Teste exato de Fisher

O procedimento foi desenvolvido simultaneamente por R.A. Fisher (1935), J.O. Irwin (1935) e F. Yates (1934) para tabelas 2x2.

1951 – Freeman e Halton estenderam o teste exato de Fisher para a análise de tabelas de dimensão maior que 2x2.

1983 – Mehta e Patel propuseram um algoritmo rápido e eficiente para a implementação do teste exato de Fisher em programas de computador.

Objetivo: testar a associação entre duas variáveis qualitativas.

Exemplo:

	Hipertensão		
Tratamento	presente	ausente	**total**
Droga	1	5	**6**
Placebo	8	2	**10**
total	**9**	**7**	**16**

Se mantivermos fixos estes totais...

... quais possíveis resultados poderíamos observar ?

0	6
9	1

1	5
8	2

2	4
7	3

3	3
6	4

4	2
5	5

5	1
4	6

6	0
3	7

0	6
9	1

Em uma amostra tamanho 16, onde 6 indivíduos receberam a droga e 10 receberam o placebo, e onde 9 apresentaram hipertensão e 7 não, a probabilidade de encontrar esta combinação de resultados é $\frac{\binom{6}{0}\binom{10}{9}}{\binom{16}{9}} = 0{,}00087$.

1	5
8	2

Em uma amostra tamanho 16, onde 6 indivíduos receberam a droga e 10 receberam o placebo, e onde 9 apresentaram hipertensão e 7 não, a probabilidade de encontrar esta combinação de resultados é $\frac{\binom{6}{1}\binom{10}{8}}{\binom{16}{9}} = 0{,}02360$

2	4
7	3

Em uma amostra tamanho 16, onde 6 indivíduos receberam a droga e 10 receberam o placebo, e onde 9 apresentaram hipertensão e 7 não, a probabilidade de encontrar esta combinação de resultados é $\frac{\binom{6}{2}\binom{10}{7}}{\binom{16}{9}} = 0{,}15734$.

... e assim sucessivamente...

Todas as probabilidades:

0	6
9	1

0,00087

1	5
8	2

0,02360

2	4
7	3

0,15734

3	3
6	4

0,36713

4	2
5	5

0,33042

5	1
4	6

0,11014

6	0
3	7

0,01049

Resultados observados na amostra:		1 5 8 2 0,02360	
Resultados com probabilidade de ocorrência iguais ou menores que o correspondente à amostra:	0 6 9 1 0,00087	1 5 8 2 0,02360	6 0 3 7 0,01049

valor p = 0,00087 + 0,02360 + 0,01049 = 0,035

Nota: o teste exato de Fisher não possui uma estatística de teste.

Usando o programa SAS:

Statistics for Table of l by c

Statistic	DF	Value	Prob
Chi-Square	1	6.1122	0.0134
Likelihood Ratio Chi-Square	1	6.5153	0.0107
Continuity Adj. Chi-Square	1	3.8095	0.0510
Mantel-Haenszel Chi-Square	1	5.7302	0.0167
Phi Coefficient		-0.6181	
Contingency Coefficient		0.5258	
Cramer's V		-0.6181	

WARNING: 75% of the cells have expected counts less than 5. Chi-Square may not be a valid test.

Fisher's Exact Test

Cell (1,1) Frequency (F)	1
Left-sided Pr <= F	0.0245
Right-sided Pr >= F	0.9991
Table Probability (P)	0.0236
Two-sided Pr <= P	0.0350

Tabelas de dimensões maiores (ℓ x c)

Os cálculos tornam-se mais exaustivos. O algoritmo de Mehta e Patel possibilitou a aplicabilidade do teste exato de Fisher para tabelas de dimensões maiores que 2x2, na década de 1980.

Referências:

Mehta CR, Patel NR. A network algorithm for the exact treatment of the 2xk contingency table. *Communications in Statistics,* 1980; B9(6):649-664.

Mehta CR, Patel NR. A network algorithm for performing Fisher's exact test in rxc contingency tables. *JASA,* 1983; 78(382):427-434.

Hirji K, Mehta CR, Patel NR. Computing distributions for exact logistic regression. *JASA,* 1987; 82(400):1110-1117.