



**PEF2603**  
 Estruturas na Arquitetura III -  
 Sistemas Reticulados e Laminares



## Cisalhamento na Flexão

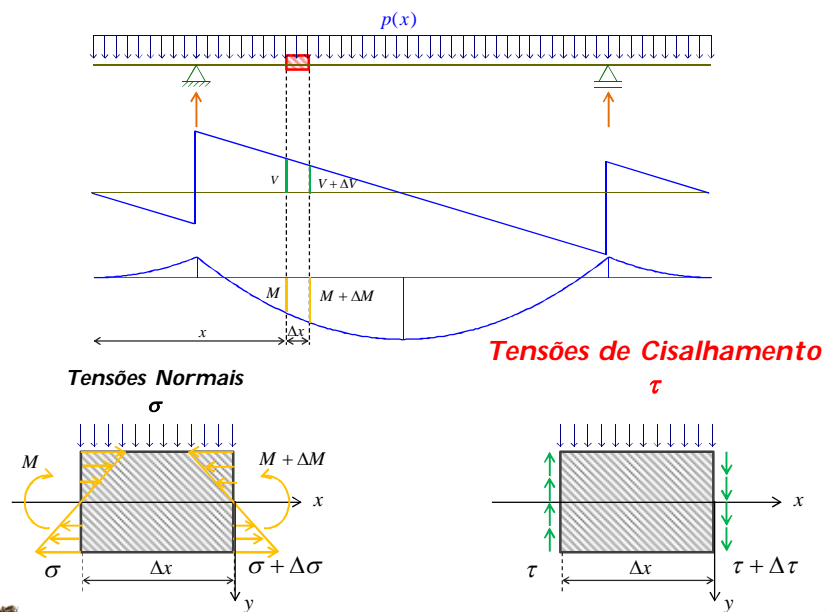
(Fragmentos 06/03/2017)

Professores

Ruy Marcelo O. Pauletti , Leila Cristina Meneghetti, Luís Bitencourt

1º Semestre 2017

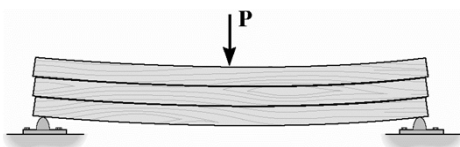
### TENSÕES de CISALHAMENTO na FLEXÃO



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

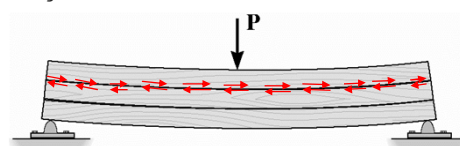


**Peças de madeira simplesmente empilhadas**



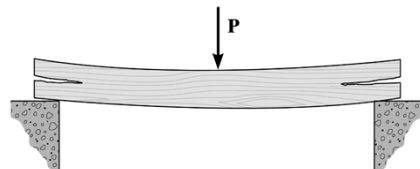

Tendência de deslizamento de uma tábua em relação à outra

**Peças de madeira coladas**



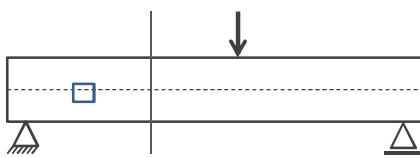
Surgimento de tensões horizontais de cisalhamento como consequência da tendência ao deslizamento

**Em uma peça única...**

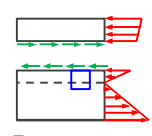



Falha típica por cisalhamento em vigas de madeira

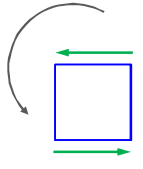
PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



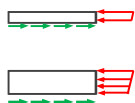
Tensões em uma porção da viga



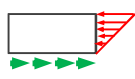
Momento produzido pelas tensões de cisalhamento horizontais



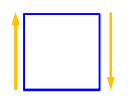
Próximo à superfície as forças horizontais são pequenas, pois se desenvolvem em uma pequena área



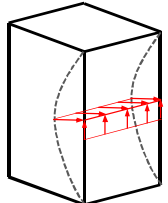
Na linha neutra, se desenvolvem as máximas forças horizontais possíveis



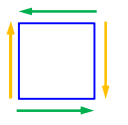
Momento produzido pelas tensões de cisalhamento verticais



Variação das tensões em uma viga retangular

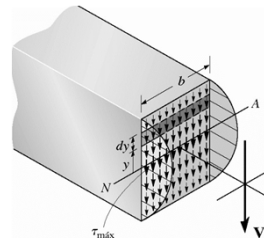
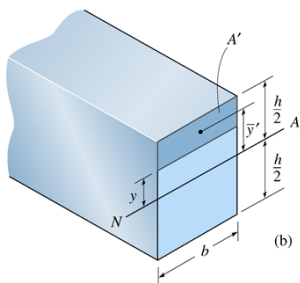
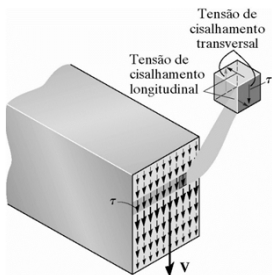


Equilíbrio de momentos



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

**Fórmula para cálculo da tensão de cisalhamento  $\tau$**



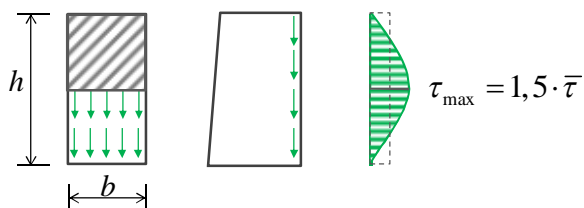
$$\tau = \frac{Vs^*}{Ib} \quad s^* = A \cdot \bar{y}$$

$$V = \int_{ST} \tau dA$$

onde:  $\left\{ \begin{array}{l} V = \text{esforço cortante na seção} \\ s^* = \text{momento estático área hachurada} \\ I = \text{momento de inércia} \\ b = \text{base da área hachurada} \end{array} \right.$



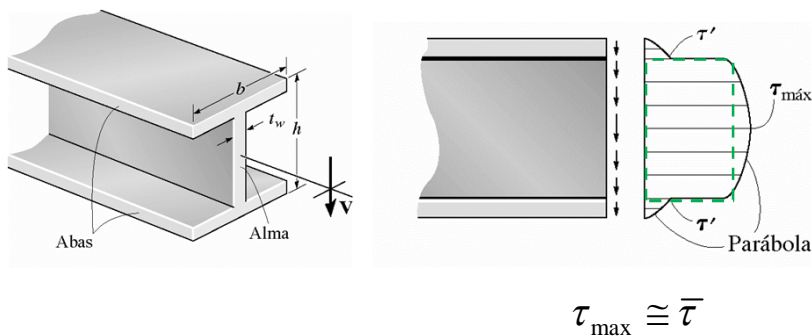
Para uma seção retangular, a distribuição de tensões é parabólica e o seu valor máximo situa-se na linha neutra.



$$\tau = \frac{Vs^*}{Ib} = \frac{V(A \cdot \bar{y})}{Ib} = \frac{V(bh/2)(h/4)}{(bh^3/12)b} = \frac{3V}{2bh} = \frac{3V}{2A}$$



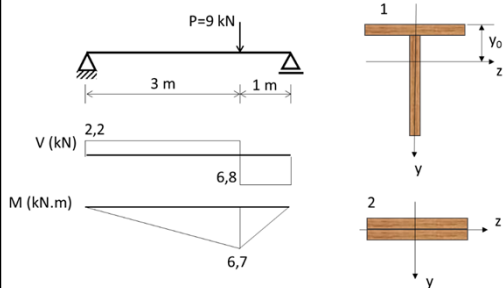
Distribuição de tensões em um perfil metálico |



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



**Exemplo:** P2/Q3, 2015 (3,0) Uma viga bi-apoiada deve ser construída por meio da colagem de duas placas de madeira (2,5 cm x 15 cm). Os diagramas de esforços solicitantes, devido a atuação de uma carga puntual  $P=9\text{kN}$ , estão mostrados na figura abaixo. Considerando que a seção transversal da viga possa assumir duas configurações distintas, conforme pode ser visto na figura, escolha a seção mais eficiente.



Respostas	Valor	Unidade
$y_{0,1}$	5,625	cm
$I_{z0,1}$	2158,2	cm <sup>4</sup>
$I_{z0,2}$	156,25	cm <sup>4</sup>
$\tau_1$	2,1	MPa
$\sigma_{c,1}$	-17,5	MPa
$\sigma_{t,1}$	36,4	MPa
$\tau_2$	1,4	MPa
$\sigma_{c,2}$	-107,2	MPa
$\sigma_{t,2}$	107,2	MPa
Seção escolhida	Configuração 1	

Esforços solicitantes:  
 $V = 6,8 \text{ kN}$  ;  $M = 6,7 \times 10^2 \text{ kNcm}$

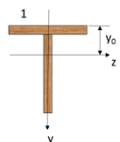
Dimensões das placas:  
 $b = 2,5 \text{ cm}$  ;  $h = 15 \text{ cm}$



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



## 1. CONFIGURAÇÃO 1:



1.1. altura do baricentro  
(desde a face superior da viga):

$$y_0 = \frac{(b \times h) \times \frac{h}{2} + (b \times h) \times \left(b + \frac{h}{2}\right)}{2 \times b \times h} = 5,625 \text{ cm}$$

1.2 Momento de Inércia: 
$$I_1 = \frac{hb^3}{12} + (b \times h) \times \left(y_0 - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{bh^3}{12} + (b \times h) \times \left(y_0 - \left(b + \frac{h}{2}\right)\right)^2$$

$$I_1 = 2158,2 \text{ cm}^4 = 2,1582 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

1.3 Momento estático na altura da interface: 
$$S_1 = (b \times h) \times \left(y_0 - \frac{b}{2}\right) = 164,06 \text{ cm}^3 = 1,6406 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

1.4 Tensão de cisalhamento na interface: 
$$\tau_1 = \frac{VS_1}{bI_1} = 0,20677 \text{ kN} / \text{cm}^2 = 2,0677 \text{ MPa}$$

1.5. Máxima tensão de compressão: 
$$\sigma_{c,1} = -\frac{M}{I_1} y_0 = -1,7462 \text{ kN} / \text{cm}^2 = -17,462 \text{ MPa}$$

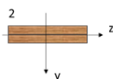
1.6. Máxima tensão de tração: 
$$\sigma_{t,1} = \frac{M}{I_1} (h + b - y_0) = 3,6865 \text{ kN} / \text{cm}^2 = 36,42 \text{ MPa}$$



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



## 2. CONFIGURAÇÃO 2:



2.1. altura do baricentro  
(desde a face superior da viga):

$$y_2 = b = 2,5 \text{ cm}$$

2.2 Momento de Inércia: 
$$I_2 = \frac{h \times (2b)^3}{12} = 156,25 \text{ cm}^4 = 1,5625 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

2.3 Momento estático na altura da interface: 
$$S_2 = (b \times h) \times \left(\frac{b}{2}\right) = 46,875 \text{ cm}^3 = 4,6875 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

2.4 Tensão de cisalhamento na interface: 
$$\tau_2 = \frac{VS_2}{hI_2} = 0,136 \text{ kN} / \text{cm}^2 = 1,36 \text{ MPa}$$

(Verificando:  $\tau_2 = 1,5 \frac{V}{2A} = 1,5 \frac{V}{2(b \times h)} = 0,136 \text{ kN} / \text{cm}^2$ , OK!)

2.5. Máxima tensão de compressão: 
$$\sigma_{c,2} = -\frac{M}{I_2} y_2 = -10,72 \text{ kN} / \text{cm}^2 = -107,2 \text{ MPa}$$

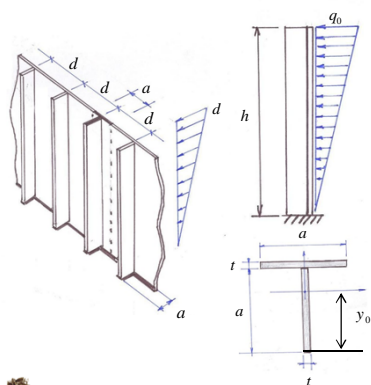
1.6. Máxima tensão de tração: 
$$\sigma_{t,2} = +\frac{M}{I_2} (2b - y_2) = 10,72 \text{ kN} / \text{cm}^2 = 107,2 \text{ MPa}$$



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



**Exercício:** PSub, / Q2, 208 (3,0) A parede de vidro mostrada na figura está sujeita a um carregamento transversal de intensidade máxima  $q_0$ . A parede é reforçada por diafragmas de vidro, colados com PVB. Um estudo simplificado do comportamento estrutural da parede pode ser feito considerando uma viga equivalente, engastada em sua base, conforme mostrado na figura. Considerando  $h = 5m$ ,  $a = 20cm$ ,  $t = 16mm$  e admitindo que a largura da mesa da seção transversal equivalente seja igual à largura dos diafragmas, resultam  $I = 2940cm^2$ ;  $A = 64cm^2$ ;  $y_0 = 15,4cm$ .



- determine o valor  $q_0$  (em kN/m) do carregamento transversal a ser aplicado na viga equivalente;
- sendo  $E_V = 70GPa$  o módulo de elasticidade do vidro, determine o máximo deslocamento lateral da parede;
- determine a máxima tensão de cisalhamento na cola de PVB.



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



**Exercício:** P2/ Q2 / 2006 (3,0) A figura abaixo esquematiza um degrau típico de uma escada, composto por duas placas de vidro laminado, coladas com uma camada de PVB (polivinil-butiral). A escada deve ser projetada para o carregamento indicado na figura, sendo o carregamento dado por  $P = (3 + 0,2m)kN$ , onde  $m$  é o penúltimo algarismo não-nulo de seu número USP.

- determine os diagramas de esforços solicitantes da viga, para esta condição de carregamento;

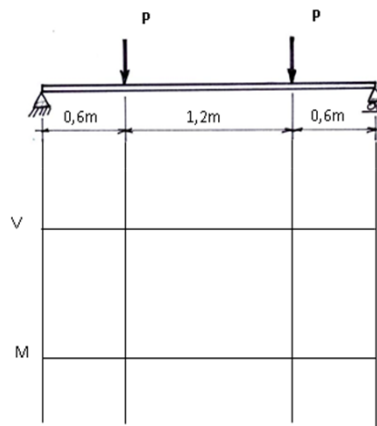
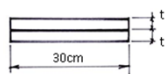
- determine as espessuras mínimas das placas de vidro, sabendo que a escada deve trabalhar com um fator de segurança  $s=3$ , e que as tensões de ruptura do vidro são

$$\sigma_R^t = 45MPa \quad (\text{à tração})$$

$$\sigma_R^c = 800MPa \quad (\text{à compressão});$$

despreze a espessura do filme de PVB;

- com essas dimensões, determine a tensão de ruptura ao cisalhamento que deve ser especificada para o filme de PVB.



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

