

# Acoplador Direcional

SEL 369 Micro-ondas/SEL5900 Circuitos de Alta  
Frequência

Amílcar Careli César  
Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP

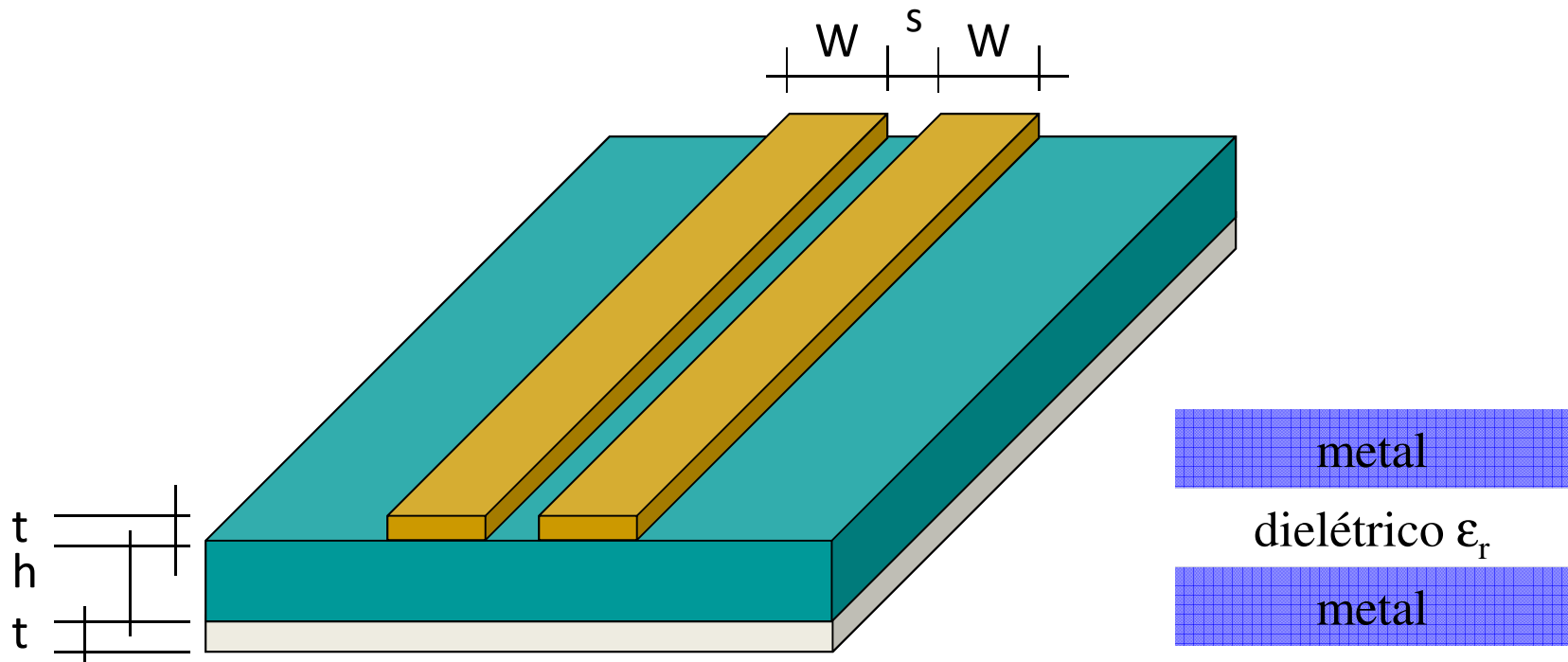
# Atenção!

---



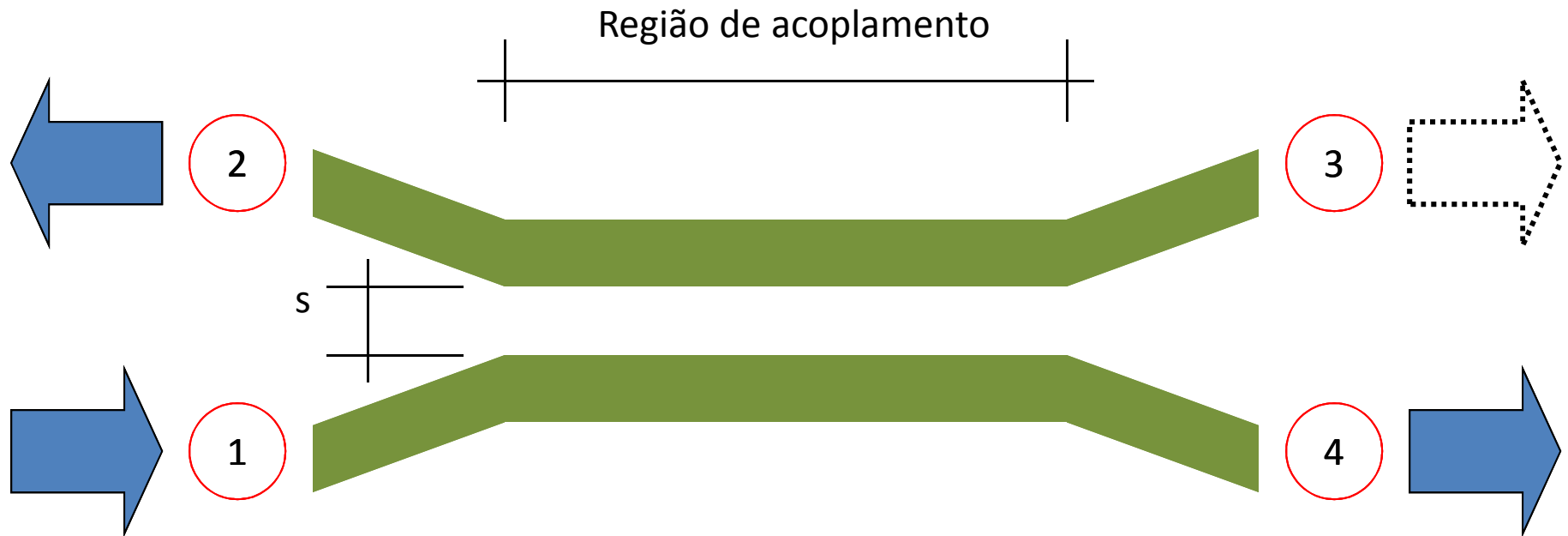
- ✓ Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de **SEL-369 Micro-ondas**, oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de engenharia elétrica/eletrônica e **SEL-5900 Circuitos de Alta Frequência**, oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de pós-graduação em engenharia elétrica.
- ✓ Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- ✓ solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

# Layout da microfita acoplada



As linhas de campo eletromagnético acoplam-se de uma linha de transmissão para outra

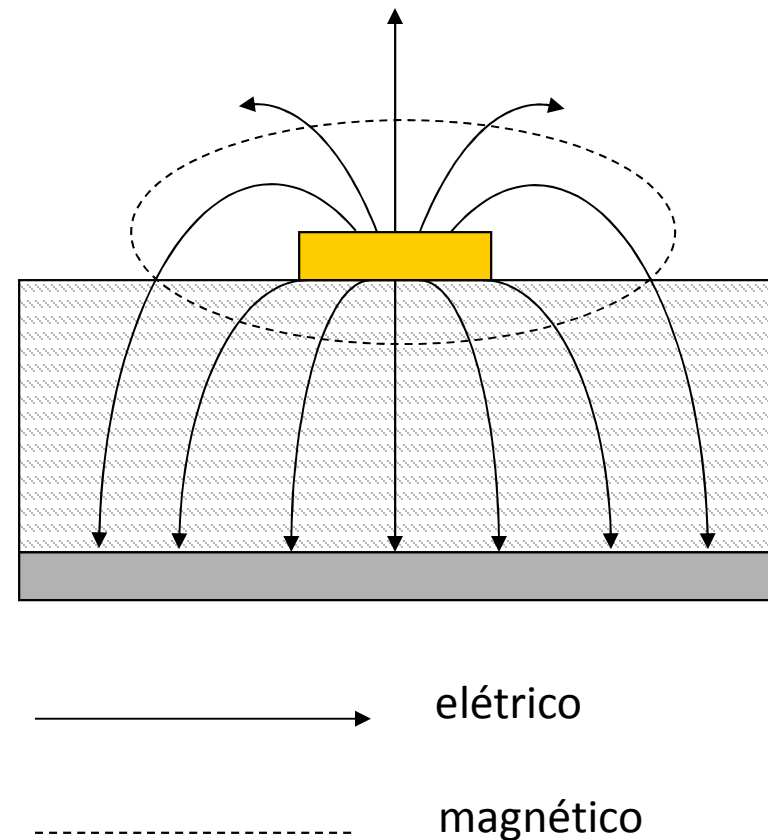
# Layout do acoplador direcional



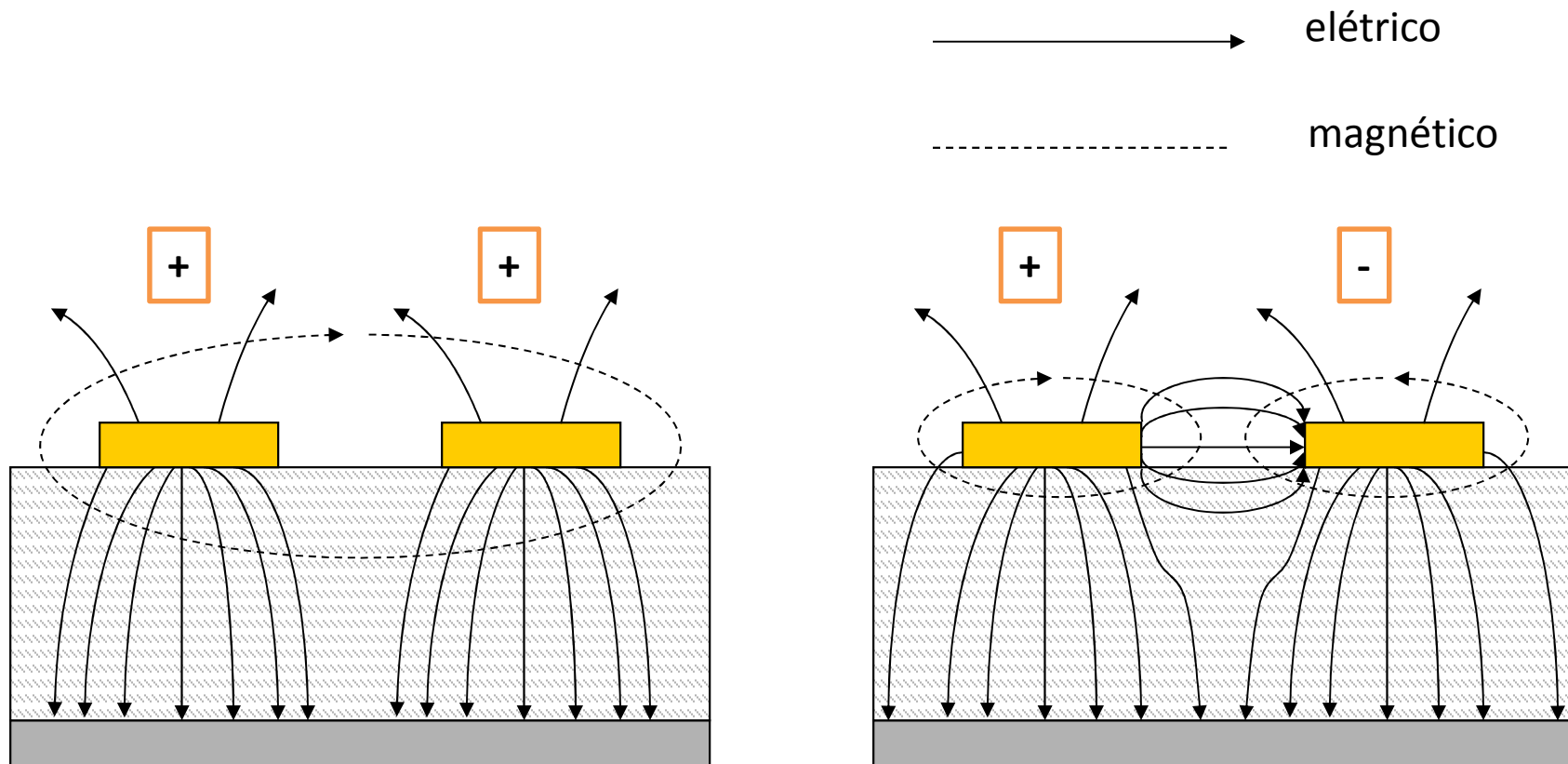
- ✓ A potência que entra pela porta 1 divide-se entre as portas 2 e 4, de acordo com o fator de acoplamento
- ✓ Nenhum sinal emerge pela porta 3 (porta isolada)
- ✓ O acoplador é simétrico e recíproco

# Distribuição de campo eletromagnético

- ✓ Linhas de campo eletromagnético não estão totalmente contidas na região do substrato
  - O modo de propagação não é um modo puro TEM mas sim um modo quase-TEM
    - há componente de campo na direção de propagação



# Distribuição de campo eletromagnético



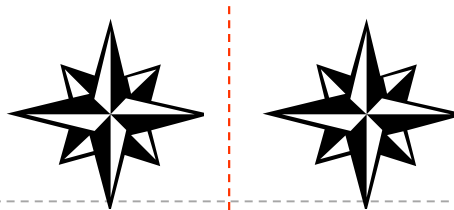
Excitação simétrica (par)

Excitação anti-simétrica (ímpar)

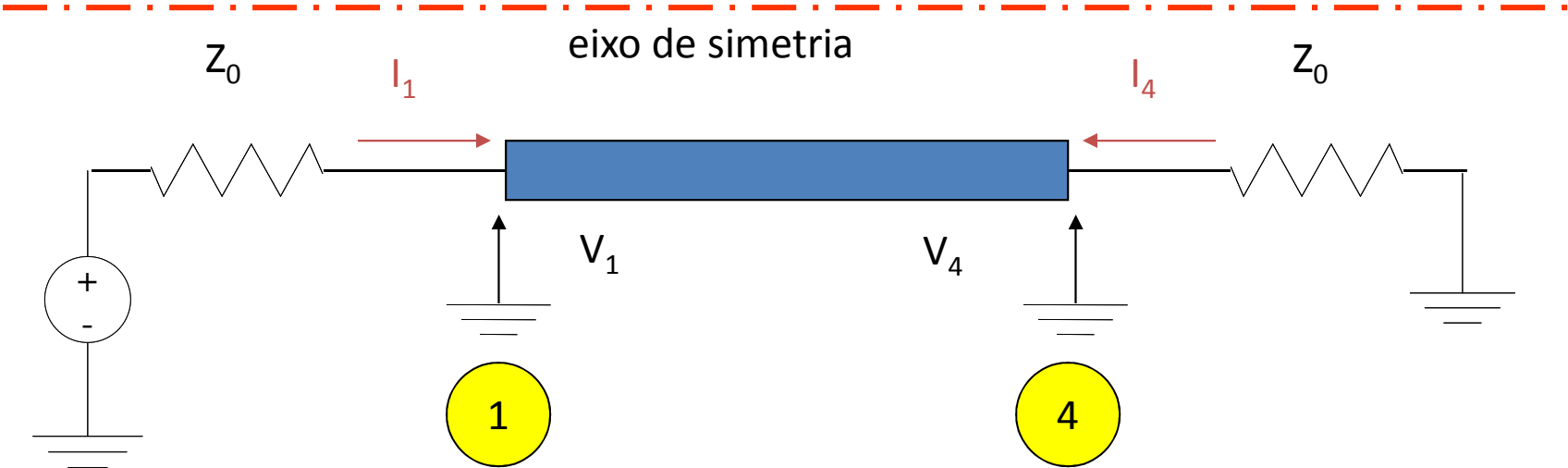
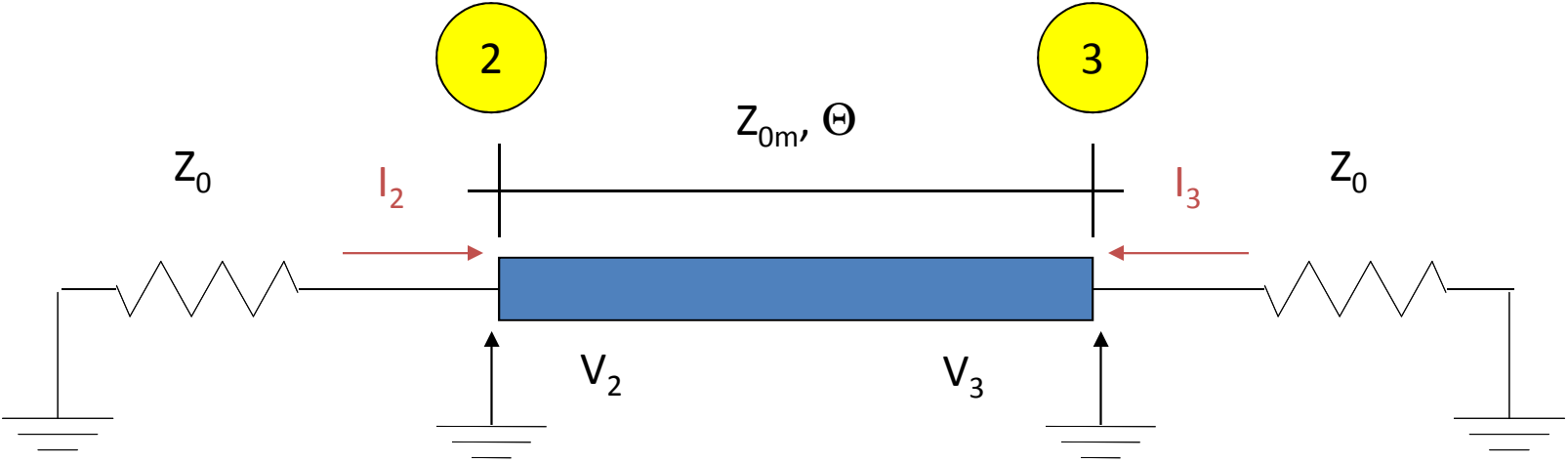
# Análise do acoplador direcional

---

- ✓ O acoplador possui um eixo de simetria
- ✓ As tensões e correntes nas portas são superposições de 2 tipos distintos de excitação
  - Modo simétrico (par)
    - No eixo de simetria a corrente é nula (parede magnética)
  - Modo anti-simétrico (ímpar)
    - No eixo de simetria a tensão é nula (parede elétrica)

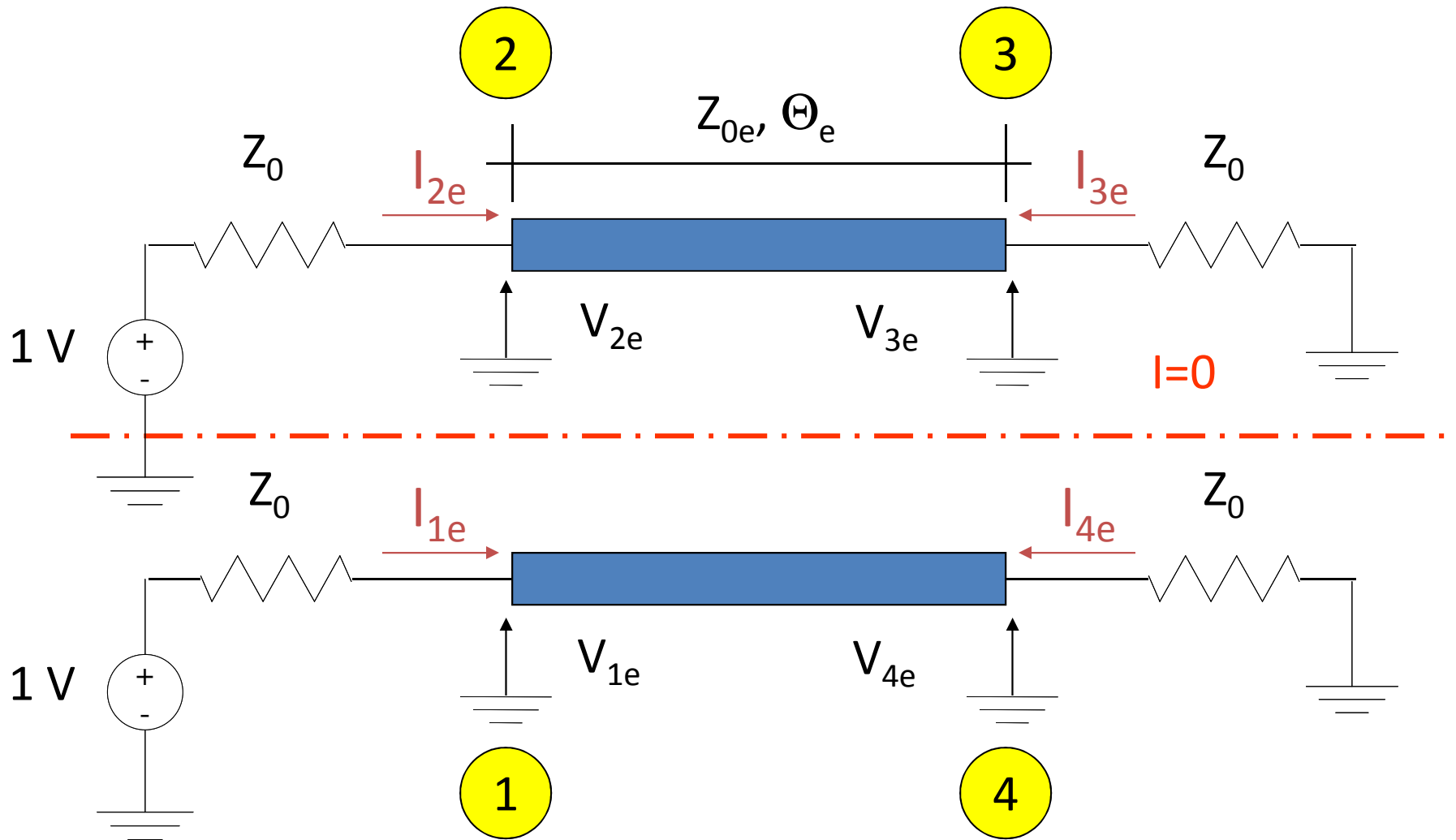


# Eixo de simetria

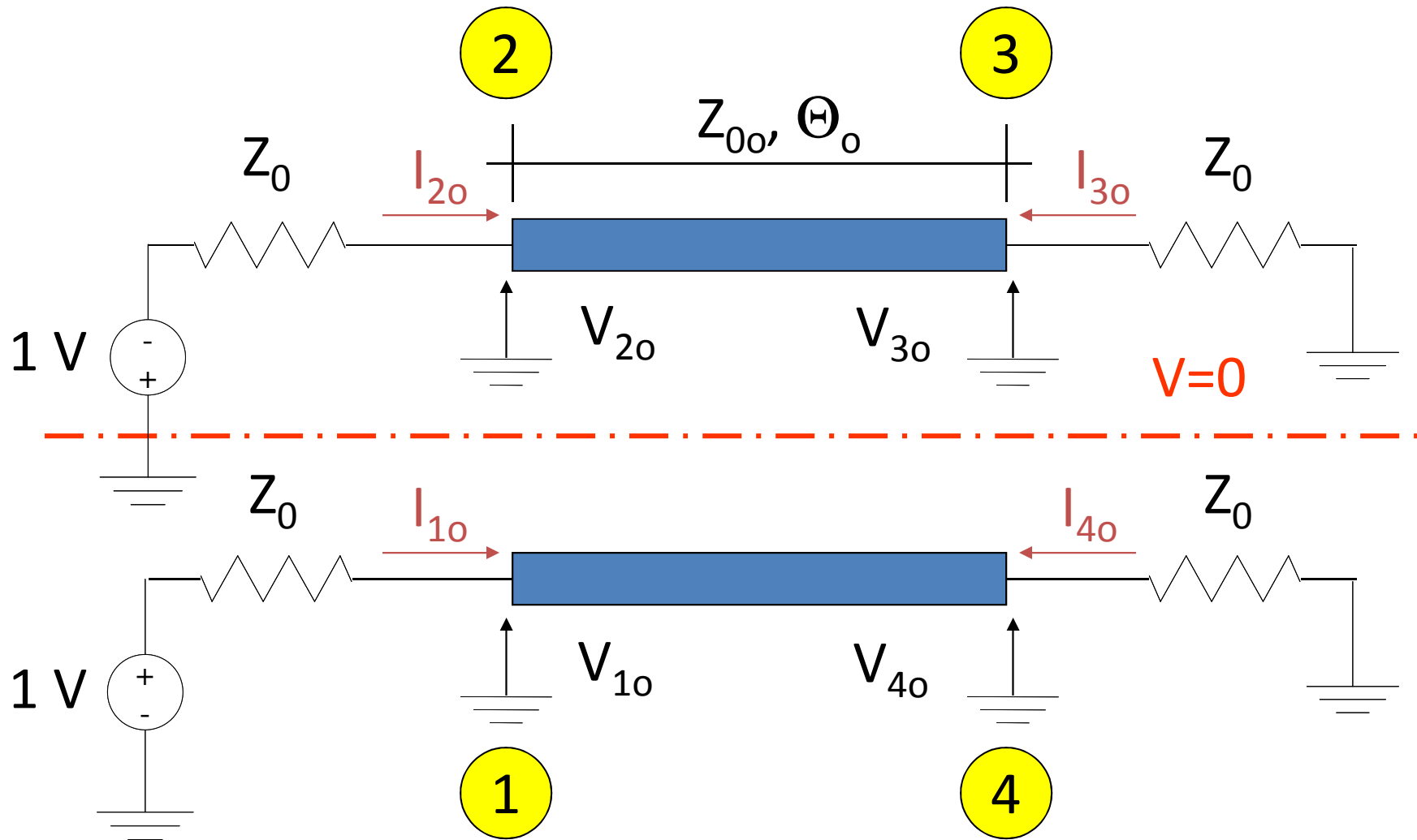




# Modo simétrico (par)



# Modo anti-simétrico (ímpar)



# Análise do acoplador-1

---

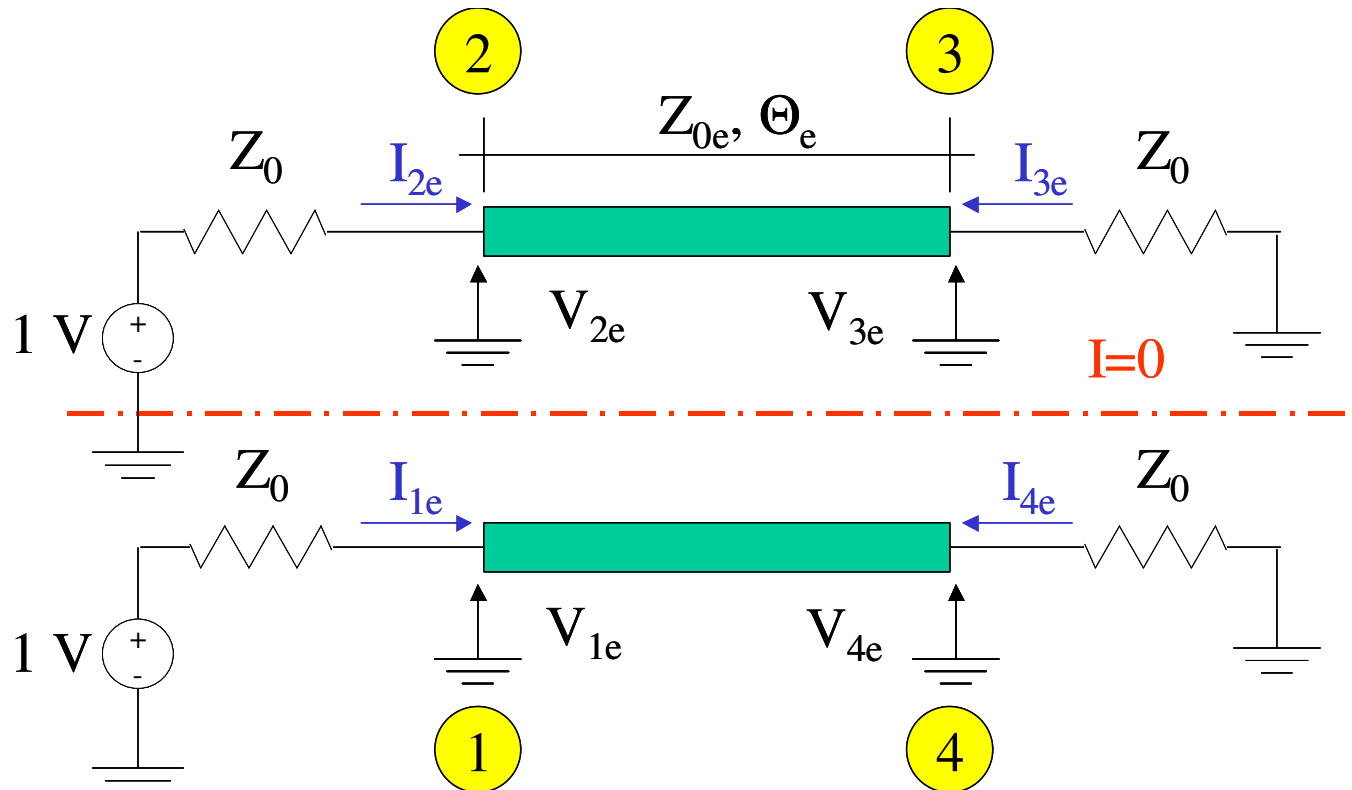
O circuito original do acoplador é a superposição dos circuitos equivalentes par e ímpar.

Assim, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = V_{1e} + V_{1o} \\ V_2 = V_{2e} + V_{2o} \\ V_3 = V_{3e} + V_{3o} \\ V_4 = V_{4e} + V_{4o} \end{array} \right. \quad (1) \quad \left\{ \begin{array}{l} I_1 = I_{1e} + I_{1o} \\ I_2 = I_{2e} + I_{2o} \\ I_3 = I_{3e} + I_{3o} \\ I_4 = I_{4e} + I_{4o} \end{array} \right. \quad (2)$$

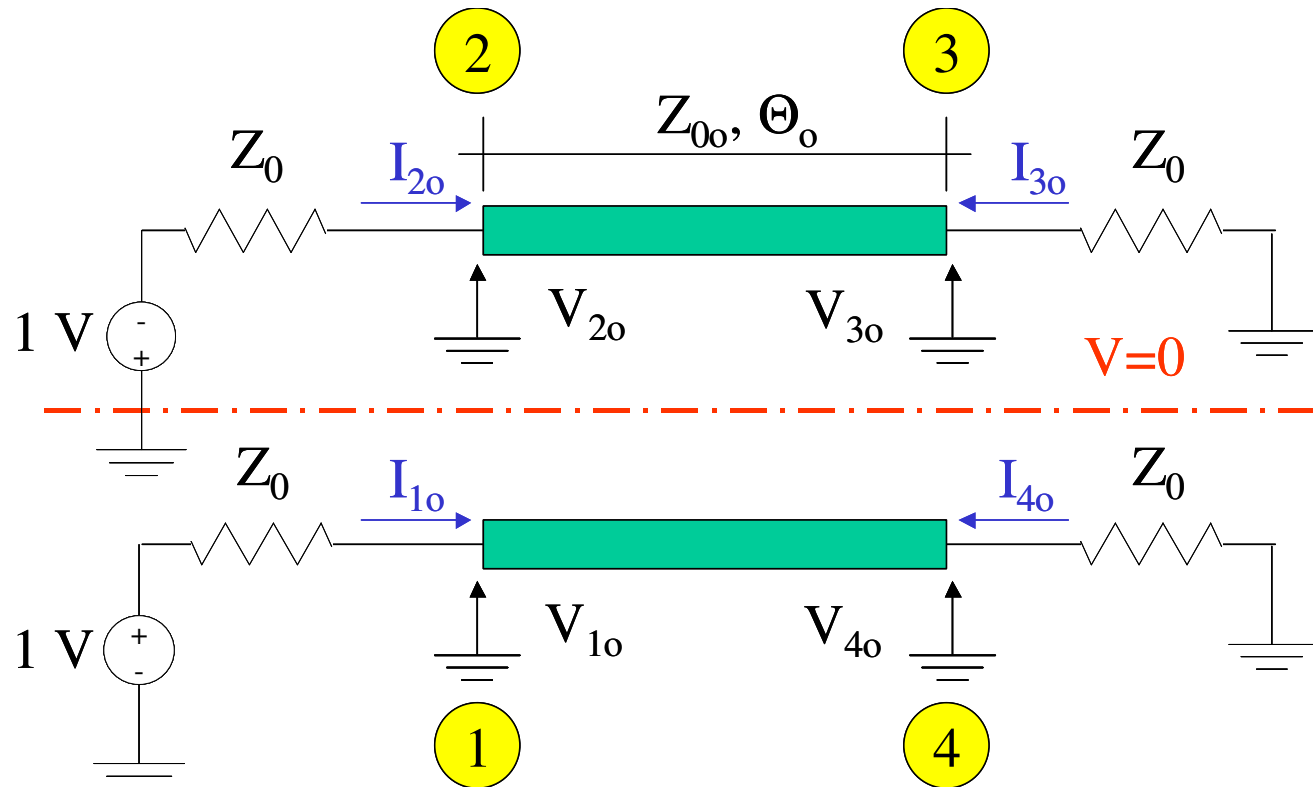
# Análise do acoplador-2

$$\begin{cases} V_{2e} = V_{1e} \\ V_{3e} = V_{4e} \end{cases} \quad \begin{cases} V_{3e} = -Z_0 I_{3e} \\ V_{4e} = -Z_0 I_{4e} \end{cases} \quad \begin{cases} V_{1e} + Z_0 I_{1e} = 1 \\ V_{2e} + Z_0 I_{2e} = 1 \end{cases}$$



# Análise do acoplador-3

$$\begin{cases} V_{3o} = -Z_0 I_{3o} \\ V_{4o} = -Z_0 I_{4o} \end{cases} \quad \begin{cases} V_{1o} + Z_0 I_{1o} = 1 \\ V_{2o} + Z_0 I_{2o} = -1 \end{cases}$$



# Análise do acoplador-4

---

Resumindo, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = V_{1e} + V_{1o} \\ V_2 = V_{2e} + V_{2o} \\ V_3 = V_{3e} + V_{3o} \\ V_4 = V_{4e} + V_{4o} \end{array} \right. \quad (1) \quad \left\{ \begin{array}{l} I_1 = I_{1e} + I_{1o} \\ I_2 = I_{2e} + I_{2o} \\ I_3 = I_{3e} + I_{3o} \\ I_4 = I_{4e} + I_{4o} \end{array} \right. \quad (2) \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{2e} = V_{1e} \\ V_{3e} = V_{4e} \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{4e} = -Z_0 I_{4e} \\ V_{4o} = -Z_0 I_{4o} \\ V_{3e} = -Z_0 I_{3e} \\ V_{3o} = -Z_0 I_{3o} \end{array} \right. \quad (4) \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{1e} + Z_0 I_{1e} = 1 \\ V_{1o} + Z_0 I_{1o} = 1 \end{array} \right. \quad (5) \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{2e} + Z_0 I_{2e} = 1 \\ V_{2o} + Z_0 I_{2o} = -1 \end{array} \right. \quad (6)$$

# Análise do acoplador-5

---

Em termos de matriz ABCD:

$$\begin{pmatrix} V_{1e} \\ I_{1e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_e & jZ_{0e} \operatorname{sen} \theta_e \\ j \frac{1}{Z_{0e}} \operatorname{sen} \theta_e & \cos \theta_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{4e} \\ -I_{4e} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Substituindo (4) em (7):

$$\begin{cases} V_{1e} = - \left( Z_0 \cos \theta_e + jZ_{0e} \operatorname{sen} \theta_e \right) I_{4e} \\ Z_0 I_{1e} = - \left( j \frac{Z_0^2}{Z_{0e}} \operatorname{sen} \theta_e + Z_0 \cos \theta_e \right) I_{4e} \end{cases} \quad (8)$$

# Análise do acoplador-6

---

Substituindo (5) em (8):

$$\begin{cases} V_{1e} = -\left(Z_0 \cos \theta_e + jZ_{0e} \operatorname{sen} \theta_e\right) I_{4e} \\ 1 - V_{1e} = -\left(j \frac{Z_0^2}{Z_{0e}} \operatorname{sen} \theta_e + Z_0 \cos \theta_e\right) I_{4e} \end{cases} \quad (9)$$

Resolvendo (9):

$$I_{4e} = -\frac{Z_{0e}}{\left[2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j\left(Z_{0e}^2 + Z_0^2\right) \operatorname{sen} \theta_e\right]} \quad (10)$$

$$V_{1e} = \frac{Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + jZ_{0e}^2 \operatorname{sen} \theta_e}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j\left(Z_{0e}^2 + Z_0^2\right) \operatorname{sen} \theta_e} \quad (11)$$



# Análise do acoplador-7

---

Analogamente temos:

$$\begin{pmatrix} V_{1o} \\ I_{1o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_o & jZ_{0o} \operatorname{sen} \theta_o \\ j \frac{1}{Z_{0o}} \operatorname{sen} \theta_o & \cos \theta_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{4o} \\ -I_{4o} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$I_{4o} = - \frac{Z_{0o}}{\left[ 2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j \left( Z_{0o}^2 + Z_0^2 \right) \operatorname{sen} \theta_o \right]} \quad (13)$$

$$V_{1o} = \frac{Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j Z_{0o}^2 \operatorname{sen} \theta_o}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j \left( Z_{0o}^2 + Z_0^2 \right) \operatorname{sen} \theta_o} \quad (14)$$

# Análise do acoplador-8

---

Se  $\theta_e = \theta_o = 90^0$  e  $Z_0^2 = Z_{0e} Z_{0o}$

$$V_{1e} = \frac{Z_{0e}^2}{(Z_{0e}^2 + Z_0^2)} \quad \text{e} \quad V_{1o} = \frac{Z_{0o}^2}{(Z_{0o}^2 + Z_0^2)}$$

Como  $V_1 = V_{1e} + V_{1o}$

então 
$$V_1 = \frac{Z_{0e}}{Z_{0e} + Z_{0o}} + \frac{Z_{0o}}{Z_{0o} + Z_{0e}} = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}$$

e  $V_1 = 1 \text{ volt}$  (15)

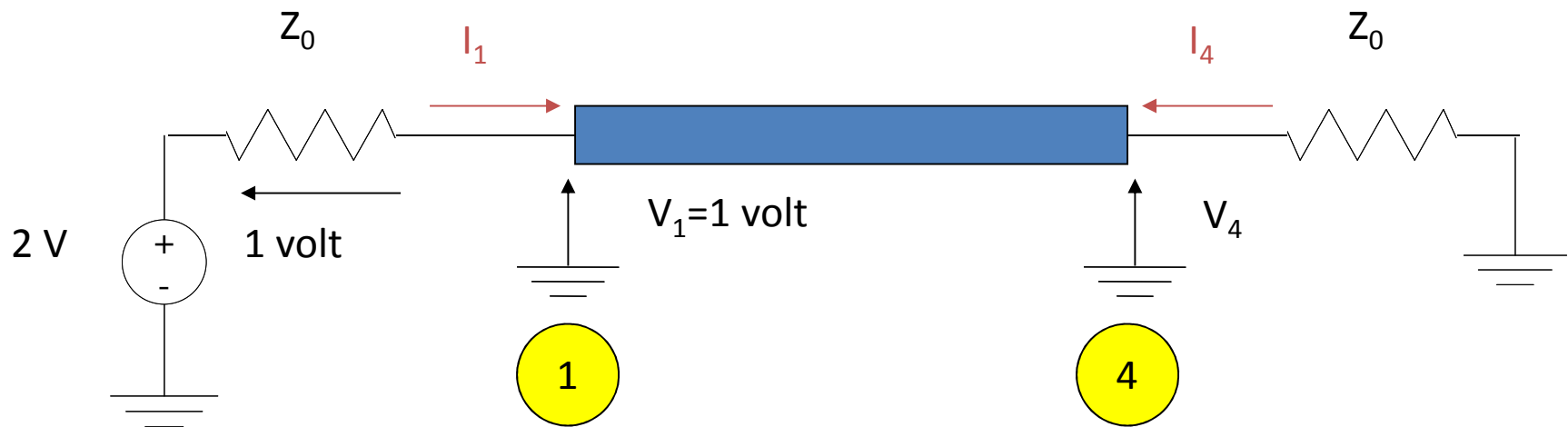
# Análise do acoplador-9

A tensão da fonte original é de **2 volts**.

A tensão na porta 1, sob condição de casamento de impedância, é **1 volt**. Então, a tensão sobre  $Z_0$  é **1 volt**.

Condição de casamento de impedância:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{oe} Z_{oo}} \quad (16)$$



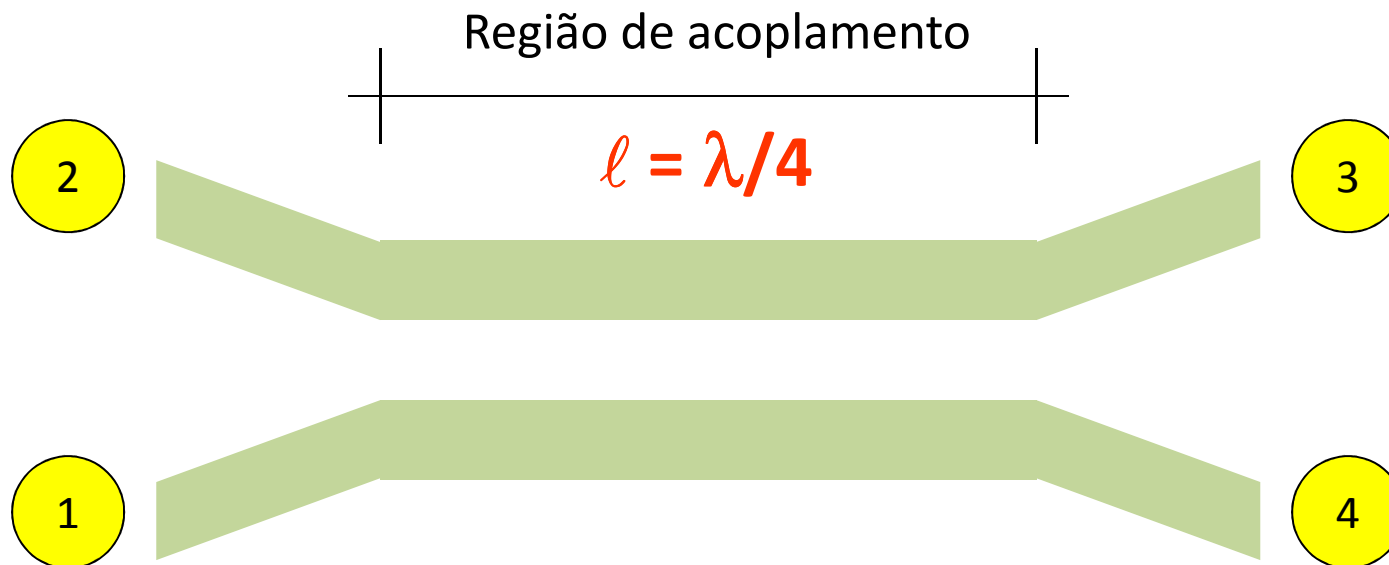
# Análise do acoplador-10

Sob as condições:

1. casamento de impedâncias
2.  $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$  ( $\beta l = \pi/2$  e  $l = \lambda/4$ )

$$Z_0 = \sqrt{Z_{oe} Z_{oo}}$$

$l = \lambda/4$  : largura da região de acoplamento



# Análise do acoplador-10

---

Sob as condições de casamento de impedâncias e  $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$ ,  $I_{4e}$  e  $I_{4o}$  passam a ser:

$$I_{4e} = \frac{-Z_{0e}}{j(Z_{0e}^2 + Z_0^2)} \quad \text{e} \quad I_{4o} = \frac{-Z_{0o}}{j(Z_{0o}^2 + Z_0^2)}$$

e

$$I_4 = I_{4e} + I_{4o} = j \frac{2}{Z_{0e} + Z_{0o}} = j \frac{2/Z_0}{Z_{0e}/Z_0 + Z_{0o}/Z_0} \quad (17)$$

# Análise do acoplador-11

---

Definindo o fator de acoplamento:

$$k = \frac{(Z_{0e} - Z_{0o})}{(Z_{0e} + Z_{0o})} \quad (18)$$

então  $\frac{Z_{0o}}{Z_{0e}} = \frac{1 - k}{1 + k}$  (19)

Substituindo (16) e (19) na expressão de  $I_4$ , resulta em:

$$I_4 = j \frac{\sqrt{1 - k^2}}{Z_0} \quad (19)$$

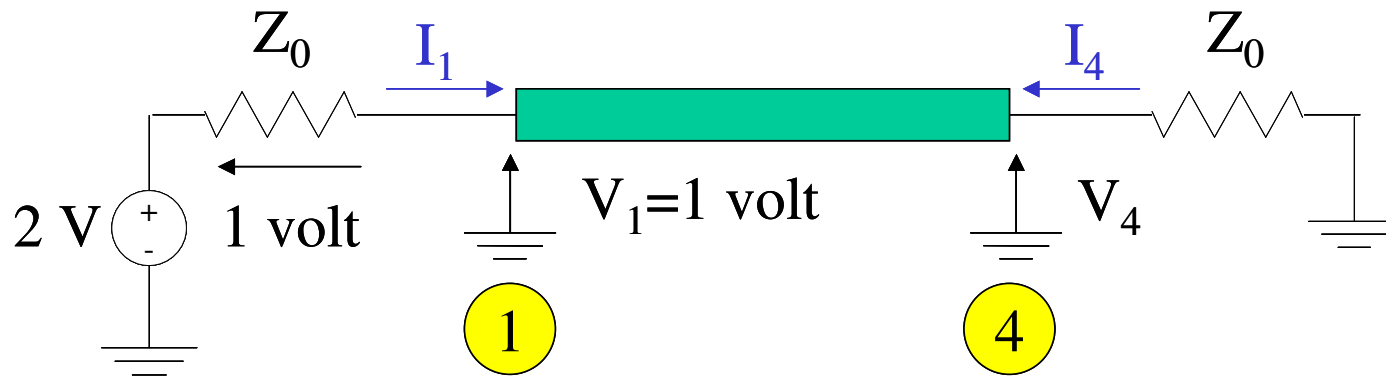
# Análise do acoplador-12

Substituindo  $Z_0 = \sqrt{Z_{oe} Z_{oo}}$  e  $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$

na expressão de  $V_4$  resulta em

$$V_4 = V_{4e} + V_{4o} = -j \frac{2Z_0}{Z_{oe} + Z_{oo}} = -j \frac{2}{Z_{oe}/Z_0 + Z_{oo}/Z_0}$$

e  $V_4 = -j\sqrt{1 - k^2}$  (20)



# Análise do acoplador-13

---

De maneira análoga,

$$\begin{pmatrix} V_{2e} \\ I_{2e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_e & jZ_{0e} \operatorname{sen} \theta_e \\ j \frac{1}{Z_{0e}} \operatorname{sen} \theta_e & \cos \theta_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{3e} \\ -I_{3e} \end{pmatrix}$$

e

$$I_{3e} = \frac{-Z_{0e}}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j(Z_{0e}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_e} \quad (21)$$

$$V_{2e} = \frac{Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + jZ_{0e}^2 \operatorname{sen} \theta_e}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j(Z_{0e}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_e} \quad (22)$$



# Análise do acoplador-14

---

Também,

$$\begin{pmatrix} V_{2o} \\ I_{2o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_o & jZ_{0o} \operatorname{sen} \theta_o \\ j \frac{1}{Z_{0o}} \operatorname{sen} \theta_o & \cos \theta_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{3o} \\ -I_{3o} \end{pmatrix}$$

e

$$V_{2o} = - \frac{Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j Z_{0o}^2 \operatorname{sen} \theta_o}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j (Z_{0o}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_o} \quad (23)$$

$$I_{3o} = \frac{Z_{0o}}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j (Z_{0o}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_o} \quad (24)$$

# Análise do acoplador-15

---

Substituindo  $Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}}$  e  $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$

em (21)-(24) resulta em

$$V_2 = V_{2e} + V_{2o} = \frac{Z_{0e}^2}{(Z_{0e}^2 + Z_0^2)} - \frac{Z_{0o}^2}{(Z_{0o}^2 + Z_0^2)} = \frac{(Z_{0e} - Z_{0o})}{(Z_{0e} + Z_{0o})}$$

$$I_3 = I_{3e} + I_{3o} = j \left[ \frac{1}{(Z_{0e} + Z_{0o})} - \frac{1}{(Z_{0e} + Z_{0o})} \right]$$

e  $V_2 = k$        $I_3 = 0$       (25)

# Análise do acoplador-16

---

como  $V_{3e} = -Z_0 I_{3e}$  e  $V_{3o} = -Z_0 I_{3o}$

temos que

$$V_{3e} = \frac{Z_0 Z_{0e}}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j(Z_{0e}^2 + Z_0^2) \sin \theta_e}$$

$$V_{3o} = \frac{-Z_0 Z_{0o}}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j(Z_{0o}^2 + Z_0^2) \sin \theta_o}$$

$$V_3 = V_{3e} + V_{3o} = -j \frac{Z_0}{(Z_{0e} + Z_{0o})} + j \frac{z_0}{(Z_{0e} + Z_{0o})}$$

e  $V_3 = 0$  (26)

# Análise do acoplador-17

---

Usando  $Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}}$  e  $\theta_e = \theta_o = 90^\circ$

$$I_1 = I_{1e} + I_{1o} = \frac{Z_0}{Z_{0e} (Z_{0e} + Z_{0o})} + \frac{Z_0}{Z_{0o} (Z_{0e} + Z_{0o})}$$

$$I_1 = \frac{Z_0}{Z_{0e} + Z_{0o}} \left[ \frac{1}{Z_{0e}} + \frac{1}{Z_{0o}} \right] = \frac{Z_0}{Z_{0e} Z_{0o}} = \frac{Z_0}{Z_0^2}$$

e  $I_1 = \frac{1}{Z_0}$  (27)

# Análise do acoplador-18

---

A corrente  $I_2$  é

$$I_{2e} = \frac{Z_{0e} \cos \theta_e + jZ_0 \operatorname{sen} \theta_e}{2Z_0 Z_{0e} \cos \theta_e + j(Z_{0e}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_e}$$

$$I_{2o} = -\frac{Z_{0o} \cos \theta_o + jZ_0 \operatorname{sen} \theta_o}{2Z_0 Z_{0o} \cos \theta_o + j(Z_{0o}^2 + Z_0^2) \operatorname{sen} \theta_o}$$

$$I_2 = I_{2e} + I_{2o} = -\frac{Z_0}{Z_{0e} Z_{0o}} \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} = -\frac{Z_0}{Z_0^2} k$$

e

$$I_2 = -\frac{k}{Z_0} \quad (28)$$

# Análise do acoplador: Resumo

---

Tensões (volt)

$$V_1 = 1$$

$$V_2 = k$$

$$V_3 = 0$$

$$V_4 = -j\sqrt{1 - k^2}$$



Corrente (ampere)

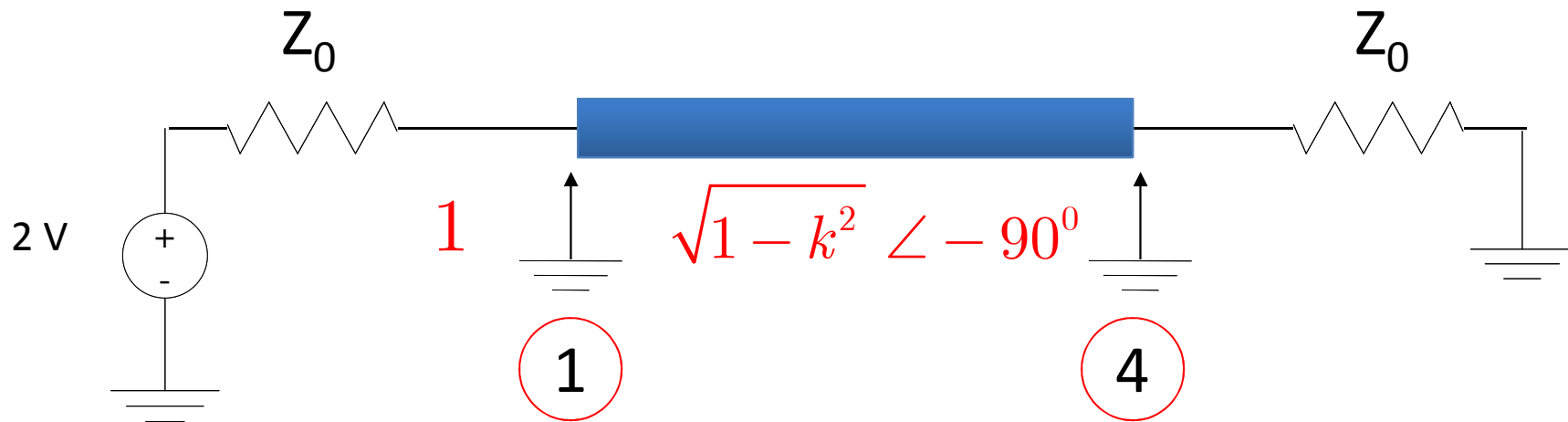
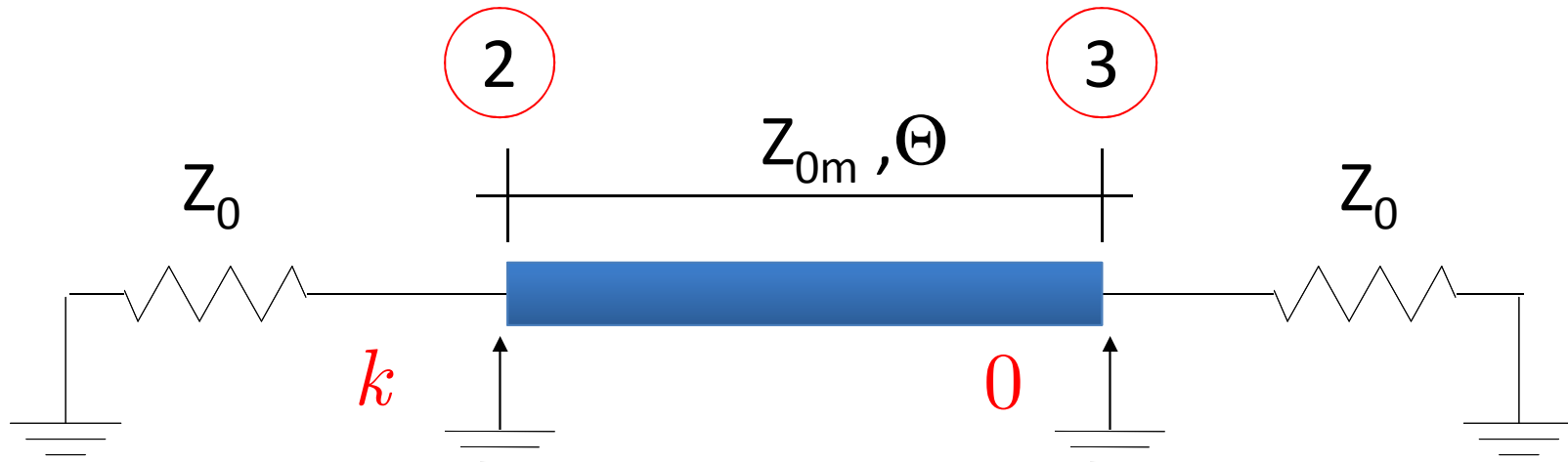
$$I_1 = \frac{1}{Z_0}$$

$$I_2 = -\frac{k}{Z_0}$$

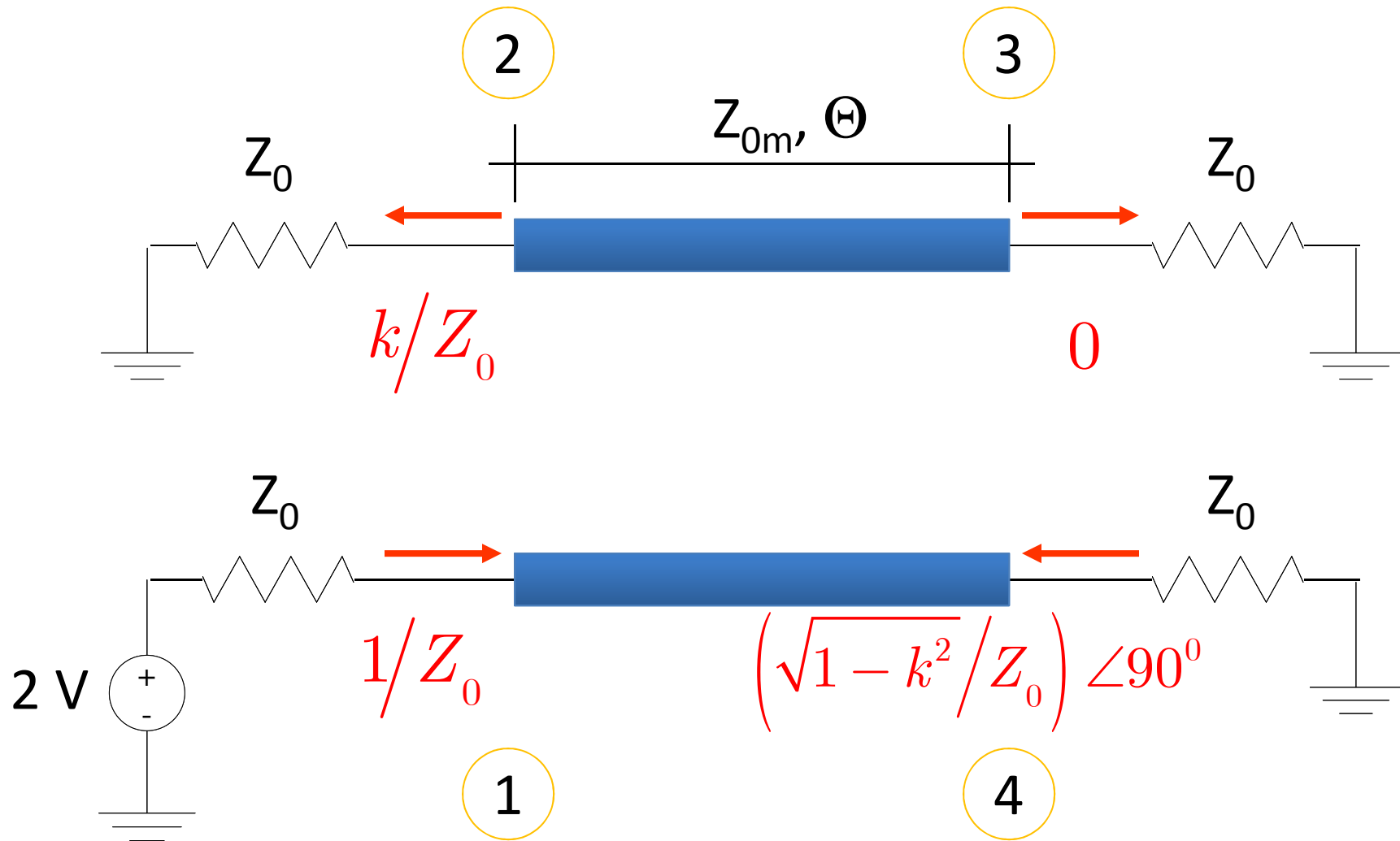
$$I_3 = 0$$

$$I_4 = j\frac{\sqrt{1 - k^2}}{Z_0}$$

# Tensões nas portas (volt)

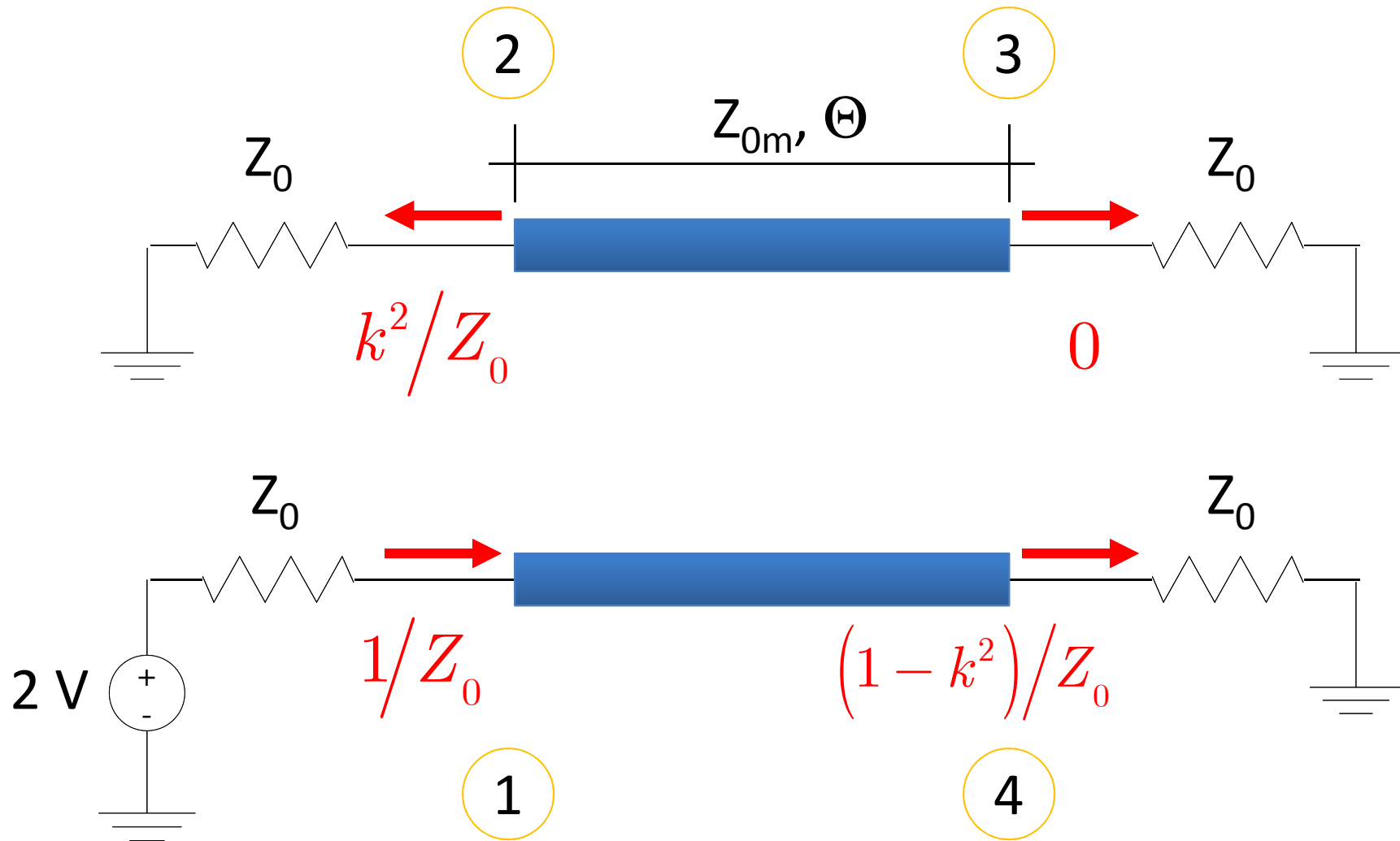


# Correntes nas portas (ampere)





# Potências nas portas (watt)

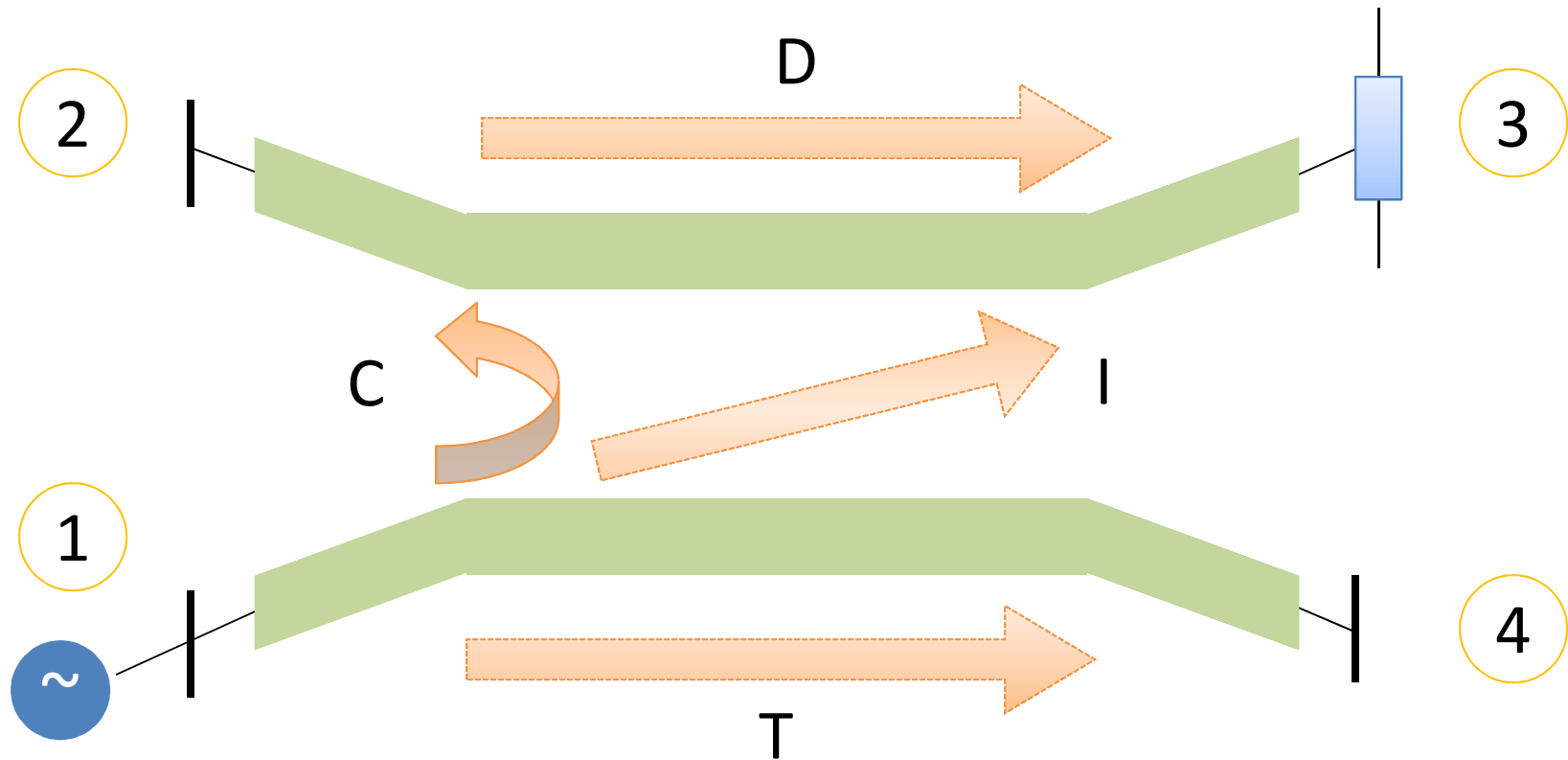


# Especificações

---

- ✓ Fator de acoplamento na frequência central
  - Geralmente em dB
- ✓ Constante dielétrica e espessura do substrato
- ✓ Impedância das terminações
  - Geralmente 50 ohms
- ✓ Largura de faixa e frequência central
- ✓ Tolerância do fator de acoplamento sobre a faixa de frequências
- ✓ Menor valor aceitável da diretividade
  - Geralmente em dB

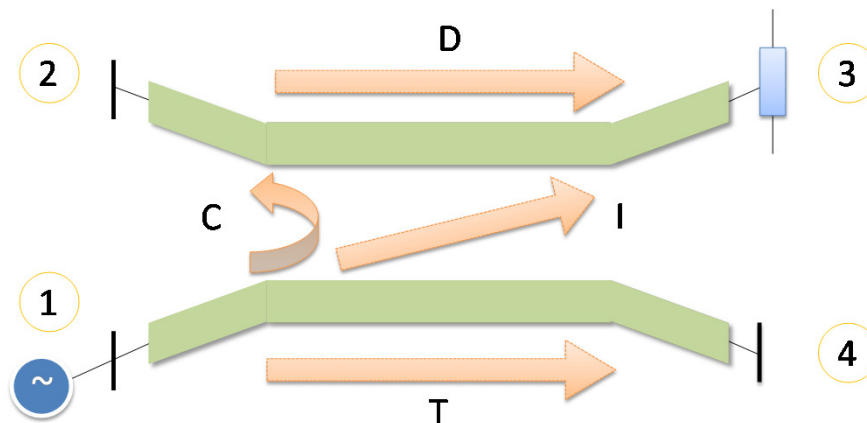
# Parâmetros dos acopladores-1



**C**: fator de acoplamento; **T**: fator de transmissão  
**D**: diretividade ; **I**: isolamento

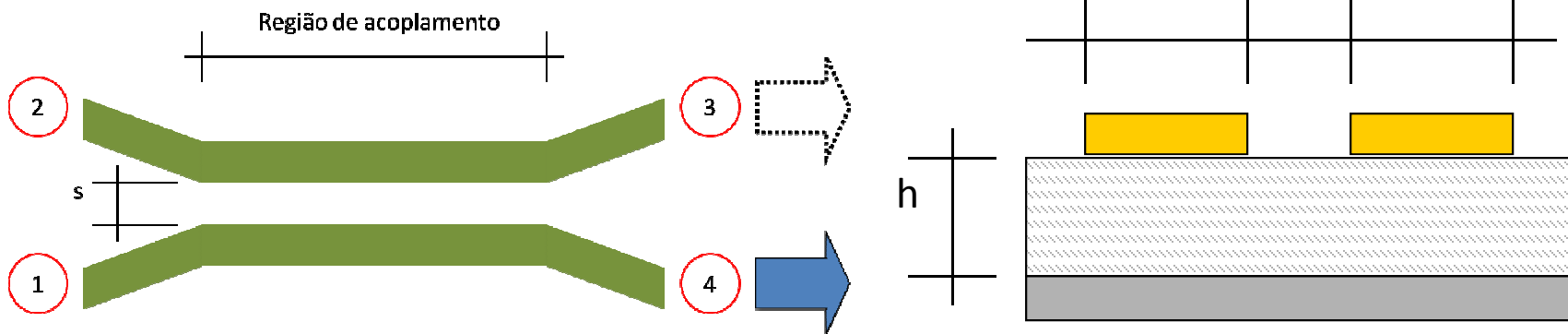
## Parâmetros dos acopladores-2

- ✓  $C=V_2/V_1$  : fração da tensão transferida da porta 1 para a porta 2
- ✓  $T=V_4/V_1$  : transmissão direta da porta 1 para a porta 4
- ✓  $D=V_3/V_2$  : medida do acoplamento indesejado entre as portas 3 e 4
- ✓  $I=V_3/V_1$  : grau de isolamento entre as portas 1 e 3



# Informações a partir do projeto

- ✓ Largura das microfitas
- ✓ Separação entre as linhas acopladas
- ✓ Comprimento da região de acoplamento



# Coeficiente de acoplamento e impedância

---

$$k' = 20 \log \left| \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \right| \quad \text{dB} \quad \text{Coeficiente de acoplamento}$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}} \quad \text{ohms} \quad \text{Relação entre as impedâncias}$$

$$Z_{0e} \approx Z_0 \sqrt{\frac{1 + 10^{k'/20}}{1 - 10^{k'/20}}} \quad \text{ohms} \quad \text{Impedância característica modo par}$$

$$Z_{0o} \approx Z_0 \sqrt{\frac{1 - 10^{k'/20}}{1 + 10^{k'/20}}} \quad \text{ohms} \quad \text{Impedância característica modo ímpar}$$

# Região de acoplamento

---

$$\lambda_{go} = \frac{v_{po}}{f} \quad \lambda_{ge} = \frac{v_{pe}}{f}$$

Comprimentos de onda para os modos par e ímpar

$$\lambda_{ge} \approx \frac{300}{F} \frac{Z_{0e}}{Z_{01e}} \text{ mm} \quad \lambda_{go} \approx \frac{300}{F} \frac{Z_{0o}}{Z_{01o}} \text{ mm}$$

$Z_{0e}$  e  $Z_{0o}$  : impedâncias características modos par e ímpar

$Z_{01e}$  e  $Z_{01o}$  : impedâncias características modos par e ímpar para  $\epsilon_r=1$  (obtidos das curvas de Bryant e Weiss)

$F$  : frequência em GHz

$$\ell = (2n - 1) \frac{\lambda_{gm}}{4}$$

$n$ : inteiro ímpar;  
 $\lambda_{gm}$ : valor médio entre  $\lambda_{ge}$  e  $\lambda_{go}$