Universidade de São Paulo
Instituto de Física

FÍSICA MODERNA I
AULA 04

Profa. Márcia de Almeida Rizzutto
Pelletron – sala 220
rizzutto@if.usp.br

1o. Semestre de 2015

Página do curso:

http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=5215

06/03/2015

Natureza

Composta

matéria

Radiação eletromagnética

Descrição atômica

?

partículas

evidências

Química

Teoria Cinética dos gases

Estudos do movimento browniano

Carga/massa J.J. Thomson

Espectrômetro de Massa

Millikan

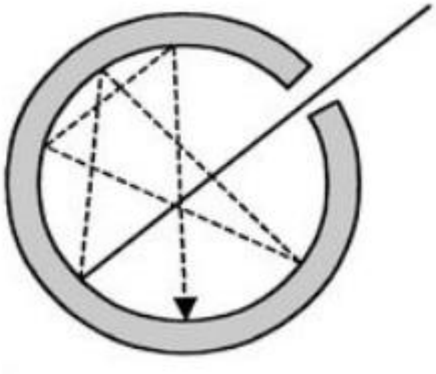
Radiação de corpo negro

- Para um corpo estar em equilíbrio térmico com o ambiente é preciso que o corpo absorva energia térmica na mesma taxa que a emite

Um bom emissor térmico será também um bom absorvedor

Caso + simples

Corpo Negro

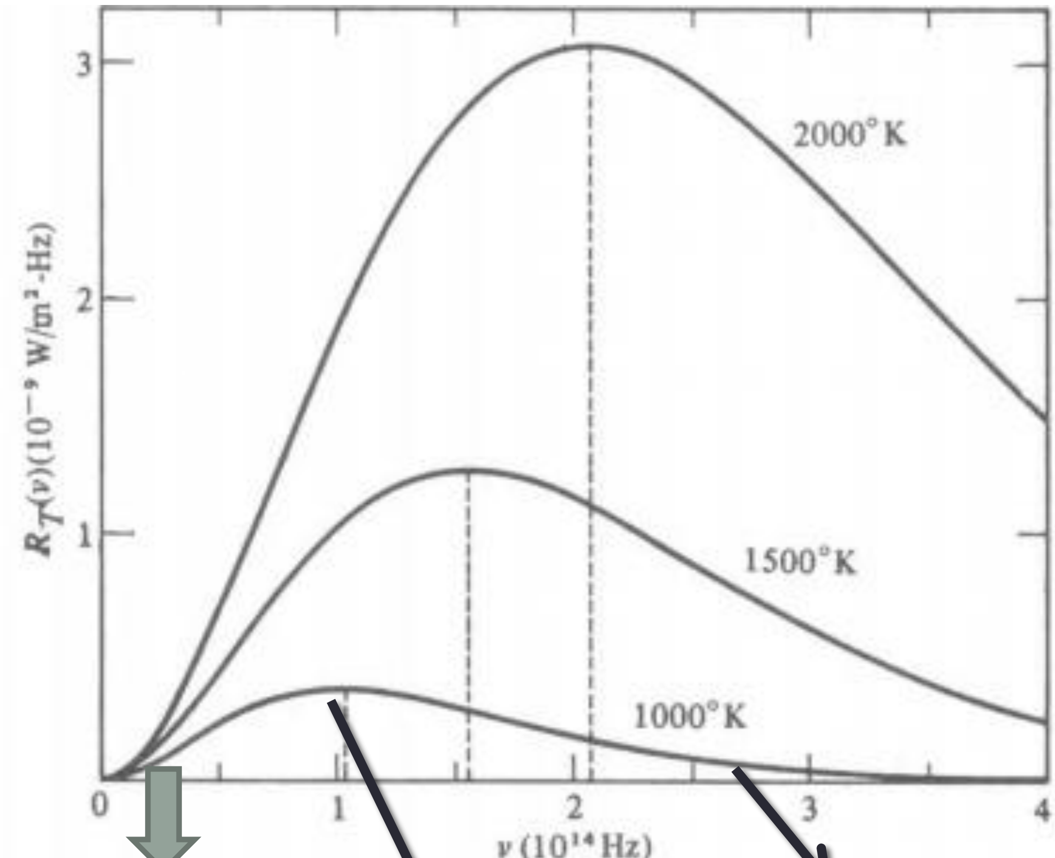


Corpo ideal que absorve toda a energia incidente sobre ele e a reemite integralmente sob forma de radiação eletromagnética

Verifica-se que todos os corpos negros à mesma temperatura emitem radiação térmica com o mesmo espectro

Radiância Espectral

- A Radiância espectral: $R_T(\nu)$ de um corpo em função da frequência da radiação.



A frequência em que a radiância é máxima varia linearmente com a temperatura.

Potência total emitida por metro quadrado (área sob a curva) aumenta rapidamente com a temperatura

Potência irradiada é nula

Potência irradiada cai

Potência irradiada é máxima em $\nu = 1{,}1 \times 10^{14}$Hz

- O crescimento rápido de R_T com a temperatura é chamada de Lei de Stefan anunciada em 1879

$$R_T = \sigma T^4$$

A intensidade da radiação emitida por um corpo negro é proporcional à quarta potencia de sua temperatura

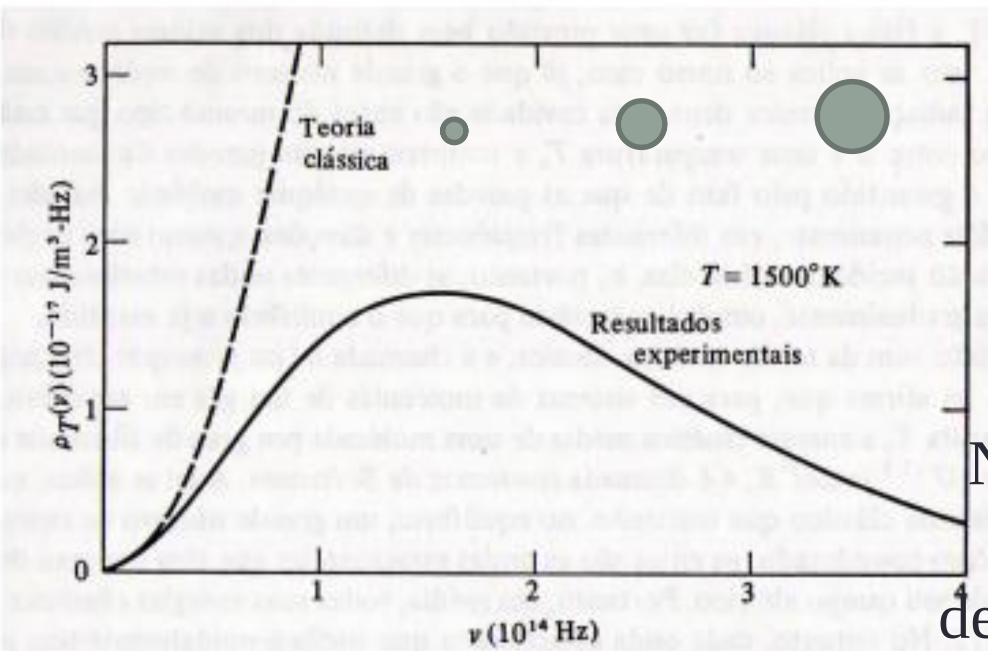
σ= 5,67x10^{-8} W/m^{2}K^4 (constante de Stefan-Boltzman) medida experimental.

- O espectro se desloca para valores maiores de frequências à medida que T aumenta

Resultado-Lei de deslocamento de Wien (1893)

$$\nu_{\max} \approx T$$

Dúvidas sobre o espectro de $R_T(\lambda)$:



Classicamente conseguimos explicar pequenos valores de ν

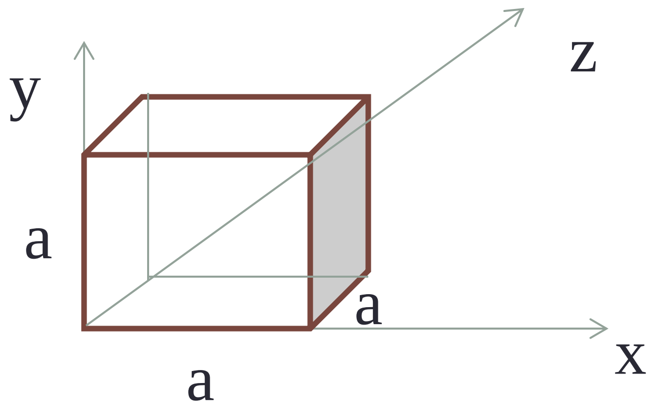
No início do século Ralyleigh-Jeans fizeram cálculo da densidade de energia da radiação da cavidade (ou do corpo negro) mas mostrou uma série de divergência entre a física clássica e os resultados experimentais

Calculo da densidade de energia usando ondas estacionárias

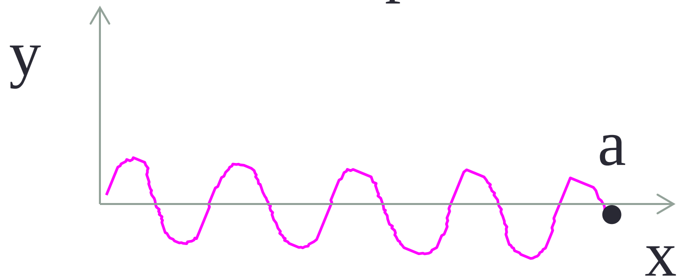
$$\rho_T(\nu) \propto R_T(\nu)$$

Suposições:

1) Cavidade com paredes metálicas contendo radiação eletromagnética (cubo com aresta a)



2) Radiação é refletida sucessivamente nas paredes e decomposta em três componentes



3) Como as paredes opostas são perpendiculares, as três componentes da radiação não se misturam e podemos tratá-las separadamente

4) Onda estacionária dentro da cavidade:

$$E(x,t) = E_o sen\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) sen(2\pi \nu t)$$

Como um oscilador harmônico

Nas paredes temos os nós com amplitude zero

$$sen\left(\frac{2\pi 0}{\lambda}\right) = 0$$

$$\left(\frac{2\pi a}{\lambda_x}\right) = n\pi$$

$$sen\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right) = 0$$

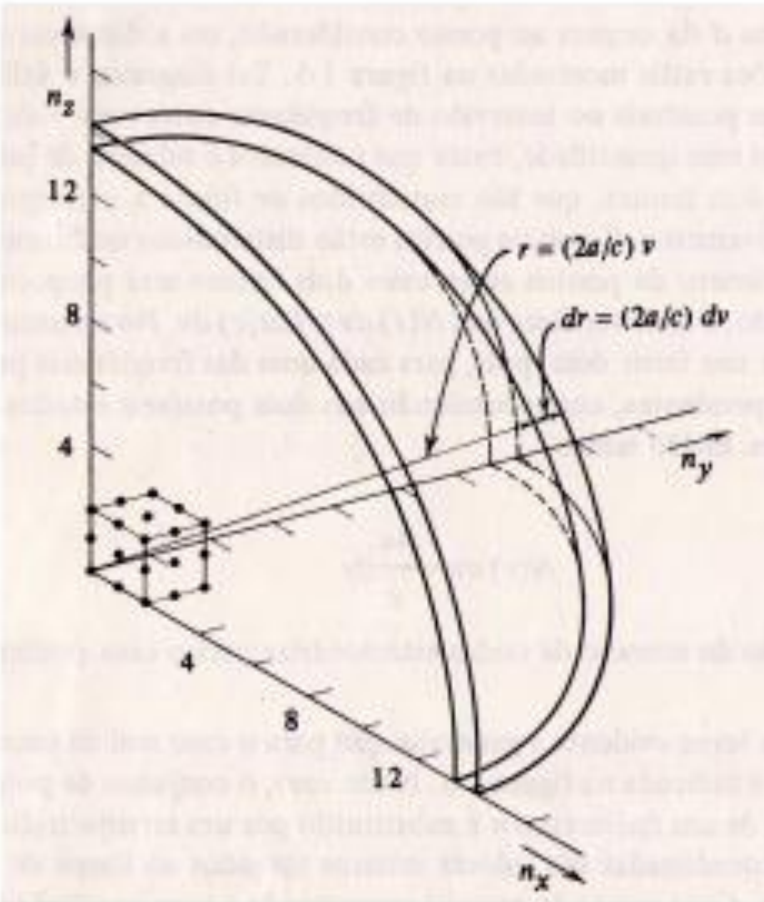
$$\lambda_x = \frac{2a}{n_x} \, ou \, \nu_x = \frac{n_x c}{2a}$$

$$n_x = \frac{2a}{c}\nu_x$$

5) O que queremos é o número de frequências possíveis entre ν e ν+dν

$$N(\nu)d\nu$$

6) O número de onda dentro da cavidade



Caso tridimensional

$$r = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = \frac{2a}{c}\nu$$

$$dr = \frac{2a}{c}d\nu$$

$$N(r)dr = \frac{1}{8}4\pi r^2 dr$$

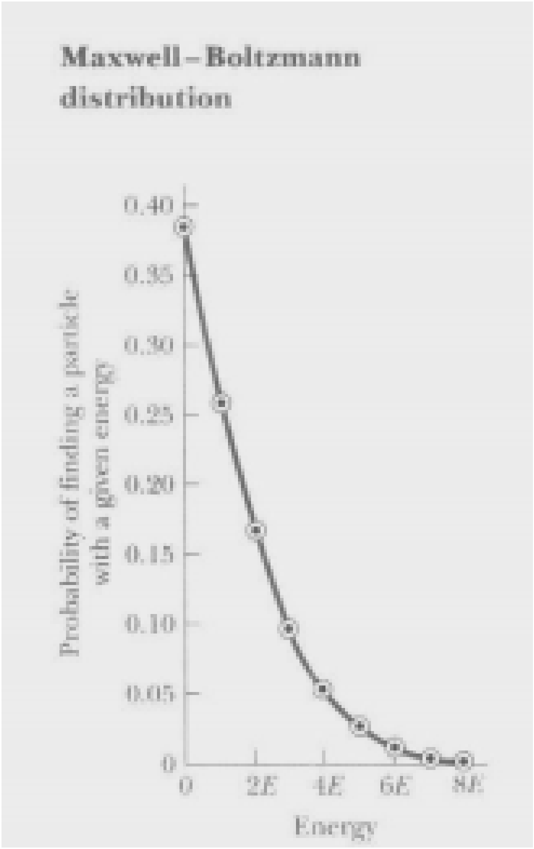
2 ondas possíveis para cada frequência

$$N(\nu)d\nu = (2)\frac{\pi}{2}\left(\frac{2a}{c}\right)^3 \nu^2 d\nu$$

$$N(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3}\cdot V \cdot \nu^2 d\nu$$

Queremos agora calcular o valor da energia média emitida no espectro correspondente a este intervalo de frequência

Para calcularmos o valor médio da energia precisamos saber a distribuição de energia ➡ vamos usar uma abordagem estatística MAXWELL-BOLTZMANN



$$n(\varepsilon) = Ae^{-\varepsilon/E_o}$$

O valor médio

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^\infty A\varepsilon e^{-\varepsilon/E_o}\,d\varepsilon}{\int_0^\infty Ae^{-\varepsilon/E_o}\,d\varepsilon} \qquad \frac{1}{E_o} = \alpha$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon e^{-\varepsilon\alpha}\,d\varepsilon}{\int_0^\infty e^{-\varepsilon\alpha}\,d\varepsilon}$$

Lembrando que :

$$-\frac{d}{d\alpha}\ln\int e^{-\alpha\varepsilon}d\varepsilon=\frac{-\int\frac{d}{d\alpha}e^{-\alpha\varepsilon}d\varepsilon}{\int e^{-\alpha\varepsilon}d\varepsilon}=\frac{\int\varepsilon e^{-\alpha\varepsilon}d\varepsilon}{\int e^{-\alpha\varepsilon}d\varepsilon}$$

como

$$\bar{\varepsilon}=\frac{\int_0^\infty A\varepsilon e^{-\varepsilon/E_o}d\varepsilon}{\int_0^\infty Ae^{-\varepsilon/E_o}d\varepsilon}$$

Então posso escrever:

$$-\frac{d}{d\alpha}\ln\int e^{-\alpha\varepsilon}d\varepsilon=\bar{\varepsilon}$$

$$-\frac{d}{d\alpha}\ln\left[\frac{-1}{\alpha}e^{-\alpha\varepsilon}\Big|_0^{00}\right]=-\frac{d}{d\alpha}\ln\left[\frac{1}{\alpha}\right]=$$

$$-\alpha\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{1}{\alpha}\right)=-\alpha\left(\frac{-1}{\alpha^2}\right)$$

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{\alpha}=E_0$$

O teorema de equipartição de energia diz que cada grau de liberdade tem 1/2KT para o oscilador harmônico

Então para a energia cinética + potencial temos $\bar{\varepsilon} = kT$

como
$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{N(\nu)d\nu\bar{\varepsilon}}{vol}$$

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi a^3}{c^3}\nu^2 d\nu\frac{kT}{a^3}$$

Então posso escrever:
$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2 kT d\nu$$

$$\lambda\nu = c \qquad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

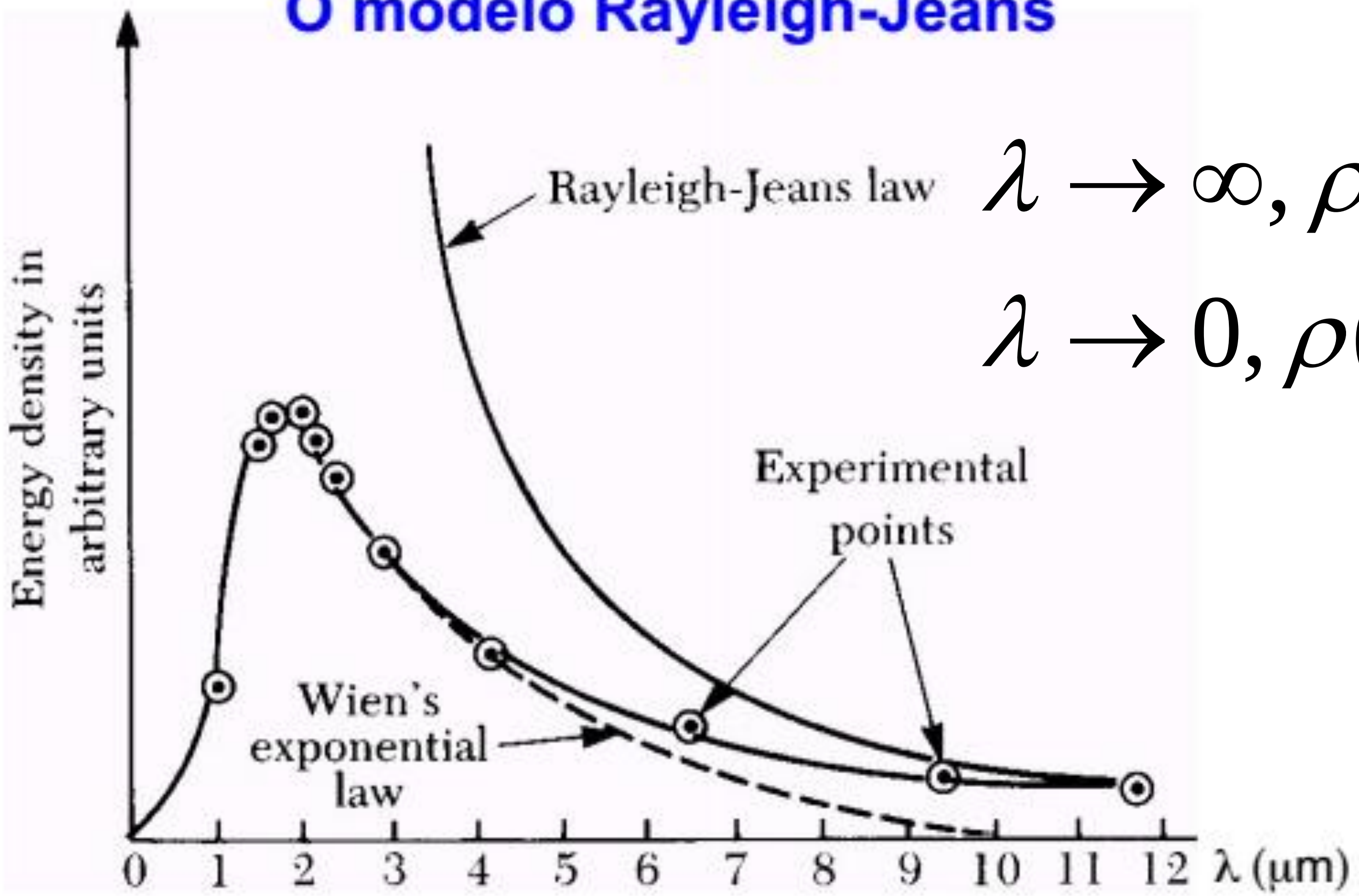
$$d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}d\lambda$$

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = -\frac{8\pi kT}{c^3}\frac{c^2}{\lambda^2}\left[-\frac{c}{\lambda^2}\right]d\lambda$$

$$\frac{d\rho(\lambda)}{d\lambda} = -\frac{d\rho(\nu)}{d\nu}$$

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4}kT.d\lambda$$

O modelo Rayleigh-Jeans



$$\lambda \to \infty, \rho(\lambda) \to 0$$

$$\lambda \to 0, \rho(\lambda) \to \infty$$

catástrofe do ultravioleta

Teoria de Planck da radiação da cavidade

- Discrepância entre teoria e dados experimentais, como solucionar???
- Baixas frequências o modelo é satisfatório

$$\bar{\varepsilon}_{\nu \to 0} \to kT$$

Energia total media tende a kT para baixas frequências ou altos comprimentos de onda

•Porem para altas frequências ou pequenos comprimentos de onda o modelo falha, gostaríamos de ter

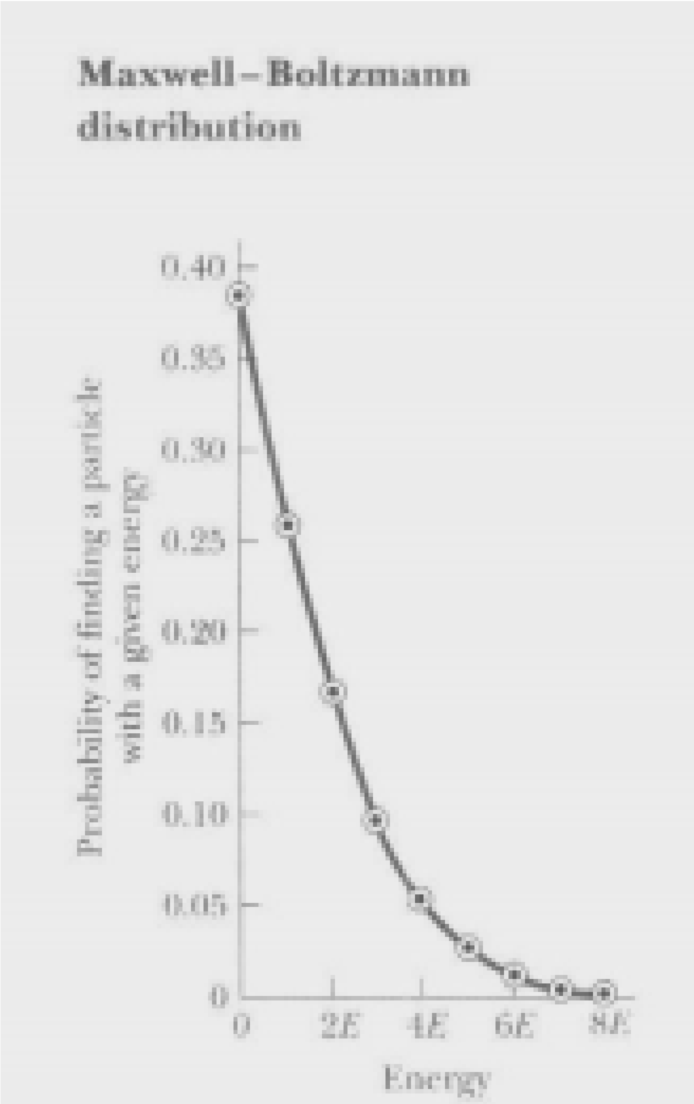
$$\bar{\varepsilon}_{\nu \to \infty} \to 0$$

•Nova proposta: tratar a energia como uma variável discreta e não mais contínua (sempre considerado na física clássica). A parede aquecida do corpo negro (cavidade), possui ressoadores vibrando com várias frequências diferentes cada um emitindo luz com mesma frequência que a frequência de vibração

$$\varepsilon_0 = 0, \varepsilon_1 = \Delta\varepsilon, \varepsilon_2 = 2.\Delta\varepsilon, ...$$

Teoria de Planck da radiação da cavidade

- Na abordagem da estatística clássica de Maxwell Boltzmann



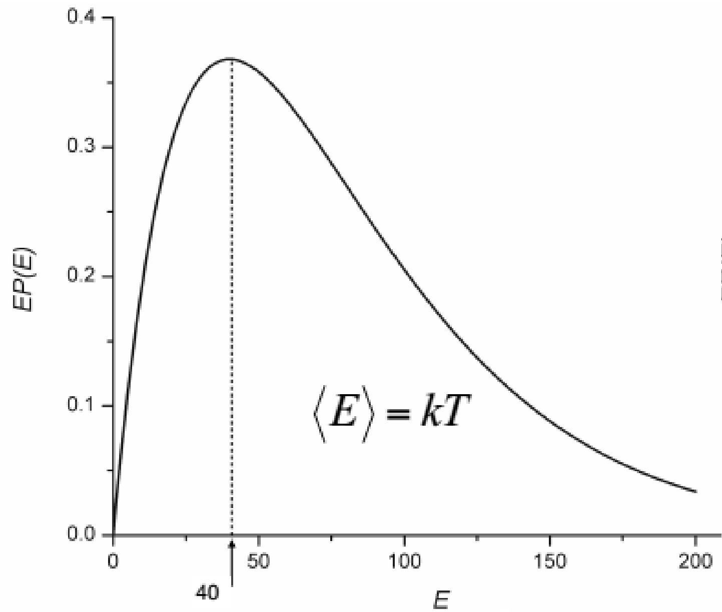
$$P(\varepsilon)d\varepsilon = Ae^{-\varepsilon/kT}d\varepsilon$$

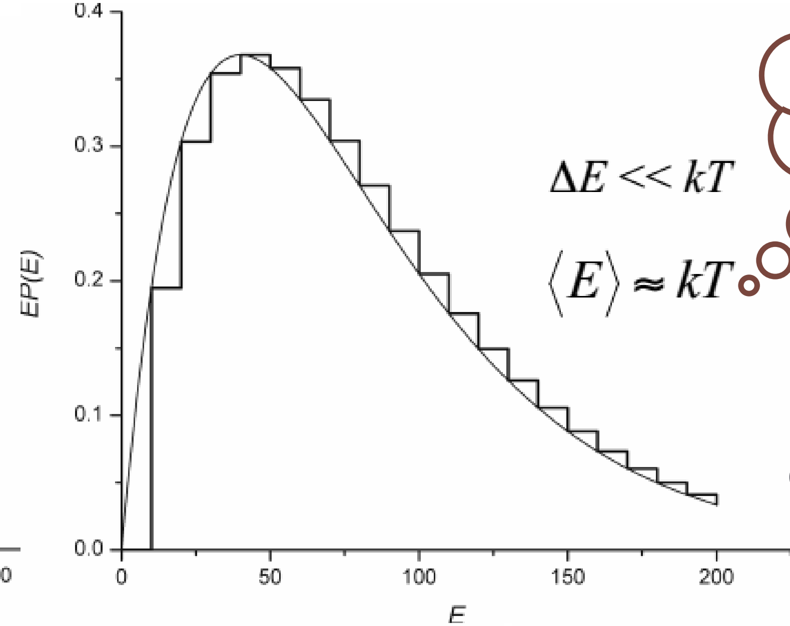
Probabilidade de encontrar um dado com energia entre ε e ε+dε

- O valor máximo desta função é 1/kT para ε=0
- P(ε)dε decresce suavemente se aproximando do zero quando

$$\varepsilon \to \infty$$

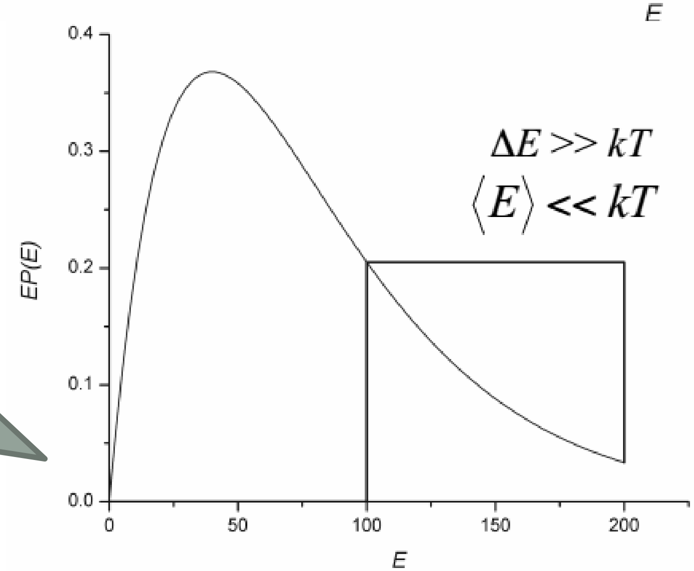
Teoria de Planck – Energia discreta





Valor de energia media quase igual ao clássico

E~kT quando a diferença de energia sucessiva for pequena



Há uma proporcionalidade entre $\Delta E \sim \nu$

E~0 quando a diferença de energia sucessiva ΔE for grande

Teoria de Planck: matematicamente

$$\int \bar{\varepsilon} \rightarrow \sum \bar{\varepsilon}$$

- Considerando que temos n_i osciladores com ε_i e tomando as energias discretas ε_i em intervalos regulares: $\varepsilon_0=0$, $\varepsilon_1=\Delta\varepsilon$, $\varepsilon_2=2\Delta\varepsilon$

$$n_i(\varepsilon) = n_0 e^{-\varepsilon_i / kT}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum A\varepsilon_i e^{-\varepsilon_i / E_o}}{\sum A e^{-\varepsilon_i / E_o}} \qquad \bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} n_i \varepsilon_i}{\sum_{i=0}^{\infty} n_i} = \frac{n_o\varepsilon_o + n_1\varepsilon_1 + n_2\varepsilon_2 + \ldots..}{N}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{n_o 0 + n_1\varepsilon_1 + n_2\varepsilon_2 + \ldots..}{N}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{0 + n_0 e^{-\Delta\varepsilon / kT}\Delta\varepsilon + n_0 e^{-2\Delta\varepsilon / kT} 2\Delta\varepsilon + \ldots..}{N}$$

Teoria de Planck: matematicamente

$$\bar{\varepsilon} = \frac{0 + n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT}\Delta\varepsilon + n_0 e^{-2\Delta\varepsilon/kT} 2\Delta\varepsilon + ...}{N}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT}\Delta\varepsilon(1 + 2e^{-\Delta\varepsilon/kT} + 3e^{-2\Delta\varepsilon/kT} .....)}{N}$$

$$1 + 2x + 3x^2 + ...$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT}\Delta\varepsilon}{N} \frac{1}{(1 - e^{-\Delta\varepsilon/kT})^2}$$

$$soma = \frac{1}{(1-x)^2}$$

O que é????

$$N = \sum n_i = n_o + n_1 + n_2 + ...$$

$$N = n_o + n_o e^{-\Delta\varepsilon/kT} + n_o e^{-2\Delta\varepsilon/kT} + ...$$

$$N = n_o(1 + x + x^2 + ...) = \frac{n_o}{(1-x)}$$

Teoria de Planck: matematicamente

$$\bar{\varepsilon} = \frac{n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT}\Delta\varepsilon}{N}\frac{1}{(1-e^{-\Delta\varepsilon/kT})^2}$$

$$N = n_o(1+x+x^2+....) = \frac{n_o}{(1-x)}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\cancel{n_0} e^{-\Delta\varepsilon/kT}\Delta\varepsilon}{1}\frac{\cancel{(1-e^{-\Delta\varepsilon/kT})}}{\cancel{n_0}}\frac{1}{(1-e^{-\Delta\varepsilon/kT})^{\cancel{2}}}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{e^{-\Delta\varepsilon/kT}\Delta\varepsilon}{(1-e^{-\Delta\varepsilon/kT})} = \frac{\Delta\varepsilon}{e^{\Delta\varepsilon/kT}-1}$$

$$e^{\Delta\varepsilon/kT} \xrightarrow{\Delta\varepsilon/kT \to 0} 1+\frac{\Delta\varepsilon}{kT}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta\varepsilon}{e^{\Delta\varepsilon/kT}-1} = \frac{\Delta\varepsilon}{1+\frac{\Delta\varepsilon}{kT}-1} = kT$$

$$e^{\Delta\varepsilon/kT} \xrightarrow{\Delta\varepsilon/kT \to \infty} \infty$$

$$\bar{\varepsilon} = 0$$

~ kT para ΔE pequeno ($\nu \to 0$)

~ 0 para ΔE grande ($\nu \to \infty$)

Teoria de Planck: matematicamente

A densidade de energia na cavidade, em função da frequência ou do comprimento de onda é dada por:

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4}kT.d\lambda$$

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4}\overline{\varepsilon}.d\lambda$$

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^5}\frac{\lambda\Delta\varepsilon}{e^{\Delta\varepsilon/kT}-1}.d\lambda$$

Deve ser a função que Wien procurava

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^5}\frac{hc}{e^{hc/\lambda kT}-1}.d\lambda$$

Escrevendo $\Delta\varepsilon = h\nu$ e $\lambda\nu = c$

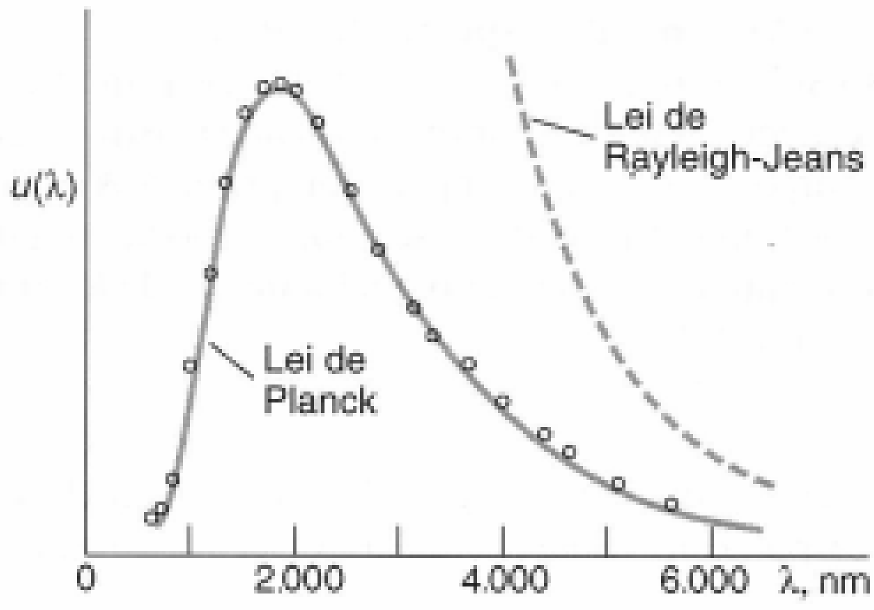
c é a velocidade da luz

h = constante de Planck

h=6,23x10^{-34}J.s ou 4,14x10^{-15}eV.s

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^5}{c^5}\frac{ch\nu}{\nu e^{h\nu/kT}-1}.\frac{c}{\nu^2}d\nu$$

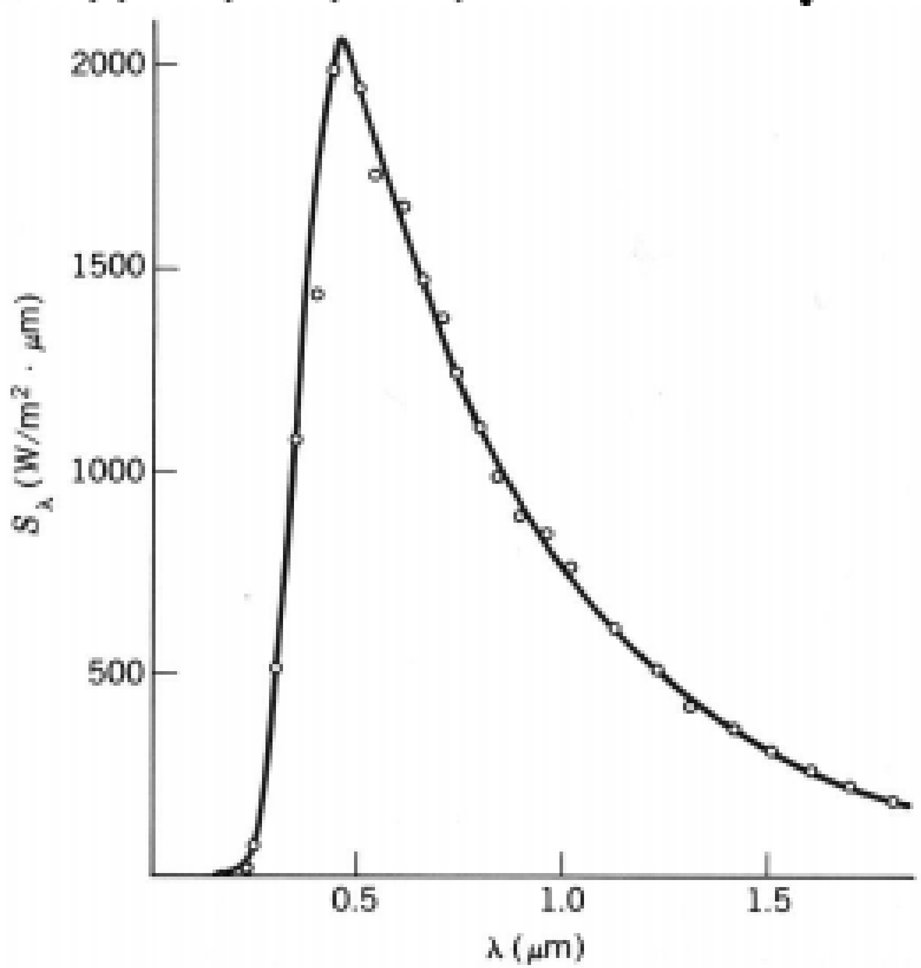
$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}.d\nu$$



Comparação entre as teorias de Planck e de Wien e as medidas de Coblentz (~1915)

Radiância espectral do Sol

M.P. Thekaekara, *et al.*, Appl. Opt. **8**(1969)1713



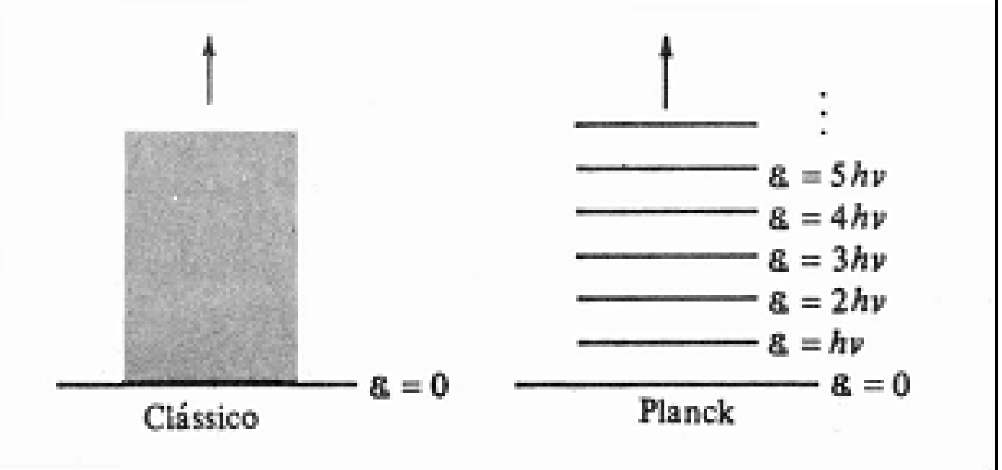
Fonte: Prof. Marcos Martins
Curso de Moderna I

Implicações do resultado de Planck

- Qual o significado físico da hipótese de Planck?

- Ela impõem que os pequenos osciladores que constituem as paredes da cavidade e estão em equilíbrio com a radiação, só podem assumir certos valores discretos de energia:

$$E = nh\nu$$



Fonte: Prof. Marcelo Munhoz
Curso de Moderna I

Exercícios:

1) De acordo com a Lei de Planck, qual é a energia média de um oscilador cuja energia é kT?
2) Use a lei de Planck para mostrar que a densidade total de energia de um corpo negro é proporcional a T^4 como afirma a Lei de Stefan-Boltzmann

Efeito fotoelétrico

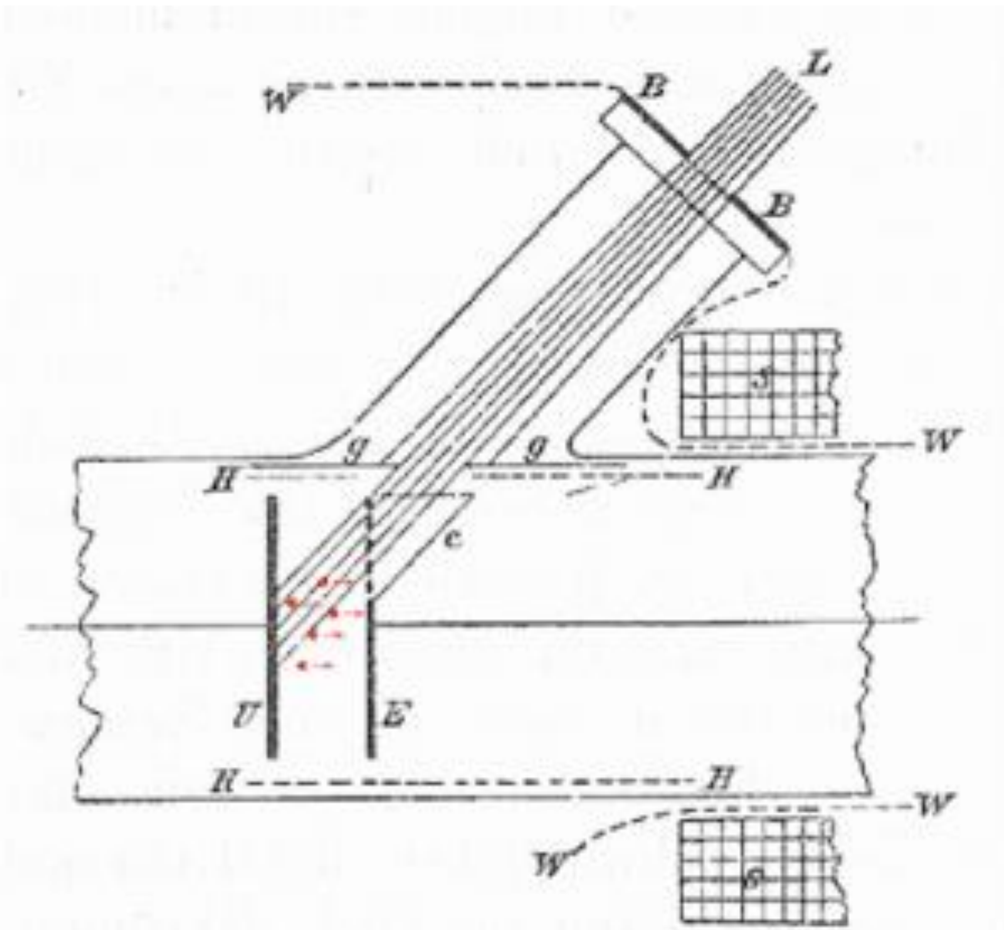
- Ponto de partida para a confirmação da existência de ondas eletromagnéticas foram os experimentos de Hertz (1886-1887).
- No entanto Hertz já havia notado em seu experimento que uma descarga elétrica entre dois eletrodos ocorria mais facilmente quando havia incidência de luz ultravioleta (UV) sobre um dos eletrodos.

- Este efeito foi utilizado por Einstein mais tarde para contradizer outros aspectos da teoria eletromagnética clássica

- Lenard (antecessor a Einstein) realizando experimentos com luz UV observou esta facilidade de descarga devido a luz e que elétrons eram emitidos da superfície do catodo

Efeito fotoelétrico

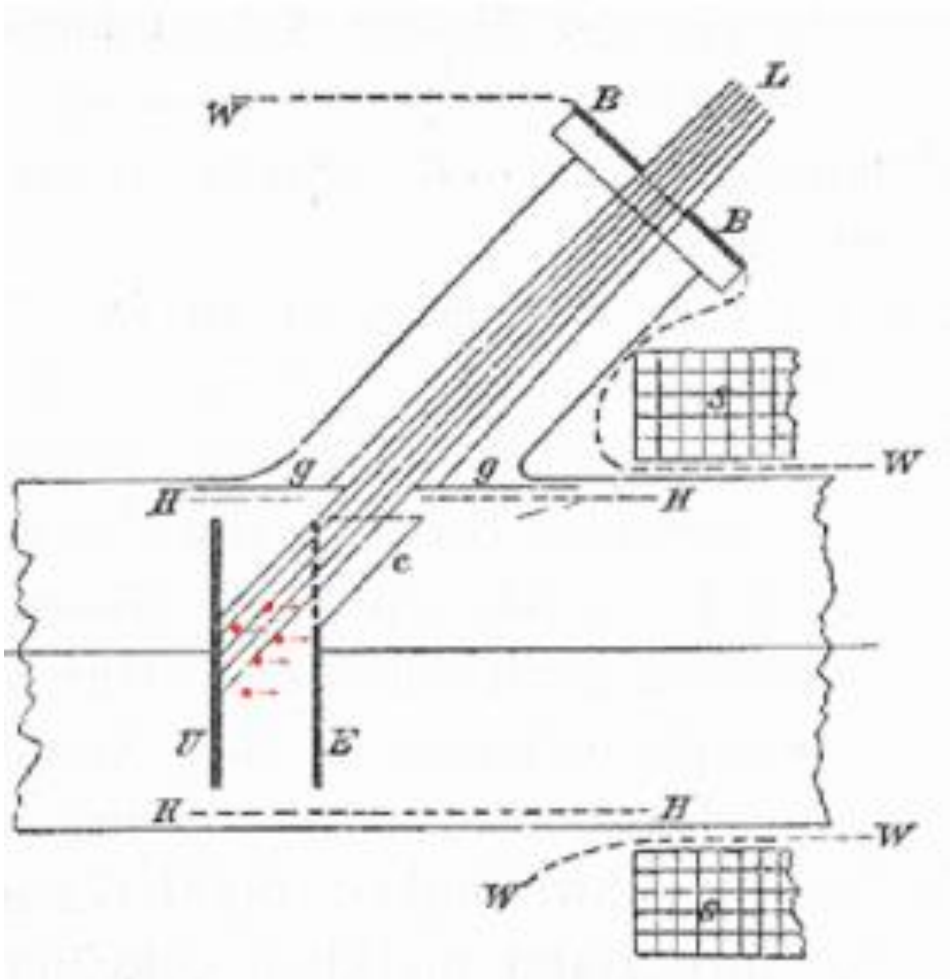
- O Experimento de Lenard, Annales de Physique, Leipzig 8, 1902 pp149,



No experimento mede a corrente gerada entre os eletrodos e a energia cinética dos elétrons (recém descobertos - 1897)

- O que podemos esperar deste experimento – física clássica explica?

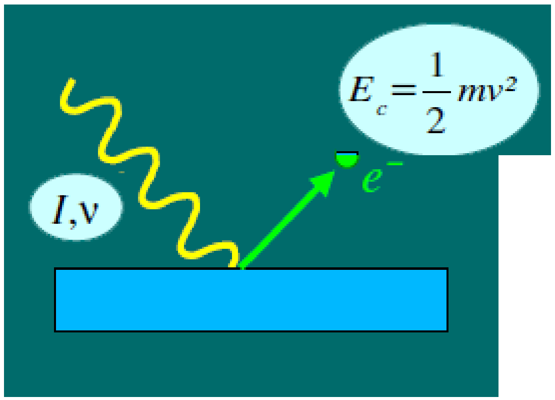
Resultados experimentais



- O número de elétrons retirados é proporcional a energia da luz incidente

- A energia cinética destes é independente da intensidade de luz emitida

Efeito Foto-elétrico



- Quando a radiação eletromagnética incide sobre um material há emissão de elétrons

- Este é o chamado efeito foto-elétrico

- Este efeito foto-elétrico contradiz as previsões da teoria ondulatória (puramente) da radiação eletromagnética (clássica)

Contradições da física ondulatória clássica:

Previsões:	*Observações experim.:*
1) A energia cinética dos elétrons (E_c) deveria aumentar com a intensidade (I) da onda E-M.	✘ ⇒ 1) E_c não varia com I.
2) Deveria "demorar" para haver emissão de elétrons, dependendo de I.	✘ ⇒ 2) Não há atraso perceptível.
3) E_c não deveria depender de forma descontínua da freqüência (ν) da onda E-M.	✘ ⇒ 3) Para frequências baixas ($\nu<\nu_0$) não ocorre e.f.e.

✓A energia do foto-elétron depende da freqüência da radiação incidente ⟹ Ec ~ ν

✓Existe uma freqüência de corte para a radiação eletromagnética, abaixo desta ($\nu<\nu_0$) não ocorre efeito foto-elétrico ⟹ Freqüência de corte depende do material da superfície emissora

Teoria Quântica

- A quantização de energia é postulado por Einstein em 1905 – teoria corpuscular da luz

- Propôs que a radiação eletromagnética é composto de “pacotes” de energia ou “fótons”. A energia E de cada fóton é proporcional a freqüência ν da radiação:

$$E_f = h\nu$$

- onde h é a constante de Planck usada originalmente para explicar a radiação de corpo negro