N}$ (d) $y(x,t) = y_0 \text{ sen}(0,40\pi x + 16\pi t)$

E.5 A figura abaixo mostra duas fotografias tiradas em instantes de tempo diferentes de uma corda na qual se propaga, no sentido positivo do eixo x , uma onda harmônica transversal $y(x,t)$. A primeira fotografia (linha cheia) foi tirada num certo instante e a segunda (linha tracejada) $0,50 \text{ s}$ depois.

- Determine a velocidade v de propagação da onda na corda;
- Determine a amplitude, o número de onda, a frequência angular e constante de fase e escreva a equação do perfil de onda $y(x,t)$;
- Determine a velocidade transversal máxima de um ponto da corda.



R.: (a) $v = 2,0 \text{ m/s}$, (b) $A = 0,100 \text{ m}$, $k = 0,50\pi \text{ m}^{-1}$, $\omega = 1,0\pi \text{ rad/s}$, $\delta = 0,0 \text{ rad}$,
 $y(x,t) = 0,1 \text{ cos}[\pi(0,50x - 1,0t)]$ (c) $V_{\text{máx}} = 0,10\pi \text{ m/s}$

E.6 Determine a amplitude da onda resultante da combinação de duas ondas senoidais que se propagam no mesmo sentido, possuem a mesma frequência, têm amplitudes de $3,0 \text{ cm}$ e $4,0 \text{ cm}$, e a onda de maior amplitude está com a fase adiantada de $\pi/2 \text{ rad}$.

R.: $5,0 \text{ cm}$

E.7 Uma onda estacionária resulta da soma de duas ondas transversais progressivas dadas por:

$$y_1 = y_0 \text{ cos}(kx - \omega t),$$

$$y_2 = y_0 \text{ cos}(kx + \omega t),$$

onde $k = 1,00\pi \text{ m}^{-1}$ e $\omega = 4,00\pi \text{ rad/s}$.

- Qual é o menor valor positivo de x que corresponde a um nó?
- Em quais instantes no intervalo $0 \leq t \leq 0,5 \text{ s}$ a partícula em $x = 0$ terá velocidade zero?

R.: (a) $x = 0,5 \text{ m}$, (b) $t = 0 \text{ s}$, $0,25 \text{ s}$ e $0,5 \text{ s}$.

E.8 Uma corda de comprimento L presa nas extremidades $x = 0$ e $x = L$, submetida a uma tensão $F = 96 \text{ N}$, oscila no terceiro harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento transversal da corda é dado por

$$y(x,t) = 5,0 \text{ cm sen}(kx) \text{ sen}(\omega t),$$

onde $k = 0,50\pi \text{ m}^{-1}$ e $\omega = 6,0\pi \text{ rad/s}$.

- Qual é o comprimento L da corda?
- Qual é a massa da corda?

- c) Calcule a velocidade transversal máxima de um ponto situado sobre um ventre da onda.
- d) Se a corda oscilar no quinto harmônico, qual será o período de oscilação?

R.: (a) $L=6,00$ m, (b) $m=4,0$ kg, (c) $V_{\text{máx}}=30\pi$ cm/s, (d) $T_5=0,20$ s.

E.9 Uma corda oscila de acordo com a equação

$$y(x,t) = 0,50 \text{ cm} \sin\left(\frac{\pi x}{3,0 \text{ cm}}\right) \cos(40\pi t/\text{s}).$$

- a) Quais são a amplitude e a velocidade escalar das ondas cuja superposição dá essa oscilação?
- b) Qual é a distância entre os nós?
- c) Qual é a velocidade escalar de uma partícula da corda na posição $x = 1,5$ cm quando $t = \frac{9}{8}$ s?

R.: (a) $A=0,25$ cm, $v=120$ cm/s, (b) 3 cm, (c) 0,0 cm/s

E.10 Uma corda uniforme, de 20 m de comprimento e massa de 2,0 kg, está esticada sob uma tensão de 10 N. Faz-se oscilar transversalmente uma extremidade da corda, com amplitude de 3,0 cm e frequência de 5,0 oscilações por segundo. O deslocamento inicial da extremidade é de 1,5 cm para cima.

- a) Ache a velocidade de propagação v e o comprimento de onda λ da onda progressiva gerada na corda.
- b) Escreva, como função do tempo, o deslocamento transversal y de um ponto da corda situado à distância x da extremidade que se faz oscilar, após ser atingido pela onda e antes que ela chegue à outra extremidade.
- c) Calcule a intensidade I da onda progressiva gerada.

R.: (a) $v=10$ m/s, $\lambda=2,0$ m,
(b) $y(x,t)=(3,0 \text{ cm}) \cos(\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{3})$ (c) $I=\frac{9\pi^2}{200}$ W.

E.11 A corda de um violino tem uma densidade linear de massa de 0,50 g/m e está sujeita a uma tensão de 80 N quando afinada para a frequência de $\nu = 660$ Hz no primeiro harmônico.

- a) Qual a velocidade de propagação de onda nessa corda?
- b) Qual o comprimento da corda?
- c) Para tocar a nota "lá", cuja frequência é 880 Hz, prende-se a corda com um dedo, de forma a utilizar apenas uma fração f de seu comprimento. Qual o valor de f ?

R.: (a) $v=400$ m/s, (b) $L=0,30$ m, (c) $f=0,750$

E.12 Uma corda sob tensão T_i oscila no terceiro harmônico com uma frequência f_3 , e as ondas na corda tem comprimento de onda λ_3 . Se aumentarmos a tensão da corda para $T_f = 4T_i$ de forma que a corda continue a oscilar no terceiro harmônico, quais serão:

- a) a frequência de oscilação em termos de f_3 ;
- b) o comprimento de onda em termos de λ_3 ?

R.: (a) $f=2f_3$, (b) $\lambda=\lambda_3$.

E.13 Uma corda de 120 cm de comprimento é esticada entre suportes fixos. Quais são os três comprimentos de onda mais longos para ondas estacionárias nesta corda? Esboce as ondas estacionárias correspondentes. O que muda em relação aos três comprimentos de onda mais longos se esta mesma corda estiver fixa em apenas um suporte, de forma que a outra extremidade é presa em um anel sem peso que pode deslizar ao longo de uma haste sem atrito?

R.: $\lambda_1=2,40$ m, $\lambda_2=1,20$ m e $\lambda_3=0,80$ m.
 $\lambda_1=4,80$ m, $\lambda_2=1,60$ m e $\lambda_3=0,96$ m.

E.14 Uma corda, submetida a uma tensão de 200 N e presa em ambas as extremidades, oscila no segundo harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento da corda é dado por:

$$y(x,t) = A \sin(0,50\pi x/m) \sin(12\pi t/s),$$

onde $x = 0$ numa das extremidades da corda.

- Qual é o comprimento da corda?
- Qual é a velocidade escalar das ondas na corda?
- Qual é a massa da corda?
- Se a corda oscilar num padrão de onda referente ao terceiro harmônico, qual será o período de oscilação?

R.: (a) $L=4$ m, (b) $v=24$ m/s, (c) $m=1,39$ kg (d) $T=0,111$ s.

E.15 Duas ondas transversais de mesma frequência $\nu = 100$ Hz são produzidas num fio de aço de 1,00 mm de diâmetro e densidade de $8,0 \text{ g/cm}^3$, submetido a uma tensão de 500 N. As ondas são dadas por

$$y_1(x,t) = A \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{6})$$

$$y_2(x,t) = 2A \sin(\omega t - kx)$$

onde $A = 2$ mm.

- Escreva a expressão da onda harmônica progressiva resultante da superposição dessas duas ondas.
- Calcule a intensidade da onda resultante.
- Se fizermos variar a diferença de fase entre as duas ondas, qual é a razão entre os valores máximo e mínimo possíveis da intensidade da onda resultante?

R.: (a) $y(x,t)=(5,29 \text{ mm}) \cos(2,23x - 628t + 1,24)$,
 (b) $I=9,8 \text{ W}$, (c) $\frac{I_{\text{máx}}}{I_{\text{mín}}}=9$.

E.16 Dois tubos de órgão, abertos em uma extremidade e fechados na outra, medem cada um 1,14 m de comprimento. Um desses tubos é alongado em 2 cm. Calcule a frequência do batimento que eles produzem quando tocam juntos em sua frequência fundamental.

R.: 1,3 Hz