

# **Métodos Estatísticos em Física Experimental**

Prof. Zwinglio Guimarães

1º semestre de 2015

Aula 4

# A função densidade de probabilidade (revisão)

- A função densidade de probabilidade rege a probabilidade de se obter um dado experimental no intervalo  $[x_a, x_b]$ :

$$P(x \in [x_a, x_b]) = \int_{x_a}^{x_b} f(x) dx$$

onde  $f(x)$  é a função densidade de probabilidade.

- $f(x)$  tem dimensão  $[u. x]^{-1}$  (a probabilidade é adimensional)
- Se  $f(x)$  é uma função densidade de probabilidade, então:

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

# Principais parâmetros de uma função densidade de probabilidade (revisão)

- O valor médio (verdadeiro),  $x_0$ , que é obtido por:

$$x_0 = \langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

- E o desvio-padrão (verdadeiro),  $\sigma$ , que é obtido por:

$$\sigma^2 = \langle (x - x_0)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_0)^2 f(x) dx$$

- Consideração prática:  $\langle (x - x_0)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - x_0^2$

# Exemplo 1

- Função densidade de probabilidade do intervalo de tempo entre dois eventos aleatórios independentes

$$f(x) = \begin{cases} A e^{\left(\frac{-x}{L}\right)} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $A = 1/L$
- $x_0 = L$
- $\sigma = L$

## Exemplo 2

- Função densidade de probabilidade do erro devido ao arredondamento de amplitude  $L$

$$f(x) = \begin{cases} A & \text{se } |x| \leq \frac{L}{2} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $A = 1/L$
- $x_0 = 0$
- $\sigma = L/\sqrt{12}$
- $P(x \in [x_0 - \sigma, x_0 + \sigma]) = \sqrt{3}/3 \cong 0,58$

## Exercício aula 3

- Calcular  $A$ ,  $\sigma$  e  $P(x \in [x_0 - \sigma, x_0 + \sigma])$  para:

$$f(x) = \begin{cases} A (L^n - |x|^n) & \text{se } |x| \leq L \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

➤  $n=1$  (triangular):  $A = \frac{1}{L^2}$        $\sigma = \frac{L}{\sqrt{6}}$        $P \cong 0,650$

➤  $n=2$  (parabólica):  $A = \frac{3}{4 L^3}$        $\sigma = \frac{L}{\sqrt{5}}$        $P \cong 0,626$

➤  $n=3$  (cúbica):  $A = \frac{2}{3 L^4}$        $\sigma = \frac{L\sqrt{2}}{3}$        $P \cong 0,612$

➤  $n=4$  (4º grau):  $A = \frac{5}{8 L^5}$        $\sigma = \frac{L\sqrt{5}}{\sqrt{21}}$        $P \cong 0,603$

## Outros parâmetros de uma f.d.p.

- **Moda,  $x_{mp}$** : valor de  $x$  em que  $f(x)$  é máximo
- **Mediana,  $x_M$** : valor de  $x$  tal que a probabilidade de se obter um dado com  $x \leq x_M$  é igual ao de  $x \geq x_M$ . Ou seja:

$$\int_{-\infty}^{x_M} f(x)dx = \int_{x_M}^{+\infty} f(x)dx = 0.5$$

# Momentos de uma f.d.p.

O momento de ordem  $n$ ,  $\mu_n$ , é dado por:

$$\mu_n = \langle x^n \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f(x) dx$$

O momento central de ordem  $n$ ,  $\mu_n^0$  é dado por:

$$\mu_n^0 = \langle (x - x_0)^n \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_0)^n f(x) dx$$



# Outros parâmetros úteis para caracterizar funções densidade de probabilidade:

## Momentos centrais normalizados

- Obliquidade ou Assimetria (“*skewness*”):

$$S = \frac{\mu_3^0}{\sigma^3} = \frac{\langle (x - x_0)^3 \rangle}{\sigma^3}$$

- Curtose (“*kurtosis*”):

$$K = \frac{\mu_4^0}{\sigma^4} = \frac{\langle (x - x_0)^4 \rangle}{\sigma^4}$$

# No caso de variáveis discretas

$$\int \phi(x) f(x) dx \longrightarrow \sum_i \phi(X_i) F(X_i)$$

onde  $F(X)$  é a função de probabilidade de obter em uma medição o valor  $X$ .

- No caso de comparações com histogramas as expressões para variáveis discretas são usadas juntamente com a aproximação

$$F(X) \cong f(x) \Delta x$$

onde  $\Delta x$  é a largura de cada canal do histograma.

# Sugestões para o trabalho

- “**Your smartphone can do physics**”, postagem do blog *Physics Central* com sugestão de experimento usando o acelerômetro do celular. Link:  
<http://physicsbuzz.physicscentral.com/2015/01/your-smartphone-can-do-physics.html>
  - Há bons links sugeridos nesse artigo, além de indicações de aplicativos que permitem salvar os dados de sensores de celulares
- Software “**Tracker**”, programa para análise de movimento em vídeos gravados por câmeras digitais ou celulares. Link:  
<https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>

# Sugestões para o trabalho

- Artigo “**Medindo a velocidade de rotação da Terra sem sair de casa**” de M.G. Schappo na revista *Física na Escola* **vol.10** p.29 (2009). Link: <http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol10/Num2/a09.pdf>
- Artigo “**A placa Arduino: uma opção de baixo custo para experiências de física assistidas pelo PC**” de A.R. de Souza *et al.* na *Revista Brasileira de Ensino de Física* **vol. 33** p.1702 (2001). Link: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/331702.pdf>