Texto complementar n° 3.

A Primeira Lei de Newton

Talvez devêssemos começar a estudar a mecânica pelo movimento de um objeto mecânico isolado, ou seja, o movimento de um corpo sobre o qual não agem forças. Seria, entretanto, muito difícil verificar a capacidade de previsão da teoria desenvolvida, porque é impossível isolar um corpo da força da gravidade em um laboratório terrestre. Por isso, começamos nosso estudo pelo movimento de um objeto sobre o qual a força resultante do conjunto de interações sobre ele seja nula.

Leia a seção 4.2, páginas 106 a 111 do livro CURSO DE FÍSICA BÁSICA 1- Mecânica, de H. Moysés Nussenzveig, Editora Edgard Blücher Ltda. (1981), que discute a teoria a respeito. A parte mais saborosa do texto está reproduzida abaixo.

Segundo Aristóteles, tanto para colocar um corpo em movimento como para mantê-lo em movimento é necessária a ação de uma força. Isto parece concordar com nossa experiência imediata de que um objeto deslizando sobre o solo, por exemplo, tende a parar se pararmos de empurrá-lo. Entretanto, um projétil como uma pedra ou uma flecha continua em movimento depois de lançado. Aristóteles explicava isto afirmando que é o ar "empurrado para os lados" pelo projétil que se desloca para trás dele e produz a força que o impulsiona. Logo, segundo Aristóteles, se a força que atua sobre um corpo é nula, o corpo permanecerá sempre em repouso.

Vejamos agora o que diz Galileu nos "Diálogos Sobre os Dois Principais Sistemas do Mundo":

"SALV.: ... Diga-me agora: Suponhamos que se tenha uma superfície plana lisa como um espelho e feita de um material duro como o aço. Ela não está horizontal, mas inclinada, e sobre ela foi colocada uma bola perfeitamente esférica, de algum material duro e pesado, como o bronze. A seu ver, o que acontecerá quando a soltarmos? ...

... SIMP.: Não acredito que permaneceria em repouso; pelo contrário, estou certo de que rolaria espontaneamente para baixo. ...

...SALV.: ... E por quanto tempo a bola continuaria a rolar, e quão rapidamente? Lembre-se de que eu falei de uma bola perfeitamente redonda e de uma superfície altamente polida, a fim de remover todos os impedimentos externos e acidentais. Analogamente, não leve em consideração qualquer impedimento do ar causado por sua resistência à penetração, nem qualquer outro obstáculo acidental, se houver.

SIMP.: Compreendo perfeitamente, e em resposta a sua pergunta digo que a bola continuaria a mover-se indefinidamente, enquanto permanecesse sobre a superfície inclinada, e com um movimento continuamente acelerado...

SALV.: Mas se quiséssemos que a bola se movesse para cima sobre a mesma superfície, acha que ela subiria?

SIMP.: Não espontaneamente; mas ela o faria se fosse puxada ou lançada para cima.

SALV.: E se fosse lançada com um certo impulso inicial, qual seria o seu movimento, e de que amplitude?

SIMP.: O movimento seria constantemente freiado e retardado, sendo contrário à tendência natural, e duraria mais ou menos tempo conforme o impulso e a inclinação do plano fossem maiores ou menores.

SALV.: Muito bem; até aqui você me explicou o movimento sobre dois planos diferentes. Num plano inclinado para baixo, o corpo móvel desce espontaneamente e continua acelerando, e é preciso empregar uma força para mantê-lo em repouso. Num plano inclinado para cima, é preciso uma força para lançar o corpo ou mesmo para mantê-lo parado, e o movimento impresso ao corpo diminui continuamente até cessar de todo. Você diz ainda que, nos dois casos, surgem diferenças conforme a inclinação do plano seja maior ou menor, de forma que um declive mais acentuado implica maior velocidade, ao passo que, num aclive, um corpo lançado com uma dada força se move tanto mais longe quanto menor o aclive.

Diga-me agora o que aconteceria ao mesmo corpo móvel colocado sobre uma superfície sem nenhum aclive nem declive.

SIMP.: Aqui preciso pensar um instante sobre a resposta. Não havendo declive, não pode haver tendência natural ao movimento; e, não havendo aclive, não pode haver resistência ao movimento. Parece-me portanto que o corpo deveria naturalmente permanecer em repouso. Mas eu me esqueci; faz pouco tempo que Sagredo me deu a entender que isto é o que aconteceria.

SALV.: Acredito que aconteceria se colocássemos a bola firmemente num lugar. Mas que sucederia se lhe déssemos um impulso em alguma direção?

SIMP.: Ela teria que se mover nessa direção.

SALV.: Mas com que tipo de movimento? Seria continuamente acelerado, como no declive, ou continuamente retardado, como no aclive?

SIMP.: Não posso ver nenhuma causa de aceleração nem deceleração, uma vez que não há aclive nem declive.

SALV.: Exatamente. Mas se não há razão para que o movimento da bola se retarde, ainda menos há razão para que ele pare; por conseguinte, por quanto tempo você acha que a bola continuaria se movendo?

SIMP.: Tão longe quanto a superfície se estendesse sem subir nem descer.

SALV.: Então, se este espaço fosse ilimitado, o movimento sobre ele seria também ilimitado? Ou seja, perpétuo?

SIMP.: Parece-me que sim, desde que o corpo móvel fosse feito de material durável. "

Temos aqui formulada pela primeira vez a lei da inércia: na situação ideal contemplada por Galileu, com uma esfera lançada sobre um plano horizontal, perfeitamente polido (sem atrito), desprezando a resistência do ar, o movimento não seria nem acelerado nem decelerado: não havendo forças na direção horizontal, teríamos um movimento retilíneo uniforme. Ao contrário do que dizia Aristóteles, não há necessidade de forças para manter um movimento retilíneo uniforme: pelo contrário, uma aceleração nula (v=constante) está necessariamente associada à ausência de força resultante sobre a partícula (F=0).

A situação imaginada por Galileu é muito difícil de realizar na prática, na escala do laboratório. Podemos pensar nela como um caso limite. ...

Em que situações práticas podemos utilizar essa lei e prever o que acontece? A mais simples corresponde à dos objetos que estão parados à nossa volta: se eles estão parados e queremos que permaneçam parados, devemos garantir que a força resultante sobre eles seja nula: o livro não cairá da carteira se não interagirmos com ele; o teto da sala permanecerá onde está enquanto as vigas que o sustentam forem capazes de equilibrar seu peso. Os corpos deslocando-se sobre o solo, por exemplo, não poderão manter sua velocidade constante, porque a interação com o ar alterará a velocidade do objeto, mesmo que o objeto esteja sobre rodas dotadas de rodízios "perfeitos", de atrito desprezível. Também o foguete continuará movendo-se após acabar o combustível, embora sua velocidade não permanecerá constante, devido às forças de gravitação dos corpos celestes vizinhos.

A teoria contida na 1ª Lei de Newton também define qual a grandeza que permanece constante quando não há interação. Essa grandeza é a velocidade e não a posição. Para podermos compreender e aplicar a 1ª Lei de Newton corretamente, portanto, precisamos definir e compreender a grandeza cinemática ***velocidade*** .

Voltaremos adiante, nesta mesma disciplina e muitas vezes no Curso, sobre este assunto da Inércia e a cada vez veremos que as conseqüências desta lei são, na realidade, muito amplas. Em particular, veremos que se ela for válida em um sistema de referência, então será válida em todos os demais sistemas que se movem a velocidade constante em relação a ele. Para que isso aconteça, as leis da Física terão de ter exatamente a mesma forma em todos os referenciais onde vale a 1ª Lei de Newton. Essa é a raiz da teoria da relatividade.

DERIVADAS

Este assunto será estudado no curso de Cálculo, de maneira que aqui o discutiremos apenas no sentido que interessa ao estudo da Mecânica nesta etapa inicial, sem nenhuma intenção de generalidade nem rigor.

Conforme apresentado no livro do Halliday, a derivada de uma função é o valor para o qual tende a razão entre a variação da função e a variação da variável independente. Sendo x a variável independente e f(x) a função, a derivada é

$$\frac{df}{dx} = \lim_{x' \to x} \frac{f(x') - f(x)}{x' - x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

onde a última forma de escrever enfatiza que a derivada corresponde à proporção de variação de f com x.

A derivada de uma função é uma grandeza DIMENSIONAL, de maneira que NÃO pode ser confundida com a tangente do ângulo de inclinação da reta tangente ao gráfico (que é SEMPRE adimensional). A derivada deve, sim, ser interpretada como a inclinação da reta tangente ao gráfico, conforme a seção 2.4 do livro do Halliday. A interpretação da derivada como inclinação está ilustrada qualitativamente pelas figuras 9 a 14 e quantitativamente pela figura 17.

Questão 1. Procedendo como na tabela 2.1 da página 27 do livro do Halliday, determine a velocidade em t=2,0 s de um objeto que move-se de acordo com a equação horária $f(t)=3 \cdot t^3$.

O processo de limite não precisa ser efetuado numericamente todas as vezes. É fácil determinar a derivada de uma potência. Seja $f(x) = x^n$. Então

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x + \Delta x)^n - x^n}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^n + nx^{n-1}\Delta x + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2}\Delta x^2 + \cdots + \Delta x^n - x^n}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{nx^{n-1}\Delta x + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2}\Delta x^2 + \cdots + \Delta x^n}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2}\Delta x + \cdots + \Delta x^{n-1} \right) = nx^{n-1}$$

Na passagem da primeira para a segunda linha, expandimos a potência pelo binômio de Newton[1]. As passagens seguintes são algébricas, exceto a última, quando usamos que $\lim_{\Delta x \to 0} \Delta x = 0$.

As derivadas das funções trigonométricas precisam de alguma explicação a mais. Antes de chegarmos às regras analíticas, faça um exercício com um exemplo numérico.

> ***Questão 2.*** Procedendo como na tabela 2.1 da página 27 do livro do Resnick, determine a velocidade em t = 0,0 s da extremidade de um pêndulo de um relógio de parede, que move-se de acordo com a equação horária
> $x(t) = 10\ \mathrm{sen}(2\pi t)$, onde x está em cm quando t está em segundo e o argumento do seno está em radianos (o fator 2π que multiplica t no argumento do seno seria diferente se o argumento fosse em graus - esta questão de radianos ou graus é muito importante quando falamos de funções trigonométricas).

O cálculo da derivada do seno pode ser realizado de maneira parecida com o efetuado para derivar as potências de x:

$$\begin{aligned}
\frac{df}{dx} &= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\mathrm{sen}(x+\Delta x)-\mathrm{sen}(x)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\mathrm{sen}(x)\cos(\Delta x)+\mathrm{sen}(\Delta x)\cos(x)-\mathrm{sen}(x)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\mathrm{sen}(x)\left(\cos(\Delta x)-1\right)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cos(x)\,\mathrm{sen}(\Delta x)}{\Delta x} \\
&= \mathrm{sen}(x)\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\left(\cos(\Delta x)-1\right)}{\Delta x} + \cos(x)\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\mathrm{sen}(\Delta x)}{\Delta x} \\
&= \cos(x)
\end{aligned}$$

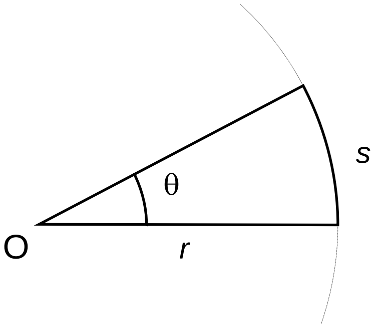
A segunda linha da dedução acima foi obtida pela expansão do $\mathrm{sen}(x+\Delta x)$. Para obter o resultado final, usamos

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\mathrm{sen}(\Delta x)}{\Delta x} = 1 \quad \text{e} \quad \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\left(\cos(\Delta x)-1\right)}{\Delta x} = 0 \quad .$$

A razão $\frac{\mathrm{sen}(\Delta x)}{\Delta x}$ só tende a 1 quando o ângulo tende a zero se o ângulo for medido em radianos. As fórmulas que estamos apresentando, portanto, exigem que trabalhemos em radianos.

---

[1] O binômio de Newton é a fórmula da potência da soma de dois termos, $p+q$, e pode ser deduzida a partir de análise combinatória. Escreve-se assim: $(p+q)^n = \sum_{n=0}^{N}\binom{N}{n}p^n q^{N-n}$, onde $\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$.



Para explicar como se mede um ângulo em radianos, apresentamos na figura ao lado a geometria da medida de um ângulo. O pontilhado representa uma circunferência de raio r com origem na interseção das duas retas que definem o ângulo θ. Essa interseção das retas foi designada por O na figura. O arco de circunferência delimitado pelas duas retas foi chamado de s. Dizemos que a medida do ângulo em radianos é $\theta = \frac{s}{r}$.

Assim, uma volta inteira, que corresponde a 360º , vale, em radianos,

$$\text{volta inteira} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \; ,$$

dessa maneira descobrimos que, para transformar a medida de um ângulo em graus para radianos, basta calcular

$$\theta_{rad} = 2\pi \cdot \frac{\theta_{graus}}{360^{o}}$$

ângulos mais comuns	
graus	radianos
30º	$\pi/6$
45º	$\pi/4$
60º	$\pi/3$
90º	$\pi/2$
180º	π
270º	$3\pi/2$
360º	2π

A tabela ao lado apresenta os valores em radianos dos ângulos mais utilizados.

As outras propriedades necessárias para efetuar as derivadas que utilizaremos neste início da Mecânica correspondem à derivada de uma soma de funções e à derivada de uma função multiplicada por um número. Essas regras, bem como as mostradas anteriormente, estão apresentadas na tabela abaixo.

função	derivada	condição
$f(x) = C$	$\frac{df}{dx} = 0$	C é independente de x
$f(x) = x^n$	$\frac{df}{dx} = nx^{n-1}$	
$f(x) = \operatorname{sen}(ax+b)$	$\frac{df}{dx} = a\cos(ax+b)$	ax medido em radianos
$f(x) = \cos(ax+b)$	$\frac{df}{dx} = -a\operatorname{sen}(ax+b)$	ax medido em radianos
$f(x) = g(x) + h(x)$	$\frac{df}{dx} = \frac{dg}{dx} + \frac{dh}{dx}$	
$f(x) = Cg(x)$	$\frac{df}{dx} = C\frac{dg}{dx}$	C é independente de x

Como um exemplo direto de aplicação, a função $f(t) = 5t^4 + 2\cos(3\pi t)$ tem como derivada a função $\frac{df}{dt} = 20t^3 - 6\pi \operatorname{sen}(3\pi t)$