

# Universidade de São Paulo Instituto de Física

## FÍSICA MODERNA I

---

### AULA 03

Profa. Márcia de Almeida Rizzutto  
Pelletron – sala 220  
rizzutto@if.usp.br

1o. Semestre de 2015

Página do curso:

<http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=5215>

04/03/2015

# Discussões na Lousa

- **Discutimos sobre espectrômetro de massa**

Equipamentos utilizados para medir a razão  $q/m$ . Para tanto utiliza-se de um campo magnético onde pode-se determinar a trajetória da partícula neste campo:

$$R = \frac{mv}{qB} \quad \frac{q}{m} = \frac{2\Delta V}{B^2 R^2}$$

Experimento inicialmente realizado por F. W. Aston em 1919, e as diferenças de massa podiam ser medidas com precisão de  $\sim 1$  parte em 10000 (hoje 1 parte em  $10^9$ )

- **Discutimos o experimento de Millikan**

Usou um campo elétrico intenso para manter uma gota carregada por período de 30 a 60 seg. (observar gotas isoladas). Equações de movimento para o movimento de descida e de subida da gota.

# Natureza



**Composta**



matéria



Radiação  
eletromagnética



**Descrição atômica**



partículas



**evidências**



Química

Teoria Cinética dos gases



?



Estudos do movimento browniano

Carga/massa J.J. Thomson

Espectrômetro de Massa

Millikan

# A descrição eletromagnética da luz

- Ideias iniciais baseavam-se na propagação de ondas em meios.
- Ondas em água e ondas acústicas usavam diferentes meios, ondas eletromagnéticas necessitavam de um meio chamado éter
- Baseado nas ideias de Faraday sobre o éter - Maxwell em 1865 sintetizou os todos os fenômenos elétricos, magnéticos e ópticos e os descreveu unificadamente através das equações:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Lei de Gauss

Lei de Faraday

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Lei de Gauss  
para o campo  
magnético

Lei de Ampere  
+ corrente de  
deslocamento

# Teoria clássica do eletro-magnetismo

Maxwell 1865

Onda Eletromagnética. Ex:

$$\vec{E} = E_0 \hat{e} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta)$$

$E_0$ : Amplitude do campo elétrico,  $k=2\pi/\lambda$ ,  $\omega=2\pi\nu$

Vetor de Poynting:

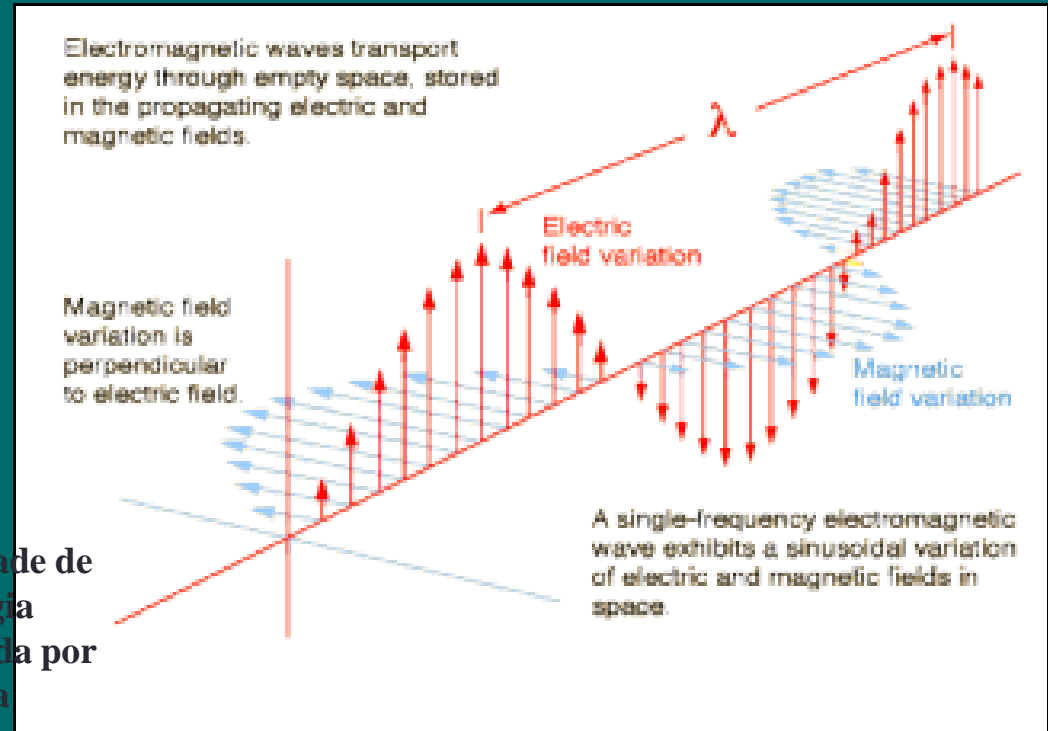
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

Quantidade de energia transferida por área

Intensidade da onda E-M:

$$I = \langle \vec{S} \rangle \cdot \hat{u} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$$

$$I = \frac{\Delta U}{\Delta a \Delta t} \quad (\text{energia/área/tempo})$$



# A descrição eletromagnética da luz

- Maxwell estabeleceu que ondas eletromagnéticas tem o mesmo comportamento da luz – pode prever a velocidade das ondas acústicas nos meios gasosos, líquidos e sólidos

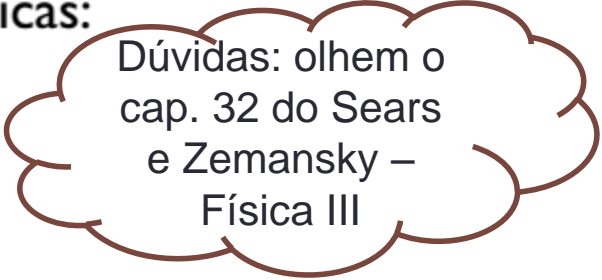
- tem a velocidade da luz

$$v = \sqrt{1/\mu_0\epsilon_0} = c$$

- Equação das ondas eletromagnéticas:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$



Dúvidas: olhem o cap. 32 do Sears e Zemansky – Física III

- Hertz em 1887 realizou a observação experimental das ondas eletromagnéticas

LUZ são ondas eletromagnéticas produzidas por osciladores microscópicos da matéria

Sucesso da teoria de Maxwell e do modelo de osciladores: usados para explicar

## Radiação Térmica

Quando a matéria é aquecida emite radiação e é possível sentir esta radiação de calor.

~ 550°C o objeto se torna vermelho escuro,

~700°C se torna vermelho brilhante, se a temperatura continua a aumentar a coloração passa para laranja, amarelo e finalmente branco. Experimentalmente pode-se observar o espectro eletromagnético de emissão quando a matéria é aquecida

Este foi o grande interesse dos físicos do século 19

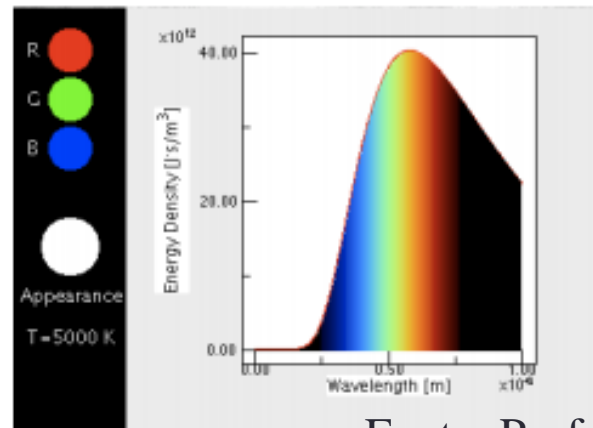
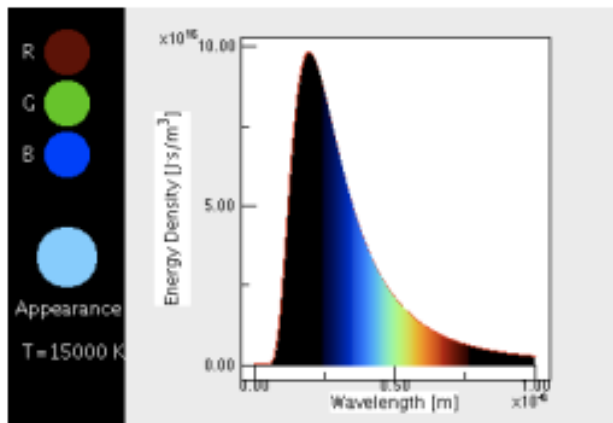
Mediram a intensidade da radiação emitida em função: do material, da temperatura e do comprimento de onda

Materiais que emitem na região do visível: carvão, filamento de uma lâmpada, sol

# Espectro de frequência de radiação

- Todos os corpos simultaneamente emitem e absorvem radiação.
- A radiação emitida por um objeto com  $T > 0\text{K}$  apresenta uma distribuição de frequências.
- Todos os corpos emitem um espectro de radiação contínuo .

A “quantidade” de radiação emitida com cada valor de frequência é medida em energia por unidade de tempo (potência) por unidade de área, chamada de radiância espectral  $R_T(\nu)$





# Radiação de corpo negro

- Para um corpo estar em equilíbrio térmico com o ambiente é preciso que o corpo absorva energia térmica na mesma taxa que a emite

Um bom emissor térmico será também um bom absorvedor

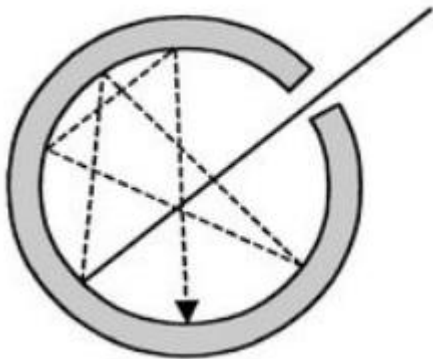


Caso + simples

**Corpo Negro**



Corpo ideal que absorve toda a radiação e não reflete nada, a radiação vinda do exterior entre na cavidade e é refletida várias vezes na parede até ser absorvida totalmente.

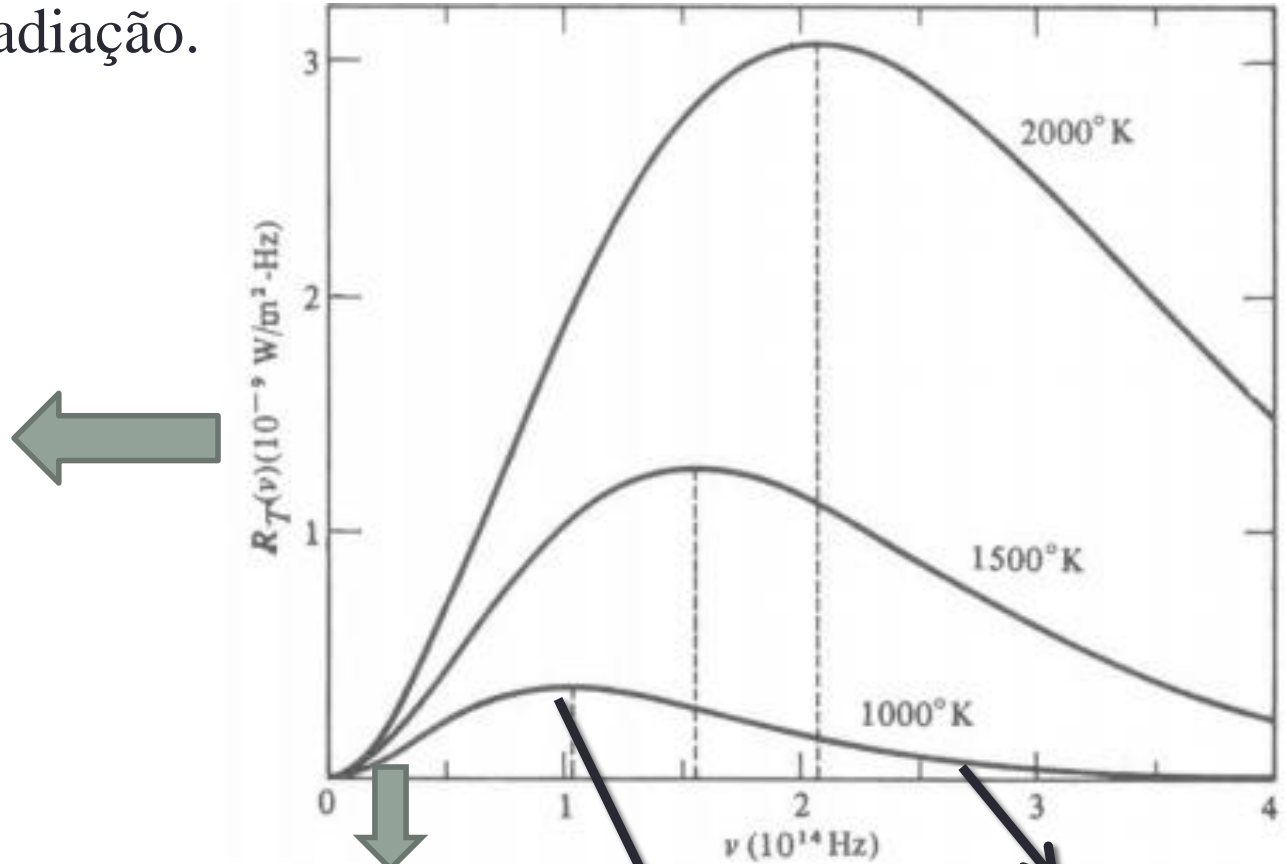


Verifica-se que todos os corpos negros à mesma temperatura emitem radiação térmica com o mesmo espectro

# Radiação de corpo negro

- A Radiância espectral:  $R_T(\nu)$  de um corpo em função da frequência da radiação.

A frequência em que a radiância é máxima varia linearmente com a temperatura. Potência total emitida por metro quadrado (área sob a curva) aumenta rapidamente com a temperatura



Potência irradiada é nula


Potência irradiada é máxima em

$$\nu = 1,1 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Potência irradiada cai

# Radiação de corpo negro

- A Radiância espectral  $R_T(\nu)$  : função de distribuição da potência irradiada por unidade de área, em um intervalo de frequência, em função de  $\nu$  e  $T$ .


$$R_T = \int_0^{\infty} R_T(\nu) d\nu$$

Energia total emitida  
por unidade de tempo,  
por unidade de área

O crescimento rápido de  $R_T$  com a temperatura é chamada de Lei de Stefan anunciada em 1879


$$R_T = \sigma T^4 \quad \sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \text{ (constante de Stefan-Boltzman) medida experimen.}$$

O espectro se desloca para valores maiores de frequências à medida que  $T$  aumenta

Resultado-Lei de deslocamento  
de Wien (1893)  $\nu_{\max} \approx T$

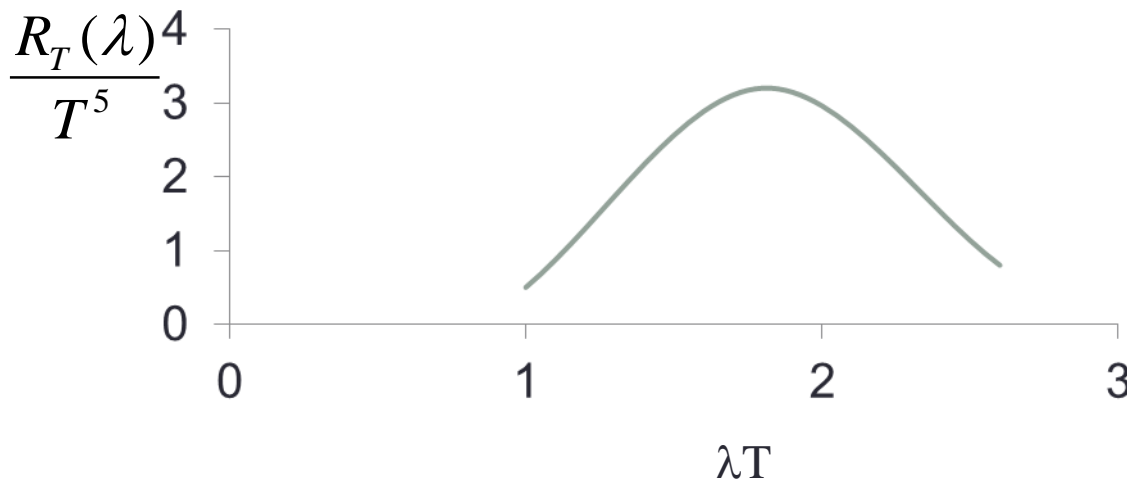
# Radiação de corpo negro

Como  $\longrightarrow$   $T\lambda_{\max} = c^*$

$c^*$  é a constante de Wien =  $2.898 \times 10^{-3} \text{mK}$

Quando a temperatura aumenta  $\longrightarrow$   $\lambda_{\max}$  diminui

Se fizermos um gráfico das várias curvas  $R_T(\lambda)$  para diferentes  $T$ , não como função de  $T$  mas como função de  $\lambda T$ . Teremos que os valores de  $R_T(\lambda)$  máximo para todas as curvas estarão alinhadas na mesma posição e todas as curvas se sobrepõem perfeitamente

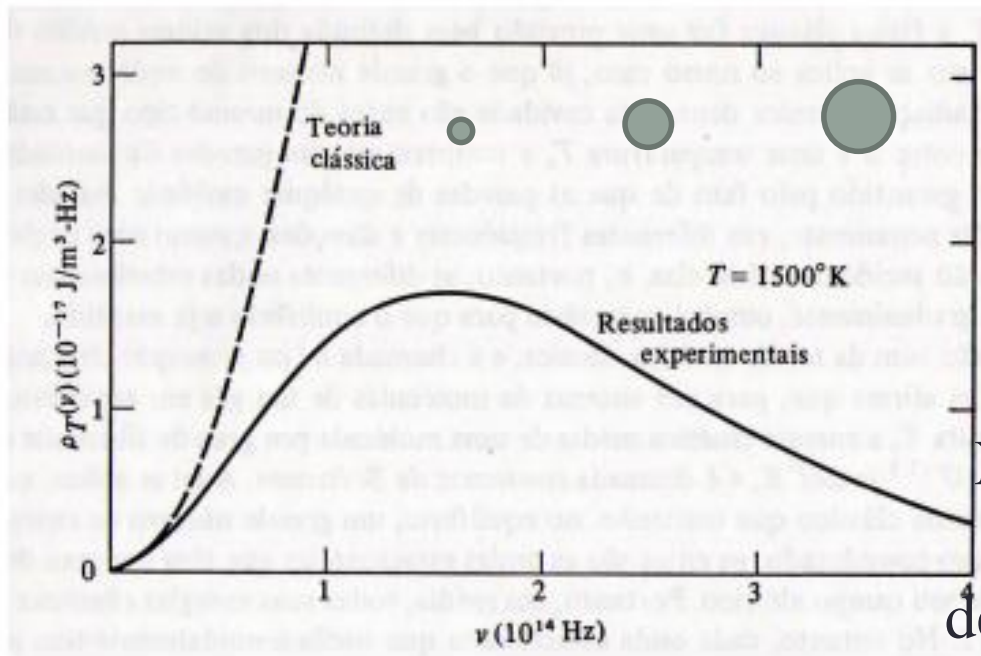


Isto mostra que  $R_T(\lambda)/T^5$  é uma função de  $f(\lambda T)$ , isto é:

$$R_T(\lambda) = cT^5 f(\lambda T) = \frac{c(\lambda T)^5}{\lambda^5} f(\lambda T)$$

$$R_T(\lambda) = \frac{cf(\lambda T)}{\lambda^5}$$

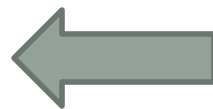
# Dúvidas sobre o espectro de $R_T(\lambda)$ :



Classicamente conseguimos explicar pequenos valores de  $\nu$

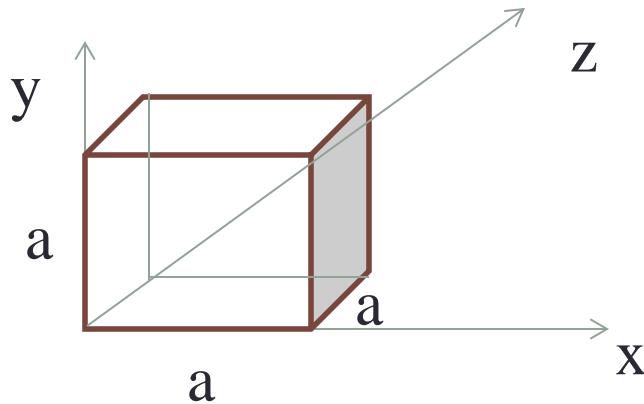
No início do século Ralyleigh-Jeans fizeram cálculo da densidade de energia da radiação da cavidade (ou do corpo negro) mas mostrou uma série de divergência entre a física clássica e os resultados experimentais

Calculo da densidade de energia usando ondas estacionárias  
 $\rho_T(\nu) \propto R_T(\nu)$

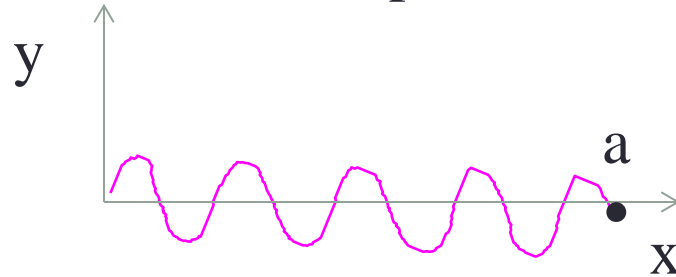


# Suposições:

1) Cavityde com paredes metálicas contendo radiação eletromagnética (cubo com aresta  $a$ )



2) Radiação é refletida sucessivamente nas paredes e decomposta em três componentes



3) Como as paredes opostas são perpendiculares, as três componentes da radiação não se misturam e podemos tratá-las separadamente

4) Onda estacionária dentro da cavidade:

$$E(x,t) = E_o \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \operatorname{sen}(2\pi \nu t)$$

Como um oscilador harmônico

Nas paredes temos os nós com amplitude zero

$$\left(\frac{2\pi a}{\lambda_x}\right) = n\pi$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi 0}{\lambda}\right) = 0$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right) = 0$$

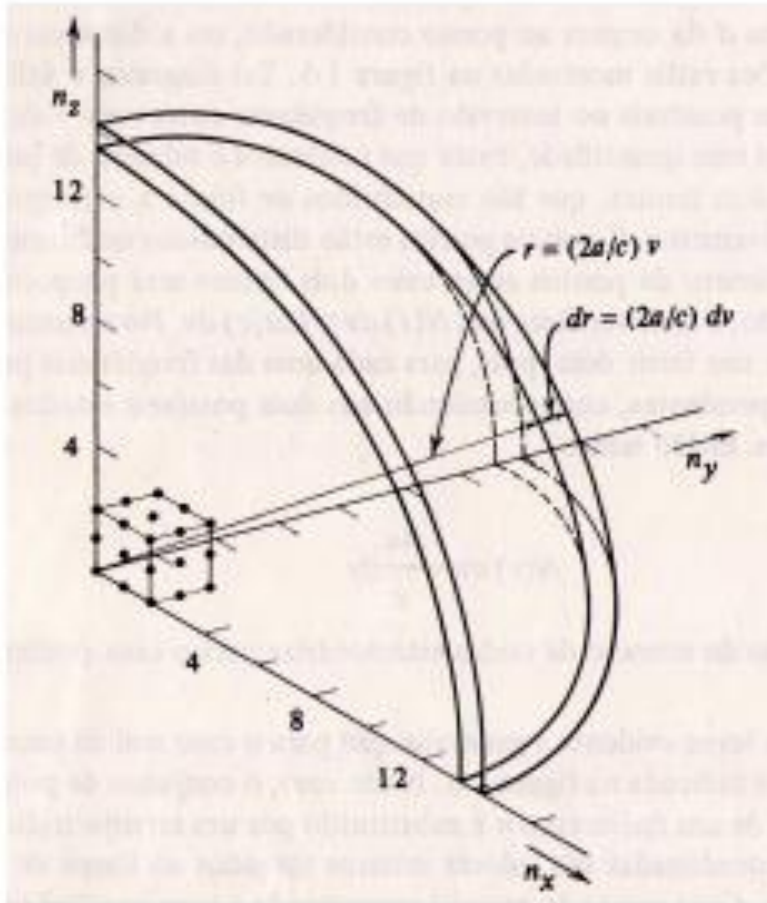
$$\lambda_x = \frac{2a}{n_x} \text{ ou } \nu_x = \frac{n_x c}{2a}$$

$$n_x = \frac{2a}{c} \nu_x$$

5) O que queremos é o número de frequências possíveis entre  $\nu$  e  $\nu+d\nu$

$$N(\nu)d\nu$$

## 6) O número de onda dentro da cavidade



Caso tridimensional

$$r = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = \frac{2a}{c} \nu$$

$$dr = \frac{2a}{c} d\nu$$

$$N(r)dr = \frac{1}{8} 4\pi r^2 dr$$

$$N(\nu)d\nu = (2) \frac{\pi}{2} \left( \frac{2a}{c} \right)^3 \nu^2 d\nu$$

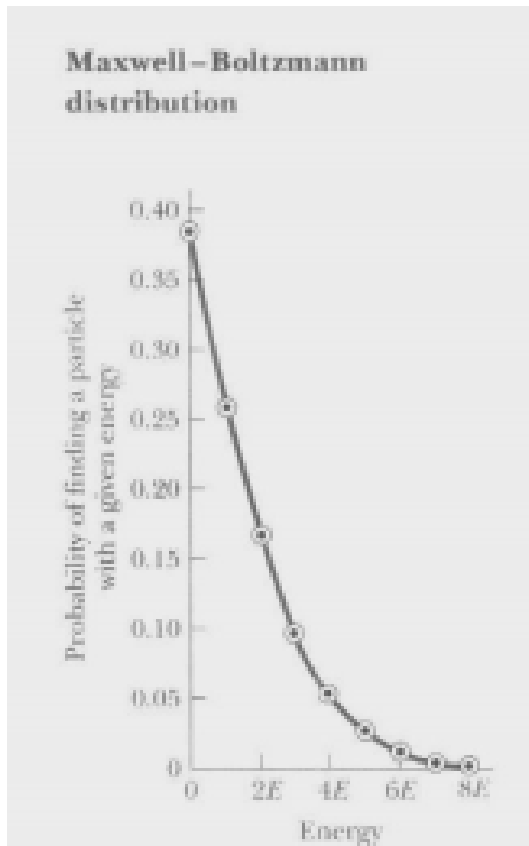
$$N(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \cdot V \cdot \nu^2 d\nu$$

2 ondas possíveis para cada frequência



Queremos agora calcular o valor da energia média emitida no espectro correspondente a este intervalo de frequência

Para calcularmos o valor médio da energia precisamos saber a distribuição de energia → vamos usar uma abordagem estatística  
**MAXWELL-BOLTZMANN**



$$n(\varepsilon) = A e^{-\varepsilon/E_0}$$

O valor médio

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{\infty} A \varepsilon e^{-\varepsilon/E_0} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} A e^{-\varepsilon/E_0} d\varepsilon} \quad \frac{1}{E_0} = \alpha$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\varepsilon\alpha} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} e^{-\varepsilon\alpha} d\varepsilon}$$

Lembrando que :

$$-\frac{d}{d\alpha} \ln \int e^{-\alpha\varepsilon} d\varepsilon = \frac{-\int \frac{d}{d\alpha} e^{-\alpha\varepsilon} d\varepsilon}{\int e^{-\alpha\varepsilon} d\varepsilon} = \frac{\int \varepsilon e^{-\alpha\varepsilon} d\varepsilon}{\int e^{-\alpha\varepsilon} d\varepsilon}$$

como

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{\infty} A\varepsilon e^{-\varepsilon/E_0} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} A e^{-\varepsilon/E_0} d\varepsilon}$$

Então posso escrever:

$$-\frac{d}{d\alpha} \ln \int e^{-\alpha\varepsilon} d\varepsilon = \bar{\varepsilon}$$

$$-\frac{d}{d\alpha} \ln \left[ \frac{-1}{\alpha} e^{-\alpha\varepsilon} \Big|_0^{\infty} \right] = -\frac{d}{d\alpha} \ln \left[ \frac{1}{\alpha} \right] =$$

$$-\alpha \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{1}{\alpha} \right) = -\alpha \left( \frac{-1}{\alpha^2} \right) \quad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{\alpha} = E_0$$

O teorema de equipartição de energia diz que cada grau de liberdade tem  $1/2kT$  para o oscilador harmônico

Então para a energia cinética + potencial temos  $\bar{\varepsilon} = kT$

como

$$\rho_T(\nu) d\nu = \frac{N(\nu) d\nu \bar{\varepsilon}}{\text{vol}}$$

$$\rho_T(\nu) d\nu = \frac{8\pi a^3}{c^3} \nu^2 d\nu \frac{kT}{a^3}$$

Então posso escrever:

$$\rho_T(\nu) d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT d\nu$$

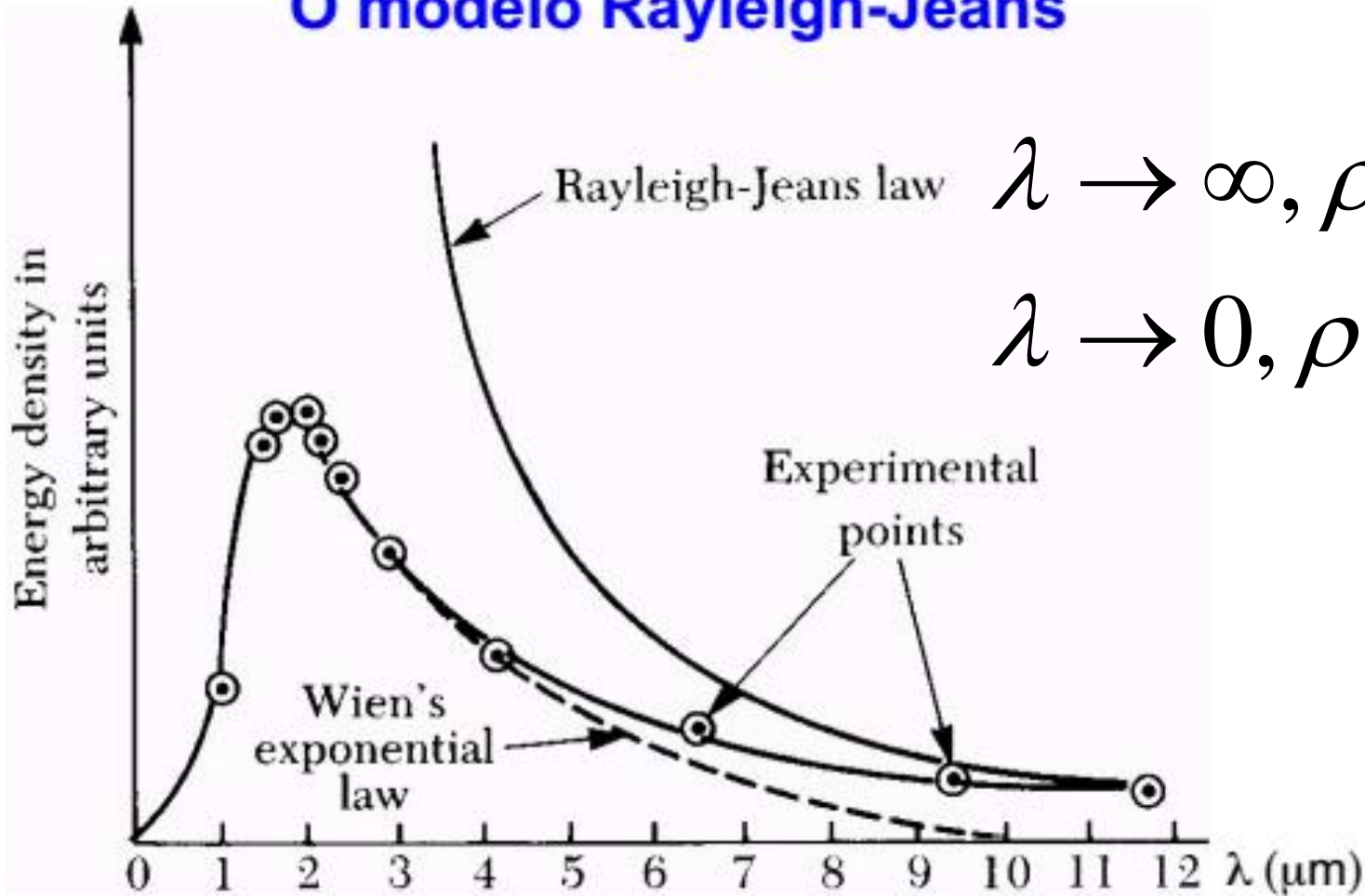
$$\lambda \nu = c \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$\rho_T(\lambda) d\lambda = -\frac{8\pi kT}{c^3} \frac{c^2}{\lambda^2} \left[ -\frac{c}{\lambda^2} \right] d\lambda$$

$$\frac{d\rho(\lambda)}{d\lambda} = -\frac{d\rho(\nu)}{d\nu} \quad \rho_T(\lambda) d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT \cdot d\lambda$$

## O modelo Rayleigh-Jeans



$$\lambda \rightarrow \infty, \rho(\lambda) \rightarrow 0$$

$$\lambda \rightarrow 0, \rho(\lambda) \rightarrow \infty$$

catástrofe do ultravioleta