

Compilação de exercícios feitos em aula

1) As Tabelas 1.1 e 1.2 apresentam os resultados de medições do comprimento de duas barras (X e Y) usando régua escolares de acrílico similares às utilizadas no experimento do artigo “*O que é uma medida?*” [O. Helene *et al.*, Rev. Bras. Ensino Física **v.13** (1991) p.12]. No experimento 1 (Tabela 1.1), o comprimento X foi medido por pessoas diferentes, mas todos com a mesma régua (9 pessoas e uma só régua). Já no experimento 2 (Tabela 1.2), o comprimento Y foi medido usando-se régua de diferentes modelos e fabricantes, sendo que cada medição foi feita por uma pessoa diferente (14 pessoas e 14 régua).

Distância X (mm)
151,2
151,3
151,1
151,0
151,1
151,1
151,2
151,3
151,1

Tabela 1.1 – Medições do comprimento X feitas por diversas pessoas usando uma mesma régua.

Distância Y (mm)	
151,1	151,6
151,2	151,3
151,9	151,1
151,7	151,9
150,5	151,1
151,2	151,0
151,0	151,9

Tabela 1.2 – Medições do comprimento Y feitas por diversas pessoas usando régua diferentes.

- Qual é o desvio-padrão (da amostra) dos dados apresentados nas Tabelas 1.1 e 1.2?
- Explique a diferença entre os desvios-padrões dos dados das Tabelas 1.1 e 1.2?
- Qual é o valor final e a correspondente incerteza dos comprimentos X e Y?
- Se for aumentado o número de dados nesses experimentos (mantendo-se o mesmo procedimento), o que irá acontecer com o desvio-padrão (amostral) em cada caso?
- Estime a incerteza nos comprimentos X e Y que seriam obtidas se tivessem sido medidos 100 dados em cada experimento (o que iria requerer 100 pessoas e 100 régua distintas).

2) A Figura 2.1 apresenta histogramas de medições da frequência da rede elétrica feitas por diferentes métodos. Os histogramas (a), (b) e (c) foram obtidos, respectivamente, pelos métodos A, B e C e construídos com base em 20.000 medições cada. Já o histograma da Figura 2.1(d) corresponde ao número de ocorrências observado em 100 medições de um dos métodos A, B ou C.

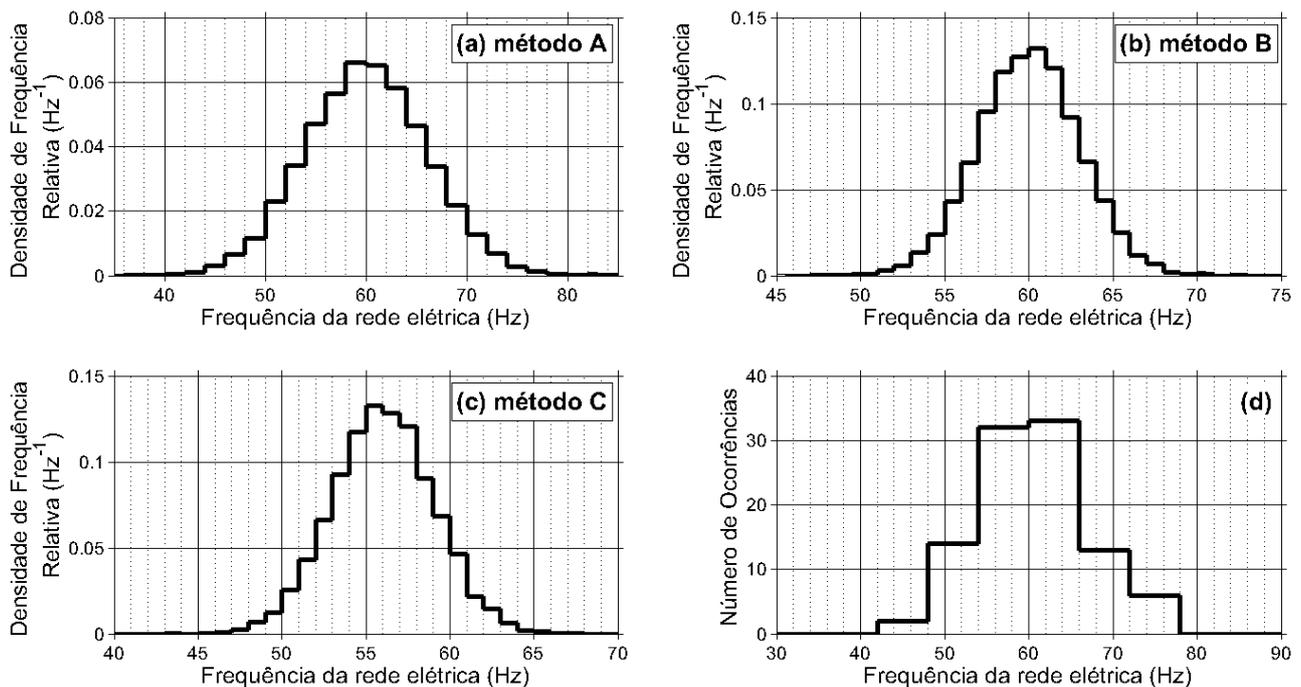


Figura 2.1 – Histogramas de medições da frequência da rede elétrica obtidas por diferentes métodos.

- Classifique os métodos A, B e C quanto à precisão.
- Classifique os métodos A, B e C quanto à veracidade (justeza), sabendo-se que a frequência da rede elétrica é muito estável e tem valor médio de 60,000 Hz.
- Classifique os métodos A, B e C quanto à exatidão.
- Identifique o método usado para obter os dados da Figura 2.1(d), justificando sua escolha.
- Identifique o método usado em 25 medições de frequência da rede elétrica que resultaram em média $\bar{x}_m = (59,5 \pm 0,5) \text{ Hz}$ e desvio-padrão amostral $\sigma_x = 2,7 \text{ Hz}$. Justifique a sua escolha.

3) Considere a função densidade de probabilidade $f(x)$, definida abaixo ($L > 0$). Considere $n=3$:

$$f(x) = \begin{cases} A(L^n - |x|^n) & \text{se } |x| \leq L \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Esboce o gráfico da função $f(x)$ em termos de A e L . Suponha que x seja adimensional.
- Determine a constante A para que $f(x)$ possa ser uma função densidade de probabilidade.
- Determine o valor médio, x_0 , e o desvio padrão, σ , dessa função densidade de probabilidade e represente-os na figura feita no item (a).
- Determine a probabilidade de se obter um resultado experimental no intervalo $[x_0 - \sigma; x_0 + \sigma]$. Destaque, na figura feita no item (a), a área sob a função $f(x)$ correspondente ao intervalo solicitado.

4) Considere o histograma da Figura 4.1 sobre a distribuição dos valores obtidos em um teste de desempenho feito com muitas unidades de um modelo de sensor de aceleração da gravidade (ADXL335).

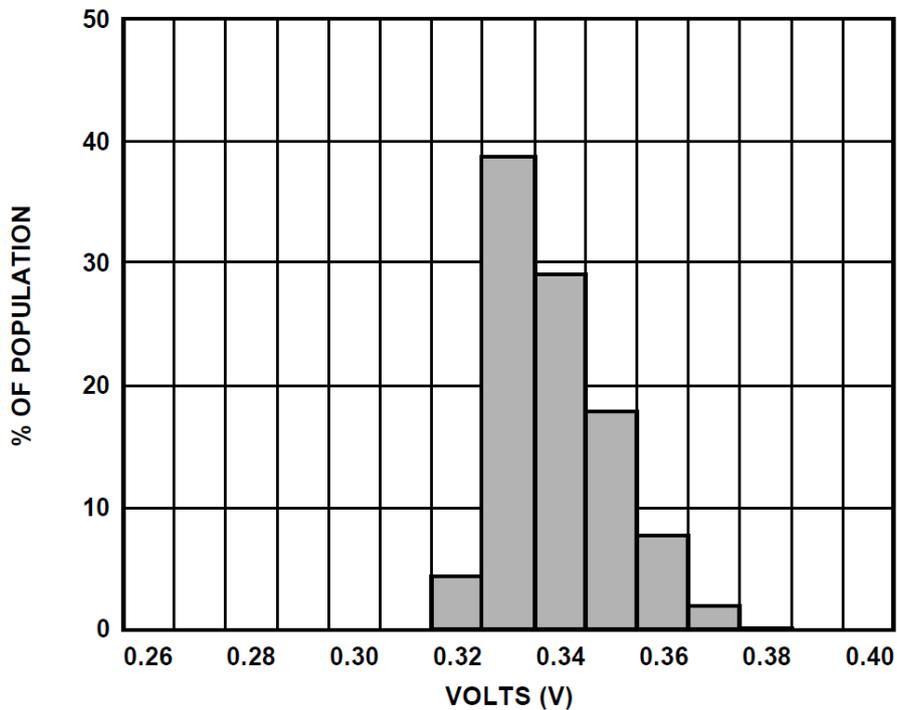


Figura 4.1 – Histograma de uma variável X.

- Faça uma tabela da frequência relativa de ocorrência da variável X em cada canal do histograma.
- Determine o valor médio e o desvio-padrão da variável X com base na tabela construída no item anterior. Em seguida, represente esses valores no histograma.
- Estime a probabilidade de se obter um resultado no intervalo $[x_0 - \sigma, x_0 + \sigma]$.
- Calcule e represente no histograma o que seria esperado caso a função densidade de probabilidade fosse uma gaussiana de mesmo valor médio e desvio-padrão.

5.1) Calcule o valor esperado de n^2 de uma distribuição binomial. Considere sabido que:

$$(I) \quad \sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!n!} p^n (1-p)^{N-n} = 1$$

$$(II) \quad \langle n \rangle = \sum_{n=0}^N n \frac{N!}{(N-n)!n!} p^n (1-p)^{N-n} = Np$$

5.2) Analisando os gráficos da probabilidade de ocorrências de n sucessos de distribuições binomiais com diferentes valores de N e p apresentados na Figura 5.1, descreva qualitativamente como o desvio-padrão e a assimetria (skewness) de uma binomial dependem dos parâmetros N e p .

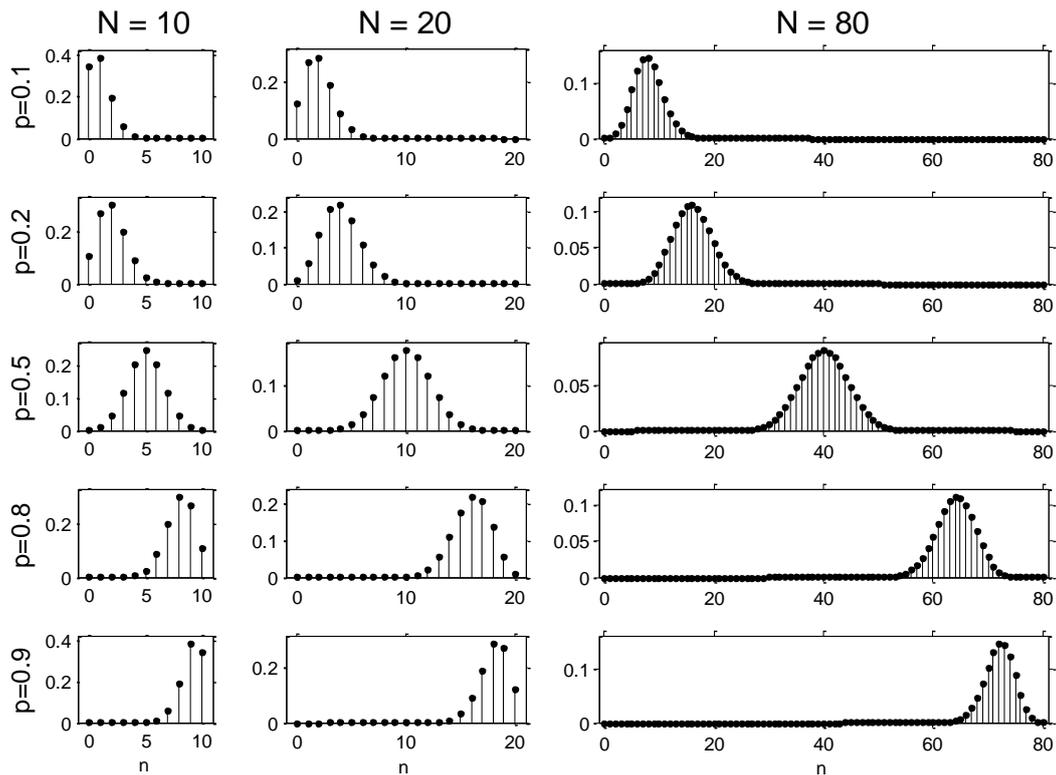


Figura 5.1 – Probabilidade de ocorrência de n sucessos em funções binomiais com diferentes valores do número de tentativas, N (na horizontal), e da probabilidade de sucesso em cada tentativa, p (na vertical).

6) A medição em tempo real da audiência de programas de televisão realizada por uma determinada empresa utiliza 750 aparelhos, instalados em casas da Grande São Paulo, que transmitem pela internet a informação, minuto a minuto, de qual o canal sintonizado no momento (ou se a televisão está desligada). Define-se a “audiência” (A) como sendo a razão entre o número de televisores sintonizados naquele canal pelo número total de aparelhos. Em todos os itens, considere que esta é uma amostra adequada da população.

- Num determinado momento, 45 dos aparelhos estão sintonizados no canal X. A audiência do canal X é então: $A_x = 45 / 750 = 0,060$ (normalmente divulgado como “6 pontos percentuais”). Determine a incerteza de A_x .
- Considerando que há cerca de 10 milhões de televisores na Grande São Paulo, quantos televisores estão sintonizados no canal X? Qual é a incerteza desse valor?
- Do ponto de vista publicitário, é interessante estimar o número de pessoas que assistem a um determinado programa. Considerando que há cerca de 20 milhões de telespectadores na Grande São Paulo, quais hipóteses são necessárias para estimar o número de telespectadores assistindo ao canal X? Qual é a incerteza dessa estimativa?
- Qual é a incerteza da audiência de um programa com audiência verdadeira de 10% ($A_0 = 0,1$). E de um programa com audiência verdadeira de 50%?
- Esta empresa deseja diminuir a incerteza dos resultados. Quantos aparelhos seriam necessários para que as incertezas sejam sempre menores ou iguais a 1%?

7) As medições de tempos de reação humana são utilizadas como exemplo em um curso introdutório de laboratório de Física. Numa atividade deste tipo, o tempo que leva para um sinal “dar a volta” num grupo de 10 pessoas foi determinado com o uso de um cronômetro digital. Na tabela 7.1 são representadas as frequências absolutas em cada intervalo, obtido por um dos grupos de alunos ingressantes.

- a) Faça um histograma em frequência relativa com os dados da tabela 7.1.
- b) Sabendo que o valor médio e o desvio padrão correspondentes aos dados são, respectivamente, $T_m = 2,032 \text{ s}$ e $\sigma_T = 0,184 \text{ s}$, represente uma gaussiana para comparação com o histograma.
- c) Utilizando seus conhecimentos sobre a distribuição binomial, obtenha uma estimativa para a barra de incerteza de cada canal do histograma.
- d) Faça a mesma estimativa do item anterior aproximando a distribuição do número de eventos em cada canal do histograma por uma Poisson.
- e) Comente sobre a diferença entre os resultados dos dois itens anteriores e represente no histograma as barras de incerteza que considerar mais adequadas. Justifique a escolha feita.

T (s)	n
[1,6 ; 1,7[1
[1,7 ; 1,8[3
[1,8 ; 1,9[5
[1,9 ; 2,0[9
[2,0 ; 2,1[7
[2,1 ; 2,2[6
[2,2 ; 2,3[4
[2,3 ; 2,4[5

Tabela 7.1 – Dados de tempos de reação combinados de 10 pessoas.