Métodos Estatísticos em Física Experimental

Prof. Zwinglio Guimarães

1º semestre de 2015

Aula 3

A função densidade de probabilidade

- A função densidade de probabilidade é a função que rege a obtenção dos dados em um experimento.
- A probabilidade de se obter um dado experimental no intervalo $[x_a, x_b]$ é dada por

$$P(x \in [x_a, x_b]\,) = \int_{x_a}^{x_b} f(x)dx$$

onde $f(x)$ é a função densidade de probabilidade.

- Se x tiver dimensão $[u.x]$, então $f(x)$ precisa ter dimensão $[u.x]^{-1}$ **(a probabilidade é adimensional)**

Restrições sobre a função *f(x)*

- Para que $f(x)$ possa ser uma função densidade de probabilidade é necessário que:

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

Principais parâmetros de uma função densidade de probabilidade

- **O valor médio (verdadeiro), x_0, é obtido por:**

$$x_0 = \langle\, x \,\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$$

- **E o desvio-padrão (verdadeiro), σ, é obtido por:**

$$\sigma^2 = \langle\, (x - x_0)^2 \,\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_0)^2\, f(x)\, dx$$

Consideração prática para calcular o desvio-padrão de uma função densidade de probabilidade

- **O desvio-padrão (verdadeiro), $\boldsymbol{\sigma}$, é obtido por:**

$$\sigma^2 = \langle\, (x - x_0)^2 \,\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_0)^2 \, f(x) \, dx$$

$$\langle\, (x - x_0)^2 \,\rangle = \left\langle\, x^2 - 2\, x\, x_0 + x_0^2 \,\right\rangle$$

$$\langle\, (x - x_0)^2 \,\rangle = \langle\; x^2 \,\rangle \; - \; x_0^2$$

Exemplo 1

- **Função densidade de probabilidade do intervalo de tempo entre dois eventos aleatórios independentes**

$$f(x) = \begin{cases} A\, e^{\left(\frac{-x}{L}\right)} & \text{se} \quad x \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $A = ?$
- $x_0 = ?$
- $\sigma = ?$

Exemplo 1

- **Função densidade de probabilidade do intervalo de tempo entre dois eventos aleatórios independentes**

$$f(x) = \begin{cases} A\, e^{\left(\frac{-x}{L}\right)} & \text{se} \quad x \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $A = {}^{1}/_{L}$
- $x_0 = L$
- $\sigma = L$

Exemplo 2

- **Função densidade de probabilidade do erro devido ao arredondamento de amplitude *L***

$$f(x) = \begin{cases} A & \text{se } |x| \leq \frac{L}{2} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $A = ?$
- $x_0 = ?$
- $\sigma = ?$
- $P(x \in [x_0 - \sigma, x_0 + \sigma]) = ?$

Exemplo 2

- **Função densidade de probabilidade do erro devido ao arredondamento de amplitude *L***

$$f(x) = \begin{cases} A & \text{se} \quad |x| \le \frac{L}{2} \\ \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $A = {}^{1}/_{L}$
- $x_0 = 0$
- $\sigma = {}^{L}/_{\sqrt{12}}$
- $P(x \in [x_0 - \sigma, x_0 + \sigma]) = {}^{\sqrt{3}}/_{3} \cong 0{,}58$