

ser  
**Protagonista**

EXEMPLOS DE  
PROFESSOR

# FÍSICA

## REVISÃO

**FÍSICA**  
ENSINO MÉDIO

ORGANIZADORA  
**EDIÇÕES SM**

Obra coletiva concebida, desenvolvida  
e produzida por Edições SM.



ser  
**Protagonista**

EXEMPLOS DE  
EXEMPLOS DE  
EXEMPLOS DE

# FÍSICA

## REVISÃO

**FÍSICA**  
ENSINO MÉDIO

ORGANIZADORA  
**EDIÇÕES SM**

Obra coletiva concebida, desenvolvida  
e produzida por Edições SM.

São Paulo,  
1ª edição 2014



## **Ser Protagonista Física – Revisão**

© Edições SM Ltda.

Todos os direitos reservados

Direção editorial	Juliane Matsubara Barroso
Gerência editorial	Angelo Stefanovits
Gerência de processos editoriais	Rosimeire Tada da Cunha
Colaboração	Alysson Ramos Artuso, Bassam Ferdinian, Venerando Santiago de Oliveira
Coordenação de edição	Ana Paula Landi, Cláudia Carvalho Neves
Assistência administrativa editorial	Alzira Aparecida Bertholim Meana, Camila de Lima Cunha, Fernanda Fortunato, Flávia Romancini Rossi Chaluppe, Silvana Siqueira
Preparação e revisão	Cláudia Rodrigues do Espírito Santo (Coord.), Izilda de Oliveira Pereira, Rosinei Aparecida Rodrigues Araujo, Valéria Cristina Borsanelli
Coordenação de <i>design</i>	Erika Tiemi Yamauchi Asato
Coordenação de Arte	Ulisses Pires
Edição de Arte	Melissa Steiner Rocha Antunes
Projeto gráfico	Erika Tiemi Yamauchi Asato
Capa	Alysson Ribeiro, Erika Tiemi Yamauchi Asato, Adilson Casarotti
Iconografia	Priscila Ferraz (Coord.), Tatiana Lubarino Ferreira
Tratamento de imagem	Robson Mereu
Editoração eletrônica	Setup Bureau
Fabricação	Alexander Maeda
Impressão	

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Ser protagonista : física : revisão : ensino médio, volume único / obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida por Edições SM. — 1. ed. — São Paulo : Edições SM, 2014. — (Coleção ser protagonista)

Bibliografia.  
ISBN 978-85-418-0368-7 (aluno)  
ISBN 978-85-418-0369-4 (professor)

1. Física (Ensino médio) I. Série.

14-00663

CDD-530.07

Índices para catálogo sistemático:

1. Física : Ensino médio 530.07

1ª edição, 2014



### **Edições SM Ltda.**

Rua Tenente Lycurgo Lopes da Cruz, 55  
Água Branca 05036-120 São Paulo SP Brasil  
Tel. 11 2111-7400  
edicoessm@grupo-sm.com  
www.edicoessm.com.br



# Apresentação

Este livro, complementar à coleção *Ser Protagonista*, traz o conteúdo resumido dos principais tópicos que constituem o programa curricular do Ensino Médio.

Ele foi organizado sob a forma de temas seguidos de atividades, o que possibilita ao aluno fazer uma revisão criteriosa do que aprendeu e, ao mesmo tempo, aferir seu domínio dos assuntos por meio da realização de uma série de exercícios de vestibular selecionada com precisão para cada tema.

No final do livro, há um gabarito com respostas, para que o aluno possa conferir e corrigir os exercícios que realizou.

*Edições SM*



O *Ser Protagonista Revisão* retoma os conteúdos da disciplina e propõe a resolução de questões dos principais vestibulares do país.

Cada tema apresenta uma síntese dos principais conteúdos e conceitos estudados, proporcionando uma revisão do que foi estudado durante os três anos do Ensino Médio.

### Dinâmica: forças e leis de Newton

**Forças**  
As forças surgem da interação entre dois ou mais corpos. Quanto mais corpos, as forças podem ser:

- Forças de contato:** resultam do contato direto entre dois corpos. Exemplo: força aplicada em um livro apoiado sobre uma mesa.
- Forças de campo:** surgem da interação entre corpos que não estão necessariamente em contato direto. Exemplo: atração entre dois ímãs.
- Força é uma **grandeza vetorial**, que necessita de intensidade, direção e sentido para ser caracterizada. Sua representação se dá por meio de um vetor.
- Força resultante** é a soma vetorial de todas as forças que atuam sobre um corpo.

**Leis de Newton**  
**Primeira lei de Newton**  
Também conhecida como **princípio da inércia**, ocorre quando um ponto material ou um corpo tem velocidade vetorial constante.

**Segunda lei de Newton**  
O **resultante das forças** aplicadas a um corpo é igual ao produto de sua massa pela aceleração adquirida. Dessa forma, a força resultante produz uma aceleração com a mesma direção e sentido de sua força resultante.

**Terceira lei de Newton**  
Quando um corpo interage com outro, aplicando-lhe uma força (ação), recebe desse corpo a aplicação de outra força (reação), de mesma intensidade e mesma direção, mas de sentido oposto.

**Força peso (P)**  
A força peso é a força com que a Terra, ou outro planeta qualquer, atrai um corpo na direção perpendicular à sua superfície. Essa força caracteriza-se por ser de campo gravitacional.

**Força normal (N)**  
A força normal é aplicada pela superfície que apoia um corpo na direção perpendicular à ela e com sentido contrário à tendência de penetração do corpo nessa superfície.

**Força de atrito (f)**  
A força de atrito surge quando há movimento ou tendência de movimento relativo entre duas superfícies em contato. A força de atrito é oposta ao movimento ou à tendência de movimento.

**Força elástica (F<sub>e</sub>)**  
Observe abaixo um sistema constituído por uma mola e um bloco.

**Força de atrito estático**  
Suponha que existe atrito entre um corpo e a superfície de apoio e que uma força  $\vec{F}$  de intensidade crescente seja aplicada nesse corpo.

**Força de atrito cinético**  
Quando não há movimento relativo entre as superfícies em contato, a força de atrito que surge é chamada de **força de atrito estático** ( $\vec{F}_e$ ) e tem a mesma intensidade da força  $\vec{F}$ . Se a intensidade de  $\vec{F}$  continuar aumentando, a intensidade de  $\vec{F}_e$  também crescerá até atingir um valor máximo, dado por:

$$F_e = \mu_e \cdot N$$

em que  $F_e$  é a intensidade da força de atrito estático,  $\mu_e$  é o coeficiente de atrito estático e  $N$  é a intensidade da força normal.

**Força de atrito dinâmico**  
A partir do instante em que o corpo começa a se movimentar, a intensidade da força de atrito diminui ligeiramente e permanece constante, independentemente da intensidade de  $\vec{F}$ . Nesse modo, a força de atrito é chamada de **força de atrito cinético** ( $\vec{F}_c$ ) e tem intensidade dada por:

$$F_c = \mu_c \cdot N$$

em que  $F_c$  é a intensidade da força de atrito cinético,  $\mu_c$  é o coeficiente de atrito cinético e  $N$  é a intensidade da força normal.

**Força de resistência do ar (f<sub>r</sub>)**  
A força de resistência do ar é aplicada sobre corpos em movimento em relação ao ar atmosférico.

Assim, um corpo em queda livre, um avião em pleno voo, um automóvel em movimento sofrem ação da força de resistência do ar:

$$F_r = k \cdot v$$

(para velocidades baixas)

$$F_r = k \cdot v^2$$

(para velocidades altas)

Em ambos os casos, a constante  $k$  depende da forma do objeto e da área da seção transversal do corpo, perpendicular à direção do movimento.

**Exercícios**

1. (UECE) A cidade de Jansen, em Tereziópolis, possui uma distância aproximada de 932 milhas de quilômetros. Sabendo-se que a pista possui 360 dias e 5 horas, a velocidade média exigida para Tereziópolis executar essa distância é, aproximadamente, de:

a) 105 593 km/h  
b) 1062 km/h  
c) 108 km/h  
d) 1 080 km/h

2. (ENEM) Empresas de transportes rodoviários equipam seus veículos com um aparelho chamado *talôgrafo*, capaz de produzir, sobre um disco de papel, o registro instantâneo do movimento do veículo no decorrer de um dia. Realizado no registro da folha do talôgrafo representada a seguir, correspondente ao período de um dia completo, a empresa pode avaliar que seu veículo percorreu, neste tempo uma distância, em km, aproximadamente igual a:

a) 940  
b) 1060  
c) 1120  
d) 1300  
e) 1480

3. (URFJ) No dia 10 de setembro de 2003, foi inaugurado o mais potente acelerador de partículas já construído. O acelerador tem um anel, considerando-se nesta questão como circular, de 27 km de comprimento, no qual prótons são postos a girar em movimento uniforme.

Supondo que um dos prótons se mova em uma circunferência de 27 km de comprimento, com velocidade de módulo  $v = 3,0 \times 10^8$  m/s, calcule o número de voltas que esse próton dá ao anel em uma hora.

Relacionadas ao tema, questões de vestibulares de todo o Brasil contribuem para a compreensão e fixação dos conteúdos revisados.

Este espaço é destinado a resoluções de exercícios e anotações.

■ Introdução à Cinemática e movimento uniforme (MU)	6
■ Movimento uniformemente variado (MUV)	12
■ Cinemática vetorial	16
■ Movimento circular e movimento circular uniforme	24
■ Dinâmica: Forças e leis de Newton	28
■ Forças em planos inclinados e no movimento circular uniforme (MCU)	36
■ Trabalho e energia mecânica	44
■ Quantidade de movimento, impulso e colisões	52
■ Leis do movimento planetário e gravitação universal	56
■ Estática e hidrostática	62
■ Física térmica	71
■ Calor e mudanças de fase ou estado	77
■ Dilatação térmica	84
■ Termodinâmica	88
■ Ondas e acústica	96
■ Fenômenos ondulatórios	102
■ Ondas sonoras	108
■ Óptica	114
■ Espelhos esféricos	120
■ Refração da luz	126
■ Lentes esféricas	130
■ Fisiologia do olho humano	136
■ Eletrostática	140
■ Campo elétrico, força elétrica, potencial elétrico e energia potencial elétrica	144
■ Corrente elétrica e resistores	152
■ Potência elétrica e geradores	156
■ Circuitos e capacitores	160
■ Magnetismo	164
■ Força magnética e indução eletromagnética	168
■ Física quântica	176
■ Física de partículas e física nuclear	182
■ Teoria da relatividade	186
■ Gabarito	190

# Introdução à cinemática e ao movimento uniforme (MU)

## ■ Conceitos básicos

- **Ponto material:** corpo cujas dimensões são desprezíveis se comparadas com os espaços percorridos.
- **Corpo extenso:** corpo cujas dimensões **não** podem ser desprezadas quando comparadas com os espaços percorridos.
- **Trajetoória:** linha formada por todos os pontos que representam a cada instante as posições do corpo analisado.
- **Espaço  $s$ :** posição de um corpo em determinado instante sobre uma trajetória.
- **Varição do espaço  $\Delta s$ :** distância percorrida por um corpo em relação a um referencial. Se no instante  $t_0$  a posição do corpo é  $s_0$  e no instante  $t$  a posição é  $s$ , a variação do espaço entre essas posições é dada por:  $\Delta s = s - s_0$ .
- **Deslocamento  $\vec{d}$ :** é uma grandeza vetorial, isto é, representada por um vetor. Este vetor parte do ponto de origem ( $s_0$ ) no instante ( $t_0$ ) e termina no ponto de chegada ( $s$ ) no instante ( $t$ ).
- **Velocidade:** grandeza que quantifica a rapidez com a qual um corpo se move.
- **Velocidade escalar média  $v_m$ :** razão entre a variação do espaço e o intervalo de tempo necessário para que isso ocorra. A expressão matemática que a define é:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

No SI, a unidade da velocidade escalar média é:  $[v] = \text{m/s}$ .

- **Velocidade escalar instantânea:** valor assumido pela velocidade escalar média em determinado instante, sem necessidade de orientação.

## ■ Movimento uniforme (MU)

Um corpo está em **movimento uniforme (MU)** quando a velocidade escalar instantânea é constante. Neste caso, a velocidade escalar média coincide com a instantânea.

No **movimento uniforme (MU)**, a velocidade escalar instantânea é constante e coincide com o valor da velocidade escalar média.

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Quando  $v > 0$ , o **movimento é progressivo** (a favor da orientação positiva da trajetória).

Quando  $v < 0$ , o **movimento é retrógrado** (contra a orientação positiva da trajetória).

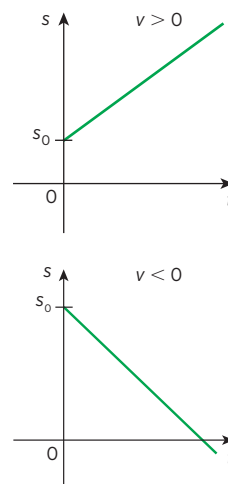
## Função horária do MU

$$s = s_0 + v \cdot t \quad \text{com } v \neq 0$$

## Gráficos do MU

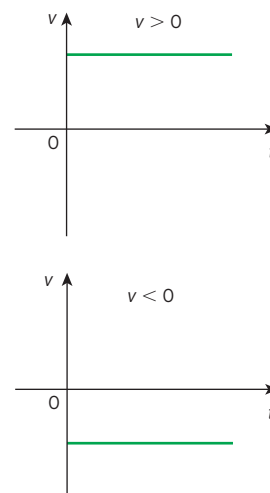
### Espaço em função do tempo ( $s \times t$ )

A função horária é uma função do 1º grau. Graficamente, é uma reta não paralela ao eixo dos tempos.



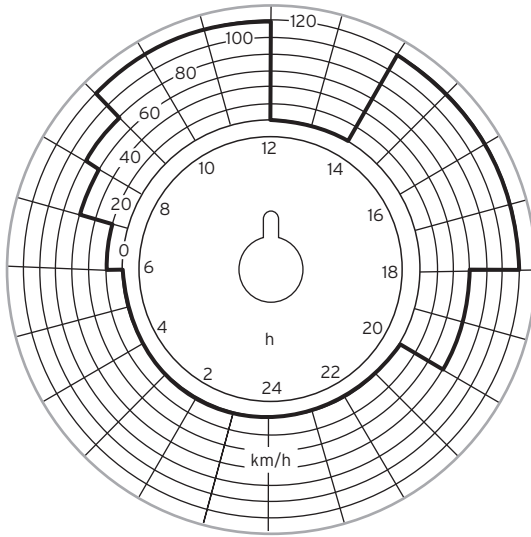
### Velocidade em função do tempo ( $v \times t$ )

A velocidade escalar é uma função constante. O gráfico da função que relaciona a velocidade ao tempo é uma reta paralela ao eixo dos tempos.

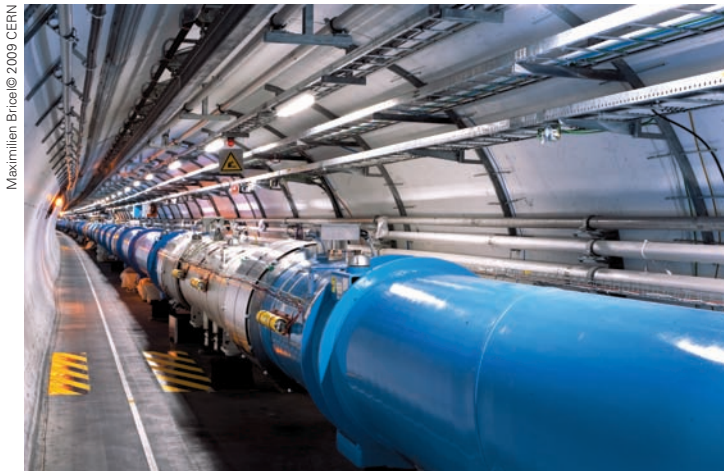


Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

- (UEG-GO) A órbita do planeta Terra, em torno do Sol, possui uma distância aproximada de 930 milhões de quilômetros. Sabendo-se que o ano possui 365 dias e 5 horas, a velocidade média exercida pela Terra ao executar essa órbita é, aproximadamente, de:
  - 106103 km/h
  - 1061 km/h
  - 106 km/h
  - 10,6 km/h
- (FGV-SP) Empresas de transportes rodoviários equipam seus veículos com um aparelho chamado tacógrafo, capaz de produzir, sobre um disco de papel, o registro ininterrupto do movimento do veículo no decorrer de um dia. Analisando os registros da folha do tacógrafo representada a seguir, correspondente ao período de um dia completo, a empresa pode avaliar que seu veículo percorreu nesse tempo uma distância, em km, aproximadamente igual a:



- 940
  - 1060
  - 1120
  - 1300
  - 1480
- (UFRJ) No dia 10 de setembro de 2008, foi inaugurado o mais potente acelerador de partículas já construído. O acelerador tem um anel, considerado nesta questão como circular, de 27 km de comprimento, no qual prótons são postos a girar em movimento uniforme.



Maximilien Brice © 2009 CERN

Supondo que um dos prótons se mova em uma circunferência de 27 km de comprimento, com velocidade de módulo  $v = 240\,000$  km/s, calcule o número de voltas que esse próton dá no anel em uma hora.

1. Alternativa a	
$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{930\,000\,000}{365 \cdot 24 + 5} \approx 106\,103$ km/h	
2. Alternativa c	
Os deslocamentos para cada intervalo de tempo são:	
• 0 às 6 h: $v = 0$ ; $\Delta s = 0$	
• 6 às 7 h: $v = 20$ km/h; $\Delta s = 20 \cdot 1 = 20$ km	
• 7 às 8 h: $v = 60$ km/h; $\Delta s = 60 \cdot 1 = 60$ km	
• 8 às 9 h: $v = 80$ km/h; $\Delta s = 80 \cdot 1 = 80$ km	
• 9 às 12 h: $v = 120$ km/h; $\Delta s = 120 \cdot 3 = 360$ km	
• 12 às 14 h: $v = 0$ ; $\Delta s = 0$	
• 14 às 18 h: $v = 120$ km/h; $\Delta s = 120 \cdot 4 = 480$ km	
• 18 às 20 h: $v = 60$ km/h; $\Delta s = 60 \cdot 2 = 120$ km	
• 20 às 24 h: $v = 0$ ; $\Delta s = 0$	
O deslocamento total foi de:	
$\Delta s_{\text{total}} = 20 + 60 + 80 + 360 + 480 + 120 = 1120$ km	
3. Gabarito 32 milhões de voltas	
A distância percorrida em uma hora por um próton é de:	
$\Delta s = v \cdot \Delta t = 240\,000 \cdot 3600 = 864\,000\,000$ km	
Como cada volta corresponde a 27 km, o número de voltas é de:	
$n = \frac{864\,000\,000}{27} = 32\,000\,000$ voltas	



4. Alternativa e	
Distância entre as galáxias:	
$2,5 \cdot 10^6$ anos-luz =	
$= 2,5 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot \text{s} \Rightarrow$	
$\Rightarrow d = 2,25 \cdot 10^{19} \text{ km}$	
Como a distância entre as duas galáxias é	
2,5 milhões de anos-luz, esse é o tempo que a	
luz demora para chegar de uma galáxia a ou-	
tra. Dessa forma estão corretas as afirmativas	
II e III.	
5. Alternativa b	
Cálculo do tempo de subida:	
$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{0,15}{0,9} = \frac{1}{6} \text{ h}$	
Cálculo do deslocamento horizontal:	
$\Delta s = v \cdot \Delta t = 18 \cdot \frac{1}{6} = 3 \text{ km} = 3.000 \text{ m}$	
6. Alternativa c	
$\Delta s = v \cdot \Delta t = 340 \cdot 5 = 1.700 \text{ m}$	
7. Alternativa d	
Quando dois móveis se deslocam em sentidos	
opostos, a velocidade relativa é dada pela so-	
ma dos módulos das duas velocidades, assim,	
em relação ao passageiro do trem B, o trem A	
se desloca com velocidade 20 m/s. O compri-	
mento do trem A pode então ser calculado por:	
$\Delta s = v \cdot \Delta t = 20 \cdot 7 = 140 \text{ m}$	

4. (Fuvest-SP) Astrônomos observaram que a nossa galáxia, a Via Láctea, está a  $2,5 \cdot 10^6$  anos-luz de Andrômeda, a galáxia mais próxima da nossa. Com base nessa informação, estudantes em uma sala de aula afirmaram o seguinte:

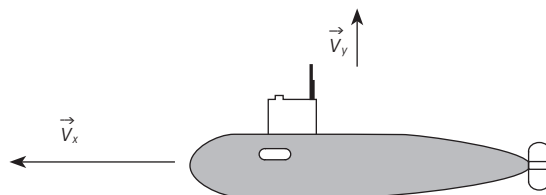
- I. A distância entre a Via Láctea e Andrômeda é de 2,5 milhões de km.
- II. A distância entre a Via Láctea e Andrômeda é maior que  $2 \cdot 10^{19}$  km.
- III. A luz proveniente de Andrômeda leva 2,5 milhões de anos para chegar à Via Láctea.

Está correto apenas o que se afirma em:

- a) I
- b) II
- c) III
- d) I e III
- e) II e III

**Note e adote**  
 1 ano tem aproximadamente  $3 \cdot 10^7$  s.  
 $c = 3 \cdot 10^8$  m/s para a velocidade da luz no vácuo.

5. (UFSCar-SP) O submarino navegava com velocidade constante, nivelado a 150 m de profundidade, quando o capitão decide levar lentamente a embarcação à tona sem, contudo, abandonar o movimento à frente. Comunica a intenção ao timoneiro, que procede ao esvaziamento dos tanques de lastro, controlando-os de tal modo que a velocidade de subida da nave fosse constante.



Se a velocidade horizontal antes da manobra era de 18,0 km/h e foi mantida, supondo que a subida tenha se dado com velocidade constante de 0,9 km/h, o deslocamento horizontal que a nave realizou, do momento em que o timoneiro iniciou a operação até o instante em que a nau chegou à superfície foi, em metro, de:

- a) 4800
- b) 3000
- c) 2500
- d) 1600
- e) 1200

6. (UFS-SE) Em uma noite chuvosa, do alpendre de sua casa, um estudante via relâmpagos e ouvia trovões. Então, teve curiosidade de saber a que distância dele estavam ocorrendo esses fenômenos. Ele verificou que havia um intervalo de 5 segundos entre ver a luz do relâmpago e ouvir o som do trovão. Se a velocidade do som no ar é de 340 m/s e o estudante percebe o relâmpago ao mesmo tempo em que este ocorre, é correto afirmar que a distância entre o local do relâmpago e a casa do estudante é de:

- a) 170 m
- b) 680 m
- c) 1700 m
- d) 3 400 m
- e) 6 800 m

7. (UFPI) Dois trens, A e B, movendo-se com velocidades cujos módulos são  $v_A = v_B = 10$  m/s, em relação ao solo, cruzam-se. Por curiosidade, um passageiro do trem B mede o tempo que o trem A leva para passar à sua frente. Se o tempo medido foi de 7,0 s, é correto afirmar que o comprimento do trem A é de:

- a) 30 m
- b) 70 m
- c) 100 m
- d) 140 m
- e) 210 m

- 8. (Fuvest-SP)** Marta e Pedro combinaram encontrar-se em um certo ponto de uma autoestrada plana, para seguirem viagem juntos. Marta, ao passar pelo marco zero da estrada, constatou que, mantendo uma velocidade média de 80 km/h, chegaria na hora certa ao ponto de encontro combinado. No entanto, quando ela já estava no marco do quilômetro 10, ficou sabendo que Pedro tinha se atrasado e, só então, estava passando pelo marco zero, pretendendo continuar sua viagem a uma velocidade média de 100 km/h. Mantendo essas velocidades, seria previsível que os dois amigos se encontrassem próximos a um marco da estrada com indicação de:
- a) km 20  
b) km 30  
c) km 40  
d) km 50  
e) km 60
- 9. (UFPE)** Dois amigos caminham em sentidos opostos ao longo de uma mesma reta, em um corredor extenso de um *shopping center*. Os módulos das suas velocidades são constantes e iguais a 1,0 m/s e 1,5 m/s. Num dado instante, a distância entre eles é de 50 m. Em quanto tempo, após esse instante, os amigos se encontrarão?
- a) 10 s  
b) 20 s  
c) 30 s  
d) 40 s  
e) 50 s
- 10. (UFBA)** As comemorações dos 40 anos da chegada do homem à Lua trouxeram à baila o grande número de céticos que não acreditam nessa conquista humana. Em um programa televisivo, um cientista informou que foram deixados na Lua espelhos refletores para que, da Terra, a medida da distância Terra-Lua pudesse ser realizada periodicamente, e com boa precisão, pela medida do intervalo de tempo  $\Delta t$  que um feixe de *laser* percorre o caminho de ida e volta.



Um grupo acompanhou uma medida realizada por um cientista, na qual  $\Delta t = 2,5$  s. Considerando que a velocidade da luz, no vácuo, é igual a  $3 \cdot 10^8$  m/s e desprezando os efeitos da rotação da Terra, calcule a distância Terra-Lua.

8.	Alternativa d
	Para a Marta: $s_1 = s_0 + v \cdot t \Rightarrow s_1 = 10 + 80 \cdot t$
	Para o Pedro: $s_2 = s_0 + v \cdot t \Rightarrow s_2 = 0 + 100 \cdot t$
	No encontro, $s_1 = s_2 \Rightarrow 10 + 80 \cdot t = 100 \cdot t \Rightarrow 20 \cdot t = 10 \Rightarrow t = 0,5$ h
	Voltando na função horária do Pedro:
	$s_2 = 100 \cdot t = 100 \cdot 0,5 = 50$ km
9.	Alternativa b
	Tomando a origem na posição inicial do amigo que possui velocidade de 1 m/s, tem-se as seguintes funções horárias: $s_1 = 0 + 1 \cdot t$ e
	$s_2 = 50 - 1,5 \cdot t$ .
	No encontro, $s_1 = s_2$ :
	$1 \cdot t = 50 - 1,5 \cdot t \Rightarrow 2,5 \cdot t = 50 \Rightarrow t = 20$ s
10.	Gabarito 375 000 km
	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow d = \frac{v \cdot \Delta t}{2} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 2,5}{2} = 3,75 \cdot 10^8 \text{ m} = 375 000 \text{ km}$

11. Alternativa a  
Tomando o primeiro intervalo de tempo, a velocidade das partículas pode ser calculada por:  
 $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-175}{35} = -5 \text{ m/s}$   
Como a velocidade é constante, a função horária da posição é do tipo  $s = s_0 + v \cdot t$ . Sendo  $v = -5 \text{ m/s}$ , dentre as alternativas, a única que pode ser associada ao deslocamento do ar é aquela apresentada na alternativa a:  
 $s = 20 - 5 \cdot t$ .

12. Alternativa a  
 $v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{2d}{0,4} \Rightarrow 136 = 2d \Rightarrow d = 68 \text{ m}$

13. Alternativa d  
Tomando o intervalo entre 0 e 20 s:  
 $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{260 - 200}{20} = 3 \text{ m/s}$   
A função horária da posição é:  
 $s = s_0 + v \cdot t \Rightarrow s = 200 + 3 \cdot t$   
Para  $t = 5 \text{ min} = 5 \cdot 60 \text{ s} = 300 \text{ s}$ , a posição é de:  
 $s = 200 + 3 \cdot 300 = 1100 \text{ m} = 1,1 \text{ km}$

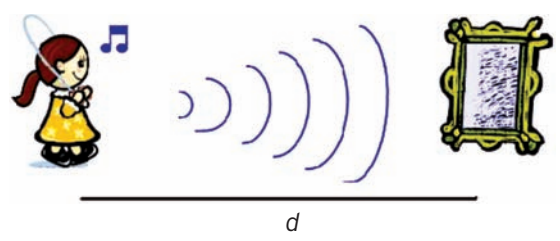
11. (UFABC-SP) A instalação de turbinas eólicas é conveniente em locais cuja velocidade média anual dos ventos seja superior a 3,6 m/s. O movimento do ar em um parque eólico foi monitorado observando o deslocamento de partículas suspensas durante intervalos de tempos de duração irregular.

Deslocamentos (m)	Intervalos de tempo (s)
-175	35
-90	18
-135	27

A partir de uma trajetória de origem convenientemente definida e supondo que o ar se movimenta com aceleração nula, das funções apresentadas, aquela que pode ser associada ao deslocamento do ar nessa região é:

- a)  $s = 20 - 5 \cdot t$
- b)  $s = -5 + 15 \cdot t$
- c)  $s = 10 - 25 \cdot t$
- d)  $s = -20 + 5 \cdot t$
- e)  $s = 15 - 30 \cdot t$

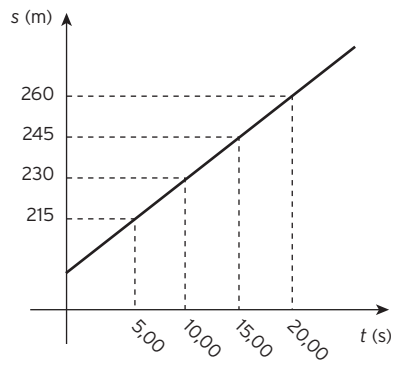
12. (PUC-SP) Patrícia ouviu o eco de sua voz direta, refletida por um grande espelho plano, no exato tempo de uma piscada de olhos, após a emissão.



Adotando a velocidade do som no ar como 340 m/s e o tempo médio de uma piscada igual a 0,4 s, podemos afirmar que a distância  $d$  entre a menina e o espelho vale:

- a) 68 m
- b) 136 m
- c) 850 m
- d) 1700 m
- e) 8160 m

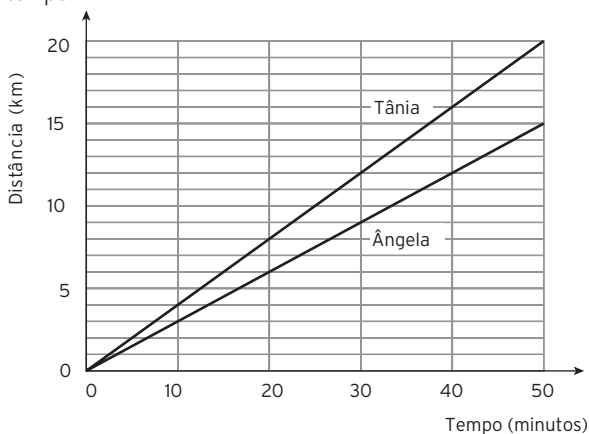
13. (Mackenzie-SP) Uma atleta, no instante em que passou pelo marco 200 m de uma "pista de Cooper", iniciou a cronometragem de seu tempo de corrida e o registro de suas posições. O gráfico abaixo mostra alguns desses registros.



Considerando que a velocidade escalar se manteve constante durante todo o tempo de registro, no instante em que o cronômetro marcou 5,00 minutos, a posição da atleta era:

- a) 800 m
- b) 900 m
- c) 1,00 km
- d) 1,10 km
- e) 1,20 km

14. (UFMG) Ângela e Tânia iniciam, juntas, um passeio de bicicleta em torno de uma lagoa. Neste gráfico, está registrada a distância que cada uma delas percorre, em função do tempo:



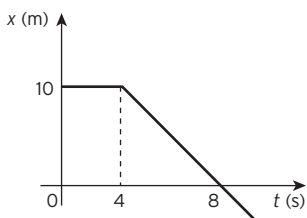
Após 30 minutos do início do percurso, Tânia avisa a Ângela, por telefone, que acaba de passar pela igreja.

Com base nessas informações, são feitas duas observações:

- I. Ângela passa pela igreja 10 minutos após o telefonema de Tânia.
- II. Quando Ângela passa pela igreja, Tânia está 4 km à sua frente.

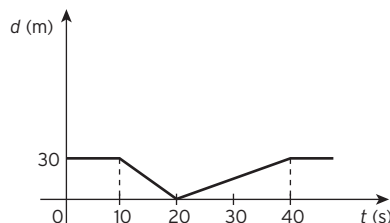
Considerando-se a situação descrita, é correto afirmar que:

- a) apenas a observação I está certa.
  - b) apenas a observação II está certa.
  - c) ambas as observações estão certas.
  - d) nenhuma das duas observações está certa.
15. (Mackenzie-SP) Um observador registra, a partir do instante zero, as posições ( $x$ ) assumidas por uma partícula em função do tempo ( $t$ ). A trajetória descrita é retilínea e o gráfico obtido está ilustrado a seguir.



A posição assumida pela partícula no instante 19 s é:

- a)  $-10,0$  m
  - b)  $-8,75$  m
  - c)  $-15,0$  m
  - d)  $-27,5$  m
  - e)  $-37,5$  m
16. (Udesc) A posição de um corpo varia em função do tempo, de acordo com o gráfico a seguir.



Determine, descrevendo passo a passo, os raciocínios adotados na solução das questões adiante.

- a) A posição do corpo no instante 5 segundos.
- b) A velocidade no instante 15 segundos.
- c) A posição no instante 25 segundos.

#### 14. Alternativa c

I. Certa. Para  $t = 30$  min,  $d = 12$  km. Ângela passa por  $d = 12$  km quando  $t = 40$  min, portanto 10 min após o telefonema de Tânia.

II. Certa. Ângela passa pela igreja ( $d = 12$  km) em  $t = 40$  min, instante no qual Tânia passa por  $d = 16$  km. Assim, nesse instante Tânia está 4 km à frente de Ângela.

#### 15. Alternativa d

A partir de  $t = 4$  s, a velocidade da partícula é igual a:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{8 - 4} = -2,5 \text{ m/s}$$

A função horária, a partir de  $t = 4$  s, é:

$$s = 10 - 2,5 \cdot (t - 4)$$

Para  $t = 19$  s, a posição é:

$$s = 10 - 2,5 \cdot 15 = -27,5 \text{ m}$$

#### 16. Gabarito a) 30 m, b) $-3$ m/s, c) 7,5 m

a. Entre 0 e 10 s, o móvel encontra-se em repouso na posição  $d = 30$  m. Portanto para  $t = 5$  s,  $d = 30$  m.

b. Entre  $t = 10$  s e  $t = 20$  s, a velocidade do móvel é constante e igual a:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0 - 30}{20 - 10} = -3 \text{ m/s}$$

Assim, em  $t = 15$  s,  $v = -3$  m/s.

c. Entre  $t = 20$  s e  $t = 40$  s, a velocidade do móvel é constante e igual a:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{40 - 20} = 1,5 \text{ m/s}$$

A função horária para este intervalo de tempo é dada por:

$$s = 0 + 1,5 \cdot (t - 20)$$

Para  $t = 25$  s:  $s = 1,5 \cdot 5 = 7,5$  m.

# Movimento uniformemente variado (MUV)

No **movimento uniformemente variado (MUV)**, a velocidade escalar instantânea varia com o tempo.

- **Aceleração escalar média:** é uma grandeza que indica a variação da velocidade escalar em certo intervalo de tempo.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

- **Aceleração escalar instantânea:** é a grandeza que indica a aceleração de um corpo em cada instante do movimento.

Quando a aceleração escalar instantânea é igual em todos os instantes, ela coincide com a aceleração escalar média em qualquer intervalo de tempo e o movimento é denominado **movimento uniformemente variado (MUV)**.

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Quando  $v > 0$  e  $a > 0$  ou  $v < 0$  e  $a < 0$ , o **movimento é acelerado** – o módulo da velocidade escalar  **aumenta**  ao longo do tempo.

Quando  $v > 0$  e  $a < 0$  ou  $v < 0$  e  $a > 0$ , o **movimento é retardado** – o módulo da velocidade escalar  **diminui**  ao longo do tempo.

No SI, a unidade da aceleração escalar média é  $[a_m] = \text{m/s}^2$ .

## ■ Funções horárias do MUV

- **Aceleração:**  $a = \text{constante}$ ,  $a \neq 0$
- **Velocidade:**  $v = v_0 + a \cdot t$
- **Espaço:**  $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

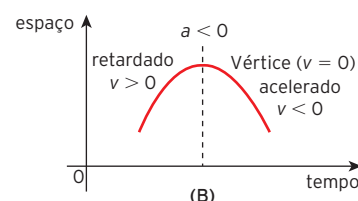
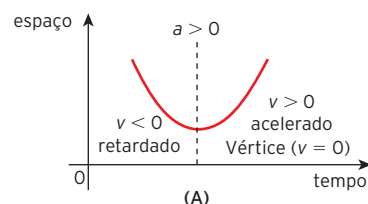
## ■ Equação de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

## ■ Gráficos do MUV

### Espaço em função do tempo ( $s \times t$ )

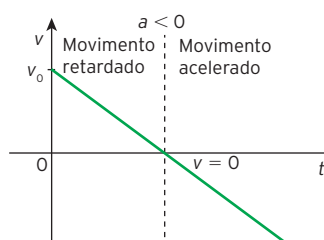
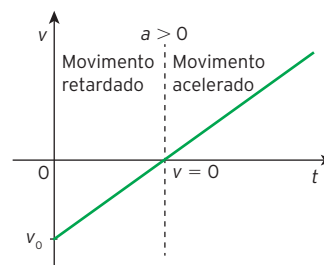
A função horária do MUV é uma função do 2º grau. Graficamente, é uma parábola com a concavidade voltada para cima quando a aceleração escalar é positiva ( $a > 0$ ) e, com a concavidade voltada para baixo quando a aceleração escalar é negativa ( $a < 0$ ).



As coordenadas do vértice da parábola indicam o instante e a posição em que ocorre a **mudança de sentido** do movimento. Nesse instante a velocidade é nula.

### Velocidade em função do tempo ( $v \times t$ )

A função da velocidade é uma função do 1º grau. A representação gráfica é uma reta não paralela ao eixo dos tempos.



### Aceleração em função do tempo ( $a \times t$ )

A função da aceleração é uma função constante. O gráfico é uma reta paralela ao eixo dos tempos.



- (Uespi)** Uma propaganda de um automóvel informa que, numa reta, ele vai de zero a 100 km/h em 10 segundos. Qual deve ser a sua aceleração, supondo que ela seja constante?
  - 36 000 km/h<sup>2</sup>
  - 64 000 km/h<sup>2</sup>
  - 100 000 km/h<sup>2</sup>
  - 146 000 km/h<sup>2</sup>
  - 164 000 km/h<sup>2</sup>
- (FGV-SP)** O engavetamento é um tipo comum de acidente que ocorre quando motoristas deliberadamente mantêm uma curta distância do carro que se encontra à sua frente e este último repentinamente diminui sua velocidade. Em um trecho retilíneo de uma estrada, um automóvel e o caminhão, que o segue, trafegam no mesmo sentido e na mesma faixa de trânsito, desenvolvendo, ambos, velocidade de 108 km/h. Num dado momento, os motoristas veem um cavalo entrando na pista. Assustados, pisam simultaneamente nos freios de seus veículos aplicando, respectivamente, acelerações de intensidades 3 m/s<sup>2</sup> e 2 m/s<sup>2</sup>.  
Supondo desacelerações constantes, a distância inicial mínima de separação entre o para-choque do carro (traseiro) e o do caminhão (dianteiro), suficiente para que os veículos parem, sem que ocorra uma colisão, é, em m, de:
  - 50
  - 75
  - 100
  - 125
  - 150
- (Unifesp)** Um avião a jato, para transporte de passageiros, precisa atingir a velocidade de 252 km/h para decolar em uma pista plana e reta. Para uma decolagem segura, o avião, partindo do repouso, deve percorrer uma distância máxima de 1960 m até atingir aquela velocidade. Para tanto, os propulsores devem imprimir ao avião uma aceleração mínima e constante de:
  - 1,25 m/s<sup>2</sup>
  - 1,40 m/s<sup>2</sup>
  - 1,50 m/s<sup>2</sup>
  - 1,75 m/s<sup>2</sup>
  - 2,00 m/s<sup>2</sup>
- (Unicamp-SP)** Um corredor de 100 metros rasos percorre os 20 primeiros metros da corrida em 4,0 s com aceleração constante. A velocidade atingida ao final dos 4,0 s é então mantida constante até o final da corrida.
  - Qual é a aceleração do corredor nos primeiros 20 m da corrida?
  - Qual é a velocidade atingida ao final dos primeiros 20 m?
  - Qual é o tempo total gasto pelo corredor em toda a prova?
- (Unicamp-SP)** Os avanços tecnológicos nos meios de transporte reduziram de forma significativa o tempo de viagem ao redor do mundo. Em 2008 foram comemorados os 100 anos da chegada em Santos do navio Kasato Maru, que, partindo de Tóquio, trouxe ao Brasil os primeiros imigrantes japoneses. A viagem durou cerca de 50 dias. Atualmente, uma viagem de avião entre São Paulo e Tóquio dura em média 24 horas. A velocidade escalar média de um avião comercial no trecho São Paulo-Tóquio é de 800 km/h.
  - O comprimento da trajetória realizada pelo Kasato Maru é igual a aproximadamente duas vezes o comprimento da trajetória do avião no trecho São Paulo-Tóquio. Calcule a velocidade escalar média do navio em sua viagem ao Brasil.
  - A conquista espacial possibilitou uma viagem do homem à Lua realizada em poucos dias e proporcionou a máxima velocidade de deslocamento que um ser humano já experimentou. Considere um foguete subindo com uma aceleração resultante constante de módulo  $a_R = 10 \text{ m/s}^2$  e calcule o tempo que o foguete leva para percorrer uma distância de 800 km, a partir do repouso.

1.	Alternativa a								
	Sendo $1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}$ , tem-se:								
	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100 - 0}{10} = \frac{100 \cdot 3600}{10} = 36000 \text{ km/h}^2$								
2.	Alternativa b								
	A velocidade inicial dos dois veículos, em m/s, é:								
	$v_0 = \frac{108}{3,6} = 30 \text{ m/s}$ . Aplicando a equação de Torricelli para ambos, tem-se:								
	- caminhão:								
	$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$								
	$0 = 30^2 + 2 \cdot (-2) \cdot \Delta s$								
	$4 \cdot \Delta s = 900 \Rightarrow \Delta s = 225 \text{ m}$								
	- carro:								
	$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$								
	$0 = 30^2 + 2 \cdot (-3) \cdot \Delta s$								
	$6 \cdot \Delta s = 900 \Rightarrow \Delta s = 150 \text{ m}$								
	Para que não haja colisão, a distância inicial mínima entre os dois deve ser igual à diferença entre as distâncias de frenagem, ou seja, deve ser igual a $225 - 150 = 75 \text{ m}$ .								
3.	Alternativa a								
	Sendo $v = \frac{252}{3,6} = 70 \text{ m/s}$ , tem-se:								
	$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$								
	$70^2 = 0 + 2 \cdot a \cdot 1960$								
	$3920 \cdot a = 4900 \Rightarrow a = 1,25 \text{ m/s}^2$								
4.	Gabarito a) 2,5 m/s <sup>2</sup> , b) 10 m/s, c) 12 s								
	a. $s = s_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$								
	$20 = 0 + 0 + a \cdot \frac{4^2}{2}$								
	$8 \cdot a = 20 \Rightarrow a = 2,5 \text{ m/s}^2$								
	b. $v = v_0 + a \cdot t$								
	$v = 0 + 2,5 \cdot 4 = 10 \text{ m/s}$								
	c. Para o trecho com velocidade constante:								
	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{80}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 8 \text{ s}$								
	O tempo total é: $4 + 8 = 12 \text{ s}$								
5.	Gabarito a) 32 km/h, b) 400 s								
	a. Para o avião:								
	$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v_m \cdot \Delta t = 800 \cdot 24 = 19200 \text{ km}$								
	Para o navio:								
	$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 19200}{50 \cdot 24} = \frac{38400}{1200} = 32 \text{ km/h}$								
	b. $s = s_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$								
	$800000 = 0 + 0 + 10 \cdot \frac{t^2}{2}$								
	$t^2 = \frac{800000}{5} = 160000 \Rightarrow t = 400 \text{ s}$								

6. Gabarito 80 s

Tomando como origem a posição inicial do veículo A, as funções horárias são:

$$s_A = s_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2} \Rightarrow s_A = 0 + 0 + 2 \cdot \frac{t^2}{2} \Rightarrow s_A = t^2$$

$$s_B = s_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2} \Rightarrow s_B = 19200 + 0 - 4 \cdot \frac{t^2}{2} \Rightarrow s_B = 19200 - 2 \cdot t^2$$

No encontro,  $s_A = s_B$ . Assim:

$$t^2 = 19200 - 2 \cdot t^2$$

$$3 \cdot t^2 = 19200 \Rightarrow t^2 = 6400 \Rightarrow t = 80 \text{ s}$$

7. Alternativa a

Entre 0 e  $t_1$ , ambos possuem mesmas velocidades e, assim, a velocidade relativa é nula. Entre  $t_1$  e  $t_2$ , a aceleração de Massa faz com que sua velocidade aumente linearmente. Como a velocidade de Barrichello permanece constante neste intervalo, a velocidade relativa também aumenta linearmente. A partir de  $t_2$ , ambos possuem iguais acelerações, o que faz com que a diferença entre as velocidades (velocidade relativa) permaneça constante.

8. Alternativa d

Até o momento do encontro, que ocorre em  $t = 15 \text{ s}$ , o móvel II percorreu 225 m. Supondo que ele se desloque em MUV, tem-se:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$225 = 0 + 0 + a \cdot \frac{15^2}{2}$$

$$a = \frac{2 \cdot 225}{225} = 2 \text{ m/s}^2$$

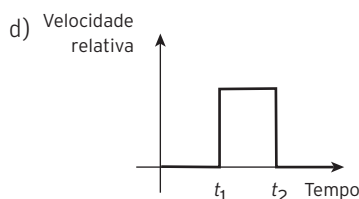
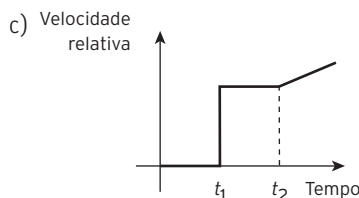
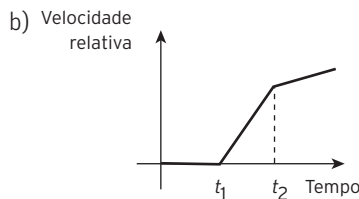
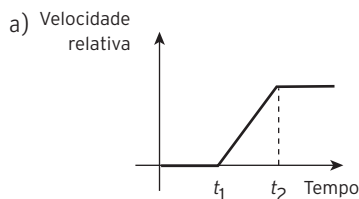
Sua velocidade no momento do encontro é:

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 + 2 \cdot 15 = 30 \text{ m/s}$$

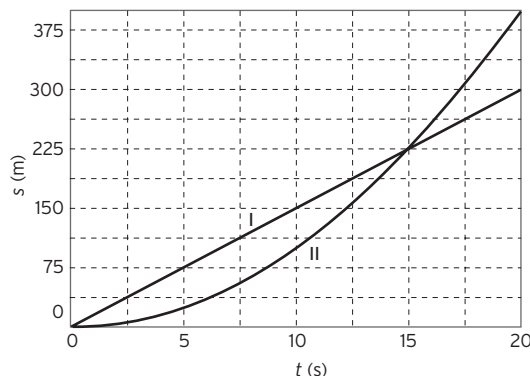
6. (UFPE) Dois veículos partem simultaneamente do repouso e se movem ao longo da mesma reta, um ao encontro do outro, em sentidos opostos. O veículo A parte com aceleração constante igual a  $a_A = 2,0 \text{ m/s}^2$ . O veículo B, distando  $d = 19,2 \text{ km}$  do veículo A, parte com aceleração constante igual a  $a_B = 4,0 \text{ m/s}^2$ . Calcule o intervalo de tempo até o encontro dos veículos, em segundos.

7. (UFMG) Numa corrida, Rubens Barrichello segue atrás de Felipe Massa, em um trecho da pista reto e plano. Inicialmente, os dois carros movem-se com velocidade constante, de mesmo módulo, direção e sentido. No instante  $t_1$ , Felipe aumenta a velocidade de seu carro com aceleração constante; e, no instante  $t_2$ , Barrichello também aumenta a velocidade do seu carro com a mesma aceleração.

Considerando essas informações, assinale a alternativa cujo gráfico melhor descreve o módulo da velocidade relativa entre os dois veículos, em função do tempo.



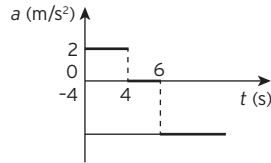
8. (Unesp) Os movimentos de dois veículos, I e II, estão registrados nos gráficos da figura.



Sendo os movimentos retilíneos, a velocidade do veículo II no instante em que alcança I é:

- a) 15 m/s                      c) 25 m/s                      e) 35 m/s  
 b) 20 m/s                      d) 30 m/s

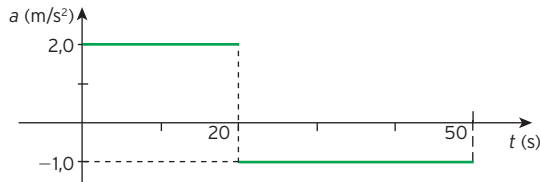
9. (Mackenzie-SP) Gustavo, estudando o movimento retilíneo de um pequeno corpo, a partir do repouso, verifica que a aceleração escalar varia com o tempo de acordo com o gráfico dado.



O espaço efetivamente percorrido pelo móvel nos primeiros 10 s de movimento é:

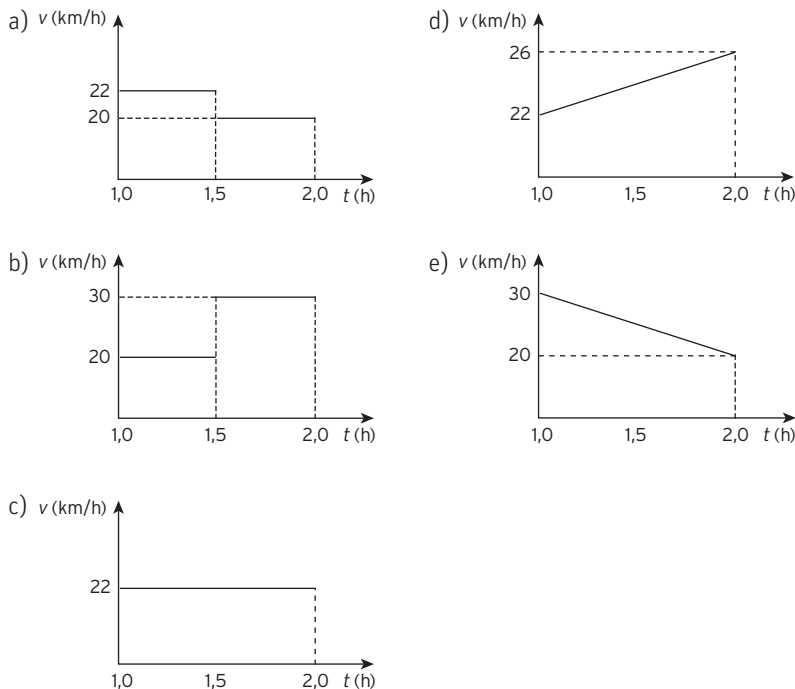
- a) 24 m                      b) 48 m                      c) 72 m                      d) 96 m                      e) 120 m

10. (UFRJ) Um móvel parte do repouso e descreve uma trajetória retilínea durante um intervalo de tempo de 50 s, com a aceleração indicada no gráfico a seguir.



- a) Faça um gráfico da velocidade do móvel no intervalo de 0 até 50 s.  
 b) Calcule a distância percorrida pelo móvel nesse intervalo.

11. (UFPA) Um ciclista observa que, após pedalar por uma hora, sua velocidade média foi 20 km/h. Considerando que, após pedalar por mais uma hora, a sua velocidade média em todo o percurso foi 22 km/h, é correto afirmar que uma representação possível do movimento do ciclista no último trecho está no gráfico:



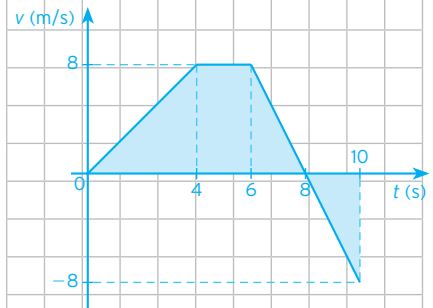
9. Alternativa b

A velocidade em  $t = 4$  s é de:  $v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = 0 + 2 \cdot 4 = 8$  m/s

Entre 4 e 6 s a velocidade permanece constante e igual a 8 m/s.

A velocidade em  $t = 10$  s é:  $v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = 8 - 4 \cdot (10 - 6) = -8$  m/s

O gráfico  $v \times t$  para todo o intervalo fica na forma:



O espaço ou distância ( $d$ ) efetivamente percorrida é numericamente igual à área do gráfico:

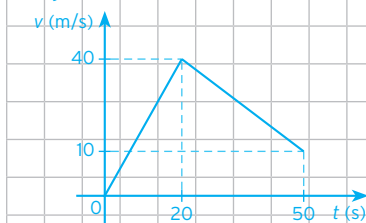
$$d = \frac{8 + 2}{2} \cdot 8 + \frac{2 \cdot 8}{2} = 40 + 8 = 48 \text{ m}$$

10. Gabarito a) vide resolução, b) 1150 m

a. A velocidade em  $t = 20$  s é de:  $v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = 0 + 2 \cdot 20 = 40$  m/s

A velocidade em  $t = 50$  s é:  $v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = 40 - 1 \cdot (50 - 20) = 10$  m/s

O gráfico  $v \times t$  fica então na forma:



b. A distância percorrida nos primeiros 20 s foi de:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \Rightarrow 40^2 = 0 + 2 \cdot 2 \cdot \Delta s \Rightarrow \Delta s = \frac{1600}{4} = 400 \text{ m}$$

A distância percorrida nos 30 s finais foi de:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \Rightarrow 10^2 = 40^2 + 2 \cdot (-1) \cdot \Delta s \Rightarrow \Delta s = \frac{100 - 1600}{-2} = 750 \text{ m}$$

O deslocamento total foi de  $400 + 750 \text{ m} = 1150 \text{ m}$

11. Alternativa d

Quando dois percursos são feitos em iguais intervalos de tempo (uma hora, neste caso), a velocidade média em todo o percurso é igual à média aritmética entre as velocidades médias dos dois percursos. Sendo  $v_m = 22$  km/h e  $v_1 = 20$  km/h, a velocidade média no segundo trecho ( $v_2$ ) foi de:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$22 = \frac{20 + v_2}{2}$$

$$44 = 20 + v_2$$

$$v_{m2} = 24 \text{ km/h}$$

A distância percorrida no segundo trecho foi:

$$\Delta s = v_{m2} \cdot \Delta t = 24 \cdot 1 = 24 \text{ km}$$

O deslocamento é numericamente igual à área definida no diagrama  $v \times t$ . Para cada alternativa, tem-se:

a.  $\Delta s = 0,5 \cdot 22 + 0,5 \cdot 20 = 21$  km;

b.  $\Delta s = 0,5 \cdot 20 + 0,5 \cdot 30 = 25$  km;

c.  $\Delta s = 22 \cdot 1 = 22$  km;

d.  $\Delta s = \frac{26 + 22}{2} \cdot 1 = 24$  km;

e.  $\Delta s = \frac{30 + 20}{2} \cdot 1 = 25$  km.

Assim, somente o gráfico da alternativa d pode representar a velocidade do ciclista no segundo trecho.



# Cinemática vetorial

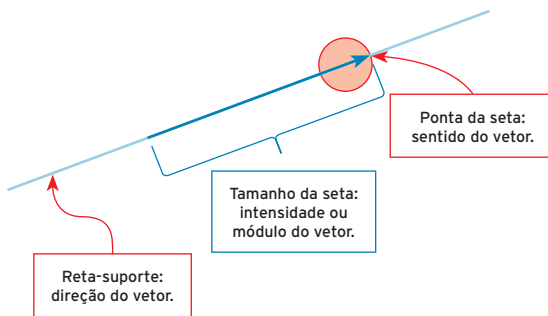
## ■ Grandezas escalares

Uma grandeza escalar é definida unicamente por sua intensidade. A intensidade de uma grandeza escalar é um número acompanhado de uma unidade de medida. Massa, temperatura e tempo são alguns exemplos de grandezas escalares.

## ■ Grandezas vetoriais

Uma grandeza vetorial é definida por sua intensidade, direção e sentido. Exemplos de grandezas vetoriais: deslocamento, velocidade e força.

A representação de uma grandeza vetorial é feita por um vetor.

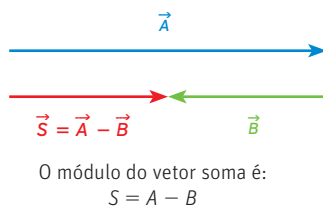
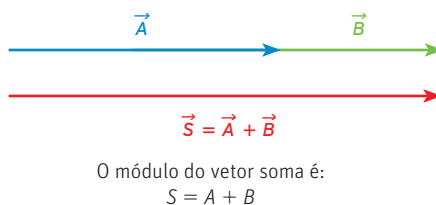


## Descrição da grandeza vetorial

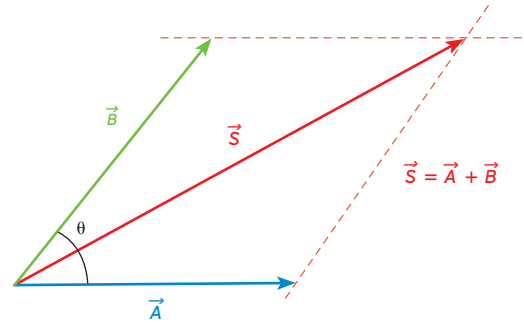
Grandeza vetorial  $A$ :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Intensidade ou módulo:} \\ |\vec{A}| \text{ ou } \vec{A}. \\ \text{Direção: reta de suporte.} \\ \text{Sentido: ponta da seta.} \end{array} \right.$

## Soma de vetores

- Vetores colineares:



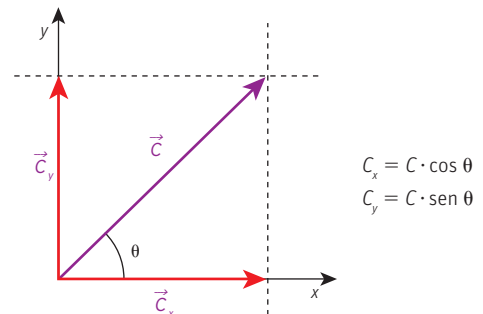
- Vetores concorrentes:



O módulo do vetor soma é:  
 $S^2 = A^2 + B^2 + 2 \cdot A \cdot B \cdot \cos \theta$

## Decomposição de vetores

Indicamos por  $\vec{C}_x$  e  $\vec{C}_y$  os vetores componentes do vetor  $\vec{C}$  nos eixos  $x$  e  $y$  do plano cartesiano. O módulo dos vetores componentes em função do ângulo  $\theta$  é:

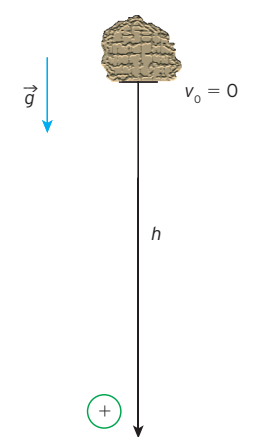


## ■ Queda livre e lançamento vertical para cima

A queda livre e o lançamento vertical são movimentos verticais, próximos à superfície terrestre, sob a ação exclusiva da gravidade (a ação do ar é desprezada). Trata-se de movimentos uniformemente variados, pois a aceleração se mantém constante (aceleração da gravidade  $g$ ).

### Queda livre

Na queda livre o corpo é abandonado de uma altura  $h$  da superfície, com velocidade inicial nula ( $v_0 = 0$ ). O movimento é acelerado, pois o módulo da velocidade escalar do corpo aumenta. O corpo atinge o solo com velocidade  $v \neq 0$ .

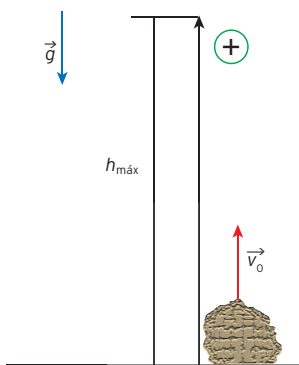


Adota-se como positivo o sentido da trajetória do corpo. Assim, o sinal de  $g$  é positivo e têm-se:

$$\begin{aligned}v &= v_0 + g \cdot t \\h &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h\end{aligned}$$

### Lançamento vertical para cima

O corpo é lançado verticalmente para cima com velocidade inicial não nula ( $v_0 \neq 0$ ). À medida que o corpo sobe, o módulo da velocidade escalar decresce até se anular ( $v = 0$ ). Nesse instante, o corpo atinge a altura máxima  $h_{\text{máx}}$ .



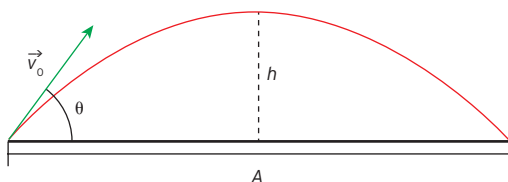
O sinal de  $g$  é negativo, pois o sentido da aceleração da gravidade não coincide com o sentido da trajetória. Assim, podemos escrever:

$$\begin{aligned}v &= v_0 - g \cdot t \\h &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\v^2 &= v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h\end{aligned}$$

Depois de atingida a altura máxima, ocorre mudança do sentido do movimento e o corpo desce em queda livre.

### Lançamento oblíquo

No lançamento oblíquo, um corpo é lançado com velocidade inicial não nula ( $v_0 \neq 0$ ) em uma direção que forma um ângulo  $\theta$  ( $0 < \theta < 90^\circ$ ) com a horizontal. Desprezada a resistência do ar, o corpo fica sujeito somente à ação da gravidade. A trajetória descrita, em relação à Terra, é uma parábola.

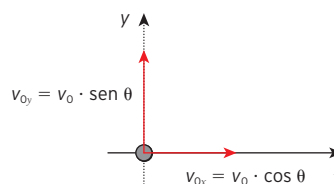
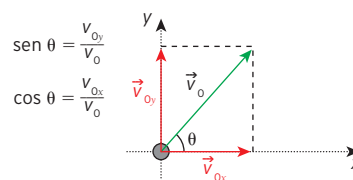


A análise consiste em decompor o movimento em dois movimentos simultâneos e independentes e estudá-los separadamente:

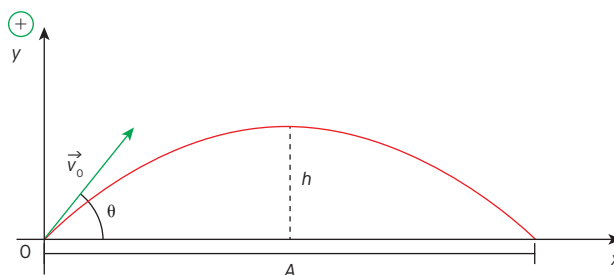
- Na direção horizontal: o corpo realiza movimento uniforme (MU), pois o módulo da velocidade é constante.

- Na direção vertical: o corpo realiza movimento uniformemente variado (MUV) cuja aceleração é a da gravidade  $g$ .

Assim, faz-se necessária a decomposição da velocidade inicial nessas direções:



Considerando a origem no ponto de lançamento e eixo  $y$  orientado para cima como o sentido positivo, valem as funções:



- Direção horizontal:

$$\begin{aligned}v_{0x} &= v_0 \cdot \cos \theta \\x &= x_0 + v_0 \cdot \cos \theta \cdot t\end{aligned}$$

- Direção vertical:

$$\begin{aligned}v &= v_0 \cdot \sin \theta - g \cdot t \\x &= x_0 + v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2\end{aligned}$$

O alcance horizontal  $A$  pode ser obtido pela relação:

$$A = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$$

O valor máximo do alcance horizontal ocorre quando  $\theta = 45^\circ$ :

$$A_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g}$$

A altura máxima  $h$  pode ser obtida pela relação:

$$h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g}$$

1. Alternativa e

Como o módulo da aceleração é dado por

$$\mu \cdot (r + \frac{a^3}{r^2}) = \mu \cdot R + \frac{\mu \cdot a^3}{r^2},$$

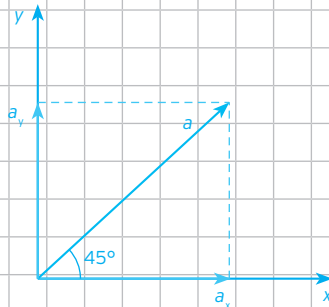
da homogeneidade da equação, a dimensão de  $\mu$  deve ser igual à dimensão da aceleração dividida pela dimensão de  $r$  (distância):  $[\mu] = \frac{L \cdot T^{-2}}{L} = T^{-2}$ .

A velocidade citada no enunciado ( $2\sqrt{\mu a}$ ) possui dimensão  $(T^{-2} \cdot L)^{1/2} = T^{-1} \cdot L^{1/2}$ , o que não representa dimensão de velocidade. Dentre as alternativas, a única que possui dimensão de velocidade é a da alternativa e:  $[2\mu \cdot a] = L \cdot (T^{-2})^{1/2} = L \cdot T^{-1}$ .

2. Alternativa a

Os módulos das componentes vertical e horizontal da aceleração estão relacionados por:

$$\tan 45^\circ = \frac{a_y}{a_x} \Rightarrow 1 = \frac{a_y}{6} \Rightarrow a_y = 6 \text{ m/s}^2$$



3. Gabarito a) 8,5 km/h, b)  $7,2 \cdot 10^2$  kcal, c) 1200 W, d) 70 min

a. A partir de 8,5 km/h, o gasto energético é menor correndo do que andando (a curva que representa o gasto energético quando correndo está abaixo da curva que representa o gasto energético quando andando).

b. Pelo gráfico concluímos que enquanto parado o atleta consome 0,20 litros de oxigênio por minuto. Para cada litro de oxigênio consumido são gastos 5 kcal, então, parado o atleta gasta por minuto  $5 \cdot 0,20$  (kcal) = 1,0 kcal. Nas 12 h ou 720 minutos, a quantidade de energia consumida pelo atleta é de  $720 \text{ kcal} = 7,2 \cdot 10^2 \text{ kcal}$

c. Conforme mostra o gráfico, quando ele corre a 15 km/h seu consumo é de 3,6 L/min. Como para cada litro são gastos 5 kcal, tem-se, por minuto, uma energia consumida igual a:  $5 \cdot 10^3 \text{ cal/L} \cdot 3,6 \text{ L} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ cal} = 1,8 \cdot 10^4 \cdot 4 \text{ J} = 7,2 \cdot 10^4 \text{ J}$

A potência é, então, de:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{7,2 \cdot 10^4}{60} = 1200 \text{ W}$$

d. Quando anda a 7 km/h, ele consome 1,6 L/min, o que equivale a:

$$1,6 \text{ L/min} \cdot 5 \text{ kcal} = 8 \text{ kcal/min}$$

Para consumir a energia de 560 kcal, são necessários:

$$8 \text{ kcal} \text{ --- } 1 \text{ min}$$

$$560 \text{ kcal} \text{ --- } t$$

$$t = \frac{560}{8} = 70 \text{ min}$$

1. (ITA-SP) Um exercício sobre a dinâmica da partícula tem seu início assim enunciado:

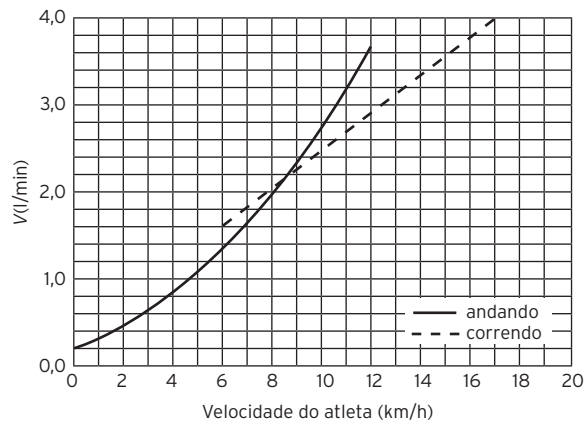
Uma partícula está se movendo com uma aceleração cujo módulo é dado por  $\mu (r + a^3 / r^2)$ , sendo  $r$  a distância entre a origem e a partícula. Considere que a partícula foi lançada a partir de uma distância  $a$  com uma velocidade inicial  $2\sqrt{\mu a}$ . Existe algum erro conceitual nesse enunciado? Por que razão?

- a) Não, porque a expressão para a velocidade é consistente com a da aceleração.
- b) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria  $2a^2\sqrt{\mu}$ .
- c) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria  $2a^2\sqrt{\mu/r}$ .
- d) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria  $2a^2\sqrt{a^2\mu/r}$ .
- e) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria  $2a\sqrt{\mu}$ .

2. (PUC-RJ) Um pequeno avião acelera, logo após a sua decolagem, em linha reta, formando um ângulo de  $45^\circ$  com o plano horizontal. Sabendo que a componente horizontal de sua aceleração é de  $6,0 \text{ m/s}^2$ , calcule a componente vertical da mesma. Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- a)  $6,0 \text{ m/s}^2$
- b)  $4,0 \text{ m/s}^2$
- c)  $16,0 \text{ m/s}^2$
- d)  $12,0 \text{ m/s}^2$
- e)  $3,0 \text{ m/s}^2$

3. (Fuvest-SP) A energia que um atleta gasta pode ser determinada pelo volume de oxigênio por ele consumido na respiração. Abaixo está apresentado o gráfico do volume  $V$  de oxigênio, em litros por minuto, consumido por um atleta de massa corporal de 70 kg, em função de sua velocidade, quando ele anda ou corre.



Considerando que para cada litro de oxigênio consumido são gastas 5 kcal e usando as informações do gráfico, determine, para esse atleta:

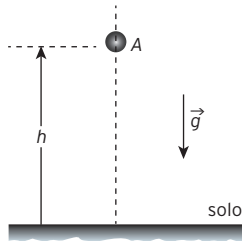
- a) a velocidade a partir da qual ele passa a gastar menos energia correndo do que andando.
- b) a quantidade de energia por ele gasta durante 12 horas de repouso (parado).
- c) a potência dissipada, em watts, quando ele corre a 15 km/h.
- d) quantos minutos ele deve andar, a 7 km/h, para gastar a quantidade de energia armazenada com a ingestão de uma barra de chocolate de 100 g, cujo conteúdo energético é 560 kcal.

**Note e adote**  
1 cal = 4 J

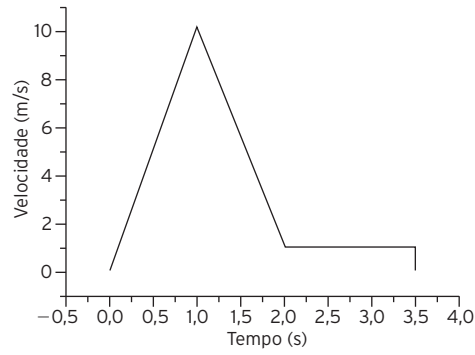
4. (UEPG-PR) O estudo da física em duas e três dimensões requer o uso de uma ferramenta matemática conveniente e poderosa conhecida como vetor. Sobre os vetores, assinale o que for correto.
- 01. A direção de um vetor é dada pelo ângulo que ele forma com um eixo de referência qualquer dado.
  - 02. O comprimento do segmento de reta orientado que representa o vetor é proporcional ao seu módulo.
  - 04. Dois vetores são iguais somente se seus módulos correspondentes forem iguais.
  - 08. O módulo do vetor depende de sua direção e nunca é negativo.
  - 16. Suporte de um vetor é a reta sobre a qual ele atua.

5. (Mackenzie-SP) Um pequeno corpo é abandonado do repouso, no ponto A, situado a uma altura  $h$ , e atinge o solo com uma velocidade de módulo  $v$ . Em seguida, o mesmo corpo é disparado verticalmente para cima, ao longo da mesma trajetória descrita anteriormente, com uma velocidade inicial de módulo igual a  $2v$ . Despreza-se a resistência do ar. Ao atingir o ponto A, o módulo da velocidade do corpo é:

- a)  $v \cdot \sqrt{5}$
- b)  $v \cdot \sqrt{3}$
- c)  $v \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$
- d)  $v \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}$
- e) zero



(UEL-PR) Leia o texto, analise o gráfico e responda às questões 6 e 7. Um objeto que não pode ser considerado uma partícula é solto de uma dada altura sobre um lago. O gráfico a seguir apresenta a velocidade desse objeto em função do tempo. No tempo  $t = 1,0$  s, o objeto toca a superfície da água. Despreze somente a resistência no ar.



6. De qual altura o objeto é solto acima da superfície da água?
- a) 1 m
  - b) 5 m
  - c) 10 m
  - d) 100 m
  - e) 1000 m
7. Qual é a profundidade do lago?
- a) 1 m
  - b) 5 m
  - c) 7 m
  - d) 100 m
  - e) 1000 m

4. 01) Correto. A direção de um vetor é dada pelo menor ângulo formado entre a reta que contém o vetor e um dado eixo de referência.  
 02) Correto. O módulo de um vetor é proporcional ao seu comprimento.  
 04) Incorreto. Dois vetores são iguais somente se possuírem mesmo módulo, direção e sentido.  
 08) Incorreto. O módulo de um vetor independe de sua direção.  
 16) Correto. A reta sobre a qual o vetor atua é chamada reta suporte.

5. Alternativa b  
 Queda livre:  $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 = 0 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$   
 Lançamento vertical:  $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v_A^2 = (2 \cdot v)^2 - 2 \cdot g \cdot h$   
 $v_A^2 = 4 \cdot v^2 - v^2 = 3 \cdot v^2 \Rightarrow v_A = v \cdot \sqrt{3}$

6. Alternativa b  
 $h = g \cdot \frac{t^2}{2} = 10 \cdot \frac{1^2}{2} = 5$  m

7. Alternativa c  
 Entre  $t = 1$  s e  $t = 2$  s a pedra desenvolve um MUV com aceleração negativa. A distância percorrida neste intervalo de tempo foi:  
 $v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow 1 = 10 + a \cdot 1 \Rightarrow a = -9$  m/s<sup>2</sup>  
 $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \Rightarrow 1^2 = 10^2 + 2 \cdot (-9) \cdot \Delta s \Rightarrow \Delta s = \frac{99}{18} = 5,5$  m

Entre  $t = 2$  s e  $t = 3,5$  s a velocidade permanece constante e igual a 1 m/s. A distância percorrida neste intervalo foi:  
 $\Delta s = v \cdot \Delta t = 1 \cdot (3,5 - 2) = 1,5$  m  
 Desta forma, a distância total percorrida, que corresponde à profundidade do lago, foi de:  
 $d = 5,5 + 1,5 = 7$  m  
 Obs: A profundidade do lago também pode ser obtida por meio da área do gráfico entre  $t = 1$  s e  $t = 3,5$  s, que poderia ser separada em um trapézio e um retângulo.

8. Alternativa b

A velocidade final no trecho de queda livre é:

$$v = v_0 + g \cdot t = 0 + 10 \cdot 5 = 50 \text{ m/s}$$

O deslocamento neste trecho pode ser calculado pela área do gráfico entre 0 e 5 s (área do triângulo):

$$\Delta s = \frac{5 \cdot 50}{2} = 125 \text{ m}$$

Como a distância total de queda foi de 325 m, os 200 m restantes foram percorridos com velocidade constante de 10 m/s. O intervalo de tempo gasto neste trecho foi de:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{200}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{200}{10} = 20 \text{ s}$$

O tempo total de queda foi, então, de  $5 + 20 = 25 \text{ s}$ .

9. Gabarito a)  $y = 20 \text{ s}$  e  $S = 140 \text{ m}$ , b)  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $t = 9,6 \text{ s}$

a. A ordenada  $y$  corresponde a 20 m/s. Em  $t = 2 \text{ s}$  o conjunto de instrumentos se desprende do VLS e sua velocidade começa a diminuir. Até esse instante, a distância percorrida foi:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 20 \cdot 2 = 40 \text{ m}$$

Como na origem dos tempos a altura era de 100 m, os instrumentos se desprenderam quando a uma altura de 140 m.

b. Para o intervalo entre  $t = 2 \text{ s}$  e  $t = 4 \text{ s}$ , tem-se:

$$v = v_0 - g \cdot t \Rightarrow 0 = 20 - g \cdot 2 \Rightarrow g = 10 \text{ m/s}^2$$

Cálculo do tempo em queda livre:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2} \Rightarrow 0 = 140 + 20 \cdot t - 5 \cdot t^2 \text{ ou } 5 \cdot t^2 - 20 \cdot t - 140 = 0$$

Aplicando a fórmula de Bhaskara:

$$t = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-140)}}{2 \cdot 5}$$

$$t = \frac{20 \pm \sqrt{3200}}{10} \Rightarrow t = \frac{20 \pm 40 \cdot \sqrt{2}}{10}$$

Desprezando a resposta negativa, tem-se:

$$t = 2 + 4 \cdot \sqrt{2} = 2 + 4 \cdot 1,4 = 7,6 \text{ s}$$

Este tempo somado aos 2 s iniciais, totaliza 9,6 s.

10. Gabarito a)  $h_{\text{máx}} = 11,25 \text{ m}$  e  $t_s = 1,5 \text{ s}$ , b)  $t = 2 \text{ s}$  e  $h_1 = 10 \text{ m}$

$$a. v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow 0 = 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot h_{\text{máx}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_{\text{máx}} = \frac{225}{20} = 11,25 \text{ m}$$

O tempo de subida para a primeira bolinha é:

$$v = v_0 - g \cdot t \Rightarrow 0 = 15 - 10 \cdot t_s \Rightarrow t_s = \frac{15}{10} = 1,5 \text{ s}$$

O tempo de descida é igual ao de subida, ou seja, de 1,5 s.

Assim, o instante em que a primeira bolinha toca o solo, que coincide com o instante em que a terceira é lançada, é em  $t = 3 \text{ s}$ .

b. As funções que determinam as alturas em função do tempo são:

$$\text{- primeira bolinha: } h_1 = v_0 \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2} \Rightarrow h_1 = 15 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$\text{- segunda bolinha: } h_2 = v_0 \cdot (t - 1) - g \cdot \frac{(t - 1)^2}{2} \Rightarrow h_2 = 15 \cdot (t - 1) - 5 \cdot (t - 1)^2$$

No encontro,  $h_1 = h_2$ . Assim:

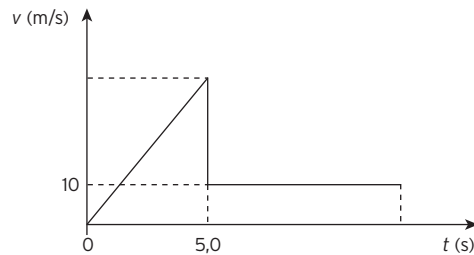
$$15 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 15 \cdot (t - 1) - 5 \cdot (t - 1)^2 + 10 \cdot t - 5$$

$$10 \cdot t = 20 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

A altura de encontro é:

$$h_1 = 15 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 10 \text{ m}$$

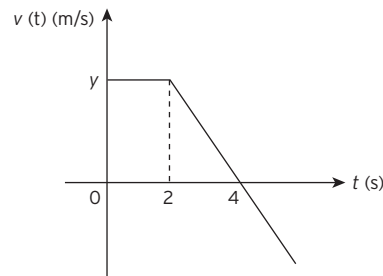
8. (FGV-SP) Um paraquedista salta de uma altura de 325 m. Durante os primeiros 5,0 s, ele cai em queda livre, praticamente sem interferência do ar; em seguida, ele abre o paraquedas e seu movimento passa a ser uniforme, após brusca diminuição de velocidade, como indica o gráfico da velocidade, em função do tempo.



Considere o movimento de queda vertical e retilíneo e a aceleração da gravidade de  $10 \text{ m/s}^2$ . O tempo total de movimento, até a chegada do paraquedista ao solo, será de:

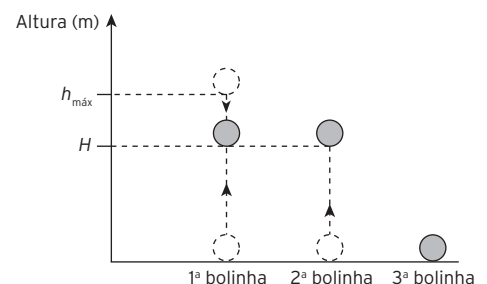
- a) 20,0 s    b) 25,0 s    c) 28,0 s    d) 30,0 s    e) 35,0 s

9. (Unifesp) Em uma manhã de calma, um Veículo Lançador de Satélite (VLS) é lançado verticalmente do solo e, após um período de aceleração, ao atingir a altura de 100 m, sua velocidade linear é constante e de módulo igual a 20,0 m/s. Alguns segundos após atingir essa altura, um de seus conjuntos de instrumentos desprende-se e move-se livremente sob a ação da força gravitacional. A figura fornece o gráfico da velocidade vertical, em m/s, do conjunto de instrumentos desprendido como função do tempo, em segundos, medido no intervalo entre o momento em que ele atinge a altura de 100 m até o instante em que, ao retornar, toca o solo.



- a) Determine a ordenada  $y$  do gráfico no instante  $t = 0 \text{ s}$  e a altura em que o conjunto de instrumentos se desprende do VLS.  
b) Calcule, através dos dados fornecidos pelo gráfico, a aceleração gravitacional do local e, considerando  $\sqrt{2} = 1,4$ , determine o instante no qual o conjunto de instrumentos toca o solo ao retornar.

10. (Unifesp) Três bolinhas idênticas são lançadas na vertical, lado a lado e em sequência, a partir do solo horizontal, com a mesma velocidade inicial, de módulo igual a 15 m/s para cima. Um segundo após o lançamento da primeira, a segunda bolinha é lançada. A terceira bolinha é lançada no instante em que a primeira, ao retornar, toca o solo.



Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e que os efeitos da resistência do ar ao movimento podem ser desprezados, determine:

- a) a altura máxima ( $h_{\text{máx}}$ ) atingida pela primeira bolinha e o instante de lançamento da terceira bolinha.  
b) o instante e a altura  $H$ , indicada na figura, em que a primeira e a segunda bolinha se cruzam.

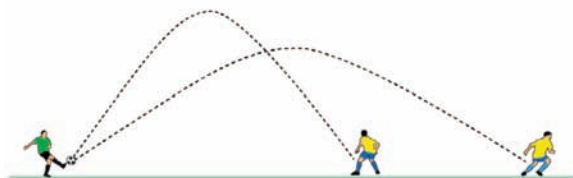
11. (Fuvest-SP) Uma menina, segurando uma bola de tênis, corre com velocidade constante, de módulo igual a 10,8 km/h, em trajetória retilínea, numa quadra plana e horizontal. Num certo instante, a menina, com o braço esticado horizontalmente ao lado do corpo, sem alterar o seu estado de movimento, solta a bola, que leva 0,5 s para atingir o solo. As distâncias  $s_m$  e  $s_b$  percorridas, respectivamente, pela menina e pela bola, na direção horizontal, entre o instante em que a menina soltou a bola ( $t = 0$  s) e o instante  $t = 0,5$  s, valem:

- $s_m = 1,25$  m e  $s_b = 0$  m
- $s_m = 1,25$  m e  $s_b = 1,50$  m
- $s_m = 1,50$  m e  $s_b = 0$  m
- $s_m = 1,50$  m e  $s_b = 1,25$  m
- $s_m = 1,50$  m e  $s_b = 1,50$  m

**Note e adote**

Desconsiderar efeitos dissipativos.

12. (UFF-RJ) Após um ataque frustrado do time adversário, o goleiro se prepara para lançar a bola e armar um contra-ataque. Para dificultar a recuperação da defesa adversária, a bola deve chegar aos pés de um atacante no menor tempo possível. O goleiro vai chutar a bola, imprimindo sempre a mesma velocidade, e deve controlar apenas o ângulo de lançamento. A figura mostra as duas trajetórias possíveis da bola num certo momento da partida.

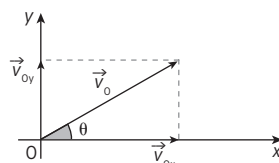


Assinale a alternativa que expressa se é possível ou não determinar qual destes dois jogadores receberia a bola no menor tempo. Despreze o efeito da resistência do ar.

- Sim, é possível, e o jogador mais próximo receberia a bola no menor tempo.
- Sim, é possível, e o jogador mais distante receberia a bola no menor tempo.
- Os dois jogadores receberiam a bola em tempos iguais.
- Não, pois é necessário conhecer os valores da velocidade inicial e dos ângulos de lançamento.
- Não, pois é necessário conhecer o valor da velocidade inicial.

13. (PUC-SP) Dois amigos, Berstáquio e Protásio, distam de 25,5 m. Berstáquio lança obliquamente uma bola para Protásio que, partindo do repouso, desloca-se ao encontro da bola para segurá-la. No instante do lançamento, a direção da bola lançada por Berstáquio formava um ângulo  $\theta$  com a horizontal, o que permitiu que ela alcançasse, em relação ao ponto de lançamento, a altura máxima de 11,25 m e uma velocidade de 8 m/s nessa posição. Desprezando o atrito da bola com o ar e adotando  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, podemos afirmar que a aceleração de Protásio, suposta constante, para que ele consiga pegar a bola no mesmo nível do lançamento deve ser de:

- $\frac{1}{2}$  m/s<sup>2</sup>
- $\frac{1}{3}$  m/s<sup>2</sup>
- $\frac{1}{4}$  m/s<sup>2</sup>
- $\frac{1}{5}$  m/s<sup>2</sup>
- $\frac{1}{10}$  m/s<sup>2</sup>



11. Alternativa e

A velocidade horizontal da menina (e também da bolinha), em m/s, é igual a  $\frac{10,8}{3,6} = 3$  m/s.

Como não há forças horizontais atuando na bolinha, a componente horizontal de sua velocidade permanece constante ao longo da queda. Assim, ela percorre horizontalmente a mesma distância que a menina:

$$x = x_0 + v \cdot t = 0 + 3 \cdot 0,5 = 1,5 \text{ m}$$

12. Alternativa b

O tempo de voo da bola é diretamente proporcional à componente vertical da velocidade ( $v_y$ ) e a altura máxima é diretamente proporcional ao quadrado de  $v_y$ . Assim, o lançamento que teve uma menor altura máxima, que foi aquele recebido pelo atleta que está mais longe, durou menor tempo em comparação com o outro.

13. Alternativa b

Conhecendo a altura máxima pode-se determinar a componente vertical da velocidade de lançamento:

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{v_{oy}^2}{2g} \Rightarrow v_{oy}^2 = 2 \cdot 10 \cdot 11,25 \Rightarrow v_{oy} = 15 \text{ m/s}$$

O tempo de subida foi de:

$$v = v_{oy} - g \cdot t \Rightarrow 0 = 15 - 10 \cdot t_s \Rightarrow t_s = 1,5 \text{ s}$$

Como o tempo de descida é igual ao de subida,  $t_{\text{total}} = 2 \cdot t_s = 3$  s.

A distância horizontal percorrida pela bola foi:

$$x = v_{ox} \cdot t_{\text{total}} = 8 \cdot 3 = 24 \text{ m}$$

Como a distância inicial entre os dois era de 25,5 m, Protásio deve percorrer uma distância igual a  $25,5 - 24 = 1,5$  m. A aceleração que deve imprimir é, então de:

$$\Delta x = \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow 1,5 = \frac{a \cdot 3^2}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ m/s}^2$$

14. Alternativa d

O movimento no eixo horizontal é uniforme, portanto a componente  $v_x$  permanece constante e igual a  $v_0$ . A velocidade vetorial  $v_R$  ser decomposta em suas componentes ortogonais  $v_x$  e  $v_y$ , sendo que  $v_R^2 = v_x^2 + v_y^2$ . Assim, tem-se:  $(3v_0)^2 = v_0^2 + v_y^2 \Rightarrow v_y^2 = 8v_0^2 \Rightarrow v_y = \sqrt{8} v_0$

15. Alternativa d

Calculando altura máxima:

$$(v_y)^2 = (v_{0y})^2 - 2 \cdot g \cdot \Delta y \Rightarrow 0 =$$

$$= (v_0 \cdot \text{sen}\alpha)^2 - 2 \cdot g \cdot 0,3x$$

$$v_0 \cdot \text{sen}\alpha = \sqrt{(0,6 \cdot g \cdot x)} \quad (I)$$

Calculando o tempo de subida:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \Rightarrow 0 = v_0 \cdot \text{sen}\alpha - g \cdot t_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_s = \frac{(v_0 \cdot \text{sen}\alpha)}{g}$$

Calculando o alcance horizontal:

$$x = v_x \cdot t \Rightarrow x = v_0 \cdot \text{cos}\alpha \cdot v_0 \cdot \frac{\text{sen}\alpha}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 2 \cdot (v_0)^2 \cdot \text{cos}\alpha \cdot \frac{\text{sen}\alpha}{g} \quad (II)$$

(I) em (II):

$$x = 2 \cdot (v_0)^2 \cdot \text{cos}\alpha \cdot \frac{\text{sen}\alpha}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 2 \cdot \left( \frac{0,60 \cdot g \cdot x}{\text{sen}^2\alpha} \right) \cdot \frac{\text{cos}\alpha \cdot \text{sen}\alpha}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = 1,2 \cdot \frac{\text{cos}\alpha}{\text{sen}\alpha} \Rightarrow \frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} = 1,2 \Rightarrow \tan\alpha =$$

$$= 1,2 \therefore \alpha = 50^\circ$$

16. Gabarito a) 20 m e 10 s, b) vide resolução

$$a. v = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow 0 = 8^2 - 2 \cdot 1,6 \cdot h_{\text{máx}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_{\text{máx}} = \frac{64}{3,2} = 20 \text{ m}$$

$$v = v_0 - g \cdot t \Rightarrow 0 = 8 - 1,6 \cdot t_s \Rightarrow t_s =$$

$$= \frac{8}{1,6} = 5 \text{ s}$$

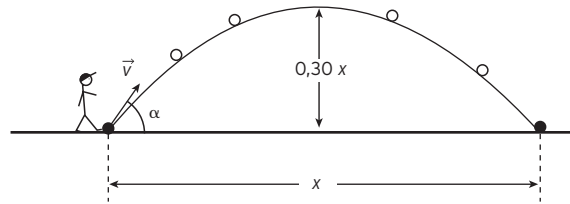
$$t_d = t_s = 5 \text{ s}; t_{\text{total}} = t_s + t_d = 10 \text{ s}$$

b. Ao contrário do que acontece na Terra, na Lua praticamente não há atmosfera, portanto a resistência do ar pode ser desprezada. Assim, objetos soltos de uma mesma altura caem juntos, independentemente de suas massas.

14. (Uece) Um projétil é lançado horizontalmente sob a ação de gravidade constante, de cima de uma mesa, com velocidade inicial cujo módulo é  $v_0$ . Ao atingir o nível do solo, o módulo de sua velocidade é  $3v_0$ . Logo, o módulo de sua velocidade vertical neste nível, desprezando-se qualquer tipo de atrito, é:

- a)  $2v_0$
- b)  $4v_0$
- c)  $\sqrt{2} v_0$
- d)  $\sqrt{8} v_0$

15. (Mackenzie-SP) Uma bola é chutada a partir de um ponto de uma região plana e horizontal, onde o campo gravitacional é considerado uniforme, segundo a direção vertical descendente. A trajetória descrita pela bola é uma parábola,  $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$  e a resistência do ar é desprezível.



	15°	30°	45°	50°	75°
sen	0,26	0,50	0,71	0,77	0,97
cos	0,97	0,87	0,71	0,64	0,26
tg	0,27	0,58	1,0	1,2	3,7

Considerando os valores da tabela acima, conclui-se que o ângulo  $\alpha$  de lançamento da bola foi, aproximadamente:

- a) 15°
- b) 30°
- c) 45°
- d) 50°
- e) 75°

16. (UFSCar-SP) Em julho de 2009 comemoramos os 40 anos da primeira viagem tripulada à Lua. Suponha que você é um astronauta e que, chegando à superfície lunar, resolva fazer algumas brincadeiras para testar seus conhecimentos de Física.



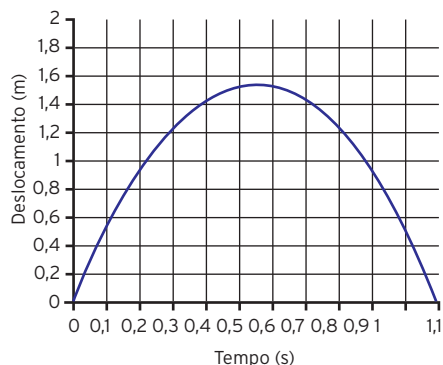
- a) Você lança uma pequena bolinha, verticalmente para cima, com velocidade inicial  $v_0$  igual a 8 m/s. Calcule a altura máxima  $h$  atingida pela bolinha, medida a partir da altura do lançamento, e o intervalo de tempo  $\Delta t$  que ela demora para subir e descer, retornando à altura inicial.
- b) Na Terra, você havia soltado de uma mesma altura inicial um martelo e uma pena, tendo observado que o martelo alcançava primeiro o solo.

Decide então fazer o mesmo experimento na superfície da Lua, imitando o astronauta David Randolph Scott durante a missão Apollo 15, em 1971. O resultado é o mesmo que o observado na Terra? Explique por quê.

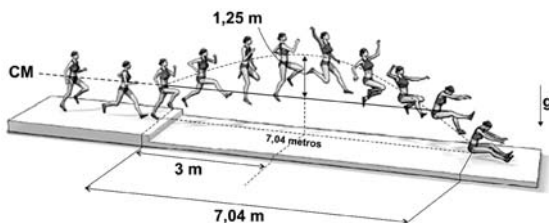
**Dados:**

- Considere a aceleração da gravidade na Lua como sendo  $1,6 \text{ m/s}^2$ .
- Nos seus cálculos mantenha somente 1 (uma) casa após a vírgula.

17. (Unicamp-SP) O famoso salto duplo *twist* carpado de Daiane dos Santos foi analisado durante um dia de treinamento no Centro Olímpico em Curitiba, através de sensores e filmagens que permitiram reproduzir a trajetória do centro de gravidade de Daiane na direção vertical (em metros), assim como o tempo de duração do salto. De acordo com o gráfico a seguir, determine:



- A altura máxima atingida pelo centro de gravidade de Daiane.
  - A velocidade média horizontal do salto, sabendo-se que a distância percorrida nessa direção é de 1,3 m.
  - A velocidade vertical de saída do solo.
18. (Fuvest-SP) O salto que conferiu a medalha de ouro a uma atleta brasileira, na Olimpíada de 2008, está representado no esquema a seguir, reconstruído a partir de fotografias múltiplas. Nessa representação, está indicada, também, em linha tracejada, a trajetória do centro de massa da atleta (CM). Utilizando a escala estabelecida pelo comprimento do salto, de 7,04 m, é possível estimar que o centro de massa da atleta atingiu uma altura máxima de 1,25 m (acima de sua altura inicial), e que isso ocorreu a uma distância de 3,0 m, na horizontal, a partir do início do salto, como indicado na figura.



Considerando essas informações, estime:

- o intervalo de tempo  $t_1$ , em s, entre o instante do início do salto e o instante em que o centro de massa da atleta atingiu sua altura máxima.
- a velocidade horizontal média,  $v_H$ , em m/s, da atleta durante o salto.
- o intervalo de tempo  $t_2$ , em s, entre o instante em que a atleta atingiu sua altura máxima e o instante final do salto.

**Note e adote**

Desconsidere os efeitos da resistência do ar.

17. Gabarito a) 1,52 m, b) 1,18 m/s, c) 5,51 m/s

a. Por inspeção direta do gráfico,  $h_{\text{máx}} \cong 1,52 \text{ m}$

$$b. v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,3}{1,1} \cong 1,18 \text{ m/s}$$

$$c. h_{\text{máx}} = \frac{v_{oy}^2}{2g} \Rightarrow 1,52 = \frac{v_{oy}^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow v_{oy}^2 = \sqrt{30,4} \Rightarrow v_{oy} \cong 5,51 \text{ m/s}$$

18. Gabarito a) 0,5 s, b) 6 m/s, c) 0,67 s

a. Cálculo da componente vertical da velocidade:

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_{oy}^2}{2g} \Rightarrow 1,25 = \frac{v_{oy}^2}{20} \Rightarrow v_{oy} = \sqrt{25} = 5 \text{ m/s}$$

Cálculo do tempo para ele atingir a altura máxima (tempo de subida):

$$v = v_{oy} - g \cdot t \Rightarrow 0 = 5 - 10 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 0,5 \text{ s}$$

b. Até atingir a altura máxima, o saltador percorreu horizontalmente 3 m. Sua velocidade horizontal média foi, então, de:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3}{0,5} = 6 \text{ m/s}$$

c. A velocidade horizontal permanece constante durante todo o movimento. Na descida, o saltador percorreu uma distância horizontal de  $7,04 - 3 = 4,04 \text{ m}$ . Assim:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{4,04}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{4,04}{6} \cong 0,67 \text{ s}$$



# Movimento circular e movimento circular uniforme

## ■ Movimento circular: definição

No movimento circular (MC) a trajetória é um arco de circunferência ou uma circunferência completa. Se, ao completar uma volta (ciclo), o corpo continua o movimento repetindo o ciclo uma volta após a outra, o movimento circular é **periódico**.

O **MCU** possui aceleração pois, a cada instante, encontramos uma variação da velocidade vetorial, implicando uma aceleração, esta, orientada para o centro da trajetória.

A **velocidade escalar** ( $v$ ), a **velocidade angular** ( $\omega$ ), o **raio** da trajetória ( $R$ ), o **período** ( $T$ ), cuja definição é o tempo gasto para completar uma volta, e a **frequência** ( $f$ ), número de voltas por uma unidade de tempo, são grandezas importantes na descrição dos movimentos periódicos no **MCU**.

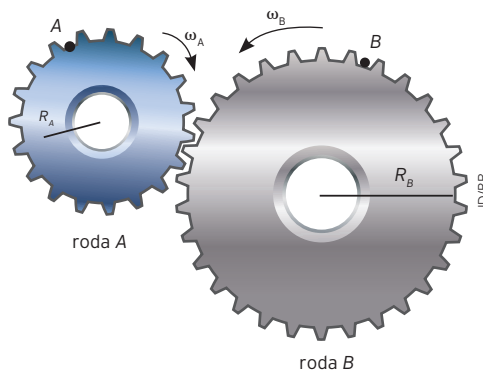
$$T = \frac{1}{f} \quad v = \omega \cdot R \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

A frequência de 1 hertz (Hz) indica uma rotação por segundo, também representada por 1 rps. Outra unidade usual para frequência é **rotações por minuto (rpm)**: 1 rpm = 60 rps ou 60 Hz.

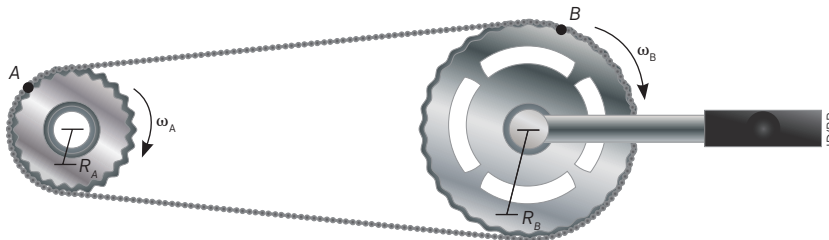
## Transmissão no movimento circular uniforme

A transmissão de movimento circular pode ocorrer entre duas rodas, dois discos ou duas polias em duas situações diferentes. Veja os dois exemplos a seguir:

- **Transmissão por contato:** no caso de engrenagens cujos dentes se encaixam perfeitamente entre si.



- **Transmissão por correia:** no caso de engrenagens cujos dentes se encaixam nos elos da correia para não haver deslizamento.



As velocidades lineares dos pontos periféricos A e B das duas rodas, em cada instante, têm o mesmo módulo em ambas as situações e valem as seguintes relações:

$$v_A = v_B$$

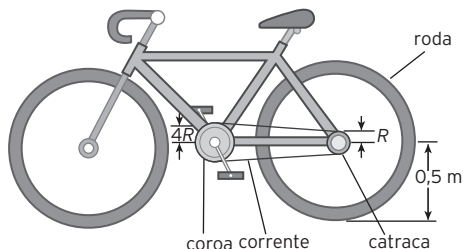
$$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

$$f_A \cdot R_A = f_B \cdot R_B$$

Se o número de dentes  $N$  de cada engrenagem é conhecido, vale a relação:

$$f_A \cdot N_A = f_B \cdot N_B$$

- (UDESC)** Observando o movimento de um carrossel no parque de diversões, conclui-se que seu movimento é do tipo circular uniforme. Assinale a alternativa correta em relação ao movimento.
  - Não é acelerado porque o módulo da velocidade permanece constante.
  - É acelerado porque o vetor velocidade muda de direção, embora mantenha o mesmo módulo.
  - É acelerado porque o módulo da velocidade varia.
  - Não é acelerado porque a trajetória não é retilínea.
  - Não é acelerado porque a direção da velocidade não varia.
- (UEM-PR)** Sobre o movimento circular uniforme, assinale o que for correto [A resposta será a soma dos números associados às alternativas corretas.].
  - Período é o intervalo de tempo que um móvel gasta para efetuar uma volta completa.
  - A frequência de rotação é dada pelo número de voltas que um móvel efetua por unidade de tempo.
  - A distância que um móvel em movimento circular uniforme percorre ao efetuar uma volta completa é diretamente proporcional ao raio de sua trajetória.
  - Quando um móvel efetua um movimento circular uniforme, sobre ele atua uma força centrípeta, a qual é responsável pela mudança na direção da velocidade do móvel.
  - O módulo da aceleração centrípeta é diretamente proporcional ao raio de sua trajetória.
- (Unifal-MG)** O planeta Terra realiza uma rotação em torno do seu eixo a cada 24 horas, aproximadamente. Pode-se então dizer que cada hora corresponde a uma rotação de:
  - $180^\circ$
  - $360^\circ$
  - $15^\circ$
  - $90^\circ$
- (Mackenzie-SP)** Um menino percorre, de bicicleta, uma pista circular. Sua velocidade escalar é constante e a frequência do movimento é igual à do ponteiro dos segundos, de um relógio convencional que funciona normalmente. O raio da trajetória descrita é 96 m e o espaço percorrido pelo menino durante 1,0 minuto é aproximadamente:
  - $1,6 \cdot 10^2$  m
  - $6,0 \cdot 10^2$  m
  - $9,6 \cdot 10^2$  m
  - $1,0 \cdot 10^3$  m
  - $3,8 \cdot 10^4$  m
- (UFPB)** Em uma bicicleta, a transmissão do movimento das pedaladas se faz através de uma corrente, acoplando um disco dentado dianteiro (coroa) a um disco dentado traseiro (catraca), sem que haja deslizamento entre a corrente e os discos. A catraca, por sua vez, é acoplada à roda traseira de modo que as velocidades angulares da catraca e da roda sejam as mesmas (ver a seguir figura representativa de uma bicicleta). Em uma corrida de bicicleta, o ciclista desloca-se com velocidade escalar constante, mantendo um ritmo estável de pedaladas, capaz de imprimir no disco dianteiro uma velocidade angular de 4 rad/s, para uma configuração em que o raio da coroa é  $4R$ , o raio da catraca é  $R$  e o raio da roda é 0,5 m.



Adaptado de: <<http://revistaescola.abril.com.br/ensino-medio/equilibriodorodas-532002.shtml>>. Acesso em: 12 ago. 2011.

- Com base no exposto, conclui-se que a velocidade escalar do ciclista é:
- 2 m/s
  - 4 m/s
  - 8 m/s
  - 12 m/s
  - 16 m/s

1.	Alternativa b
	O movimento é circular e uniforme, portanto a velocidade vetorial varia apenas em direção e sentido.
2.	Gabarito (01, 02, 04, 08) = 15
	01. Correta. É a definição de período.
	02. Correta. É a definição de frequência.
	04. Correta. Em uma volta a distância percorrida é igual ao comprimento da circunferência descrita ( $C = 2\pi \cdot R$ ). Portanto, é diretamente proporcional ao raio.
	08. Correta. A força centrípeta é a responsável pela mudança na direção do vetor velocidade.
	16. Incorreta. O módulo da aceleração centrípeta é dado por: $a_c = \frac{v^2}{R}$ . Desta forma, é inversamente proporcional ao raio.
3.	Alternativa c
	Por regra de três:
	$24 \text{ h} - 360^\circ$
	$1 \text{ h} - \theta$
	$\theta = \frac{360}{24} = 15^\circ$
4.	Alternativa b
	A frequência e, conseqüentemente, o período do movimento, é igual ao do ponteiro dos segundos, portanto $T = 60 \text{ s}$ . A velocidade é:
	$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 96}{60} \approx 10 \text{ m/s}$
	O espaço percorrido foi de:
	$\Delta s = v \cdot \Delta t = 10 \cdot 60 = 600 = 6 \cdot 10^2 \text{ m}$
5.	Alternativa c
	A velocidade angular da catraca é de:
	$\omega_{ca} \cdot R_{ca} = \omega_{co} \cdot R_{co}$
	$\omega_{ca} \cdot R = 4 \cdot 4R$
	$\omega_{ca} = 16 \text{ rad/s}$
	Como a roda traseira está acoplada por um mesmo eixo com a catraca, possui mesma velocidade angular. A velocidade da bicicleta é igual à velocidade da roda traseira:
	$v = \omega \cdot R = 16 \cdot 0,5 = 8 \text{ m/s}$

6. Alternativa c

a. Incorreta. Como a estação afundou na água, seu peso é maior que o empuxo, que por sua vez possui mesmo módulo que o peso da água deslocada.

b. Incorreta. A pressão num ponto de um líquido é proporcional à sua profundidade (Lei de Stevin).

c. Correta.

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot (6400 + 350)}{1,5} = 4 \cdot 6750 = 27000 = 27 \cdot 10^3 \text{ km/h}$$

d. Incorreta.  $\omega = \frac{v}{R} = \frac{27000}{6750} = 4 \text{ rad/h}$

e. Incorreta. A aceleração resultante não é radial, já que na reentrada na atmosfera o movimento não é circular e uniforme.

7. Alternativa a

$$f_{ca} \cdot R_{ca} = f_{co} \cdot R_{co}$$

$$f_{ca} \cdot R_{ca} = \frac{1}{3} \cdot f_{co} \cdot 12$$

$$R_{ca} = 4 \text{ cm}$$

8. Alternativa b

Cálculo da aceleração centrípeta:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{5,88^2}{20} \cong 1,73 \text{ m/s}^2$$

As acelerações tangencial e centrípeta são perpendiculares entre si. Assim, a aceleração resultante pode ser calculada por:

$$a^2 = a_c^2 + a_t^2$$

$$a^2 = 1,73^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4$$

$$a_c = 2 \text{ m/s}^2$$

9. Gabarito 16 km/h

A velocidade linear de pontos da extremidade da catraca é igual à velocidade linear de pontos da extremidade da coroa:

$$v_{ca} = v_{co}$$

$$\omega_{ca} \cdot R_{ca} = \omega_{co} \cdot R_{co}$$

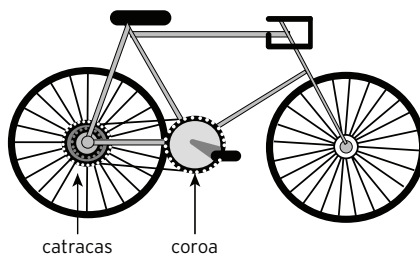
$$\omega_{ca} = \frac{\omega_{co} \cdot R_{co}}{R_{ca}}$$

Assim, a velocidade angular da catraca é inversamente proporcional ao seu raio. Como o raio diminuiu de 6 cm para 4,5 cm, a velocidade angular foi multiplicada por um fator  $\frac{6}{4,5}$ .

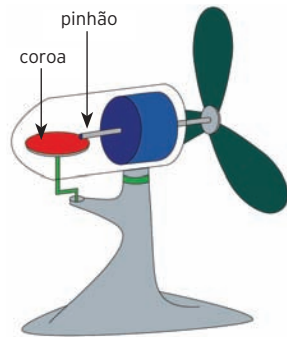
Como  $v = \omega \cdot R$ , a velocidade da roda traseira, e consequentemente da bicicleta, também é multiplicada pelo mesmo fator. Assim:

$$v = \frac{6}{4,5} \cdot v_{\text{inicial}} = \frac{6}{4,5} \cdot 12 = 16 \text{ km/h}$$

6. (UFTM-MG) Foi divulgado pela imprensa que a ISS (sigla em inglês para Estação Espacial Internacional) retornará à Terra por volta de 2020 e afundará no mar, encerrando suas atividades, como ocorreu com a Estação Orbital MIR, em 2001. Atualmente, a ISS realiza sua órbita a 350 km da Terra e seu período orbital é de aproximadamente 90 minutos. Considerando o raio da Terra igual a 6 400 km e  $\pi \cong 3$ , pode-se afirmar que:
- ao afundar no mar, o peso da água deslocada pela estação espacial será igual ao seu próprio peso.
  - a pressão total exercida pela água do mar é exatamente a mesma em todos os pontos da estação.
  - a velocidade linear orbital da estação é, aproximadamente,  $27 \cdot 10^3 \text{ km/h}$ .
  - a velocidade angular orbital da estação é, aproximadamente, 0,25 rad/h.
  - ao reingressar na atmosfera, a aceleração resultante da estação espacial será radial e de módulo constante.
7. (UEMS) O movimento circular de um disco A pode ser transmitido a outro disco B de duas maneiras: colocando-os em contato ou ligando-os por uma correia ou corrente. Independentemente da forma de transmissão e não havendo deslizamento ou escorregamento nos discos, pode-se afirmar que pontos periféricos dos dois discos possuem mesma velocidade. Esse princípio ajuda a explicar a relação entre “coroa” e “catraca” nas bicicletas. Em uma pista plana horizontal, um ciclista consegue aplicar nos pedais de sua bicicleta uma força capaz de girar a “coroa” com uma frequência igual a 1/3 da frequência da “catraca”. Nessas condições, sendo o raio da “coroa”  $R_{\text{coroa}} = 12 \text{ cm}$ , pode-se dizer que o raio da “catraca” vale, em centímetros:
- 4
  - 6
  - 8
  - 10
  - 12
8. (FEI-SP) Uma roda gigante de raio  $R = 20 \text{ m}$  começa a se mover ganhando velocidade a uma taxa constante de  $1,00 \text{ m/s}^2$ . Em um dado instante, um passageiro na periferia da roda possui velocidade  $5,88 \text{ m/s}$ . Nesse instante, a aceleração total do passageiro vale, aproximadamente:
- $1,0 \text{ m/s}^2$
  - $2,0 \text{ m/s}^2$
  - $3,0 \text{ m/s}^2$
  - $4,0 \text{ m/s}^2$
  - $5,0 \text{ m/s}^2$
9. (UFPE) Uma bicicleta possui duas catracas, uma de raio 6,0 cm, e outra de raio 4,5 cm. Um ciclista move-se com velocidade uniforme de 12 km/h usando a catraca de 6,0 cm. Com o objetivo de aumentar a sua velocidade, o ciclista muda para a catraca de 4,5 cm mantendo a mesma velocidade angular dos pedais. Determine a velocidade final da bicicleta em km/h.



10. (UFSCar-SP) O mesmo eixo que faz girar as pás de um ventilador faz com que seu corpo oscile para lá e para cá, devido à conexão de uma engrenagem pequena de 4 mm de diâmetro (pinhão) à outra grande de 40 mm de diâmetro (coroa).



Considerando  $\pi = 3,1$  e sabendo que o período de rotação da coroa é de 1 minuto, pode-se determinar que a hélice do ventilador, presa ao eixo do motor, gira com velocidade angular, em rad/s, aproximadamente igual a:

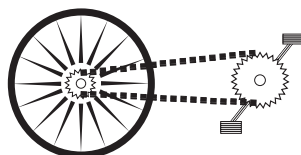
- a) 1  
b) 2  
c) 3  
d) 4  
e) 5
11. (Unesp) Admita que em um trator semelhante ao da foto a relação entre o raio dos pneus de trás ( $r_T$ ) e o raio dos pneus da frente ( $r_F$ ) é  $r_T = 1,5 \cdot r_F$ .



<www.greenhouse.com.br/site/pops/204.html>.

Chamando de  $v_T$  e  $v_F$  os módulos das velocidades de pontos desses pneus em contato com o solo e de  $f_T$  e  $f_F$  as suas respectivas frequências de rotação, pode-se afirmar que, quando esse trator se movimenta, sem derrapar, são válidas as relações:

- a)  $v_T = v_F$  e  $f_T = f_F$   
b)  $v_T = v_F$  e  $1,5 \cdot f_T = f_F$   
c)  $v_T = v_F$  e  $f_T = 1,5 \cdot f_F$   
d)  $v_T = 1,5 \cdot v_F$  e  $f_T = f_F$   
e)  $1,5 \cdot v_T = v_F$  e  $f_T = f_F$
12. (UFPR) Um ciclista movimenta-se com sua bicicleta em linha reta a uma velocidade constante de 18 km/h. O pneu, devidamente montado na roda, possui diâmetro igual a 70 cm. No centro da roda traseira, presa ao eixo, há uma roda dentada de diâmetro 7,0 cm. Junto ao pedal e preso ao seu eixo há outra roda dentada de diâmetro 20 cm. As duas rodas dentadas estão unidas por uma corrente, conforme mostra a figura. Não há deslizamento entre a corrente e as rodas dentadas. Supondo que o ciclista imprima aos pedais um movimento circular uniforme, assinale a alternativa correta para o número de voltas por minuto que ele impõe aos pedais durante esse movimento. Nesta questão, considere  $\pi = 3$ .



- a) 0,25 rpm  
b) 2,50 rpm  
c) 5,00 rpm  
d) 25,0 rpm  
e) 50,0 rpm

10. Alternativa a

A coroa e o pinhão estão ligados por engrenagem, portanto possuem iguais velocidades tangenciais:

$$v_{co} = v_{pi}$$

$$\frac{2\pi \cdot R_{co}}{T_{co}} = \frac{2\pi \cdot R_{pi}}{T_{pi}}$$

$$\frac{20}{60} = \frac{2}{T_{pi}} \Rightarrow T_{pi} = 6 \text{ s}$$

A hélice do ventilador está ligada por um mesmo eixo ao pinhão, portanto os períodos de ambos são iguais. Assim:

$$\omega_{hé} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3,1}{6} \cong 1 \text{ rad/s}$$

11. Alternativa b

No movimento de rolamento, a velocidade instantânea de pontos em contato com o solo é nula. Assim,  $v_T = v_F = 0$ . Analisando apenas o movimento de rotação dos pneus, pode-se escrever:

$$r_T \cdot f_T = R_F \cdot f_F$$

$$1,5 \cdot R_F \cdot f_T = R_F \cdot f_F$$

$$1,5 \cdot f_T = f_F$$

12. Alternativa e

Sendo  $v = 18 \text{ km/h} \cong 5 \text{ m/s}$  e o raio da roda 0,35 m, a frequência de rotação da roda traseira é de:

$$v = 2\pi \cdot R \cdot f$$

$$5 = 6 \cdot 0,35 \cdot f$$

$$f = \frac{5}{2,1} \text{ Hz}$$

A catraca está ligada à roda traseira por um mesmo eixo, portanto possui mesma frequência. Como a catraca está ligada à coroa pela corrente, pode-se escrever:

$$R_{co} \cdot f_{co} = R_{ca} \cdot f_{ca}$$

$$3,5 \cdot \frac{5}{2,1} = 10 \cdot f_{co}$$

$$f_{co} = \frac{17,5}{21} \text{ Hz} = \frac{17,5}{21} \cdot 60 \text{ rpm} = 50 \text{ rpm}$$

# Dinâmica: forças e leis de Newton

## ■ Forças

As **forças** surgem da interação entre dois ou mais corpos. Quanto à natureza, as forças podem ser:

- **Forças de contato:** resultam do contato direto entre dois corpos. Exemplo: força aplicada em um livro apoiado sobre uma mesa.
- **Forças de campo:** surgem da interação entre corpos que não estão necessariamente em contato direto. Exemplo: atração entre dois ímãs.
- Força é uma **grandeza vetorial**, que necessita de intensidade, direção e sentido para ser caracterizada. Sua representação se dá por meio de um vetor.
- **Força resultante** é a soma vetorial de todas as forças que atuam sobre um corpo.

## ■ Leis de Newton

### Primeira lei de Newton

Também conhecida como **princípio da inércia**, ocorre quando um ponto material ou um corpo tem velocidade vetorial constante.

Inércia é a propriedade da matéria em resistir a qualquer variação na sua velocidade. Dessa forma, por inércia, um corpo em repouso tende a permanecer em repouso e outro em movimento retilíneo e uniforme tende a permanecer em movimento.

### Segunda lei de Newton

A **resultante das forças** aplicadas a um corpo é igual ao produto de sua massa pela aceleração adquirida. Dessa forma, a força resultante produz uma aceleração com a mesma direção e sentido de sua força resultante.

$$\vec{F}_r = m \cdot \vec{a}$$

No SI, a unidade de força é o **newton (N)**. Observe que 1 N equivale a  $1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ .

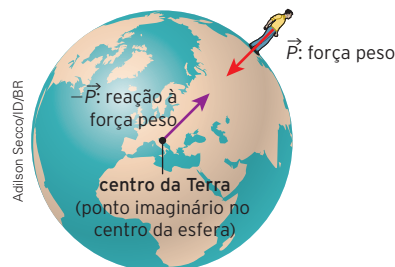
### Terceira lei de Newton

Quando um corpo interage com outro, aplicando-lhe uma força (ação), recebe desse corpo a aplicação de outra força (reação), de mesma intensidade e mesma direção, mas de sentido oposto.

As forças de ação e reação sempre agem em corpos distintos e, portanto, nunca se anulam.

## ■ Força peso ( $\vec{P}$ )

A **força peso** é a força com que a Terra, ou outro planeta qualquer, atrai um corpo na direção perpendicular à sua superfície. Essa força caracteriza-se por ser de campo atrativa.

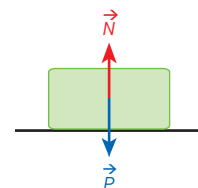


A força peso pode ser escrita:

$$P = m \cdot g$$

## ■ Força normal ( $\vec{N}$ )

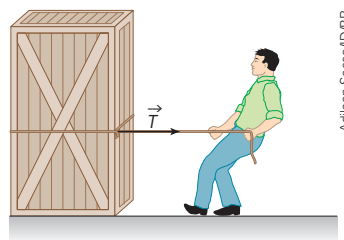
A **força normal** é aplicada pela superfície que apoia um corpo na direção perpendicular a ela e com sentido contrário à tendência de penetração do corpo nessa superfície.



A intensidade da força normal é determinada pela análise das forças presentes em cada situação.

## ■ Força de tração ( $\vec{T}$ )

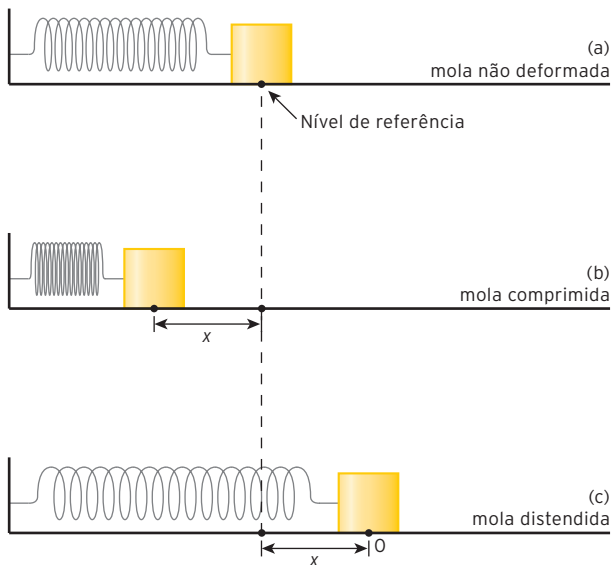
A **força de tração** é aplicada por meio de cordas ou cabos. Ela atua na mesma direção da corda ou do cabo e no mesmo sentido para o qual se puxa o corpo.



A intensidade da força de tração é determinada pela análise das forças presentes em cada situação.

## ■ Força elástica ( $\vec{F}_{el}$ )

Observe abaixo um sistema constituído por uma mola e um bloco.



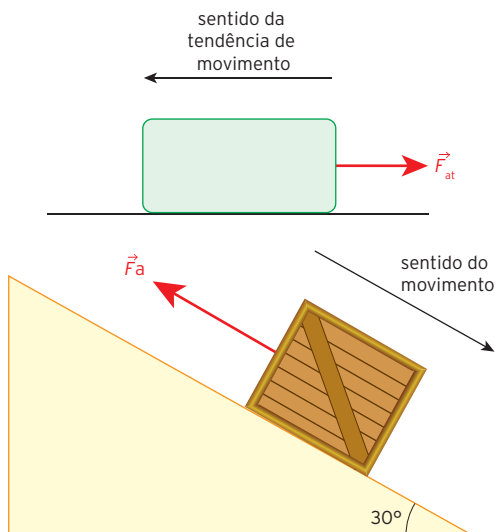
Em (a) a mola não está deformada. Ao ser comprimida (b) ou alongada (c), a mola exerce no bloco uma força elástica, que tende a trazer o bloco para a posição de equilíbrio. Podemos dizer que a **força elástica** é uma força restauradora.

Chamando o módulo da força elástica de  $F_{el}$ , a constante elástica da mola de  $k$  e a deformação sofrida de  $\Delta x$ , podemos escrever:

$$F_{el} = k \cdot \Delta x$$

## ■ Forças de atrito

A força de atrito  $\vec{F}_{at}$  surge quando há movimento ou tendência de movimento relativo entre duas superfícies em contato. A força de atrito é oposta ao movimento ou à tendência de movimento.



## Força de atrito estático

Suponha que existe atrito entre um corpo e a superfície de apoio e que uma força  $\vec{F}$  de intensidade crescente seja aplicada nesse corpo.

Enquanto não há movimento relativo entre as superfícies em contato, a força de atrito que surge é chamada de **força de atrito estático** ( $\vec{F}_{ate}$ ) e tem a mesma intensidade da força  $\vec{F}$ . Se a intensidade de  $\vec{F}$  continuar crescendo, a intensidade de  $\vec{F}_{ate}$  também crescerá até atingir um valor máximo, dado por:

$$F_{ate} = \mu_e \cdot N$$

em que  $F_{ate}$  é a intensidade da força de atrito estático,  $\mu_e$  é o coeficiente de atrito estático e  $N$  é a intensidade da força normal.

## Força de atrito cinético

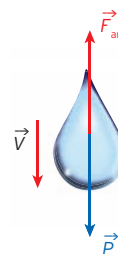
A partir do instante em que o corpo começa a se movimentar, a intensidade da força de atrito diminui ligeiramente e torna-se constante, independentemente da intensidade de  $\vec{F}$ . Desse modo, a força de atrito é chamada de **força de atrito cinético** ( $\vec{F}_{atc}$ ) e tem intensidade dada por:

$$F_{atc} = \mu_c \cdot N$$

em que  $F_{atc}$  é a intensidade da força de atrito cinético,  $\mu_c$  é o coeficiente de atrito cinético e  $N$  é a intensidade da força normal.

## Força de resistência do ar ( $\vec{F}_{ar}$ )

A **força de resistência do ar** é aplicada sobre corpos em movimento e imersos na atmosfera.



Assim, um corpo em queda livre, um avião em pleno voo, um automóvel em movimento sofrem ação da força de resistência do ar.

$$F_{ar} = k \cdot v \quad (\text{para velocidades baixas})$$

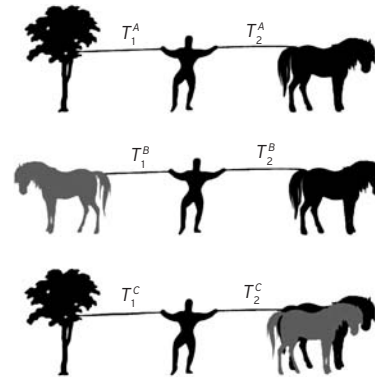
ou

$$F_{ar} = k \cdot v^2 \quad (\text{para velocidades altas})$$

Em ambas as expressões, a constante  $k$  depende da forma do objeto e da área da secção transversal do corpo, perpendicular à direção do movimento.

<b>1. Alternativa c</b>	Dentre as situações apresentadas, a única em que a força resultante é nula, e consequentemente o corpo encontra-se em equilíbrio, é a do carro que se move numa trajetória retilínea com velocidade constante. Nas demais situações, a força resultante é a força peso.
<b>2. Alternativa d</b>	Nas três situações o atleta encontra-se em equilíbrio. Portanto: $T_1^A = T_2^A$ , $T_1^B = T_2^B$ e $T_1^C = T_2^C$ . Ainda, as tensões nas situações A e B são idênticas, e iguais à força exercida por um cavalo. Na situação C, as tensões são iguais à força exercida por dois cavalos. Assim: $T_1^A = T_2^A = T_1^B = T_2^B < T_1^C = T_2^C$
<b>3. Alternativa b</b>	<p>1. Incorreta. O impulso exercido pelo pé sobre a bola atua somente enquanto ambos estão em contato.</p> <p>2. Correta. Uma menor resistência do ar acarreta uma maior altura máxima e um maior alcance horizontal.</p> <p>3. Incorreta. De um modo geral, ao tocar o solo a velocidade da bola diminui, já que parte da sua energia cinética é transformada em outros tipos de energia.</p> <p>4. Incorreta. No ar, o movimento é aproximadamente parabólico. No vácuo, mas ainda sob a ação da força peso, o movimento é perfeitamente parabólico.</p>

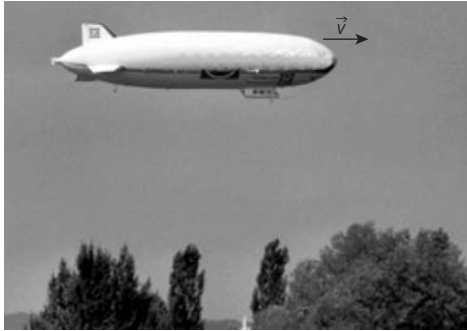
1. (Unifal-MG) Dentre as situações apresentadas a seguir, assinale aquela em que o objeto se encontra em equilíbrio.
  - a) Um satélite em órbita circular ao redor da Terra.
  - b) Uma bola em queda livre para o chão.
  - c) Um carro movendo-se com velocidade constante em uma estrada reta e horizontal.
  - d) Um projétil no ponto mais alto de sua trajetória.
2. (UFF-RJ) Na preparação para a competição “O Homem mais Forte do Mundo”, um dedicado atleta improvisa seu treinamento, fazendo uso de cordas resistentes, de dois cavalos do mesmo porte e de uma árvore. As modalidades de treinamento são apresentadas nas figuras abaixo, onde são indicadas as tensões nas cordas que o atleta segura. Suponha que os cavalos exerçam forças idênticas em todas as situações, que todas as cordas estejam na horizontal, e considere desprezíveis a massa das cordas e o atrito entre o atleta e o chão.



Assinale, dentre as alternativas abaixo, aquela que descreve as relações entre as tensões nas cordas quando os conjuntos estão em equilíbrio.

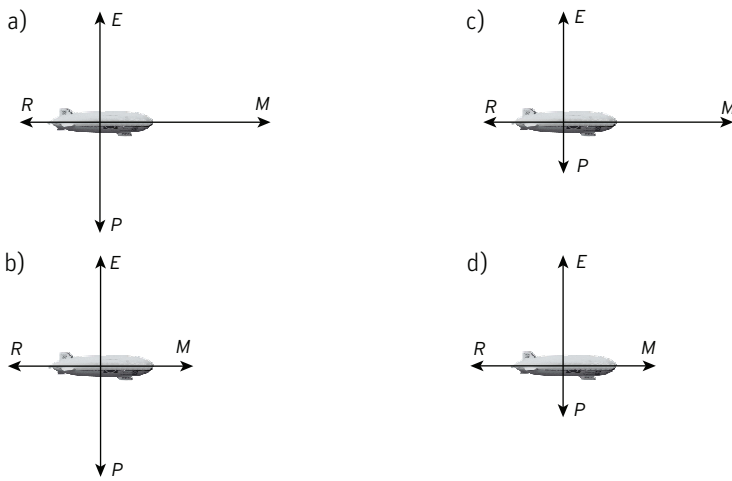
- a)  $T_1^A = T_2^A = T_1^B = T_2^B = T_1^C = T_2^C$
  - b)  $(T_1^A = T_2^A) < (T_1^B = T_2^B) < (T_1^C = T_2^C)$
  - c)  $(T_2^A = T_1^B = T_2^B) < T_2^C < (T_1^A = T_1^C)$
  - d)  $(T_1^A = T_2^A = T_1^B = T_2^B) < (T_1^C = T_2^C)$
  - e)  $(T_1^A = T_1^C) < (T_2^A = T_2^B = T_2^C) < T_2^C$
3. (UFPR) No último campeonato mundial de futebol, ocorrido na África do Sul, a bola utilizada nas partidas, apelidada de Jabulani, foi alvo de críticas por parte de jogadores e comentaristas. Mas como a bola era a mesma em todos os jogos, seus efeitos positivos e negativos afetaram todas as seleções. Com relação ao movimento de bolas de futebol em jogos, considere as seguintes afirmativas:
    1. Durante seu movimento no ar, após um chute para o alto, uma bola está sob a ação de três forças: a força peso, a força de atrito com o ar e a força de impulso devido ao chute.
    2. Em estádios localizados a grandes altitudes em relação ao nível do mar, a atmosfera é mais rarefeita, e uma bola, ao ser chutada, percorrerá uma distância maior em comparação a um mesmo chute no nível do mar.
    3. Em dias chuvosos, ao atingir o gramado encharcado, a bola tem sua velocidade aumentada.
    4. Uma bola de futebol, ao ser chutada obliquamente em relação ao solo, executa um movimento aproximadamente parabólico, porém, caso nessa região haja vácuo, ela descreverá um movimento retilíneo.
 Assinale a alternativa correta.
    - a) Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
    - b) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.
    - c) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
    - d) Somente as afirmativas 3 e 4 são verdadeiras.
    - e) Somente as afirmativas 1, 3 e 4 são verdadeiras.

4. (UFMG) Na figura abaixo, está representado um balão dirigível, que voa para a direita, em altitude constante e com velocidade  $\vec{v}$ , também constante.



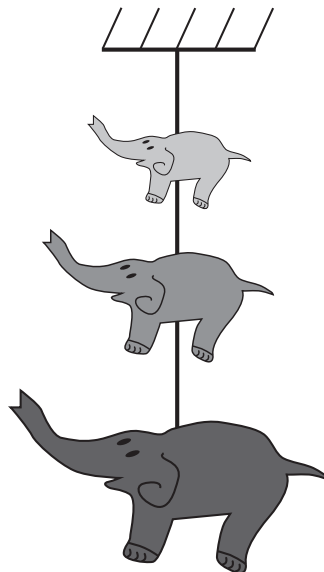
Sobre o balão, atuam as seguintes forças: o peso  $\vec{P}$ , o empuxo  $\vec{E}$ , a resistência do ar  $\vec{R}$  e a força  $\vec{M}$ , que é devida à propulsão dos motores.

Assinale a alternativa que apresenta o diagrama de forças em que estão **mais bem** representadas as forças que atuam sobre esse balão.



5. (Fuvest-SP) Um móvel pendurado no teto tem três elefantinhos presos um ao outro por fios, como mostra a figura. As massas dos elefantes de cima, do meio e de baixo são, respectivamente, 20 g, 30 g e 70 g. Os valores de tensão, em newton, nos fios superior, médio e inferior são, respectivamente, iguais a:

- 1,2; 1,0; 0,7
- 1,2; 0,5; 0,2
- 0,7; 0,3; 0,2
- 0,2; 0,5; 1,2
- 0,2; 0,3; 0,7



**Note e adote**

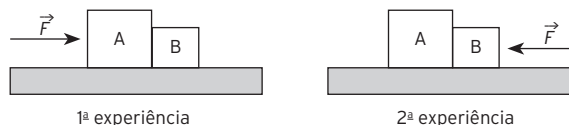
Desconsidere a massa dos fios.  
Aceleração da gravidade igual a 10 m/s<sup>2</sup>.

4. Alternativa b
Sendo a velocidade vetorial constante, a força resultante sobre o balão é nula. Assim, $E$ e $P$ possuem mesmos módulos e se anulam. O mesmo acontece com $R$ e $M$ .
5. Alternativa a
A tensão no fio superior é igual, em módulo, ao peso ( $P = m \cdot g$ ) dos três elefantes:
$T_s = (20 + 30 + 70) \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 1,2 \text{ N}$
A tensão no fio médio é igual, em módulo, aos pesos do elefante do meio e de baixo somados:
$T_m = (30 + 70) \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 1,0 \text{ N}$
E a tensão no fio inferior possui mesmo módulo que o peso do elefante de baixo:
$T_i = 70 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 0,7 \text{ N}$



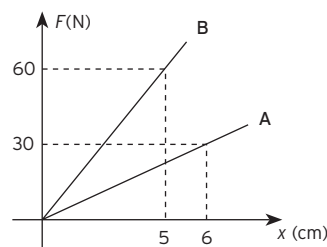
6. Alternativa e					
Aplicando a segunda lei de Newton no sistema, têm-se, para ambas as experiências:					
$F_r = m \cdot a \Rightarrow F = (m_A + m_B) \cdot a \Rightarrow F = (3m + m) \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{4m}$					
Na primeira experiência, a força resultante sobre o bloco B é a força aplicada pelo bloco A:					
$F_r = m \cdot a \Rightarrow f_1 = m_B \cdot a = m \cdot \frac{F}{4m} = \frac{F}{4}$					
Na segunda experiência, a força resultante sobre o bloco A é a força aplicada pelo bloco B:					
$F_r = m \cdot a \Rightarrow f_2 = m_A \cdot a = 3m \cdot \frac{F}{4m} = \frac{3F}{4}$					
Desta forma, $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{F}{4}}{\frac{3F}{4}} = \frac{1}{3}$					
7. Alternativa d					
Sobre o bloco atuam duas forças: a força normal ( $N$ ) aplicada pela balança, cujo sentido é para cima, e a força peso ( $P$ ), cujo sentido é para baixo. A força resultante possui mesmo sentido que a aceleração (para cima), assim, $N > P$ . A massa do corpo é:					
$P = m \cdot g \Rightarrow 20 = m \cdot 10 \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$					
Aplicando a segunda lei de Newton:					
$F_r = m \cdot a$					
$N - P = m \cdot a$					
$N - 20 = 2 \cdot 3 \Rightarrow N = 26 \text{ N}$					
A leitura do peso feita pela balança corresponde ao valor da força normal, portanto ela indicará 26 N.					
8. Gabarito a) vide resolução, b) 250 N					
a. Aplicando a lei de Hooke para as molas:					
• mola A: $F_{el} = k \cdot \Delta x \Rightarrow 30 = k_A \cdot 6 \Rightarrow k_A = 5 \text{ N/cm}$					
• mola B: $F_{el} = k \cdot \Delta x \Rightarrow 60 = k_B \cdot 5 \Rightarrow k_B = 12 \text{ N/cm}$					
A mola "mais firme", adequada às pernas, é aquela que possui maior constante elástica, ou seja, a mola B. Para os braços, a mola mais adequada é aquela que possui menor constante elástica, ou seja, a mola A.					
b. $F_{el} = k \cdot \Delta x \Rightarrow F_{el} = 5 \cdot 50 = 250 \text{ N}$					
9. Alternativa b					
Enquanto freia, a força resultante sobre o carro é a força de atrito, que possui sentido oposto ao do movimento. A aceleração do carro é:					
$F_r = m \cdot a$					
$-F_{at} = m \cdot a$					
$-\mu \cdot N = m \cdot a$					
$-\mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$					
$a = -0,5 \cdot 10 = -5 \text{ m/s}^2$					
A velocidade inicial, em m/s, é $\frac{90}{3,6} = 25 \text{ m/s}$ .					
Aplicando a equação de Torricelli:					
$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$					
$0 = 25^2 + 2 \cdot (-5) \cdot \Delta s$					
$\Delta s = \frac{625}{10} = 62,5 \text{ m}$					

6. (Mackenzie-SP) Os blocos A e B abaixo repousam sobre uma superfície horizontal perfeitamente lisa. Em uma primeira experiência, aplica-se a força de intensidade  $F$ , de direção horizontal, com sentido para a direita sobre o bloco A, e observa-se que o bloco B fica sujeito a uma força de intensidade  $f_1$ . Em uma segunda experiência, aplica-se a força de intensidade  $F$ , de direção horizontal, com sentido para a esquerda sobre o bloco B, e observa-se que o bloco A fica sujeito a uma força de intensidade  $f_2$ .



Sendo o valor da massa do bloco A o triplo do valor da massa do bloco B, a relação  $\frac{f_1}{f_2}$  vale:

- a) 3      b) 2      c) 1      d)  $\frac{1}{2}$       e)  $\frac{1}{3}$
7. (UFGD-MS) Suponha que você more no último dos 15 andares de um edifício e que deseja levar para o seu apartamento um corpo de peso igual a 20 N. Ao entrar no elevador, coloca o objeto sobre uma balança que se encontra no interior do elevador. Se o elevador subir com uma aceleração constante de  $3 \text{ m/s}^2$  e se a gravidade local for de  $10 \text{ m/s}^2$ , qual será a leitura do peso, em newton, do objeto na balança durante o trajeto de subida?
- a) 80 N      b) 60 N      c) 30 N      d) 26 N      e) 36 N
8. (UFU-MG) Na atualidade, têm-se difundido exercícios de alongamento e respiração conhecidos como Pilates. Algumas das atividades são realizadas em aparelhos específicos, muitos dos quais empregam molas em seu funcionamento. O gráfico abaixo revela a intensidade de força  $F$  que age sobre as molas, devido à deformação  $x$ . No instrumento para exercícios com as pernas, a mola se comporta segundo a curva A, ao passo que, em outro, para exercitar os braços, a mola se comporta segundo a curva B.



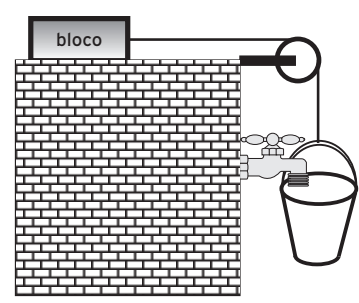
- a) Supondo que, para o exercício com as pernas, sejam necessárias molas "mais firmes", ao passo que, para os braços, utilizem-se molas "mais maleáveis", avalie se a forma como elas estão empregadas nos respectivos instrumentos está correta ou não e explique sua resposta.
- b) Para uma pessoa distender 50 cm a mola usada no exercício com as pernas, que força deverá aplicar?
9. (UFSJ-MG) Carlos dirige seu carro numa estrada plana com uma velocidade de 90 km/h. De repente, ele avista um cavalo na estrada e instantaneamente pisa no freio. Se o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a estrada vale 0,5 e o cavalo estava a 50 m de distância do carro, é correto afirmar que ele:
- [ $g = 10 \text{ m/s}^2$ ]
- a) não atropela o cavalo, pois conseguiria parar seu carro em 50 m.
- b) atropela o cavalo, pois ele só conseguiria parar seu carro em 62,5 m.
- c) não colide com o cavalo, pois ele para seu veículo em 40 m.
- d) atropela o cavalo, pois ele só conseguiria parar seu carro em 125 m.

**10. (FEI-SP)** Em um piso horizontal está disposta uma caixa de madeira de massa  $m = 500$  kg. Um trator deverá puxar a caixa a partir do repouso e depois arrastá-la com velocidade constante, por meio de um cabo de aço que é mantido na horizontal. Nestas condições, qual é a máxima força que o trator exercerá sobre a corda? [ $g = 10$  m/s<sup>2</sup>]

Dados: coeficiente de atrito estático entre a caixa e o piso  $\mu_e = 0,4$ ; coeficiente de atrito dinâmico entre a caixa e o piso  $\mu_d = 0,3$ .

- a) 500 N
- b) 1 000 N
- c) 1 500 N
- d) 2 000 N
- e) 2 500 N

**11. (Mackenzie-SP)** Um balde de 400 g é suspenso por um fio ideal que tem uma extremidade presa a um bloco de massa 12 kg.



O conjunto está em repouso, quando se abre a torneira, que proporciona uma vazão de água ( $\rho = 1$  kg/L), constante e igual a 0,2 L/s. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície horizontal que o suporta é  $\mu_e = 0,4$  e que a polia é ideal, esse bloco iniciará seu deslocamento no instante imediatamente após:

Dado:  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>

- a) 22 s
- b) 20 s
- c) 18 s
- d) 16 s
- e) 14 s

**12. (UFPB)** Em uma partida de *curling*, uma jogadora arremessa uma pedra circular de 18 kg, que desliza sobre o gelo e para a 30 m da arremessadora. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre a pedra e o gelo é de 0,015, é correto afirmar que a pedra foi lançada com velocidade de:



Jasper Juinen/Getty Images

- a) 2 m/s
- b) 3 m/s
- c) 4 m/s
- d) 5 m/s
- e) 6 m/s

**10. Alternativa d**

Para tirar a caixa do repouso, a força aplicada pela corda deve ser maior que a força de atrito dinâmico. Para deslocar a caixa com velocidade constante, a força aplicada deve ser igual à força de atrito cinético, esta última de módulo inferior ao atrito estático. Assim, a maior força corresponde a uma força igual ao atrito dinâmico:

$$T = F_{at} = \mu_d \cdot N = 0,4 \cdot 500 \cdot 10 = 2\,000 \text{ N}$$

**11. Alternativa a**

O bloco fica na iminência de iniciar seu movimento a partir do momento em que o peso do balde torna-se igual à força de atrito entre o bloco e o solo. Neste instante, a massa de água no balde é de:

$$P = F_{at}$$

$$(m_{\text{água}} + m_{\text{balde}}) \cdot g = \mu_e \cdot m_{\text{bloco}} \cdot g$$

$$(m_{\text{água}} + 0,4) = 0,4 \cdot 12$$

$$m_{\text{água}} = 4,8 - 0,4 = 4,4 \text{ kg}$$

A densidade da água é de 1 kg/L, isto corresponde a um volume de 4,4 L. O tempo necessário para que o balde acumule este volume de água é:

$$0,2 \text{ L} \cdot t = 4,4 \text{ L}$$

$$t = \frac{4,4}{0,2} = 22 \text{ s}$$

**12. Alternativa b**

Cálculo da desaceleração:

$$F_r = m \cdot a$$

$$-F_{at} = m \cdot a$$

$$-\mu_e \cdot N = m \cdot a$$

$$-\mu_e \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

$$a = -0,015 \cdot 10 = -0,15 \text{ m/s}^2$$

Cálculo da velocidade inicial:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$0 = v_0^2 + 2 \cdot (-0,15) \cdot 30$$

$$v_0^2 = 9 \Rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s}$$

13. Alternativa e

Para mover o caixote com velocidade constante, a componente horizontal da força  $F$  deve ser igual à força de atrito:

$$F_x = F_{at}$$

$$F \cdot \cos \theta = \mu \cdot N \text{ (eq. 1)}$$

Do equilíbrio do caixote na vertical, tem-se:

$$P = N + F_y$$

$$m \cdot g = N + F \cdot \sin \theta$$

$$N = m \cdot g - F \cdot \sin \theta \text{ (eq. 2)}$$

Das equações 1 e 2:

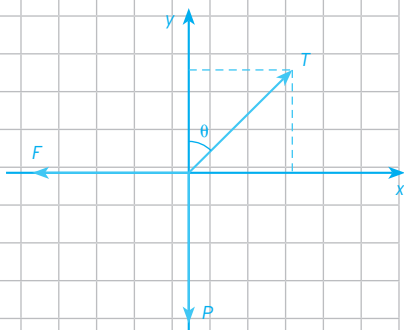
$$F \cdot \cos \theta = \mu \cdot m \cdot g - \mu \cdot F \cdot \sin \theta$$

$$F \cdot (\cos \theta + \mu \cdot \sin \theta) = \mu \cdot m \cdot g$$

$$F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos \theta + \mu \cdot \sin \theta}$$

14. Alternativa c

O diagrama a seguir mostra as forças que atuam no recipiente:



As equações de equilíbrio para o eixo horizontal e vertical são:

- eixo horizontal:  $T \cdot \sin \theta = F$  (1)
- eixo vertical:  $T \cdot \cos \theta = m \cdot g$  (2)

Dividindo (1) por (2):

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{F}{m \cdot g}$$

$$\frac{0,6}{0,8} = \frac{F}{200 \cdot 10}$$

$$F = \frac{2000 \cdot 0,6}{0,8} = 1500 \text{ N}$$

15. Gabarito 9 N

A força resultante sobre o bloco B é a força de atrito existente entre A e B. Aplicando a segunda lei de Newton:

$$F_r = m \cdot a$$

$$F_{at} = m \cdot a$$

$$\mu \cdot N_{AB} = m_B \cdot a$$

$$\mu \cdot m_A \cdot g = m_B \cdot a$$

$$0,6 \cdot 1 \cdot 10 = 2 \cdot a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

No bloco A atuam horizontalmente a força  $F$ , para a direita, e a força de atrito, para a esquerda. Aplicando a segunda lei de Newton:

$$F_r = m \cdot a$$

$$F - F_{at} = m_A \cdot a$$

$$F - \mu \cdot N_{BA} = m_A \cdot a$$

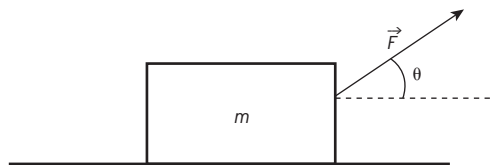
$$F - \mu \cdot m_A \cdot g = m_A \cdot a$$

$$F - 0,6 \cdot 1 \cdot 10 = 1 \cdot 3$$

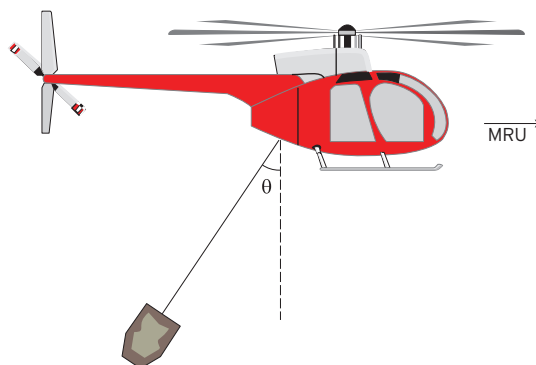
$$F = 3 + 6 = 9 \text{ N}$$

13. (Urca-CE) Uma caixa de massa  $m$  encontra-se apoiada sobre um plano horizontal áspero. O coeficiente de atrito entre o caixote e o plano vale  $\mu$  e a gravidade local vale  $g$ . Se o ângulo  $\theta$  pode ser ajustado convenientemente, o menor valor da força  $\vec{F}$  capaz de mover o caixote ao longo do plano é igual a:

- $F = \frac{\mu mg}{\sin \theta + \mu \cdot \cos \theta}$
- $F = \frac{\mu mg}{\cos \theta - \mu \cdot \sin \theta}$
- $F = \frac{\mu g}{\cos \theta + \mu \cdot \text{tg } \theta}$
- $F = \frac{\mu mg}{\cos \theta}$
- $F = \frac{\mu mg}{\cos \theta + \mu \cdot \sin \theta}$

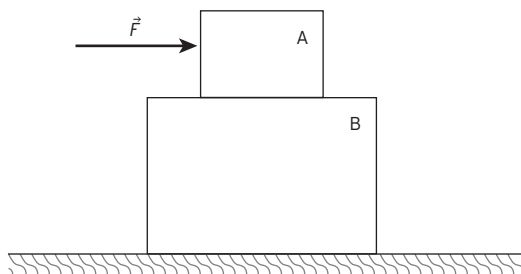


14. (Unesp) Em uma operação de resgate, um helicóptero sobrevoa horizontalmente uma região levando pendurado um recipiente de 200 kg com mantimentos e materiais de primeiros socorros. O recipiente é transportado em movimento retilíneo e uniforme, sujeito às forças peso ( $\vec{P}$ ), de resistência do ar horizontal ( $\vec{F}$ ) e tração ( $\vec{T}$ ), exercida pelo cabo inextensível que o prende ao helicóptero.

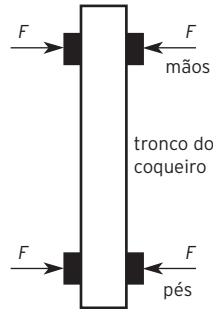


Sabendo que o ângulo entre o cabo e a vertical vale  $\theta$ , que  $\sin \theta = 0,6$ ,  $\cos \theta = 0,8$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a intensidade da força de resistência do ar que atua sobre o recipiente vale, em newton:

- 500
  - 1 250
  - 1 500
  - 1 750
  - 2 000
15. (UFPE) Considere dois blocos empilhados, A e B, de massas  $m_A = 1,0 \text{ kg}$  e  $m_B = 2,0 \text{ kg}$ . Com a aplicação de uma força horizontal  $\vec{F}$  sobre o bloco A, o conjunto move-se sem ocorrer deslizamento entre os blocos. O coeficiente de atrito estático entre as superfícies dos blocos A e B é igual a 0,60, e não há atrito entre o bloco B e a superfície horizontal. Determine o valor máximo do módulo da força  $\vec{F}$ , em newton, para que não ocorra deslizamento entre os blocos.

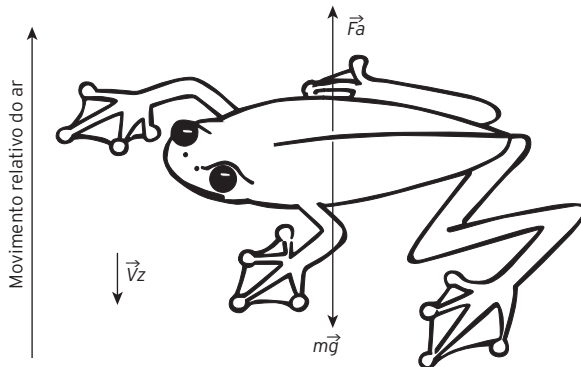


16. (UFPB) Na cidade de Sousa, no sertão paraibano, é comum agricultores subirem, sem ajuda de equipamentos, em coqueiros. Para descer, um determinado agricultor exerce forças com suas mãos e pés sobre o coqueiro, de modo a descer com velocidade constante. Veja a figura esquemática a seguir.



Considerando que cada membro, pés e mãos desse agricultor, exerce uma força de intensidade  $F$  perpendicular ao tronco do coqueiro, e que o coeficiente de atrito entre os membros e o tronco do coqueiro é  $\mu$ , identifique as afirmativas corretas:

- I. A força normal exercida pelo tronco em cada membro do agricultor tem módulo igual a  $F$ .
  - II. O atrito é estático, pois a aceleração é nula.
  - III. A força de atrito é paralela ao tronco e orientada para cima.
  - IV. O peso do agricultor é  $P = 4\mu F$ .
  - V. A velocidade escalar do agricultor, imediatamente antes de chegar ao solo, diminuirá, se o coeficiente de atrito diminuir.
17. (UEG-GO) Entre os poucos animais que desenvolveram o “paraquedismo” está o sapo voador de Bornéu – *Rhacophorus dulitensis*, apresentado na figura a seguir.



Na ilustração,  $\vec{F}_a$  e  $m\vec{g}$  são, respectivamente, a força de resistência do ar e a força peso.

Considerando que esse animal tenha se atirado do alto de uma árvore em direção ao solo, o seu paraquedas será utilizado e, durante sua queda:

- a) as suas membranas interdigitais nas patas favorecem o aumento da força de resistência do ar, haja vista que elas aumentam a área de contato com o ar.
- b) a resultante das forças que atuam sobre ele tenderá a se tornar nula, levando-o, necessariamente, ao repouso no ar.
- c) a sua velocidade tenderá a um valor limite, chamada de velocidade terminal, independentemente da resistência do ar.
- d) a sua aceleração será nula em todo o percurso, independentemente da resistência do ar.

16. Gabarito: V, F, V, V, F

- I. Correta. As forças normal e  $F$  se equilibram, portanto possuem mesmo módulo.
- II. Incorreta. O atrito é dinâmico, pois há deslizamento.
- III. Correta. A força de atrito possui sentido vertical para cima, e anula a força peso do agricultor.
- IV. Correta. Como a velocidade é constante, a força resultante é nula. Assim, a soma das forças de atrito nos quatro membros é igual à força peso:  
 $4 \cdot f_{at} = P \Rightarrow 4 \cdot \mu \cdot N = P$   
 Como  $N = F$ , segue que  $P = 4 \cdot \mu \cdot F$ .
- V. Incorreta. Se o coeficiente de atrito diminuir, diminuirá a força de atrito e, assim, a velocidade do agricultor aumentará.

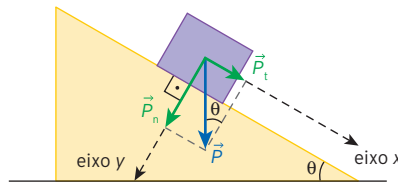
17. Alternativa a

A resistência do ar depende da área de contato e da velocidade relativa entre o sapo e o ar. As membranas nas patas aumentam a área e, portanto, favorecem também o aumento da resistência do ar. Ainda, conforme o sapo cai, a velocidade aumenta, aumentando também a resistência do ar. A partir do momento em que ela tiver mesmo módulo que a força peso, a força resultante será nula e o sapo manterá sua velocidade constante. A velocidade máxima atingida durante a queda é chamada velocidade terminal, ou velocidade limite.

# Forças em planos inclinados e no movimento circular uniforme (MCU)

## Decomposição da força peso

Para determinar a força resultante que atua em um corpo colocado sobre um plano inclinado, é comum decompormos a força peso em duas componentes:



$$P_n = P \cdot \cos \theta = m \cdot g \cdot \cos \theta$$

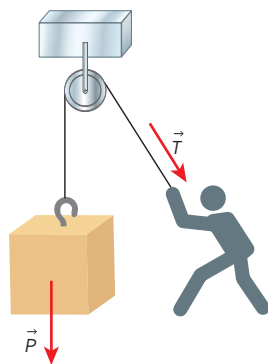
e

$$P_t = P \cdot \sin \theta = m \cdot g \cdot \sin \theta$$

## Polias

As **polias** constituem, basicamente, um mecanismo de rolamento associado a um eixo e a um sistema de fixação por onde passa uma corda ou um cabo. Uma extremidade do cabo é presa à carga a ser deslocada e a outra extremidade é usada para puxar o cabo e deslocar a carga. As polias podem ser fixas ou móveis.

### Polia fixa



Uma polia é **fixa** quando o eixo de rotação se conecta a um suporte fixo.

Na situação de equilíbrio, a intensidade da força que desloca a carga é igual à intensidade da força peso.

$$T = P$$

Ao aplicarmos uma força de cima para baixo em uma das extremidades do cabo, a polia transmite à carga uma força de baixo para cima.

### Polia móvel

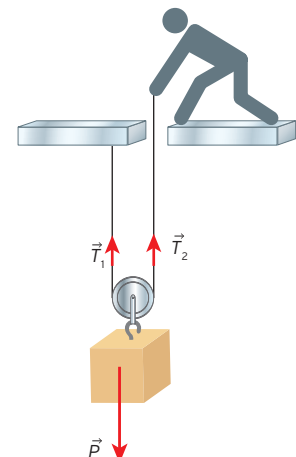
Uma polia é **móvel** quando se conecta ao cabo sem um suporte fixo, podendo se movimentar em conformidade com o movimento do cabo.

Na situação de equilíbrio, temos:

$$T_1 + T_2 - P = 0$$

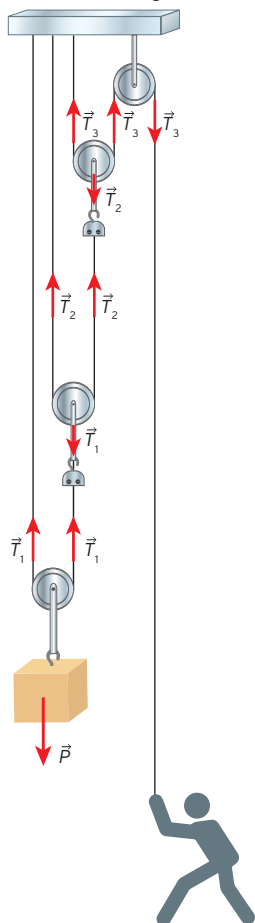
Considerando  $T_1 = T_2 = T$ , vem:

$$2T = P \Rightarrow T = \frac{P}{2}$$



## Associação de polias móveis

Para maior redução da intensidade da força aplicada para deslocar a carga, é possível associar duas ou mais polias móveis; quanto maior o número de polias, maior será a redução.



No esquema acima, a intensidade da força aplicada é  $T_3$ . O conjunto de polias móveis permite reduzir em  $2^n$  vezes ( $n =$  número de polias móveis) a força necessária para a movimentação de um objeto. No exemplo ilustrado, há três polias móveis. Assim, a intensidade da força necessária para deslocar a carga é dada por:

$$T_3 = \frac{P}{2^3} = \frac{P}{8}$$

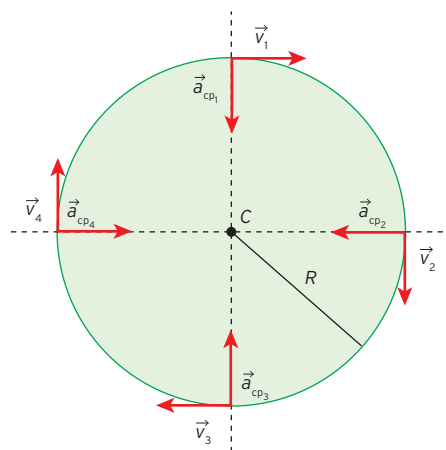
## ■ Forças no movimento circular uniforme

No movimento circular uniforme (MCU), a trajetória é sempre uma circunferência ou parte de uma circunferência, e a velocidade vetorial varia a cada instante.

A velocidade vetorial apresenta intensidade constante, mas varia na direção e no sentido. Existe, portanto, aceleração, denominada **aceleração centrípeta**, a qual aponta para o centro da circunferência e cuja intensidade é dada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

em que  $v$  é o módulo da velocidade e  $R$  é o raio da trajetória.



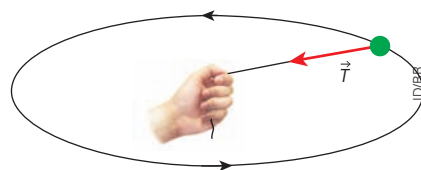
De acordo com a segunda lei de Newton, as forças que atuam no corpo em MCU devem garantir a aceleração centrípeta. A resultante dessas forças é denominada **força centrípeta** ou **resultante centrípeta** e tem a mesma direção e o mesmo sentido da aceleração centrípeta.

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} \quad \text{ou} \quad F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

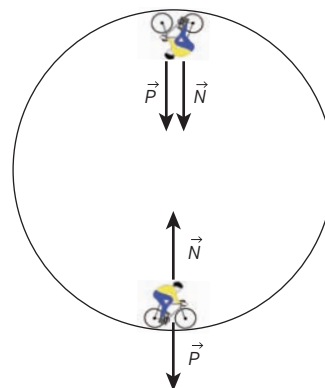
em que  $m$  é a massa do corpo.

Em cada situação, é necessário analisar as forças aplicadas ao corpo que se encontra em MCU para então determinar a resultante centrípeta.

Veja abaixo um exemplo de situação em que uma única força desempenha o papel de resultante centrípeta e outro em que a força centrípeta é uma resultante de duas forças.



**Exemplo 1.** Neste caso, a tração  $\vec{T}$  exercida no fio atua como resultante centrípeta.



**Exemplo 2.** No ponto mais baixo da trajetória, a resultante centrípeta é dada por  $\vec{N} - \vec{P}$ .

No ponto mais alto, a resultante centrípeta é dada por  $\vec{N} + \vec{P}$ .

Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

1. Alternativa c

O tempo de queda para o corpo 1 é:

$$h = g \cdot \frac{t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = 4 \text{ s}$$

A esfera 2 desce o plano com aceleração de módulo

$$a = g \cdot \sin \theta. \text{ Como } \sin \theta = \frac{h}{L}, \text{ a aceleração pode ser escrita como } a = g \cdot \frac{h}{L} = \frac{800}{L}.$$

A função horária para o seu movimento é:  $x = v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$ . Como os tempos de queda são iguais, tem-se:

$$L = 30 \cdot 4 + \frac{800}{L} \cdot \frac{4^2}{2}$$

$$L = 120 + \frac{6400}{L}$$

$$L^2 - 120L - 6400 = 0$$

$$L = \frac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6400)}}{2 \cdot 1}$$

$$L = \frac{120 \pm \sqrt{40000}}{2}$$

$$L = \frac{120 \pm 200}{2}$$

Desprezando a resposta negativa, tem-se:

$$L = \frac{120 + 200}{2} = 160 \text{ m}$$

2. Gabarito V, F, V, F, V

a. (V)  $N = P_n = m \cdot g \cdot \cos \theta = 8 \cdot 10 \cdot 0,8 = 64 \text{ N}$

b. (F) Caso o corpo seja abandonado a partir do repouso, ou permanece em repouso ou desce com movimento acelerado.

c. (V)  $P_t = m \cdot g \cdot \sin \theta = 8 \cdot 10 \cdot 0,6 = 48 \text{ N}$

$$F_{\text{at(ie)}} = \mu_e \cdot N = 0,5 \cdot 64 = 32 \text{ N}$$

Sendo a diferença entre  $P_t$  e  $F_{\text{at(ie)}}$  igual a  $48 - 32 = 16 \text{ N}$ , para manter o corpo em repouso deve ser aplicada uma força igual a  $16 \text{ N}$ , paralela ao plano inclinado e para cima.

d. (F)  $F_{\text{at(d)}} = \mu_d \cdot N = 0,25 \cdot 64 = 16 \text{ N}$

Sendo  $P_t = 48 \text{ N}$  e  $F_{\text{at(d)}} = 16 \text{ N}$ , ambas com sentido para baixo caso o bloco esteja subindo, para o corpo subir com velocidade constante (neste caso a força resultante é nula), deve-se aplicar uma força para cima, paralelamente ao plano, igual a  $48 + 16 = 64 \text{ N}$ .

e. (V)  $F_r = m \cdot a$

$$F - (P_t + F_{\text{at(d)}}) = m \cdot a$$

$$F - 64 = 8 \cdot 2$$

$$F = 80 \text{ N}$$

3. Alternativa d

Para que a esfera permaneça em equilíbrio na posição indicada, a componente da tensão paralela ao plano ( $T_t$ ) deve ter mesmo módulo que a componente do peso paralela ao plano ( $P_t$ ):

Das medidas do raio da esfera e do comprimento do fio, tem-se:  $\sin \alpha = \frac{60}{75} = \frac{4}{5}$ .

Usando  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , obtém-se:  $\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$

Da condição de equilíbrio:

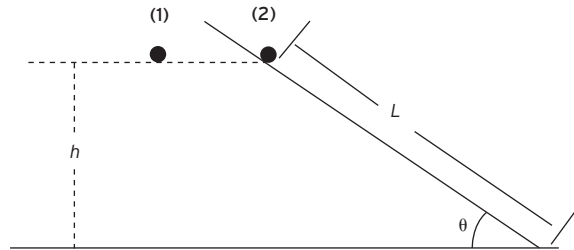
$$T_t = P_t$$

$$T \cdot \cos \alpha = P \cdot \sin \alpha$$

$$T \cdot \frac{3}{5} = 30 \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow T = 40$$

4. Ver resolução na página 43.

1. (Urca-CE) De um ponto situado a  $h = 80 \text{ m}$  acima do solo, deixam-se cair simultaneamente dois corpos; um cai verticalmente (1) e outro desce o plano inclinado que forma um ângulo  $\theta$  com a horizontal (2), com velocidade inicial de  $30 \text{ m/s}$ , como mostra a figura seguinte:

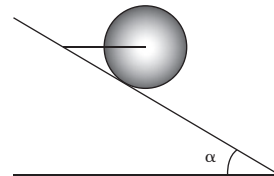


- Determine o comprimento  $L$  do plano para que os dois corpos atinjam o solo no mesmo instante. Despreze os atritos. Dado  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .
- a)  $360 \text{ m}$                       c)  $160 \text{ m}$                       e)  $120 \text{ m}$   
 b)  $180 \text{ m}$                       d)  $430 \text{ m}$

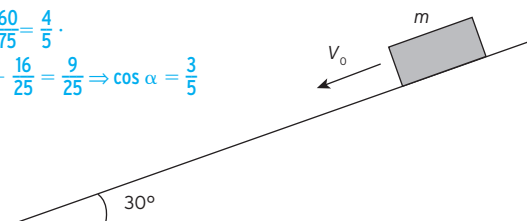
2. (UFS-SE) Um corpo de massa  $8,0 \text{ kg}$  é colocado sobre um plano inclinado de  $37^\circ$  com a horizontal, com o qual tem atrito, cujos coeficientes são:  $\mu_e$  (estático) =  $0,50$  e  $\mu_d$  (dinâmico) =  $0,25$ . Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\sin 37^\circ = 0,60$  e  $\cos 37^\circ = 0,80$ .

- Analise as afirmativas.  
 [Indique as alternativas verdadeiras (V) e falsas (F).]
- ( ) A reação normal do apoio vale  $64 \text{ N}$ .  
 ( ) Abandonado, a partir do repouso, o corpo desce o plano com velocidade de  $2,0 \text{ m/s}$ .  
 ( ) Para que o corpo permaneça parado pode-se aplicar nele uma força de  $16 \text{ N}$ , paralela ao plano inclinado, para cima.  
 ( ) Para o corpo subir o plano com velocidade constante, a intensidade da força paralela ao plano que se deve aplicar no corpo é de  $48 \text{ N}$ .  
 ( ) Para o corpo subir o plano com aceleração de  $2,0 \text{ m/s}^2$ , a força paralela ao plano que se deve aplicar nele tem intensidade  $80 \text{ N}$ .

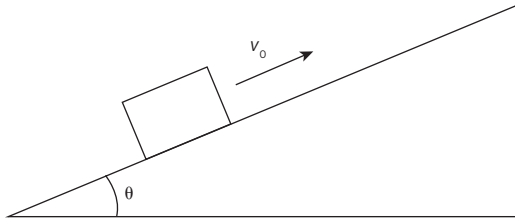
3. (Mackenzie-SP) A esfera de  $30 \text{ N}$  e raio  $60 \text{ cm}$ , da figura abaixo, encontra-se apoiada sobre um plano inclinado em que o atrito é desprezível. Seu equilíbrio é mantido pelo fio ideal, de  $75 \text{ cm}$  de comprimento, preso ao centro e tracionado horizontalmente. A intensidade da força tensora nesse fio é:



4. (UFPE) Um bloco de massa  $m = 4,0 \text{ kg}$  é impulsionado sobre um plano inclinado com velocidade inicial  $v_0 = 15 \text{ m/s}$ , como mostra a figura. Ele desliza em um movimento descendente por uma distância  $L = 5,0 \text{ m}$ , até parar. Calcule o módulo da força resultante que atua no bloco, ao longo da descida, em newtons. [ $g = 10 \text{ m/s}^2$ ]

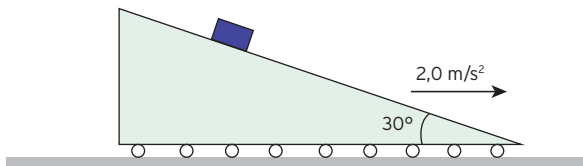


5. (ITA-SP) Na figura, um bloco sobe um plano inclinado, com velocidade inicial  $v_0$ . Considere  $\mu$  o coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície. Indique a sua velocidade na descida ao passar pela posição inicial.



- a)  $v_0 \sqrt{\frac{(\text{sen } \theta - \mu \text{ sen } \theta)}{(\text{cos } \theta - \mu \text{ cos } \theta)}}$       d)  $v_0 \sqrt{\frac{(\mu \text{ sen } \theta + \text{cos } \theta)}{(\mu \text{ sen } \theta - \text{cos } \theta)}}$   
 b)  $v_0 \sqrt{\frac{(\text{sen } \theta - \mu \text{ cos } \theta)}{(\text{sen } \theta + \mu \text{ cos } \theta)}}$       e)  $v_0 \sqrt{\frac{(\mu \text{ sen } \theta - \text{cos } \theta)}{(\mu \text{ sen } \theta + \text{cos } \theta)}}$   
 c)  $v_0 \sqrt{\frac{(\text{sen } \theta + \mu \text{ cos } \theta)}{(\text{sen } \theta - \mu \text{ cos } \theta)}}$

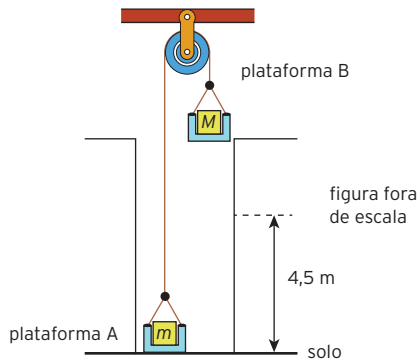
6. (UFRJ) Um bloco de massa 2,0 kg está sobre a superfície de um plano inclinado, que está em movimento retilíneo para a direita, com aceleração de  $2,0 \text{ m/s}^2$ , também para a direita, como indica a figura a seguir. A inclinação do plano é de  $30^\circ$  em relação à horizontal.



Suponha que o bloco não deslize sobre o plano inclinado e que a aceleração da gravidade seja  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Usando a aproximação  $\sqrt{3} \cong 1,7$  calcule o módulo e indique a direção e o sentido da força de atrito exercida pelo plano inclinado sobre o bloco.

7. (Unesp) Em uma obra, para permitir o transporte de objetos para cima, foi montada uma máquina constituída por uma polia, fios e duas plataformas, A e B, horizontais, todos de massas desprezíveis, como mostra a figura.

Um objeto de massa  $m = 225 \text{ kg}$ , colocado na plataforma A, inicialmente em repouso no solo, deve ser levado verticalmente para cima e atingir um ponto a  $4,5 \text{ m}$  de altura, em movimento uniformemente acelerado, num intervalo de tempo de 3 s. A partir daí, um sistema de freios passa a atuar, fazendo a plataforma A parar na posição onde o objeto será descarregado.



Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , desprezando os efeitos do ar sobre o sistema e os atritos durante o movimento acelerado, a massa  $M$ , em kg, do corpo que deve ser colocado na plataforma B para acelerar para cima a massa  $m$  no intervalo de 3 s é igual a:

- a) 275      d) 305  
 b) 285      e) 315  
 c) 295

5. Alternativa b

Cálculo da aceleração do bloco na subida:

$$F_r = m \cdot a \Rightarrow (P_t + F_{at}) = m \cdot a$$

$$a = -(m \cdot g \cdot \text{sen } \theta + \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \theta) = m \cdot a$$

$$a = -g \cdot (\text{sen } \theta + \mu \cdot \text{cos } \theta)$$

Aplicando a equação de Torricelli, obtém-se o deslocamento:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$0 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot (\text{sen } \theta + \mu \cdot \text{cos } \theta) \cdot \Delta S$$

$$\Delta S = \frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot (\text{sen } \theta + \mu \cdot \text{cos } \theta)}$$

Cálculo da aceleração na descida:

$$F_r = m \cdot a \Rightarrow P_t - F_{at} = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \theta - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \theta = m \cdot a$$

$$a = g \cdot (\text{sen } \theta - \mu \cdot \text{cos } \theta)$$

Aplicando a equação de Torricelli, obtém-se a velocidade final na descida:

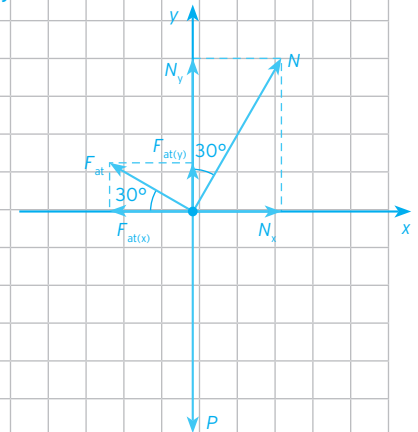
$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$v^2 = 0 + 2 \cdot g \cdot (\text{sen } \theta - \mu \cdot \text{cos } \theta) \cdot \frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot (\text{sen } \theta + \mu \cdot \text{cos } \theta)}$$

$$v = v_0 \cdot \sqrt{\frac{\text{sen } \theta - \mu \cdot \text{cos } \theta}{\text{sen } \theta + \mu \cdot \text{cos } \theta}}$$

6. Gabarito 6,8 N

Como o bloco está em repouso em relação ao plano inclinado, sua aceleração em relação ao solo também vale  $2 \text{ m/s}^2$  para a direita. As forças que atuam no bloco, bem como suas componentes ortogonais, são mostradas no diagrama a seguir.



Aplicando a segunda lei de Newton para o eixo x, tem-se:

$$F_r = m \cdot a$$

$$N \cdot \text{sen } 30^\circ - F_{at} \cdot \text{cos } 30^\circ = m \cdot a$$

$$N \cdot \frac{1}{2} - F_{at} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot 2$$

$$N = 8 + 1,7 \cdot F_{at} \text{ (eq. 1)}$$

No eixo vertical, o bloco está em equilíbrio. Assim:

$$N \cdot \text{cos } 30^\circ + F_{at} \cdot \text{sen } 30^\circ = P$$

$$N \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + F_{at} \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot 10$$

$$1,7 \cdot N + F_{at} = 40 \text{ (eq. 2)}$$

Substituindo  $N$  (eq. 1) na eq. 2, obtém-se:

$$1,7 \cdot (8 + 1,7 \cdot F_{at}) + F_{at} = 40$$

$$13,6 + 2,89 \cdot F_{at} + F_{at} = 40$$

$$3,89 \cdot F_{at} = 26,4$$

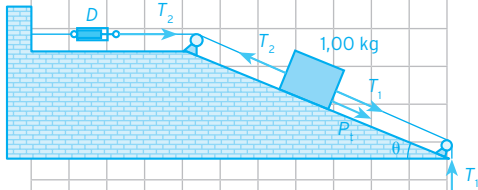
$$F_{at} \cong 6,8 \text{ N}$$

7. Ver resolução na página 43.



8. Alternativa d

O bloco que está pendurado está sujeito apenas ao seu peso e à tensão  $T_1$ . No bloco que está sobre o plano inclinado atuam paralelamente ao plano, no sentido para baixo, a componente tangencial do peso ( $P_t$ ) e a tensão  $T_1$ , e no sentido para cima, a tensão  $T_2$ , esta medida pelo dinamômetro acoplado ao fio.



Do equilíbrio do bloco pendurado, tem-se:  $T_1 = P = m \cdot g = 1 \cdot 10 = 10 \text{ N}$ .

Do equilíbrio do bloco sobre o plano, tem-se:

$$T_2 = T_1 + P_t = T_1 + m \cdot g \cdot \sin \theta$$

$$T_2 = 10 + 1 \cdot 10 \cdot 0,6 = 10 + 6 = 16 \text{ N}$$

Assim, o dinamômetro  $D$  mede 16 N.

9. Alternativa a

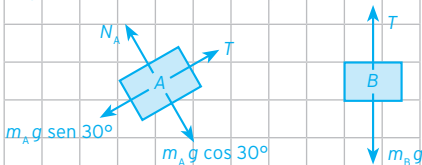
(F) A aceleração dos blocos depende de suas massas e da existência ou não de atrito entre o bloco A e a superfície.

(F) Mesmo na situação onde não há atrito, a aceleração será menor que a da gravidade.

(F) A tensão no fio é igual ao peso do bloco B somente se este estiver em repouso ou descendo com velocidade constante. Caso esteja descendo com movimento acelerado, a tensão no fio será menor que o peso de B.

10. Gabarito a)  $\frac{m_A}{m_B} = 2$ , b)  $\frac{m_A}{m_B} = 5$

As forças sobre os blocos são dadas por:



a. A e B em equilíbrio estático:

$$\begin{cases} T = m_A \cdot g \cdot \sin 30^\circ \\ T = m_B \cdot g \end{cases} \Rightarrow m_A \cdot g \cdot \frac{1}{2} = m_B \cdot g$$

$$\frac{m_A}{m_B} = 2$$

b. A desce o plano com aceleração  $\frac{g}{4}$ , haverá duas possibilidades:

1º) Bloco A desce acelerado, do PFD temos:

$$\begin{cases} m_A \cdot g \cdot \sin 30^\circ - T = m_A \cdot \frac{g}{4} \\ T - m_B \cdot g - T = m_B \cdot \frac{g}{4} \end{cases}$$

$$m_A \cdot g \cdot \frac{1}{2} - m_B \cdot g = \frac{m_A}{4} \cdot g + \frac{m_B}{4} \cdot g$$

$$\frac{m_A}{m_B} = 5$$

2º) Bloco A desce retardado, pelo PFD temos:

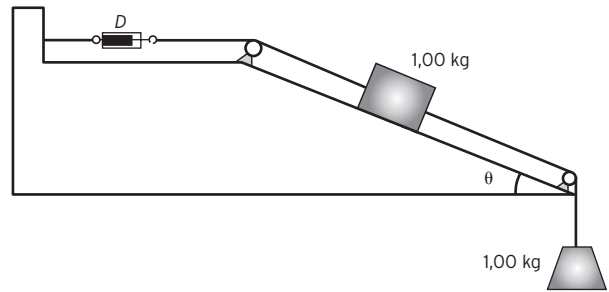
$$\begin{cases} T - m_A \cdot g \cdot \sin 30^\circ = m_A \cdot \frac{g}{4} \\ m_B \cdot g - T = m_B \cdot \frac{g}{4} \end{cases}$$

$$T - m_A \cdot g \cdot \sin 30^\circ = m_A \cdot \frac{g}{4} / m_B \cdot g - T = m_B \cdot \frac{g}{4}$$

$$m_B \cdot g - m_A \cdot g \cdot \frac{1}{2} = \frac{m_A}{4} \cdot g + \frac{m_B}{4} \cdot g$$

$$\frac{m_A}{m_B} = 1$$

8. (Mackenzie-SP) Em um ensaio físico, desenvolvido com o objetivo de se estudar a resistência à tração de um fio, montou-se o conjunto ilustrado abaixo.



Dados

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\sin \theta = 0,6$$

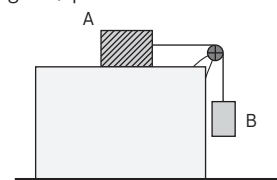
$$\cos \theta = 0,8$$

Desprezado o atrito, bem como as inércias das polias, do dinamômetro ( $D$ ) e dos fios, considerados inextensíveis, a indicação no dinamômetro, com o sistema em equilíbrio, é:

- a) 1,6 N    b) 1,8 N    c) 2,0 N    d) 16 N    e) 18 N

9. (UFPI) O arranjo experimental ilustrado na figura abaixo mostra um bloco A, de massa  $m_A$ , sobre uma superfície horizontal ligado, por um fio inextensível e de massa desprezível, a um bloco B, de massa  $m_B$ .

Considerando os blocos em movimento e a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , analise as afirmativas que se seguem e assinale (V), para as verdadeiras, ou (F), para as falsas.



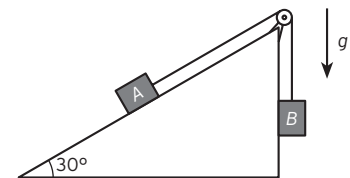
- ( ) O módulo da aceleração dos corpos, exista ou não atrito entre o bloco A e a superfície horizontal, só depende da aceleração da gravidade.  
 ( ) O módulo da aceleração dos corpos é inferior ao valor da aceleração da gravidade apenas quando existe atrito entre o bloco A e a superfície horizontal.  
 ( ) A tensão no fio é igual ao peso do bloco B.

Assinale a opção que apresenta a sequência correta:

- a) F, F, F    b) F, V, F    c) F, V, V    d) V, F, F    e) V, V, V

10. (Unesp) Considere dois blocos A e B, com massas e respectivamente, em um plano inclinado, como apresentado na figura.

Desprezando forças de atrito, representando a aceleração da gravidade por  $g$  e utilizando dados da tabela:



$\theta$	$\text{Cos } \theta$	$\text{Sen } \theta$
$30^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$60^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) determine a razão  $\frac{m_A}{m_B}$  para que os blocos A e B permaneçam em equilíbrio estático.

b) determine a razão  $\frac{m_A}{m_B}$  para que o bloco A desça o plano com aceleração  $\frac{g}{4}$ .

11. (UFF-RJ) Uma criança se balança em um balanço, como representado esquematicamente na figura a seguir. Assinale a alternativa que melhor representa a aceleração  $\vec{a}$  da criança no instante em que ela passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória.

a)  $\vec{a} = 0$

b)  $\vec{a} \rightarrow$

c)  $\vec{a} \uparrow$

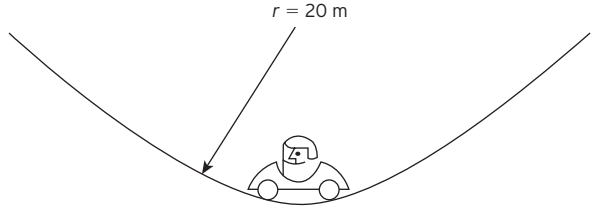
d)  $\vec{a} \downarrow$

e)  $\vec{a}$



12. (PUC-SP) Um automóvel de massa 800 kg, dirigido por um motorista de massa igual a 60 kg, passa pela parte mais baixa de uma depressão de raio = 20 m com velocidade escalar de 72 km/h. Nesse momento, a intensidade da força de reação que a pista aplica no veículo é:
- 231 512 N
  - 215 360 N
  - 1 800 N
  - 25 800 N
  - 24 000 N

**Adote**  
 $g = 10 \text{ m/s}^2$

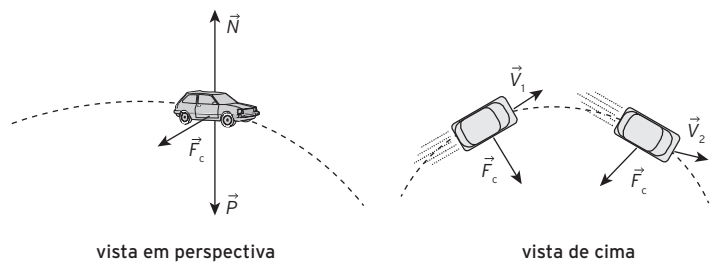


13. (ITA-SP) Considere um pêndulo simples, de comprimento  $L$  e massa  $m$ , abandonado da horizontal. Então, para que não arrebente, o fio do pêndulo deve ter uma resistência à tração pelo menos igual a:
- $mg$
  - $2 mg$
  - $3 mg$
  - $4 mg$
  - $5 mg$
14. (PUC-Campinas-SP) Num trecho retilíneo de uma pista de automobilismo, há uma lombada cujo raio de curvatura é de 50 m. Um carro passa pelo ponto mais alto da elevação com velocidade  $v$ , de forma que a interação entre o veículo e o solo (peso aparente) é  $\frac{mg}{5}$  nesse ponto. Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Nestas condições, o valor de  $v$ , em m/s, é:
- 10
  - 20
  - 30
  - 40
  - 50
15. (UFSC)

Ao fazermos uma curva, sentimos o efeito da força centrífuga, a força que nos “joga” para fora da curva e exige um certo esforço para não deixar o veículo sair da trajetória. Quanto maior a velocidade, mais sentimos essa força. Ela pode chegar ao ponto de tirar o veículo de controle, provocando um capotamento ou a travessia na pista, com colisão com outros veículos ou atropelamento de pedestres e ciclistas.

Denatran. *Direção defensiva*. [Apostila], p. 31, maio 2005. Disponível em: <<http://www.denatran.sc.gov.br>>. Acesso em: 9 out. 2008.

A citação anterior apresenta um erro conceitual bastante frequente. Suponha o movimento descrito analisado em relação a um referencial inercial, conforme a figura a seguir:



Em relação ao exposto, assinale a(s) proposição(ões) correta(s) [A resposta será a soma dos números associados às alternativas corretas.].

01. Um veículo de massa  $m$  percorre uma determinada curva de raio  $R$  sem derrapar, com velocidade máxima de módulo constante  $v$ . Um segundo veículo, com pneus idênticos ao primeiro, com massa quatro vezes maior ( $4m$ ), deverá percorrer a mesma curva sem derrapar, com uma velocidade máxima constante de módulo duas vezes menor ( $\frac{v}{2}$ ).

11. Alternativa c  
No ponto mais baixo da trajetória apenas as forças verticais atuam na criança:  
 $\vec{P}$ : peso da criança  
 $\vec{F}_n$ : força normal aplicada pela cadeira  
 $\vec{T}$ : tração aplicada na corda  
Dessa forma a resultante das forças verticais é centrípeta, assim como a aceleração.

12. Alternativa d  
 $F_c = N - P$   
 $N = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{R}$   
 $N = m \cdot (g + \frac{v^2}{R})$   
 $N = m \cdot (g + \frac{v^2}{R})$   
 $N = 860 \cdot (10 + \frac{20^2}{20})$   
 $N = 25 800$   
A força de reação normal é igual a 25 800 N

13. Alternativa c  
Primeiramente calculamos a velocidade no ponto mais baixo da trajetória.  
 $E_b = E_c$   
 $m \cdot g \cdot L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$   
 $v^2 = 2 \cdot g \cdot L$   
O ponto onde a tração sobre o fio atinge maior intensidade é no ponto mais baixo:  
 $F_c = T - P$   
 $T = F_c + P$   
 $T = \frac{m \cdot v^2}{R} + m \cdot g$   
 $T = m \cdot (\frac{2 \cdot g \cdot L}{L} + g)$   
 $T = 3 \cdot m \cdot g$

14. Alternativa b  
 $P - N = F_c$   
 $m \cdot g - \frac{m \cdot g}{5} = \frac{m \cdot v^2}{R}$   
 $(10 - 2) \cdot 50 = v^2$   
 $v = 20 \text{ m/s}$

15. Gabarito (08 + 16) = 24  
01. Incorreta. a velocidade independe da massa dos corpos.  
 $f_{at} = F_c$   
 $\mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R}$   
 $v = \sqrt{\mu \cdot R \cdot g}$   
02. Incorreta. Sairá tangencialmente no ponto onde perdeu o contato com a pista.  
04. Incorreta. Não está em equilíbrio, está sob a ação da resultante centrípeta.  
08. Correta. Ver item 01.  
16. Correta. Se o veículo faz um movimento circular obrigatoriamente deve haver uma resultante que aponta para o centro da curva.

16. Gabarito a)  $v = 4 \text{ m/s}$ , b)  $a_c = 0,8 \text{ m/s}^2$ , c)  $N_N = 552 \text{ N}$   
 $N_J = 756 \text{ N}$

Se as posições se invertem sem ser a volta completa em 15 s, e a velocidade sendo constante, o período então é igual a 30 s.

$$a. \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2 \cdot \pi}{30}$$

$$\text{se } v = \omega \cdot R \Rightarrow v = \frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{30}$$

$$v = 4 \text{ m/s}$$

$$b. a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c = \frac{16}{20} \Rightarrow a_c = 0,8 \text{ m/s}^2$$

c. Para a Nina, segundo a figura:

$$P - N_N = F_c$$

$$N_N = P - F_c$$

$$N_N = m \cdot g - m \cdot \frac{v^2}{R}, \text{ onde } a_c = \frac{v^2}{R} = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ logo:}$$

$$N_N = 60(10 - 0,8)$$

$$N_N = 552 \text{ N}$$

Para o José, segundo a figura:

$$N_J - P = F_c$$

$$N_J = P + F_c$$

$$N_J = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{R}, \text{ onde } a_c = \frac{v^2}{R} = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ logo:}$$

$$N_J = 60(10 + 0,8)$$

$$N_J = 756 \text{ N}$$

#### 17. Alternativa d

A componente horizontal da tração é igual a força centrípeta:

$$T_x = F_c$$

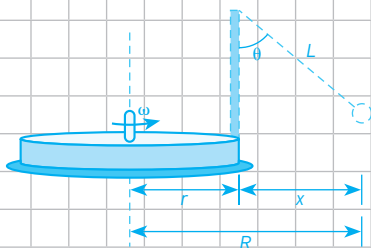
$$T \cdot \cos \theta = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Mas, a componente vertical da tração é igual ao peso:

$$T \cdot \cos \theta = m \cdot g \Rightarrow T = \frac{m \cdot g}{\cos \theta}$$

Substituindo na equação anterior:

$$\frac{m \cdot g}{\cos \theta} \cdot \cos \theta = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow \frac{v^2}{R} = 7,5$$



Na figura vemos que  $R = r + x$ , onde  $x = L \cdot \sin \theta$

$$\frac{\omega^2 \cdot R^2}{2} = 7,5$$

$$\omega^2 \cdot (r + x) = 7,5$$

$$\omega^2 \cdot (1,5 + 10 \cdot 0,6) = 7,5$$

$$\omega = 1 \text{ rad/s}$$

02. Um veículo descrevendo uma curva em uma estrada plana certamente estará sob ação de uma força centrífuga, se opondo à força de atrito entre os pneus e o chão. Se o atrito deixar de atuar, o veículo será lançado radialmente para fora da curva em virtude dessa força centrífuga.
04. Como o veículo está em equilíbrio, atuam a força centrípeta (para “dentro” da trajetória) e a força centrífuga (para “fora” da trajetória), com o mesmo módulo, a mesma direção e sentidos contrários. Essas forças constituem um par ação e reação, segundo a 3ª Lei de Newton.
08. Se o veículo percorrer uma curva, executando uma trajetória circular, com o módulo da velocidade constante, estará sujeito a uma aceleração. Pela 2ª Lei de Newton, essa aceleração é provocada pela resultante das forças que atuam sobre o veículo. Como a força normal e o peso se anulam, a força resultante é a força centrípeta que se origina do atrito entre os pneus e o chão.
16. Força é o resultado da interação entre dois ou mais corpos. Pela 3ª Lei de Newton: “se dois corpos, A e B, interagem, a força que A faz sobre B tem o mesmo módulo, a mesma direção e sentido contrário à força que B faz sobre A”. Logo, não há força centrífuga atuando sobre o veículo, pois se o veículo (corpo A) é jogado para fora da curva, ele deveria ser atraído por outro corpo, que naturalmente não existe.

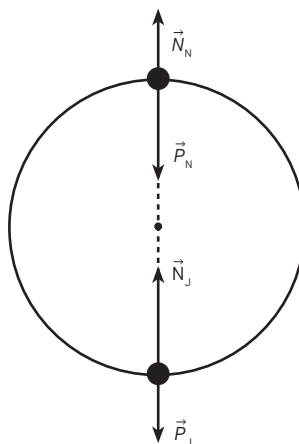
16. (Fuvest-SP) Nina e José estão sentados em cadeiras, diametralmente opostas, de uma roda-gigante que gira com velocidade angular constante. Num certo momento, Nina se encontra no ponto mais alto do percurso, e José, no mais baixo; após 15 s, antes de a roda completar uma volta, suas posições estão invertidas. A roda-gigante tem raio  $R = 20 \text{ m}$  e as massas de Nina e José são, respectivamente,  $M_N = 60 \text{ kg}$  e  $M_J = 70 \text{ kg}$ . Calcule:

- o módulo  $v$  da velocidade linear das cadeiras da roda-gigante;
- o módulo  $a_R$  da aceleração radial de Nina e de José;
- os módulos  $N_N$  e  $N_J$  das forças normais que as cadeiras exercem, respectivamente, sobre Nina e sobre José no instante em que Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo.

Note e adote

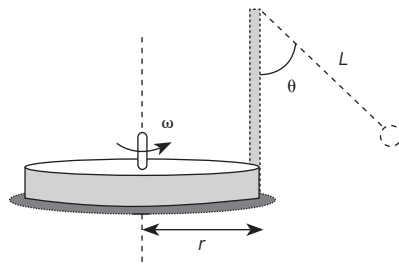
$$\pi = 3$$

$$\text{Aceleração da gravidade } g = 10 \text{ m/s}^2$$



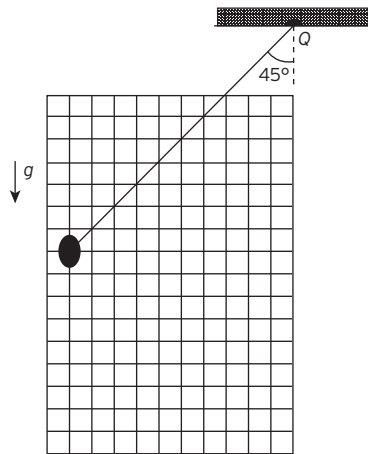
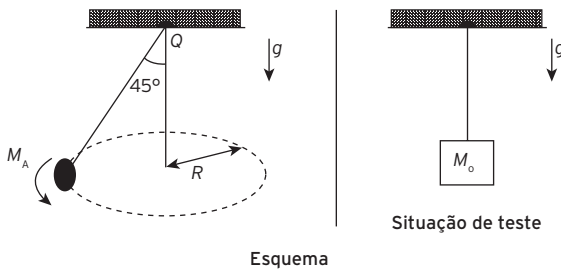
17. (Urca-CE) A figura a seguir mostra um carrossel de raio  $r = 1,5 \text{ m}$  girando em torno do eixo central. Um mastro fixo a sua periferia suporta um pêndulo, de comprimento  $L = 10 \text{ m}$ , que gira solidário ao carrossel, formando

um ângulo  $\theta$  com a vertical, tal que  $\sin \theta = 0,6$ . Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a velocidade angular  $\omega$  de rotação do sistema vale:



- a) 2 rad/s                      c) 1,5 rad/s                      e) 2,5 rad/s  
 b) 0,5 rad/s                      d) 1 rad/s

18. (Fuvest-SP) Um acrobata, de massa  $M_A = 60 \text{ kg}$ , quer realizar uma apresentação em que, segurando uma corda suspensa em um ponto  $Q$  fixo, pretende descrever um círculo de raio  $R = 4,9 \text{ m}$ , de tal forma que a corda mantenha um ângulo de  $45^\circ$  com a vertical. Visando garantir sua total segurança, há uma recomendação pela qual essa corda deva ser capaz de suportar uma tensão de, no mínimo, três vezes o valor da tensão a que é submetida durante a apresentação. Para testar a corda, com ela parada e na vertical, é pendurado em sua extremidade um bloco de massa  $M_o$ , calculada de tal forma que a tensão na corda atenda às condições mínimas estabelecidas pela recomendação de segurança.



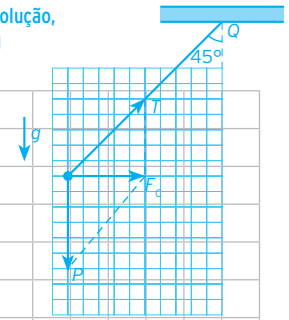
Nessa situação:

- Represente no esquema a direção e o sentido das forças que agem sobre o acrobata durante sua apresentação, identificando-as, por meio de um desenho em escala.
- Estime o tempo  $t_A$ , em segundo, que o acrobata leva para dar uma volta completa em sua órbita circular.
- Estime o valor da massa  $M_o$ , em quilograma, que deve ser utilizada para realizar o teste de segurança.

Note e adote  
 Força centrípeta  $F_c = \frac{mv^2}{R}$   
 $\pi = 3$

18. Gabarito a) vide resolução, b) 4,4 s, c) 254,5 kg

a. conforme figura:



b. A força centrípeta é a componente horizontal da tração:

$$T_x = F_c$$

$$T \cdot \sin 45^\circ = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

A componente vertical do peso:

$$T_y = P$$

$$T \cdot \cos 45^\circ = m \cdot g$$

Substituindo na equação anterior:

$$\frac{m \cdot g}{\cos 45^\circ} \cdot \sin 45^\circ = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{g \cdot R}$$

$$v = \sqrt{10 \cdot 4,9} \Rightarrow v = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Sendo } v = \omega \cdot R \Rightarrow T = \omega \times 4,9$$

$$\omega = 1,43 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

O período então será:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$1,43 = \frac{2 \cdot \pi}{T} \Rightarrow T \cong 4,4 \text{ s}$$

c. Considerando que a massa de teste está em equilíbrio na vertical, e sabendo que o cabo deve suportar o triplo da tração da apresentação, temos:

$$T \cdot \cos 45^\circ = m \cdot g$$

$$T \cdot 0,7 = 60 \cdot 10 \Rightarrow T \cong 848,5 \text{ N}$$

Considerando o triplo:  $848,5 \cdot 3 = 2545,6 \text{ N}$

Logo a massa  $m_o \cong 254,5 \text{ kg}$

4. A aceleração ao longo da descida foi de:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$0 = 15^2 + 2 \cdot a \cdot 5$$

$$a = -\frac{225}{10} = -22,5 \text{ m/s}^2$$

Aplicando a segunda lei de Newton:

$$|F_r| = m \cdot |a| = 4 \cdot 22,5 = 90 \text{ N}$$

7. Alternativa a

A aceleração do bloco A durante a subida é de:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$4,5 = 0 + 0 + a \cdot \frac{3^2}{2}$$

$$a = \frac{4,5}{4,5} = 1 \text{ m/s}^2$$

A plataforma B desce com aceleração de mesmo módulo.

O esquema a seguir mostra as forças que atuam em cada plataforma durante a subida de A:

Aplicando a segunda lei de Newton:

- bloco A:  $T - P_A = m_A \cdot a$

- bloco B:  $P_B - T = m_B \cdot a$

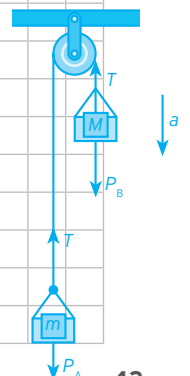
Somando as duas equações, obtém-se:

$$P_B - P_A = m_A \cdot a + m_B \cdot a$$

$$m_B \cdot 10 - 225 \cdot 10 = 225 \cdot 1 + m_B \cdot 1$$

$$9 \cdot m_B = 2475$$

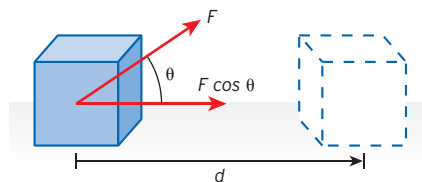
$$m_B = 275 \text{ kg}$$



# Trabalho e energia mecânica

## Trabalho associado a uma força de intensidade e direção constantes

Um corpo deslocando-se em uma reta, da posição A para a posição B, sofrendo a ação de um sistema de forças realiza **trabalho** nesse deslocamento ( $d$ ).



Por definição, o **trabalho**  $\tau$  da força  $F$  no deslocamento  $d$  é uma grandeza escalar:

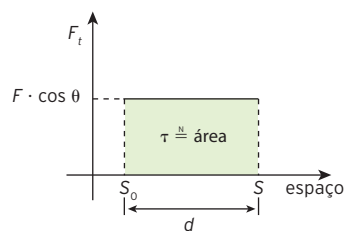
$$\tau = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

Unidades do (SI):  $[\tau] = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$  (joule)

Quando  $\theta = 0$ , o trabalho é **positivo** e denominado **trabalho motor**. Quando  $\theta = 180^\circ$ , o trabalho é **negativo** e denominado **trabalho resistente**. Quando  $\theta = 90^\circ$ , o **trabalho é nulo**.

## Trabalho associado a uma força de direção constante e intensidade variável

Para uma força de intensidade variável, o trabalho poderá ser calculado a partir do gráfico da intensidade da força em função do deslocamento. O trabalho é numericamente igual à área delimitada pela curva do gráfico e o eixo horizontal.



## Trabalho da força peso

O trabalho da força peso é calculado pela expressão:

$$\tau = m \cdot g \cdot h$$

em que  $m$  é a massa do corpo,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $h$  é a altura em relação ao solo.

Na descida, o trabalho da força peso é **positivo**, e na subida, o trabalho da força peso é **negativo**.

## Energia mecânica

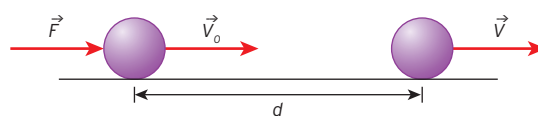
Para um objeto em movimento ou com possibilidade de vir a realizar um movimento, é associada a ele uma quantidade de energia.

Existem dois tipos de energia: a **energia cinética**  $E_C$  e a **energia potencial**  $E_P$ . Esta pode ser do tipo **gravitacional**  $E_P^g$  ou **elástica**  $E_P^{el}$ .

$$E_C = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad E_P^g = m \cdot g \cdot h \quad E_P^{el} = \frac{k \cdot (\Delta x)^2}{2}$$

No SI, a unidade de energia é  $[E] = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$  (joule).

## Teorema da energia cinética



Considerando um corpo movendo-se em MRUV, o trabalho das forças resultantes é medido pela variação da energia cinética, ou seja:

$$\tau = \Delta E_C = E_C^{\text{final}} - E_C^{\text{inicial}}$$

## Teorema da energia mecânica

A energia mecânica é a soma da energia cinética e da energia potencial de um corpo ou de um sistema.

$$E_M = E_C + E_P^g + E_P^{el}$$

Em um sistema conservativo, a energia mecânica é constante. Assim, temos:

$$E_M^{\text{inicial}} = E_M^{\text{final}}$$

## Potência e rendimento

A **potência**  $P$  é uma grandeza que mede a taxa de transformação de energia ( $\Delta E$ ) em determinado intervalo de tempo ( $\Delta t$ ). Em geral, calcula-se o valor médio da potência pela expressão:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

No SI, a unidade de potência é  $[P] = \text{J/s} = \text{W}$  (watt).

No processo de transformação de energia, uma parte da energia total  $E_t$  é utilizada ( $E_u$ ) e outra é dissipada ( $E_d$ ).

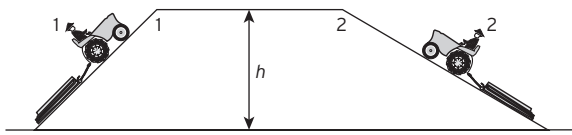
O **rendimento**  $\eta$  é dado pela relação entre a energia útil e a energia total:

$$\eta = \frac{E_u}{E_t}$$

O rendimento é adimensional e está compreendido no intervalo  $0 < \eta < 1$ .

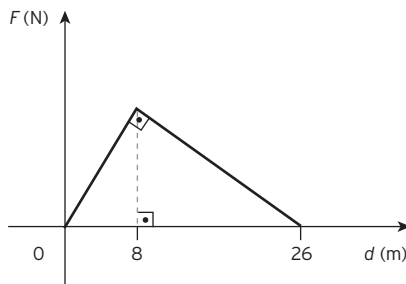
Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

- (EspEx-SP)** Um bloco, puxado por meio de uma corda inextensível e de massa desprezível, desliza sobre uma superfície horizontal com atrito, descrevendo um movimento retilíneo e uniforme. A corda faz um ângulo de  $53^\circ$  com a horizontal e a tração que ela transmite ao bloco é de 80 N. Se o bloco sofrer um deslocamento de 20 m ao longo da superfície, o trabalho realizado pela tração no bloco será de:  
(Dados:  $\sin 53^\circ = 0,8$  e  $\cos 53^\circ = 0,6$ )  
a) 480 J    b) 640 J    c) 960 J    d) 1 280 J    e) 1 600 J
- (Uece)** Em um corredor horizontal, um estudante puxa uma mochila de rodinhas de 6 kg pela haste, que faz  $60^\circ$  com o chão. A força aplicada pelo estudante é a mesma necessária para levantar um peso de 1,5 kg, com velocidade constante. Considerando a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , o trabalho, em Joule, realizado para puxar a mochila por uma distância de 30 m é:  
a) zero    b) 225,0    c) 389,7    d) 900,0
- (Uerj)** Um objeto é deslocado em um plano sob a ação de uma força de intensidade igual a 5 N, percorrendo em linha reta uma distância igual a 2 m. Considere a medida do ângulo entre a força e o deslocamento do objeto igual a  $15^\circ$ , e  $T$  o trabalho realizado por essa força. Uma expressão que pode ser utilizada para o cálculo desse trabalho, em joules, é  $T = 5 \cdot 2 \cdot \sin \theta$ . Nessa expressão,  $\theta$  equivale, em graus, a:  
a) 15    b) 30    c) 45    d) 75
- (Unesp)** Suponha que os tratores 1 e 2 da figura arrastem toras de mesma massa pelas rampas correspondentes, elevando-as à mesma altura  $h$ . Sabe-se que ambos se movimentam com velocidades constantes e que o comprimento da rampa 2 é o dobro do comprimento da rampa 1.



Chamando de  $\tau_1$  e  $\tau_2$  os trabalhos realizados pela força gravitacional sobre essas toras, pode-se afirmar que:

- $\tau_1 = 2\tau_2$ ;  $\tau_1 > 0$  e  $\tau_2 < 0$
  - $\tau_1 = 2\tau_2$ ;  $\tau_1 < 0$  e  $\tau_2 > 0$
  - $\tau_1 = \tau_2$ ;  $\tau_1 < 0$  e  $\tau_2 < 0$
  - $2\tau_1 = \tau_2$ ;  $\tau_1 > 0$  e  $\tau_2 > 0$
  - $2\tau_1 = \tau_2$ ;  $\tau_1 < 0$  e  $\tau_2 < 0$
- (Uerj)** Uma pessoa empurrou um carro por uma distância de 26 m, aplicando uma força  $F$  de mesma direção e sentido do deslocamento desse carro. O gráfico abaixo representa a variação da intensidade de  $F$ , em newtons, em função do deslocamento  $d$ , em metros.



Desprezando o atrito, o trabalho total, em joules, realizado por  $F$ , equivale a:

- 117    b) 130    c) 143    d) 156

1. Alternativa c  
Conforme dados apresentados:  
 $\tau = F \cdot d \cdot \cos \theta$   
 $\tau = 80 \cdot 20 \cdot 0,6$   
 $\tau = 960$   
O trabalho equivale a 960 J

2. Alternativa b  
Se a força que o estudante emprega é a mesma que levanta um corpo de 1,5 kg com velocidade constante, essa força é de 15 N.  
 $\tau = F \cdot d \cdot \cos \theta$   
 $\tau = 15 \cdot 30 \cdot 0,5$   
 $\tau = 225$   
O trabalho equivale a 225 J

3. Alternativa d  
A equação do trabalho é  $\tau = F \cdot d \cdot \cos \theta$ , porém, caso venha ser escrita como:  $\tau = F \cdot d \cdot \sin \alpha$ , o ângulo deverá ser o complementar. Como o ângulo entre  $F$  e  $d$  é de  $15^\circ$ , o complementar é de  $75^\circ$ .

4. Alternativa c  
O trabalho da força gravitacional é dado por  $\tau = m \cdot g \cdot H$ , os tratores sobem a mesma altura, arrastam mesma massa e estão sujeitos à mesma aceleração da gravidade, portanto realizam o mesmo trabalho. Como o movimento ocorre contra a gravidade, o trabalho é negativo.

5. Alternativa d  
Observando o triângulo, para determinar o trabalho devemos calcular a sua área, porém, não conhecemos a sua altura.  
A altura é dada pela seguinte relação:

$F$  (N) vs  $d$  (m) gráfico

$H^2 = x \cdot Y$   
 $H^2 = 8 \cdot 18$   
 $H = 12 \text{ m}$   
Sendo o trabalho numericamente igual a área do triângulo:  
 $\tau = \text{área} = \frac{b \cdot H}{2}$   
 $\tau = \frac{26 \cdot 12}{2}$   
 $\tau = 156 \text{ J}$

6. Alternativa b

Como são 2 forças aplicadas ao corpo, o trabalho resultante será dado pela soma dos trabalhos individuais:

$$\tau_R = \tau_1 + \tau_2$$

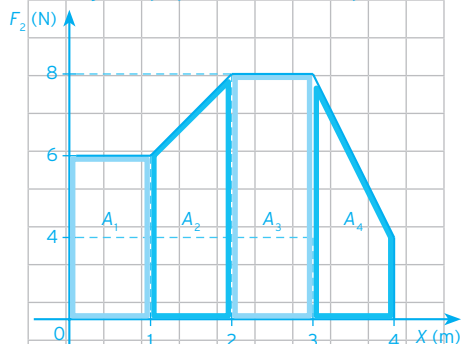
O trabalho da força  $F_1$  como pode ser visto na figura é dado por:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos 60^\circ$$

$$\tau_1 = 10 \cdot 4 \cdot 0,5$$

$$\tau_1 = 20 \text{ J}$$

O trabalho da força 2 é obtido pela soma das áreas do gráfico que pode ser dividido em 4 partes:



$$A_1 = 6 \cdot 1 = 6$$

$$A_2 = \frac{(6 + 8)}{2} \cdot 1 = 7$$

$$A_3 = 8 \cdot 1 = 8$$

$$A_4 = \frac{(8 + 4)}{2} \cdot 1 = 6$$

$$\text{Somando as áreas: } 6 + 7 + 8 + 6 = 27$$

O trabalho da força 2 equivale a  $\tau_2 = 27 \text{ J}$

$$\text{Logo, } \tau_R = \tau_1 + \tau_2$$

$$\tau_R = 20 + 27 \Rightarrow \tau_R = 47 \text{ J}$$

7. Alternativa a

Como a velocidade do corpo é constante a força resultante sobre ele é igual a zero. O trabalho resultante portanto é nulo.

8. Alternativa d

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h = 1,2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 25 = 3,0 \cdot 10^6 \text{ J}$$

9. Alternativa d

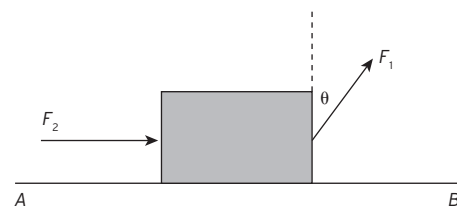
Fazendo a conservação da energia mecânica:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h = 2 \cdot 10 \cdot 5$$

$$v = 10 \text{ m/s}$$

6. (UPE) Um corpo de massa  $m$  desliza sobre o plano horizontal, sem atrito ao longo do eixo  $AB$ , sob ação das forças  $F_1$  e  $F_2$  de acordo com a figura a seguir. A força  $F_1$  é constante, tem módulo igual a 10 N e forma com a vertical um ângulo  $\theta = 30^\circ$ .

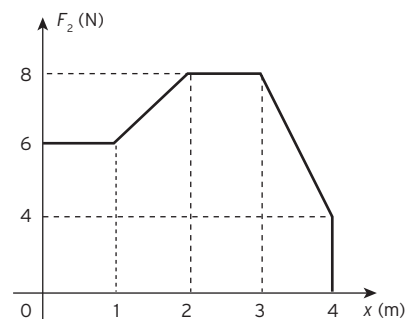


A força  $F_2$  varia de acordo com o gráfico a seguir:

(Dados:  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ .)

O trabalho realizado pelas forças para que o corpo sofra um deslocamento de 0 a 4 m, em joules, vale:

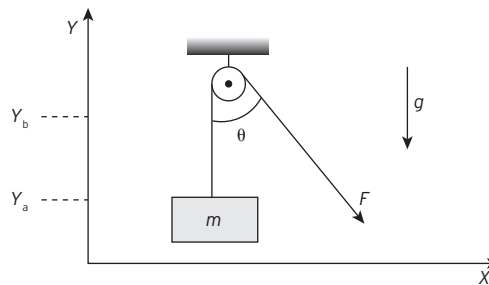
- 20
- 47
- 27
- 50
- 40



7. (Fuvest-SP) Usando um sistema formado por uma corda e uma roldana, um homem levanta uma caixa de massa  $m$ , aplicando na corda uma força  $F$  que forma um ângulo  $\theta$  com a direção vertical, como mostra a figura.

O trabalho realizado pela resultante das forças que atuam na caixa (peso e força da corda), quando o centro de massa da caixa é elevado, com velocidade constante  $v$ , desde a altura  $y_a$  até a altura  $y_b$ , é:

- nulo
- $F \cdot (y_b - y_a)$
- $mg \cdot (y_b - y_a)$
- $F \cdot \cos \theta \cdot (y_b - y_a)$
- $mg(y_b - y_a) + \frac{mv^2}{2}$

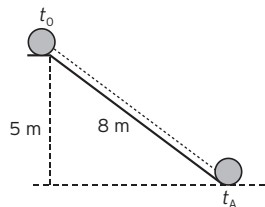


8. (Unicamp-SP) As eclusas permitem que as embarcações façam a transposição dos desníveis causados pelas barragens. Além de ser uma monumental obra de engenharia hidráulica, a eclusa tem um funcionamento simples e econômico. Ela nada mais é do que um elevador de águas que serve para subir e descer as embarcações.

A eclusa de Barra Bonita, no rio Tietê, tem um desnível de aproximadamente 25 m. Qual é o aumento da energia potencial gravitacional quando uma embarcação de massa  $m = 1,2 \cdot 10^4 \text{ kg}$  é elevada na eclusa?

- $4,8 \cdot 10^2 \text{ J}$
- $1,2 \cdot 10^5 \text{ J}$
- $3,0 \cdot 10^5 \text{ J}$
- $3,0 \cdot 10^6 \text{ J}$

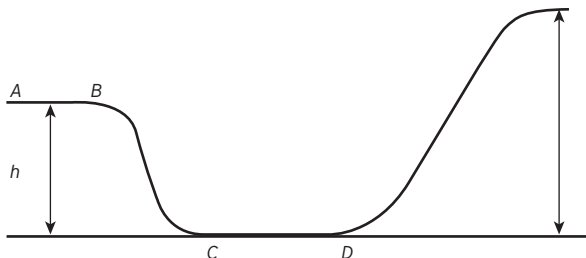
9. (IFBA) Um corpo é abandonado do alto de um plano inclinado, conforme a figura abaixo.



Considerando as superfícies polidas ideais, a resistência do ar nula e  $10 \text{ m/s}^2$  como a aceleração da gravidade local, determine o valor aproximado da velocidade com que o corpo atinge o solo.

- $v = 84 \text{ m/s}$
- $v = 45 \text{ m/s}$
- $v = 25 \text{ m/s}$
- $v = 10 \text{ m/s}$
- $v = 5 \text{ m/s}$

10. (Fuvest-SP) Um esquetista treina em uma pista cujo perfil está representado na figura abaixo.



O trecho horizontal  $AB$  está a uma altura  $h = 2,4$  m em relação ao trecho, também horizontal,  $CD$ . O esquetista percorre a pista no sentido de  $A$  para  $D$ . No trecho  $AB$ , ele está com velocidade constante, de módulo  $v = 4$  m/s; em seguida, desce a rampa  $BC$ , percorre o trecho  $CD$ , o mais baixo da pista, e sobe a outra rampa até atingir uma altura máxima  $H$ , em relação a  $CD$ . A velocidade do esquetista no trecho  $CD$  e a altura máxima  $H$  são, respectivamente, iguais a:

- a) 5 m/s e 2,4 m.      c) 7 m/s e 3,2 m.      e) 8 m/s e 3,2 m.  
b) 7 m/s e 2,4 m.      d) 8 m/s e 2,4 m.

**Note e adote**

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Desconsiderar:

- Efeitos dissipativos.
- Movimentos do esquetista em relação ao esquite.

11. (IFSC) A ilustração abaixo representa um bloco de 2 kg de massa, que é comprimido contra uma mola de constante elástica  $k = 200$  N/m. Desprezando qualquer tipo de atrito, é correto afirmar que, para que o bloco atinja o ponto  $B$  com uma velocidade de 1,0 m/s, é necessário comprimir a mola em:

- a) 0,90 cm  
b) 90,0 cm  
c) 0,81 m  
d) 81,0 cm  
e) 9,0 cm



12. (ITA-SP) Um corpo movimenta-se numa superfície horizontal sem atrito, a partir do repouso, devido à ação contínua de um dispositivo que lhe fornece uma potência mecânica constante. Sendo  $v$  sua velocidade após certo tempo  $t$ , pode-se afirmar que:

- a) a aceleração do corpo é constante.  
b) a distância percorrida é proporcional a  $v^2$ .  
c) o quadrado da velocidade é proporcional a  $t$ .  
d) a força que atua sobre o corpo é proporcional a  $\sqrt{t}$ .  
e) a taxa de variação temporal da energia cinética não é constante.

13. (UFPB) Em uma mina de carvão, o minério é transportado para fora da mina por meio de um vagão gôndola. A massa do vagão mais a carga de carvão totalizam duas toneladas. A última etapa do traslado do vagão ocorre em uma região completamente plana e horizontal. Um cabo de aço, com uma das extremidades acoplada ao vagão e a outra a um motor, puxa o vagão do interior da mina até o final dessa região plana. Considere que as rodas do vagão estão bem lubrificadas a ponto de poder-se desprezar o atrito das rodas com os trilhos. Durante esse último traslado, o motor acoplado ao cabo de aço executa um trabalho de 4 000 J. Nesse contexto, considerando que o vagão, no último traslado, partiu do repouso, é correto afirmar que esse vagão chega ao final da região plana com uma velocidade de:

- a) 10 m/s      b) 8 m/s      c) 6 m/s      d) 4 m/s      e) 2 m/s

10. Alternativa e

$$E_m^{AB} = E_m^{CD} \Rightarrow E_c^{AB} + E_p^{AB} = E_c^{CD}$$

$$\frac{m \cdot v_{AB}^2}{2} + m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v_{CD}^2}{2}$$

$$\frac{v_{AB}^2}{2} + g \cdot h = \frac{v_{CD}^2}{2}$$

$$\frac{4^2}{2} + 10 \cdot 2,4 = \frac{v_{CD}^2}{2}$$

$$v_{CD} = 8 \text{ m/s}$$

$$E_m = E_m^{\text{final}} \Rightarrow E_c + E_p = E_m^{\text{final}}$$

$$\frac{m \cdot v_{AB}^2}{2} + m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot H$$

$$\frac{v_{AB}^2}{2} + g \cdot h = g \cdot H$$

$$\frac{4^2}{2} + 10 \cdot 2,4 = 10 \cdot H$$

$$H = 3,2 \text{ m}$$

11. Alternativa b

$$E_i = E_f \Rightarrow E_p = E_c + E_p \Rightarrow \frac{k \cdot (\Delta x)^2}{2} =$$

$$= \frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{200 \cdot (\Delta x)^2}{2} = \frac{2 \cdot 1^2}{2} + 2 \cdot 10 \cdot 4$$

$$100 \cdot (\Delta x)^2 = 1 + 80$$

$$(\Delta x)^2 = 0,81$$

$$\Delta x = 0,9 \text{ m} = 90 \text{ cm}$$

12. Alternativa c

$$P = \frac{\tau}{t} \Rightarrow \tau = P \cdot t$$

$$\tau = \Delta E_c \Rightarrow P \cdot t = m \cdot \frac{v^2}{2}$$

Portanto,  $v^2$  é proporcional a  $t$ .

13. Alternativa e

$$\tau = \Delta E_c = m \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$4000 = 2000 \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$



14. Alternativa a

$$E_m^A = E_m^B \Rightarrow E_c^A = E_p^B$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{v_A^2}{2} = g \cdot h$$

$$\frac{4^2}{2} = 10 \cdot h$$

$$h = 0,8 \text{ m}$$

15. Alternativa c

Para não sair do trilho na posição 2, sua velocidade deve ser:

$$F_c = P$$

$$m \cdot \frac{v_2^2}{R} = m \cdot g$$

$$v_2^2 = R \cdot g$$

$$E_m^1 = E_m^2 \Rightarrow E_c^1 = E_c^2 + E_p^2$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot 2R$$

$$g \cdot h = \frac{v_2^2}{2} + g \cdot 2R$$

$$g \cdot h = \frac{R \cdot g}{2} + 10 \cdot 2R$$

$$10 \cdot h = \frac{24 \cdot 10}{2} + 10 \cdot 2 \cdot 24$$

$$h = 60 \text{ m}$$

16. Alternativa d

$$E_m^1 = E_m^2 \Rightarrow E_c = E_p$$

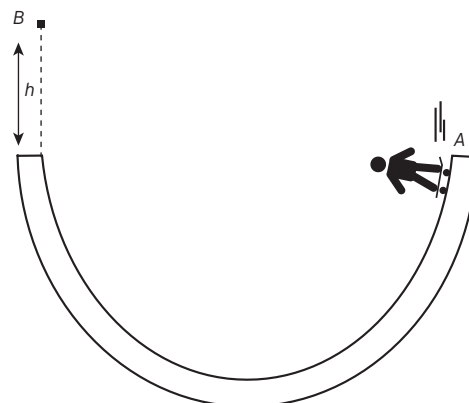
$$\frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{v^2}{2} = g \cdot h$$

$$\frac{2^2}{2} = 10 \cdot h$$

$$h = 0,2 \text{ m}$$

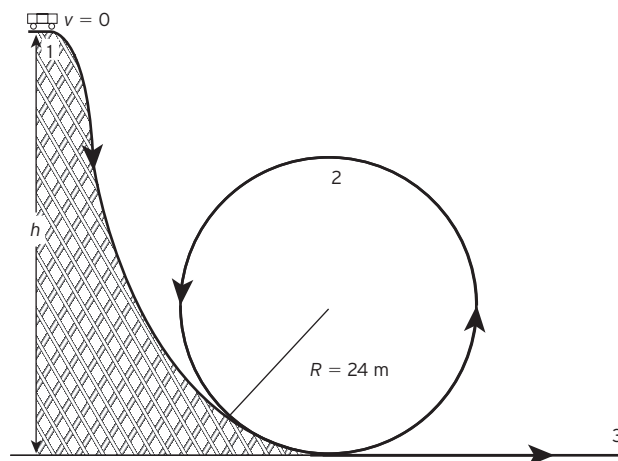
14. (Fatec-SP) Um skatista brinca numa rampa de skate conhecida por *half pipe*. Essa pista tem como corte transversal uma semicircunferência de raio 3 metros, conforme mostra a figura. O atleta, saindo do extremo A da pista com velocidade de 4 m/s, atinge um ponto B de altura máxima  $h$ .



Desconsiderando a ação de forças dissipativas e adotando a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , o valor de  $h$ , em metros, é de:

- a) 0,8
- b) 1,0
- c) 1,2
- d) 1,4
- e) 1,6

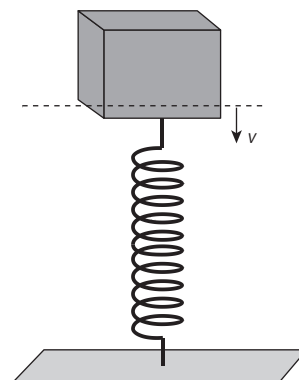
15. (Uece) Um carrinho de montanha-russa tem velocidade igual a zero na posição 1, indicada na figura a seguir, e desliza no trilho, sem atrito, completando o círculo até a posição 3.



A menor altura  $h$ , em metros, para o carro iniciar o movimento sem que venha a sair do trilho na posição 2 é:

- a) 36
- b) 48
- c) 60
- d) 72

16. (UFPB) Em um laboratório de Física, um bloco de 0,5 kg de massa encontra-se preso à extremidade superior de uma mola de constante  $K = 100 \text{ N/m}$ , a qual está apoiada sobre uma superfície horizontal, conforme representado na figura ao lado.

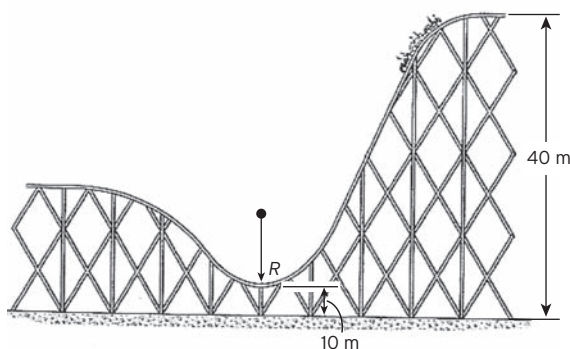


Um estudante resolve estudar como se dá a distribuição de energia nesse sistema. Ele, então, imprime ao bloco uma certa velocidade inicial, e observa que o bloco, quando passa pelo ponto em que a mola não está nem comprimida nem distendida, apresenta uma velocidade de 2 m/s para baixo.

Tomando esse ponto como referência, é correto afirmar que a maior altura, em metros, atingida por esse bloco é:

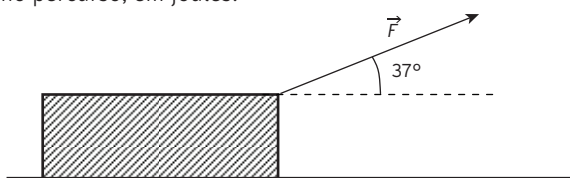
- a) 0
- b) 0,1
- c)  $0,1 \cdot \sqrt{2}$
- d) 0,2
- e)  $0,2 \cdot \sqrt{2}$

17. (UPE) A figura a seguir representa um trecho de uma montanha-russa na qual os carrinhos foram projetados para que cada ocupante não experimente uma força normal contra seu assento com intensidade maior do que 3,5 vezes seu próprio peso. Considerando que os carrinhos tenham velocidade de 5 m/s no início da descida e que os atritos sejam desprezíveis, o menor raio de curvatura  $R$  que o trilho deve ter no seu ponto mais baixo vale em m:

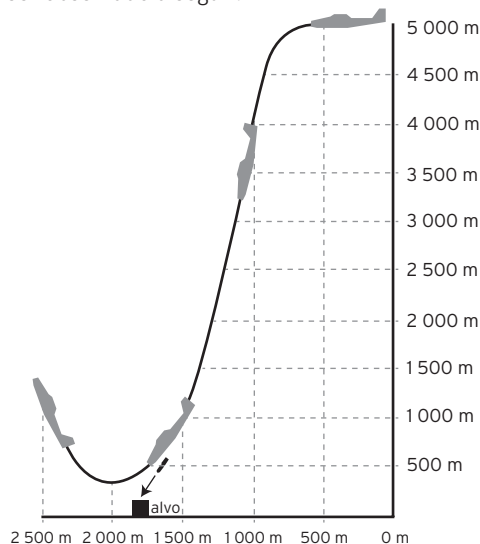


- a) 25      b) 5      c) 3,5      d) 40      e) 10

18. (UFPE) Um bloco de massa 2 kg desliza, a partir do repouso, por uma distância  $d = 3$  m, sob a ação de uma força de módulo  $F = 10$  N (ver figura). No final do percurso, a velocidade do bloco é  $v = 3$  m/s. Calcule o módulo da energia dissipada no percurso, em joules.



19. (UFPE) Numa das classes de provas de halterofilismo, conhecida como arranque, o atleta tem que levantar o peso acima da cabeça num ato contínuo. Nos jogos olímpicos de 2008, o atleta que ganhou a medalha de ouro levantou um corpo de 165 kg. Considerando que o intervalo de tempo transcorrido para levantar o corpo até a altura de 2,0 m tenha sido de 1,0 s, qual a potência requerida do atleta, em unidades de  $10^2$  W?
20. (Uerj) Durante a Segunda Guerra Mundial, era comum o ataque com bombardeiros a alvos inimigos por meio de uma técnica denominada mergulho, cujo esquema pode ser observado a seguir.



Adaptado de: *Coleção 70º aniversário da 2ª Guerra Mundial*.  
São Paulo: Abril, 2009.

17. Alternativa a

No ponto mais baixo da trajetória:

$$F_c = N - P$$

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = N - m \cdot g$$

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = 3,5 \cdot m \cdot g - m \cdot g$$

$$\frac{v^2}{R} = 2,5 \cdot g$$

$$v^2 = 25 \cdot R$$

$$E_m^i = E_m^f \Rightarrow E_p^i + E_c^i = E_c^f$$

$$m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot v_i^2}{2} = \frac{m \cdot v_f^2}{2}$$

$$g \cdot h + \frac{v_i^2}{2} = \frac{v_f^2}{2}$$

$$10 \cdot (40 - 10) + \frac{5^2}{2} = \frac{25 \cdot R}{2}$$

$$300 + 12,5 = 12,5 \cdot R$$

$$R = 25 \text{ m}$$

18. Gabarito 15 J

$$\tau_f = E_m^{\text{final}} + \tau_{\text{fat}}$$

$$F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha = \frac{m \cdot v^2}{2} + \tau_{\text{fat}}$$

$$10 \cdot 3 \cdot \cos 37^\circ = \frac{2 \cdot 3^2}{2} + \tau_{\text{fat}}$$

$$24 = 9 + \tau_{\text{fat}}$$

$$\tau_{\text{fat}} = 15 \text{ J}$$

19. Gabarito 3,3 kW

$$P = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} = \frac{165 \cdot 10 \cdot 2}{1} = 3300 \text{ W}$$

20. Gabarito 10

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m \cdot g \cdot h_1}{m \cdot g \cdot h_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{5000}{500} = 10$$

21. Gabarito a)  $3,6 \cdot 10^3$  N, b)  $1,4 \cdot 10^3$  N

$$a. E_m^i = E_m^f \Rightarrow E_p^i = E_c^f$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$g \cdot h = \frac{v^2}{2}$$

$$10 \cdot (6 - 2) = \frac{v^2}{2}$$

$$v^2 = 80$$

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$N = \frac{36 \cdot 80}{0,8} = 3600$$

$$N = 3,6 \cdot 10^3 \text{ N}$$

b. Supondo a densidade da criança igual à da água, a força peso e o empuxo se anulam, de modo que a única força responsável por variar a energia cinética é a força dissipativa média exercida pela água:

$$\tau_d = \Delta E_c$$

$$F \cdot \Delta s = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{36 \cdot 10,9^2}{2}$$

$$F \cdot 1,5 = 2,1 \cdot 10^3$$

$$F = 1,4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

22. Gabarito 50 m/s

O trabalho da força de atrito pode ser obtido da área do gráfico.

$$E_m^{\text{inicial}} = E_m^{\text{final}} + \tau_{\text{at}}$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} = m \cdot g \cdot h + \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\frac{2 \cdot v_0^2}{2} = 2 \cdot 10 \cdot 100 + \frac{100 \cdot 10}{2}$$

$$v_0^2 = 2000 + 50$$

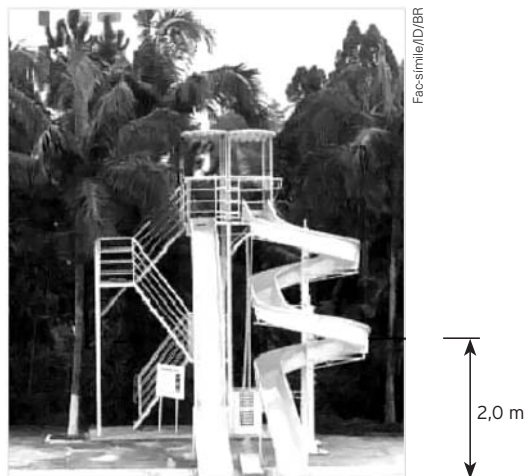
$$v_0 = 50 \text{ m/s}$$

O mergulho do avião iniciava-se a 5 000 m de altura, e a bomba era lançada sobre o alvo de uma altura de 500 m.

Considere a energia gravitacional do avião em relação ao solo, no ponto inicial do ataque, igual a  $E_1$ , e no ponto de onde a bomba é lançada, igual a  $E_2$ .

Calcule  $\frac{E_1}{E_2}$ .

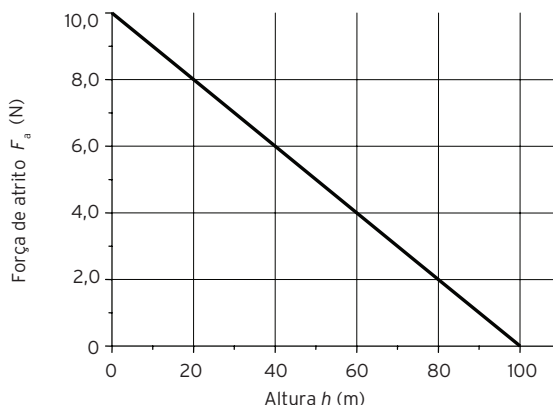
21. (Unesp) Um dos brinquedos prediletos de crianças no verão é o toboágua. A emoção do brinquedo está associada à grande velocidade atingida durante a descida, uma vez que o atrito pode ser desprezado devido à presença da água em todo o percurso do brinquedo, bem como à existência das curvas fechadas na horizontal, de forma que a criança percorra esses trechos encostada na parede lateral (vertical) do toboágua.



Sabendo que a criança de 36 kg parte do repouso, de uma altura de 6,0 m acima da base do toboágua, colocado à beira de uma piscina, calcule:

(Dado:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ .)

- A força normal, na horizontal, exercida sobre a criança pela parede lateral do toboágua, no ponto indicado na figura (curva do toboágua situada a 2,0 m da sua base) onde o raio de curvatura é igual a 80 cm.
  - A força dissipativa média exercida pela água da piscina, necessária para fazer a criança parar ao atingir 1,5 m de profundidade, considerando que a criança entra na água da piscina com velocidade, na vertical, aproximadamente igual a 10,9 m/s, desprezando-se, neste cálculo, a perda de energia mecânica no impacto da criança com a água da piscina.
22. (UFPE) Um objeto de 2,0 kg é lançado a partir do solo na direção vertical com uma velocidade inicial tal que este alcança a altura máxima de 100 m. O gráfico mostra a dependência da força de atrito  $F_a$ , entre o objeto e o meio, com a altura. Determine a velocidade inicial do objeto, em m/s.



23. (IME) Um bloco de massa  $m = 4 \text{ kg}$  parte de um plano horizontal sem atrito e sobe um plano inclinado com velocidade inicial de  $6 \text{ m/s}$ . Quando o bloco atinge a altura de  $1 \text{ m}$ , sua velocidade se anula; em seguida, o bloco escorrega de volta, passando pela posição inicial. Admitindo que a aceleração da gravidade seja igual a  $10 \text{ m/s}^2$  e que o atrito do plano inclinado produza a mesma perda de energia mecânica no movimento de volta, a velocidade do bloco, ao passar pela posição inicial, é:

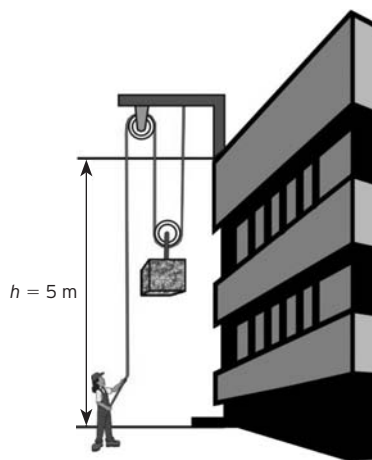
- $1 \text{ m/s}$
- $2 \text{ m/s}$
- $3 \text{ m/s}$
- $4 \text{ m/s}$
- $5 \text{ m/s}$

24. (UFRGS-RS) Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas no fim do enunciado que segue, na ordem em que aparecem.

Um objeto desloca-se de um ponto  $A$  até um ponto  $B$  do espaço seguindo um determinado caminho. A energia mecânica do objeto nos pontos  $A$  e  $B$  assume, respectivamente, os valores  $E_A$  e  $E_B$ , sendo  $E_B < E_A$ . Nessa situação, existem forças \_\_\_\_\_ atuando sobre o objeto, e a diferença de energia  $E_B - E_A$  \_\_\_\_\_ do \_\_\_\_\_ entre os pontos  $A$  e  $B$ .

- dissipativas – depende – caminho
- dissipativas – depende – deslocamento
- dissipativas – independe – caminho
- conservativas – independe – caminho
- conservativas – depende – deslocamento

25. (UFJF-MG) Em uma construção civil, os operários usam algumas máquinas simples para facilitar e diminuir sua carga diária de energia gasta na execução de seu trabalho. Uma das máquinas simples mais utilizadas é, por exemplo, as roldanas fixas e móveis. Em um dia comum de trabalho, um operário deve elevar, com velocidade constante, um bloco de pedra de massa  $m = 100 \text{ kg}$  para o segundo andar da obra, que fica a uma altura  $h = 5,0 \text{ m}$  em relação ao solo. Para essa tarefa, o operário utilizou um sistema com duas roldanas, uma fixa e outra móvel, e um cabo de massa desprezível, como mostra a figura. Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- Faça um diagrama de forças que atuam sobre o bloco e identifique cada uma das forças.
- Calcule a tração no cabo que está em contato com a mão do operário e o trabalho realizado por ele, para elevar o bloco até o segundo andar da obra.
- Se foi gasto um tempo  $t = 10 \text{ s}$  para o operário elevar o bloco até o segundo andar da obra, calcule a potência gasta nessa tarefa.

23. Alternativa b

Resolução

Inicialmente, em relação ao plano horizontal, a energia mecânica do bloco é:

$$E_M^{\text{inicial}} = \frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{4 \cdot 6^2}{2} = 72 \text{ J}$$

Ao término da subida, a energia dissipada foi:

$$E_d = E_M^{\text{inicial}} - E_M^{\text{final}} = 72 - mgh = 72 - 4 \cdot 10 \cdot 1 = 32 \text{ J}$$

Como na descida, o bloco perde a mesma quantidade de energia que na subida, temos:

$$E_M^{\text{final}} = E_M^{\text{inicial}} - 2E_d \Rightarrow \frac{mv'^2}{2} = 72 - 2 \cdot 32 \Rightarrow \Rightarrow \frac{4 \cdot v'^2}{2} = 8$$

$$v' = 2 \text{ m/s}$$

24. Alternativa a

Resolução: Ocorre diminuição no valor da energia mecânica, portanto, existem forças dissipativas (atrito) agindo no objeto. A energia dissipada pela força de atrito é calculada subtraindo-se a energia mecânica no ponto  $B$  pela energia mecânica no ponto  $A$ . O trabalho da força de atrito, que é dissipativa, depende da trajetória (caminho).

25. Gabarito a) vide resolução, b)  $\tau = 5000 \text{ J}$ , c)  $P = 500 \text{ W}$

a.



b. Em razão da polia móvel, a força necessária é a metade do peso ( $2T = P$ ):

$$F = 0,5 \cdot P = 0,5 \cdot 100 \cdot 10 = 500 \text{ N}$$

O trabalho não se modifica em razão da presença da polia móvel (a força necessária é metade, mas o deslocamento é o dobro):

$$\tau = m \cdot g \cdot h = 100 \cdot 10 \cdot 5 = 5000 \text{ J}$$

c.

$$P = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{5000}{10} = 500 \text{ W}$$

# Quantidade de movimento, impulso e colisões

## Quantidade de movimento

Considere um corpo de massa  $m$  movendo-se à velocidade  $\vec{v}$ . A **quantidade de movimento** ou **momento linear** desse corpo é a grandeza vetorial  $\vec{Q}$  dada por:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$$

No SI, a unidade da quantidade de movimento é:  $[Q] = \text{kg} \cdot \text{m/s}$

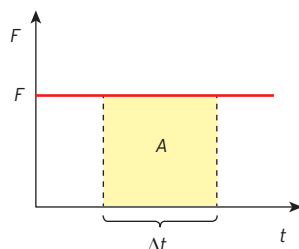
## Impulso

Considere um ponto material sob a ação de uma força  $\vec{F}$  constante durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ . O **impulso** dessa força é a grandeza vetorial  $\vec{I}$  dada por:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

No SI, a unidade do impulso é:  $[I] = \text{N} \cdot \text{s}$

No gráfico de uma força constante, o valor do impulso é numericamente igual à área entre o intervalo de tempo de interação.



Simbolicamente, podemos escrever:

$$|\vec{I}| \stackrel{\text{N}}{=} A$$

## Teorema do impulso

O impulso  $\vec{I}_R$  da força resultante, que age em um corpo durante determinado intervalo de tempo, é igual à variação da quantidade de movimento desse corpo nesse intervalo de tempo.

Simbolicamente, podemos escrever:

$$\vec{I}_R = \Delta \vec{Q}$$

## Conservação da quantidade de movimento

Em um sistema isolado de forças externas, quando a resultante de todas as forças externas que agem sobre o sistema for nula, a quantidade de movimento é constante.

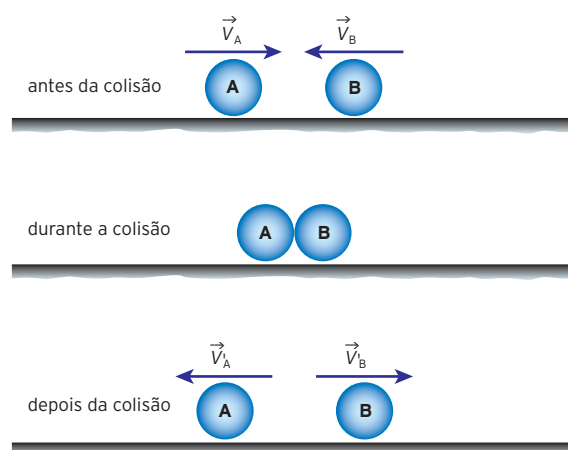
Então, pelo teorema do impulso, temos:

$$\vec{I}_R = 0 \Rightarrow \Delta \vec{Q} = 0 \Rightarrow \vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

## Colisões unidimensionais

Chamamos de **colisões unidimensionais** as colisões em que os corpos se movimentam em uma única direção, antes e depois da colisão.

A figura abaixo mostra um caso de colisão unidimensional entre dois corpos A e B.



Sejam  $v_A$  e  $v_B$  os módulos das velocidades dos corpos A e B antes da colisão, e  $v'_A$  e  $v'_B$  os módulos das velocidades depois da colisão. Chamamos de **coeficiente de restituição** o número  $e$  dado por:

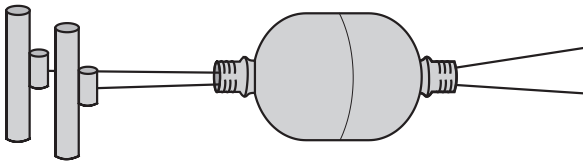
$$e = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B}$$

Note que o coeficiente de restituição não tem unidade, ou seja, é uma grandeza adimensional.

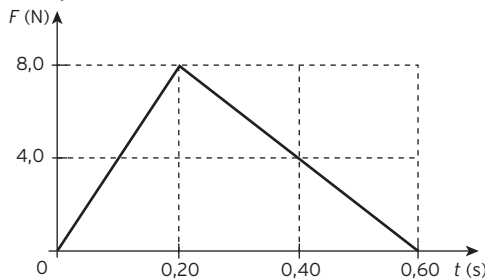
Em qualquer tipo de colisão entre dois ou mais corpos que constituem um sistema isolado, a quantidade de movimento do sistema se conserva, porém a energia cinética total pode variar. As colisões são classificadas da seguinte maneira:

- Se  $e = 1$ , a energia cinética se conserva, a colisão é perfeitamente elástica.
- Se  $e = 0$ , não ocorre restituição e os corpos permanecem unidos após a colisão, ocorrendo a maior perda de energia cinética, a colisão é perfeitamente inelástica.
- Se  $e < 1$ , ocorre restituição parcial de energia cinética, a colisão é parcialmente elástica.

1. (Udesc) Um jogador de futebol, ao cobrar uma falta, chuta a bola de forma que ela deixa seu pé com uma velocidade de 25 m/s. Sabendo que a massa da bola é igual a 400 g e que o tempo de contato entre o pé do jogador e a bola, durante o chute, foi de 0,01 s, a força média exercida pelo pé sobre a bola é igual a:
- a) 100 N                                      c) 2 500 N                                      e) 10 000 N  
b) 6 250 N                                      d) 1 000 N
2. (UFTM-MG) Em algumas circunstâncias nos deparamos com situações de perigo e, para esses momentos, são necessários equipamentos de segurança a fim de evitar maiores danos. Assinale a alternativa que justifica corretamente o uso de determinados dispositivos de segurança.
- a) O cinto de segurança e o *airbag*, utilizados nos automóveis, servem para amortecer o impacto do motorista em uma colisão e, conseqüentemente, reduzir a variação do módulo da quantidade de movimento do motorista na colisão.
- b) Um automóvel, ao fazer uma curva com velocidade de módulo constante, varia o módulo da quantidade de movimento do motorista, uma vez que a resultante das forças nele aplicadas é nula devido ao uso do cinto de segurança.
- c) Em uma atividade circense, o trapezista ao cair do trapézio é amortecido por uma rede de proteção, responsável pela anulação da quantidade de movimento devido ao impulso que ela lhe aplica, o que não ocorreria se ele caísse diretamente no solo.
- d) O impulso exercido por uma rede de proteção, sobre o trapezista é igual àquele exercido pelo solo, caso não haja a rede; porém, o tempo de interação entre o trapezista e a rede é maior, o que faz com que diminua a força média exercida sobre o trapezista pela rede, em relação ao solo.
- e) Ao cair sobre a rede de proteção o trapezista recebe da rede uma força maior do que aquela recebida se caísse no solo, oferecendo a ele maior segurança e diminuindo o risco de acidente.
3. (FGV-SP) Um brinquedo muito simples de construir, e que vai ao encontro dos ideais de redução, reutilização e reciclagem de lixo, é retratado na figura abaixo.



A brincadeira, em dupla, consiste em mandar o bôlido de 100 g, feito de garrafas plásticas, um para o outro. Quem recebe o bôlido mantém suas mãos juntas, tornando os fios paralelos, enquanto aquele que o manda abre com vigor os braços, imprimindo uma força variável, conforme o gráfico ao lado.



Considere que:

- a resistência ao movimento causada pelo ar e o atrito entre as garrafas com os fios sejam desprezíveis;
- o tempo que o bôlido necessita para deslocar-se de um extremo ao outro do brinquedo seja igual ou superior a 0,60 s.

Dessa forma, iniciando a brincadeira com o bôlido em um dos extremos do brinquedo, com velocidade nula, a velocidade de chegada do bôlido ao outro extremo, em m/s, é:

- a) 16                                              c) 24                                              e) 32  
b) 20                                              d) 28

**1. Alternativa d**  
 $J = \Delta Q$   
 $F \cdot \Delta t = m \cdot V - m \cdot V_0$   
 $F \cdot 0,01 = 0,4 \cdot 25 - 0$   
 $F = \frac{10}{0,01} = 1000 \text{ N}$

**2. Alternativa d**  
 Com ou sem cinto, a variação da quantidade de movimento é a mesma, já que o motorista varia sua velocidade do valor inicial até zero. Aplicando o teorema do impulso:  
 $J = \Delta Q \Rightarrow F \cdot \Delta t = \Delta Q \Rightarrow F = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$   
 Desta forma, para uma mesma variação da quantidade de movimento, a força média aplicada sobre o motorista é inversamente proporcional ao tempo de aplicação da força. Com o uso do *air-bag*, este tempo é maior e, conseqüentemente, a força média é menor. Assim, o motorista sofre menores danos. O mesmo se aplica à rede de frenagem do trapezista: o tempo de interação com a rede é maior em comparação com o tempo de interação com o solo, fazendo com que a força média seja menor.

**3. Alternativa c**  
 O impulso é dado pela área sob o gráfico  $F \times t$  (área do triângulo):  
 $J = \frac{0,6 \cdot 8}{2} = 2,4 \text{ N} \cdot \text{s}$   
 Aplicando o teorema do impulso:  
 $J = m \cdot V - m \cdot V_0$   
 $2,4 = 0,1 \cdot V - 0$   
 $v = 24 \text{ m/s}$

4. Alternativa d

Aplicando a conservação da quantidade de movimento para o sistema Maria e bola:

$$Q_{\text{inicial}} = Q_{\text{final}}$$

$$0 = m \cdot V_{\text{Maria}} + m \cdot V$$

$$V_{\text{Maria}} = -\frac{m \cdot V}{M}$$

Para o sistema Luísa e bola:

$$Q_{\text{inicial}} = Q_{\text{final}}$$

$$m \cdot V + m \cdot (-V) = (M + m) \cdot V_{\text{Luísa}}$$

$$V_{\text{Luísa}} = \frac{m \cdot v - M \cdot V}{M + m}$$

5. Alternativa a

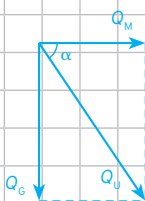
Como a partícula  $K^0$  está inicialmente em repouso, o vetor quantidade de movimento inicial é nulo. Como  $\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$ , a quantidade de movimento do sistema após a desintegração também deve ser nula. Assim, os vetores que representam as quantidades de movimento (e consequentemente as velocidades) das partículas  $\pi^+$  e  $\pi^-$  devem ter sentidos opostos.

6. Alternativa b

Da conservação da quantidade de movimento, tem-se:

$$\vec{Q}_U = \vec{Q}_G + \vec{Q}_M$$

Esta soma vetorial está representada na figura a seguir:



Os módulos das quantidades de movimento para o melro e para o gavião são:

$$Q_M = m_M \cdot V_M = 100 \cdot 24 = 2400 \text{ g} \cdot \text{km/h e}$$

$$Q_G = m_G \cdot V_G = 300 \cdot 80 = 24000 \text{ g} \cdot \text{km/h.}$$

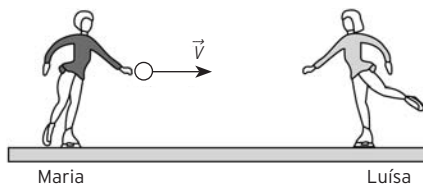
O vetor velocidade final do gavião possui mesmo sentido que o vetor  $Q_U$ . Do triângulo formado pelos vetores, tem-se:

$$\tan \alpha = \frac{Q_G}{Q_M} = \frac{24000}{2400} = 10$$

7. Alternativa e

O Conjunto projétil tronco fica imóvel sob o solo após a colisão, então existe atrito entre o conjunto e o solo. Portanto a resultante das forças não é nula, assim, o sistema formado pelo conjunto não é um sistema isolado e sua quantidade de movimento se conserva.

4. (Fuvest-SP) Maria e Luísa, ambas de massa  $M$ , patinam no gelo. Luísa vai ao encontro de Maria com velocidade de módulo  $V$ . Maria, parada na pista, segura uma bola de massa  $m$  e, num certo instante, joga a bola para Luísa. A bola tem velocidade de módulo  $v$ , na mesma direção de  $\vec{V}$ .



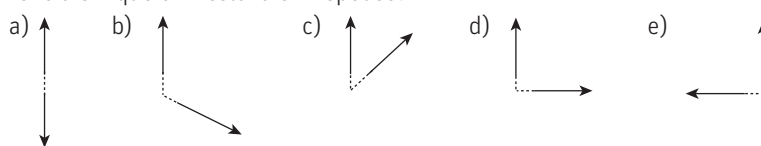
Depois que Luísa agarra a bola, as velocidades de Maria e Luísa em relação ao solo são, respectivamente:

- a)  $0$  e  $v - V$       d)  $-\frac{mv}{M}$  e  $\frac{mv - MV}{M + m}$   
 b)  $-v$  e  $v + \frac{v}{2}$       e)  $\frac{MV}{2} - mv$  e  $-\frac{mv - MV}{M + m}$   
 c)  $-\frac{mv}{M}$  e  $\frac{MV}{m}$

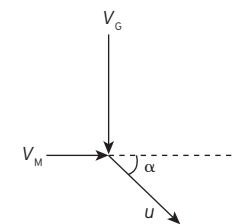
**Note e adote**  
 $V$  e  $v$  são velocidades em relação ao solo.  
 Considere positivas as velocidades para a direita.  
 Desconsidere efeitos dissipativos.

5. (Fuvest-SP) A partícula neutra conhecida como méson  $K^0$  é instável e decai, emitindo duas partículas, com massas iguais, uma positiva e outra negativa, chamadas, respectivamente, méson  $\pi^+$  e méson  $\pi^-$ .

Em um experimento, foi observado o decaimento de um  $K^0$ , em repouso, com emissão do par  $\pi^+$  e  $\pi^-$ . Das figuras abaixo, qual poderia representar as direções e sentidos das velocidades das partículas  $\pi^+$  e  $\pi^-$  no sistema de referência em que o  $K^0$  estava em repouso?



6. (Fuvest-SP) Um gavião avista, abaixo dele, um melro e, para apanhá-lo, passa a voar verticalmente, conseguindo agarrá-lo. Imediatamente antes do instante em que o gavião, de massa  $M_G = 300$  g, agarra o melro, de massa  $M_M = 100$  g, as velocidades do gavião e do melro são, respectivamente,  $\vec{V}_G = 80$  km/h na direção vertical, para baixo, e  $\vec{V}_M = 24$  km/h na direção horizontal, para a direita, como ilustra a figura ao lado. Imediatamente após a caça, o vetor velocidade  $\vec{u}$  do gavião, que voa segurando o melro, forma um ângulo  $\alpha$  com o plano horizontal tal que  $\text{tg } \alpha$  é aproximadamente igual a:



- a) 20      c) 3  
 b) 10      d) 0,3      e) 0,1
7. (Unesp) Um madeireiro tem a infeliz ideia de praticar tiro ao alvo disparando seu revólver contra um tronco de árvore caído no solo. Os projéteis alojam-se no tronco, que logo fica novamente imóvel sobre o solo. Nessa situação, considerando um dos disparos, pode-se afirmar que a quantidade de movimento do sistema projétil-tronco:
- a) não se conserva, porque a energia cinética do projétil se transforma em calor.  
 b) se conserva e a velocidade final do tronco é nula, pois a sua massa é muito maior do que a massa do projétil.

- c) não se conserva, porque a energia não se conserva, já que o choque é inelástico.  
 d) se conserva, pois a massa total do sistema projétil-tronco não foi alterada.  
 e) não se conserva, porque o sistema projétil-tronco não é isolado.

8. (UFRJ) Um menino de 40 kg de massa corre em movimento retilíneo horizontal em cima de uma prancha de 8,0 kg de massa que desliza sobre um piso horizontal, conforme indica a figura. Não há qualquer atrito entre a prancha e o piso, embora haja atrito entre o menino e a prancha. O movimento do menino ocorre com aceleração constante de módulo 0,20 m/s<sup>2</sup> e sentido para a esquerda, em relação ao piso.



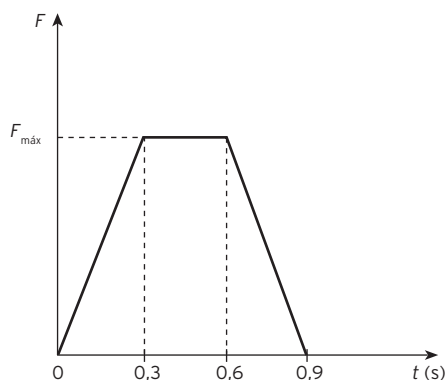
- a) Indique o sentido da componente horizontal da força que a prancha exerce sobre o menino e calcule seu módulo.  
 b) Indique o sentido da aceleração da prancha relativa ao piso e calcule seu módulo.

9. (Unicamp-SP) O lixo espacial é composto por partes de naves espaciais e satélites fora de operação abandonados em órbita ao redor da Terra. Esses objetos podem colidir com satélites, além de pôr em risco astronautas em atividades extraveiculares.

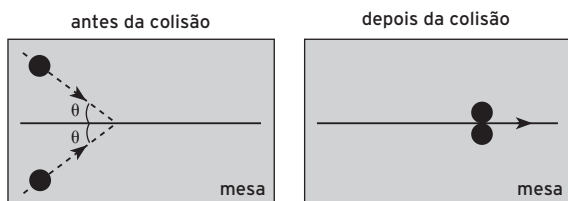
Considere que durante um reparo na estação espacial um astronauta substituiu um painel solar, de massa  $m_p = 80$  kg, cuja estrutura foi danificada. O astronauta estava inicialmente em repouso em relação à estação e ao abandonar o painel no espaço lança-o a uma velocidade  $v_p = 0,15$  m/s.

a) Sabendo que a massa do astronauta é  $m_a = 60$  kg, calcule sua velocidade de recuo.

b) O gráfico ao lado mostra, de forma simplificada, o módulo da força aplicada pelo astronauta sobre o painel em função do tempo durante o lançamento. Sabendo que a variação de momento linear é igual ao impulso, cujo módulo pode ser obtido pela área do gráfico, calcule a força máxima  $F_{\text{máx}}$ .



10. (UFPE) Duas partículas idênticas, que se movem sobre a superfície horizontal de uma mesa sem atrito, realizam uma colisão perfeitamente inelástica, como mostra a figura.



Antes da colisão, cada partícula tinha velocidade de módulo 5 m/s e direção  $\theta = 37^\circ$  em relação à linha contínua da figura. Qual a velocidade das partículas após a colisão, em m/s?

[Considere  $\cos 37^\circ = 0,80$  e  $\sin 37^\circ = 0,60$ .]

8. Gabarito a)  $F_r = 8$  N para a esquerda, b)  $a = 1$  m/s<sup>2</sup> para a direita

a. A componente horizontal da força que a prancha exerce sobre o menino é a força de atrito exercida pela prancha, sendo também a própria força resultante sobre o menino. Da segunda lei de Newton:

$$F_r = F_{\text{at}} = m \cdot a = 40 \cdot 0,2 = 8 \text{ N (para a esquerda)}$$

b. A força resultante sobre a prancha é igual à força de atrito exercida pelo menino sobre ela. Esta força é a reação à força de atrito calculada no item anterior, e possui, portanto, mesmo módulo. Aplicando a segunda lei de Newton para a prancha:

$$F_{\text{at}} = m \cdot a \Rightarrow 8 = 8 \cdot a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2 \text{ (para a direita)}$$

9. Gabarito a)  $|v_a| = 0,2$  m/s, b)  $F_{\text{máx}} = 20$  N

a. Astronauta e painel formam um sistema isolado, portanto a quantidade de movimento total se conserva:

$$Q_{\text{final}} = Q_{\text{inicial}}$$

$$0 = m_a \cdot V_a + m_p \cdot V_p$$

$$0 = 60 \cdot V_a + 80 \cdot 0,15$$

$$v_a = -\frac{12}{60} = -0,2 \text{ m/s (o sinal negativo indica que a velocidade do astronauta possui sentido oposto à do painel)}$$

b. A variação da quantidade de movimento (ou momento linear) do painel foi de:

$$\Delta Q = m \cdot V - m \cdot V_0 = 80 \cdot 0,15 - 0 = 12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

O impulso da força resultante é igual à variação da quantidade de movimento, portanto  $I = 12 \text{ N} \cdot \text{s}$ . Como o impulso é também numericamente igual à área no diagrama  $F \times t$ , a área do trapézio formado no gráfico deve ser igual a 12. Assim:

$$\frac{(0,9 + 0,3)}{2} \cdot F_{\text{máx}} = 12$$

$$F_{\text{máx}} = \frac{2 \cdot 12}{1,2} = 20 \text{ N}$$

10. Gabarito  $V_{\text{depois}} = 4$  m/s

Numa colisão, a quantidade de movimento total é conservada. Aplicando o princípio da conservação desta grandeza ao longo da linha contínua, tem-se:

$$Q_{\text{final}} = Q_{\text{inicial}}$$

$$(m + m) \cdot V_{\text{depois}} = m \cdot V_{\text{antes}} \cdot \cos 37^\circ + m \cdot V_{\text{antes}} \cdot \cos 37^\circ$$

$$2 \cdot m \cdot V_{\text{depois}} = 2 \cdot m \cdot 5 \cdot 0,8$$

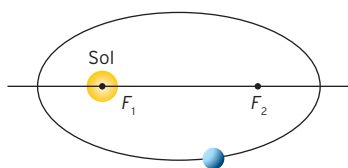
$$V_{\text{depois}} = 4 \text{ m/s}$$



# Leis do movimento planetário e gravitação universal

## ■ Primeira lei de Kepler, ou lei das órbitas

Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, que ocupa um dos focos dessa elipse.



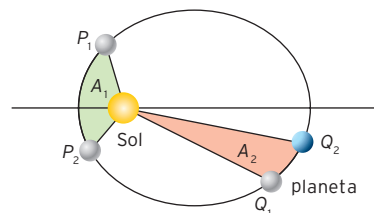
Esquema de um planeta orbitando ao redor do Sol.  $F_1$  e  $F_2$  são os focos da elipse.

## ■ Segunda lei de Kepler, ou lei das áreas

O raio vetor, segmento imaginário que une o centro do Sol ao centro do planeta, “varre” áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

Para compreender a lei das áreas, observe a figura ao lado:

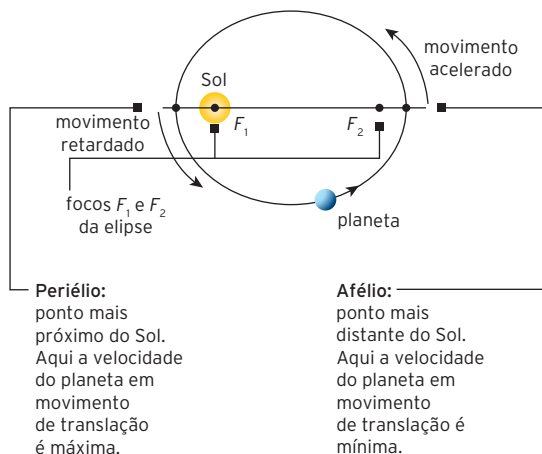
- O planeta percorre o arco  $P_1P_2$  em um intervalo de tempo  $\Delta t_1$ . O raio vetor que liga o planeta ao Sol varre a área  $A_1$ .
- O planeta percorre o arco  $Q_1Q_2$  em um intervalo de tempo  $\Delta t_2$ . O raio vetor que liga o planeta ao Sol varre a área  $A_2$ .



Assim, a expressão matemática para a segunda lei de Kepler é:

$$\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} = \text{Vareolar}$$

Em que Vareolar é a quantidade de área varrida em determinado tempo e é uma constante do planeta. Em decorrência dessa lei, admite-se um movimento com velocidades diferentes ao longo da órbita. Veja abaixo.



## ■ Terceira lei de Kepler, ou lei dos períodos

O quadrado do período de translação de um planeta em torno do Sol é proporcional ao cubo do raio médio da respectiva órbita.

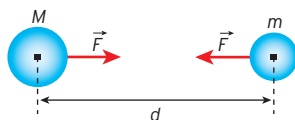
Essa lei pode ser expressa pela seguinte relação matemática:

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{T_3^2}{r_3^3} = K$$

em que  $T$  é o período de translação,  $r$  é o raio médio da órbita e  $k$  é uma constante de proporcionalidade, que só depende da massa do Sol.

## ■ Lei da gravitação universal

A intensidade da força de atração gravitacional entre dois corpos quaisquer é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa.



Essa lei pode ser expressa matematicamente por:

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{d^2}$$

Em que  $G$  é a constante de gravitação universal cujo valor é  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$ .

Da lei da gravitação universal, conclui-se:

- Quanto maior for a distância entre dois corpos, menor será a força de atração gravitacional entre eles, e vice-versa.
- Quanto maior for a massa dos corpos envolvidos, maior será a força de atração gravitacional entre eles.

## Aceleração da gravidade

Para um corpo situado na **superfície da Terra**, a força de atração gravitacional entre a Terra e o corpo é dada por:

$$g = \frac{G \cdot m_T}{R^2}$$

Para um corpo localizado à **altitude  $h$**  em relação à superfície da Terra, temos:

$$g_h = \frac{G \cdot m_T}{(R + h)^2}$$

## Corpos em órbita

A **velocidade orbital** a uma **distância  $r$**  do centro do planeta é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

Em que  $R$  é o raio do planeta e  $h$  a altura ou altitude na qual se encontra o corpo.

## Período de rotação

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M} \cdot r^3$$

## Velocidade de escape

É assim chamada a **velocidade mínima** ( $v_0$ ) com a qual um corpo deve ser lançado da superfície terrestre de modo que se livre da atração gravitacional a que está submetido e se afaste indefinidamente com velocidade nula.

O módulo da velocidade de escape  $v_0$  é dado pela expressão:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

1. Alternativa d

$$\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3} \Rightarrow \frac{n}{r^3} = \frac{T_B^2}{(4r)^3} \Rightarrow T_B = \sqrt{64 \cdot n^2}$$

$$T_B = 8n$$

2. Alternativa b

Pela Segunda lei de Kepler, o planeta percorre áreas iguais em tempos iguais, logo,  $t_{OP} = t_{MN}$ . Uma consequência disso é que, quanto mais próximo do astro central, maior a velocidade do planeta e, portanto,  $v_{OP} > v_{MN}$ .

3. Alternativa c

O período de rotação da Lua é aproximadamente o mesmo do de translação (revolução) em torno da Terra.

4. Gabarito a)

$$\Delta T_{Terra} = 5,0 \cdot 10^2 \text{ s}$$

$$\Delta T_{Plutão} = 2,0 \cdot 10^4 \text{ s}$$

b) aproximadamente 256 anos.

a.  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$

$$\Delta t_{Terra} = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 5 \cdot 10^2 \text{ s}$$

$$\Delta t_{Plutão} = \frac{60 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^4 \text{ s}$$

b.

$$\frac{T_{Terra}^2}{r_{Terra}^3} = \frac{T_{Plutão}^2}{r_{Plutão}^3} \Rightarrow \frac{1}{(1,5 \cdot 10^{11})^3} = \frac{T_{Plutão}^2}{(60 \cdot 10^{11})^3} \Rightarrow$$

$$T_{Plutão}^2 = \sqrt{64 \cdot 10^2 \cdot 10} = 80\sqrt{10}$$

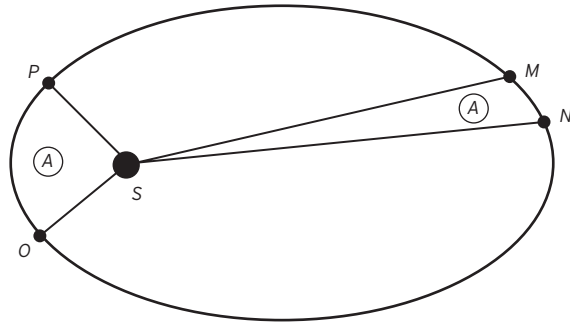
$$T_{Plutão} \approx 256 \text{ anos}$$

1. (FGV-SP) Curiosamente, no sistema solar, os planetas mais afastados do Sol são os que têm maior quantidade de satélites naturais, principalmente os de maior massa, como Júpiter e Saturno, cada um com mais de 60 satélites naturais.

Considere dois satélites, A e B, de Júpiter. O satélite A dista  $R$  do centro de Júpiter e o satélite B dista  $4R$  do mesmo centro. Se A demora  $n$  dias terrestres para completar uma volta em torno de Júpiter, o número de dias terrestres em que B completa uma volta em torno do mesmo planeta é:

- a)  $\sqrt{2} \cdot n$                       c)  $4 \cdot n$                                       e)  $8 \cdot \sqrt{2} \cdot n$   
b)  $2 \cdot n$                               d)  $8 \cdot n$

2. (Unesp) A órbita de um planeta é elíptica, e o Sol ocupa um de seus focos, como ilustrado na figura (fora de escala). As regiões limitadas pelos contornos  $OPS$  e  $MNS$  têm áreas iguais a  $A$ .



Se  $t_{OP}$  e  $t_{MN}$  são os intervalos de tempo gastos para o planeta percorrer os trechos  $OP$  e  $MN$ , respectivamente, com velocidades médias  $v_{OP}$  e  $v_{MN}$ , pode-se afirmar que:

- a)  $t_{OP} > t_{MN}$  e  $v_{OP} < v_{MN}$   
b)  $t_{OP} = t_{MN}$  e  $v_{OP} > v_{MN}$   
c)  $t_{OP} = t_{MN}$  e  $v_{OP} < v_{MN}$   
d)  $t_{OP} > t_{MN}$  e  $v_{OP} > v_{MN}$   
e)  $t_{OP} < t_{MN}$  e  $v_{OP} < v_{MN}$

3. (UFG-GO) A Lua sempre apresenta a mesma face quando observada de um ponto qualquer da superfície da Terra. Esse fato, conhecido como acoplamento de maré, ocorre porque:

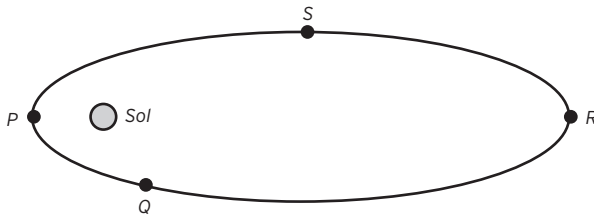
- a) a Lua tem período de rotação igual ao seu período de revolução.  
b) a Lua não tem movimento de rotação em torno do seu eixo.  
c) o período de rotação da Lua é igual ao período de rotação da Terra.  
d) o período de revolução da Lua é igual ao período de rotação da Terra.  
e) o período de revolução da Lua é igual ao período de revolução da Terra.

4. (Unicamp-SP) Em agosto de 2006, Plutão foi reclassificado pela União Astronômica Internacional, passando a ser considerado um planeta-anão. A terceira Lei de Kepler diz que  $T^2 = Ka^3$ , em que  $T$  é o tempo para um planeta completar uma volta em torno do Sol, e  $a$  é a média entre a maior e a menor distância do planeta ao Sol. No caso da Terra, essa média é  $a_T = 1,5 \times 10^{11}$  m, enquanto que para Plutão  $a_p = 60 \times 10^{11}$  m. A constante  $K$  é a mesma para todos os objetos em órbita em torno do Sol. A velocidade da luz no vácuo é igual a  $3,0 \times 10^8$  m/s.

(Dado:  $\sqrt{10} \approx 3,2$ .)

- a) Considerando-se as distâncias médias, quanto tempo leva a luz do Sol para atingir a Terra? E para atingir Plutão?  
b) Quantos anos terrestres Plutão leva para dar uma volta em torno do Sol? Exprese o resultado de forma aproximada, como um número inteiro.

5. (UFMG) Na figura, está representada, de forma esquemática, a órbita de um cometa em torno do Sol:



Nesse esquema, estão assinalados quatro pontos (P, Q, R e S) da órbita do cometa.

1. Assinalando com um X a quadrícula apropriada, indique em qual dos pontos (P, Q, R ou S) o módulo da aceleração do cometa é maior.

P     Q     R     S

Justifique sua resposta.

2. Assinalando com um X a quadrícula apropriada, responda:

Na trajetória descrita pelo cometa, a quantidade de movimento do cometa se conserva?

Sim.                       Não.

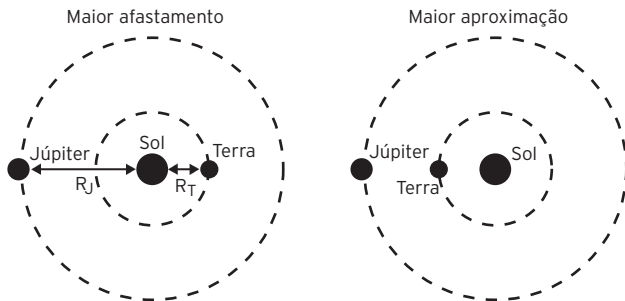
Justifique sua resposta.

6. (Uespi) Em setembro de 2010, cientistas anunciaram a descoberta do planeta Gliese 581g, localizado fora do Sistema Solar. O planeta orbita a estrela Gliese 581, a 20 anos-luz de distância do Sol, e tem temperaturas similares à do nosso planeta, o que gerou especulações de que ele poderia abrigar água em estado líquido e, potencialmente, vida. Se Gliese 581g possui massa 4 vezes maior e raio 1,2 vez maior que a Terra, qual a razão  $\frac{g_T}{g_G}$  entre as acelerações da gravidade nas superfícies da Terra e de Gliese 581g?

- a)  $\frac{1}{0,3}$     b)  $\frac{1}{0,36}$     c) 1    d) 0,36    e) 0,3

(Unicamp-SP) Texto para as questões 7 e 8.

Em setembro de 2010, Júpiter atingiu a menor distância da Terra em muitos anos. As figuras abaixo ilustram a situação de maior afastamento e a de maior aproximação dos planetas, considerando que suas órbitas são circulares, que o raio da órbita terrestre ( $R_T$ ) mede  $1,5 \cdot 10^{11}$  m e que o raio da órbita de Júpiter ( $R_J$ ) equivale a  $7,5 \cdot 10^{11}$  m.



7. A força gravitacional entre dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$  tem módulo  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ , em que  $r$  é a distância entre eles e  $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$ . Sabendo que a massa de Júpiter é  $m_J = 2,0 \cdot 10^{27}$  kg e que a massa da Terra é  $m_T = 6,0 \cdot 10^{24}$  kg, o módulo da força gravitacional entre Júpiter e a Terra no momento de maior proximidade é:

- a)  $1,4 \cdot 10^{18}$  N                      c)  $3,5 \cdot 10^{19}$  N  
 b)  $2,2 \cdot 10^{18}$  N                      d)  $1,3 \cdot 10^{30}$  N

5. 1. No ponto P, a força resultante sobre o cometa é a força de atração gravitacional exercida pelo Sol, que varia com o inverso do quadrado da distância entre o Sol e o cometa. Neste ponto, a distância é mínima, e a força gravitacional (resultante) é máxima. Conforme a 2ª lei de Newton, a aceleração sobre um corpo é diretamente proporcional à resultante de forças que atua no corpo ( $F = ma$ ). Dessa forma, quando em P a resultante de forças é máxima, a aceleração é também máxima.
2. Não. A quantidade de movimento de um corpo depende da massa e da velocidade do corpo ( $Q = mv$ ). A velocidade muda em módulo e direção durante seu movimento ao redor do Sol. Dessa forma, não ocorre a conservação da quantidade de movimento do cometa.

6. Alternativa d

Para Gliese ou para a Terra, a aceleração gravitacional pode ser dada por:

$$P = F_g$$

$$m \cdot g = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

Fazendo a razão  $g_T/g_G$ :

$$\frac{g_T}{g_G} = \frac{\frac{G \cdot M_T}{r_T^2}}{\frac{G \cdot M_G}{r_G^2}}$$

$$\frac{g_T}{g_G} = \frac{M_T}{r_T^2} \cdot \frac{r_G^2}{M_G}$$

$$\frac{g_T}{g_G} = \frac{M_T}{r_T^2} \cdot \frac{(1,2 \cdot r_T)^2}{4 \cdot M_T}$$

$$\frac{g_T}{g_G} = \frac{1,44}{4} = 0,36$$

7. Alternativa b

$$F_g = \frac{G \cdot m_J \cdot m_T}{r^2} = \frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{27} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(7,5 \cdot 10^{11} - 1,5 \cdot 10^{11})^2}$$

$$F_g = 2,2 \cdot 10^{18} \text{ N}$$

8. Alternativa c

$$\frac{T_J^2}{r_J^3} = \frac{T_T^2}{r_T^3} \Rightarrow \frac{1}{(1,5 \cdot 10^{11})^3} = \frac{T_J^2}{(7,5 \cdot 10^{11})^3}$$

$$T_J \approx 11,18 \text{ anos}$$

9. Alternativa b

Sendo  $\rho$  a densidade dos planetas, a massa pode ser escrita como  $m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ .

Do enunciado,  $r_T = 10^6 r_P$ .

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

$$\frac{G \cdot M_T}{r_T^2} = \frac{G \cdot M_P}{r_P^2}$$

$$\rho_T \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r_T^3 = \rho_P \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r_P^3$$

$$\rho_T \cdot r_T^3 = \rho_P \cdot r_P^3$$

$$\frac{\rho_P}{\rho_T} = \frac{r_T^3}{r_P^3}$$

$$\frac{\rho_P}{\rho_T} = \frac{10^6 \cdot r_P}{r_P} = 10^6$$

10. Alternativa d

Nos três arranjos, a massa  $M$  está à mesma distância  $r$  das quatro massas  $m$ . Portanto, sua energia potencial gravitacional é a mesma nos três casos.

11. Gabarito  $8 \text{ m/s}^2$

$$P = F_g$$

$$m \cdot g = \frac{G \cdot M \cdot m}{(r+h)^2}$$

$$g = \frac{G \cdot M}{(r+h)^2} = \frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(700 \cdot 10^3 + 6400 \cdot 10^3)^2} \approx 8 \text{ m/s}^2$$

8. De acordo com a terceira lei de Kepler, o período de revolução e o raio da órbita desses planetas em torno do Sol obedecem à relação  $\left(\frac{T_J}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{R_J}{R_T}\right)^3$ , em que  $T_J$  e  $T_T$  são os períodos de Júpiter e da Terra respectivamente.

Considerando as órbitas circulares representadas na figura, o valor de  $T_J$  em anos terrestres é mais próximo de:

- a) 0,1
- b) 5
- c) 12
- d) 125

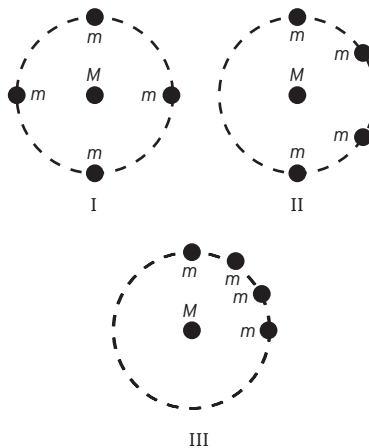
9. (UFF-RJ) Antoine de Saint-Exupéry gostaria de ter começado a história do Pequeno Príncipe dizendo:

“Era uma vez um pequeno príncipe que habitava um planeta pouco maior que ele, e que tinha necessidade de um amigo...”

Considerando que o raio médio da Terra é 1 milhão de vezes o raio médio do planeta do Pequeno Príncipe, assinale a opção que indica a razão entre a densidade do planeta do Pequeno Príncipe ( $\rho_P$ ) e a densidade da Terra ( $\rho_T$ ) de modo que as acelerações da gravidade nas superfícies dos dois planetas sejam iguais.

- a)  $\frac{\rho_P}{\rho_T} = 10^{12}$
- b)  $\frac{\rho_P}{\rho_T} = 10^6$
- c)  $\frac{\rho_P}{\rho_T} = 10^{18}$
- d)  $\frac{\rho_P}{\rho_T} = 10^3$
- e)  $\frac{\rho_P}{\rho_T} = 10^2$

10. (Uece) Em três situações distintas, uma massa  $M$  puntiforme sofre atrações gravitacionais de quatro outras  $m$ , também puntiformes e idênticas, localizadas conforme a figura abaixo.



Considere que  $M$  esteja no centro e que as outras massas estejam sobre o perímetro da mesma circunferência. Chamando  $U_I$ ,  $U_{II}$  e  $U_{III}$  as energias potenciais gravitacionais da massa  $M$  nos arranjos I, II e III, respectivamente, pode-se afirmar corretamente que:

- a)  $U_I < U_{II} = U_{III}$
- b)  $U_I > U_{II} > U_{III}$
- c)  $U_I < U_{II} < U_{III}$
- d)  $U_I = U_{II} = U_{III}$

11. (Unesp) Desde maio de 2008, o Ibama [Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis] recebe imagens do Alos [sigla de Advanced Land Observing Satellite, “satélite de observação avançada da Terra”] para monitorar o desmatamento na floresta Amazônica. O Alos é um satélite japonês que descreve uma órbita circular a aproximadamente 700 km de altitude.

São dados o raio e a massa da Terra,  $r_T = 6400 \text{ km}$  e  $M = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , respectivamente, e a constante gravitacional,  $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ . Determine o módulo da aceleração da gravidade terrestre, em  $\text{m/s}^2$ , na altitude em que esse satélite se encontra.

12. (UFC-CE) O período de um satélite que se encontra em órbita circular, de raio  $r$ , em torno do centro da Terra, cuja massa é  $M$ , é dado por:

a)  $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$                                       d)  $2\pi\sqrt{\frac{GM}{r^3}}$   
 b)  $\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$                                       e)  $2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$   
 c)  $\pi\sqrt{\frac{GM}{r^3}}$

13. (UFG-GO) Considere que a Estação Espacial Internacional, de massa  $M$ , descreve uma órbita elíptica estável em torno da Terra, com um período de revolução  $T$  e raio médio  $R$  da órbita. Nesse movimento:

- a) o período depende de sua massa.  
 b) a razão entre o cubo do seu período e o quadrado do raio médio da órbita é uma constante de movimento.  
 c) o módulo de sua velocidade é constante em sua órbita.  
 d) a energia mecânica total deve ser positiva.  
 e) a energia cinética é máxima no perigeu.

14. (Ufes) Com a finalidade de monitorar o desmatamento na Floresta Amazônica, deseja-se colocar em órbita um satélite de massa  $m$  a uma altitude  $h$ . Se o raio da Terra é  $R$ , o período de rotação do satélite é:

a)  $\frac{2\pi h}{R}\sqrt{\frac{R+h}{g}}$   
 b)  $2\pi\sqrt{\frac{R+h}{g}}$   
 c)  $\frac{2\pi(R+h)}{R}\sqrt{\frac{R}{g}}$   
 d)  $\frac{2\pi(R+h)}{R}\sqrt{\frac{R+h}{g}}$   
 e)  $\frac{2\pi(R+h)}{R}\sqrt{\frac{g}{R+h}}$

15. (UFTM-MG) Ao se observar o movimento da Lua em torno da Terra, verifica-se que, com boa aproximação, ele pode ser considerado circular e uniforme. Aproximadamente, o raio da órbita lunar é  $38,88 \times 10^4$  km e o tempo gasto pela Lua para percorrer sua órbita é de 27 dias.



Considerando a massa da Lua igual a  $7,3 \times 10^{22}$  kg, adotando o centro do referencial Terra-Lua no centro da Terra e  $\pi = 3$ , determine:

- a) a velocidade escalar média de um ponto localizado no centro da Lua, em km/h;  
 b) o valor aproximado da resultante das forças, em newtons, envolvidas no movimento orbital da Lua.

12. Alternativa e

$$a_{cp} = g_n$$

$$\omega^2 \cdot R = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

$$\frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

13. Alternativa e

- a. Incorreta. O período não depende da massa da Estação Espacial Internacional. Ele é dado por  $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}$  e depende apenas da massa do astro central, no caso, a Terra.  
 b. Incorreta. A constante é dada pela razão entre o quadrado do período e o cubo do raio médio da órbita.  
 c. Incorreta. Como a órbita é elíptica, o módulo da velocidade é variável, sendo maior no perigeu — o ponto da órbita mais próximo de nosso planeta.  
 d. Incorreta. Dependendo do referencial estabelecido, a energia mecânica pode não ser positiva. O mais comum para casos como esse é utilizar a energia potencial gravitacional como zero para pontos infinitamente afastados de astros massivos e, portanto, ela é negativa para os demais pontos.  
 e. Correta. No perigeu, o módulo da velocidade é máximo, logo, a energia cinética também é máxima.

14. Alternativa d

Resolução:

Pelo período de rotação temos:  $T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}} \cdot r^3$  (I)  
 A força de atração gravitacional que o planeta Terra exerce no satélite se dá  $g = \frac{GM}{R^2}$   
 por  $gR^2 = GM$ , substituindo (II) em (I) vem:  
 $M = \frac{gR^2}{G}$  (II)

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}} \cdot r^3 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G \cdot \frac{gR^2}{G}} \cdot r^3}$$

sabemos

que  $r = R + h$ , então teremos,

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G \cdot \frac{gR^2}{G}} \cdot (R+h)^2 \cdot (R+h)}$$

$$T = \frac{2\pi}{R} \cdot (R+h) \cdot \sqrt{\frac{R+h}{g}}$$

15. Gabarito a)  $3,6 \cdot 10^3$  km/h, b)  $1,9 \cdot 10^{20}$  N

a. Com o raio em km e o período em horas:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$v = \frac{2 \cdot 3 \cdot 38,88 \cdot 10^4}{27 \cdot 24} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ km/h}$$

$$b. F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R} = \frac{7,3 \cdot 10^{22} \cdot (10^3)^2}{38,88 \cdot 10^7} \cong 1,9 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

# Estática e hidrostática

## Relação entre equilíbrio e força

Dizemos que um corpo está em **equilíbrio** quando a **resultante das forças** que agem sobre ele é **nula**. Para um **ponto material** (de dimensões desprezíveis), essa condição é suficiente para afirmar que ele se encontra em **equilíbrio translacional**, o qual pode ser estático ( $v = 0$ ) ou dinâmico (MRU).

Quando se trata de um **corpo extenso** (de dimensões não desprezíveis), as forças podem, conforme o ponto em que elas são aplicadas, deslocar o corpo linearmente, fazê-lo entrar em rotação ou gerar ambos os movimentos. Assim, para analisar o equilíbrio de um corpo extenso, levamos em consideração, além do equilíbrio translacional, o **equilíbrio rotacional**.

## Condições de equilíbrio

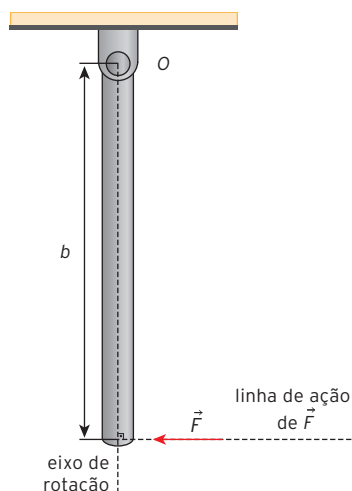
Um corpo extenso está em equilíbrio quando são satisfeitas duas condições:

- A resultante de todas as forças externas que atuam no corpo é nula (equilíbrio de translação).
- A soma dos momentos de todas as forças externas atuantes no corpo, em relação a qualquer polo, é nula (equilíbrio de rotação).

No caso da aplicação de força não perpendicular ao eixo de rotação, é feita a decomposição da força nas direções  $x$  e  $y$ .

## Momento escalar de uma força

O **momento de uma força** ou **torque** é a grandeza que mede a capacidade de uma força de provocar a rotação de um corpo.



Seja um corpo extenso que pode girar em torno de um ponto  $O$  e uma força  $\vec{F}$  aplicada ao corpo. A distância  $b$  do ponto  $O$  até a linha de ação de  $\vec{F}$  é chamada de braço da força  $\vec{F}$ , e o ponto  $O$  é chamado de polo.

O momento escalar  $M$  da força  $\vec{F}$  em relação ao polo  $O$  é dado por:

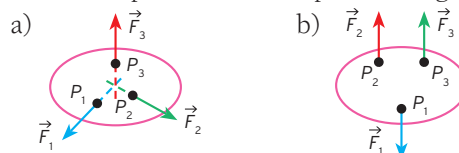
$$M = \mp F \cdot b$$

No SI, a unidade do momento é:  $[M] = \text{N} \cdot \text{m}$

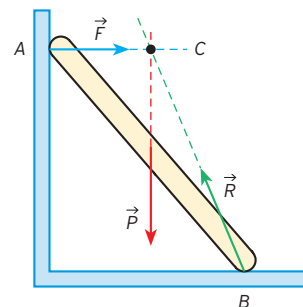
A força pode girar o corpo no sentido horário ou anti-horário. Por convenção, adota-se o **sinal positivo** quando a força tende a girar o corpo no **sentido anti-horário** e o momento escalar da força é positivo. Quando a força tende a girar o corpo no **sentido horário** o sinal do momento é **negativo**.

## Teorema das três forças

Um corpo em equilíbrio sob a ação exclusiva de três forças que devem ser coplanares e suas linhas de ação serão necessariamente concorrentes (figura a) em um único ponto ou, então, paralelas (figura b).



Isso é o que ocorre com uma escada apoiada em uma parede, veja abaixo o esquema de forças na escada.

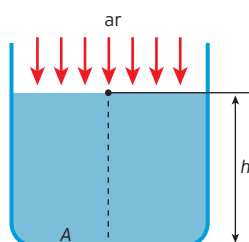


No esquema, representamos duas forças que atuam sobre a escada: o peso  $\vec{P}$  e a força  $\vec{F}$  exercida pela parede. Para determinar a direção da força resultante  $\vec{R}$ , que o chão exerce na escada, na posição de equilíbrio devemos encontrar graficamente o ponto  $C$  de concorrências das linhas de ação  $\vec{F}$  e  $\vec{P}$  e impor que a linha de ação de  $\vec{R}$  seja a reta determinada pelos pontos  $C$  e  $B$ .

## ■ Pressão exercida por fluidos (ou pressão hidrostática)

Líquidos em equilíbrio estático exercem pressão no fundo do recipiente que os contém. Essa pressão não depende do formato e tamanho do recipiente, e sim da altura da coluna líquida  $h$ . A pressão dessa coluna líquida, também chamada de **pressão hidrostática**, é dada por:

$$p_H = d \cdot g \cdot h$$

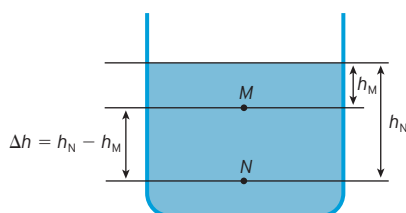


A pressão total sobre os pontos situados no fundo do recipiente é a soma da pressão hidrostática com a pressão atmosférica local.

$$p = p_{\text{atm}} + d \cdot g \cdot h$$

Para calcular a variação de pressão  $\Delta p$  entre dois pontos, M e N, situados no interior de um líquido homogêneo em equilíbrio, consideramos a diferença de profundidade  $\Delta h$  entre eles.

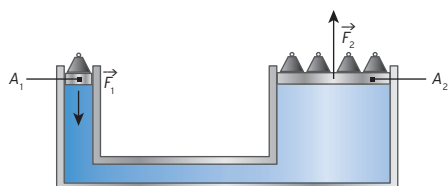
$$\Delta p = d \cdot g \cdot \Delta h$$



Daí, concluímos que, se os corpos estiverem imersos em um mesmo fluido, homogêneo e em equilíbrio, e na mesma profundidade ( $\Delta h = 0$  e, portanto,  $\Delta p = 0$ ), não haverá diferença na pressão exercida sobre eles.

## ■ O princípio de Pascal

O **princípio de Pascal** tem importantes aplicações práticas, como a prensa hidráulica esquematizada abaixo.



Neste sistema de vasos comunicantes, por exemplo, uma força  $F_1$  de 100 N aplicada em  $A_1$  é capaz de equilibrar outra força  $F_2$  de 400 N em  $A_2$ .

A prensa consiste em um recipiente em forma de "U" preenchido com um líquido homogêneo e com ramos laterais de diferentes diâmetros.

Sobre o líquido se dispõem, em cada extremidade do recipiente, dois êmbolos, com área da seção da base  $A_1$  e  $A_2$ , sendo  $A_1 < A_2$ .

Aplicando-se ao êmbolo menor a força  $\vec{F}_1$ , o líquido fica sujeito a um aumento de pressão  $p_1 = \frac{F_1}{A_1}$ .

Segundo o princípio de Pascal, o aumento de pressão se transmite integralmente através do líquido. Assim, o êmbolo maior fica sujeito ao aumento de pressão  $p_2 = \frac{F_2}{A_2}$ . Temos então:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

## ■ O princípio de Arquimedes

Todo corpo sólido mergulhado em um fluido em equilíbrio recebe a ação de uma força de direção vertical, sentido de baixo para cima e intensidade igual ao peso do volume de fluido deslocado pelo corpo.

A força descrita por Arquimedes recebeu o nome de **empuxo** ( $\vec{E}$ ), e sua intensidade é expressa matematicamente por:

$$E = P_f = m_f \cdot g = d_f \cdot V_f \cdot g$$

A diferença entre o peso do fluido deslocado  $P_f$  e o empuxo  $E$  é chamada de **peso aparente**  $P_A$ .

$$P_A = P_f - E$$

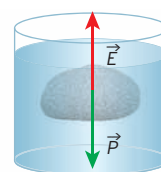
No SI, a unidade de medida do empuxo é o **newton** (N).

## Empuxo e densidade

Considere um corpo de densidade  $d_c$  imerso em um fluido de densidade  $d_f$ .

Se o corpo estiver totalmente imerso, o volume do fluido deslocado será igual ao próprio volume do corpo. Então:

$$P_c = d_c \cdot V \cdot g \quad \text{e} \quad E = d_f \cdot V \cdot g$$



O empuxo  $E$  é proporcional à densidade do fluido  $d_f$  e ao volume deslocado  $V$ , isto é, quanto maior a densidade de um fluido, maior será o empuxo. Portanto, um mesmo objeto pode receber empuxo de intensidades distintas, dependendo da densidade do fluido em que estiver imerso.

Assim:

- Se  $d_c > d_f$ , então  $P_c > E$ : o corpo afundará até atingir o fundo do recipiente.
- Se  $d_c = d_f$ , então  $P_c = E$ : o corpo ficará em equilíbrio em qualquer posição no interior do fluido.
- Se  $d_c < d_f$ , então  $P_c < E$ : o corpo subirá e flutuará parcialmente submerso.



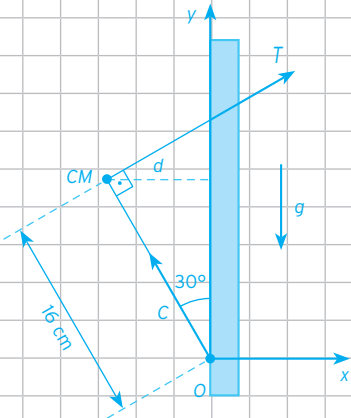
### Questões

Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

#### 1. Gabarito

- a.  $M_C = 0$ ,  $M_P = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$ , direção normal ao plano do papel, sentido saindo do papel  
 b.  $T = 5,0 \cdot 10^{21} \text{ N}$ ,  $M_T = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$ , direção normal ao plano do papel, sentido entrando no papel.  
 c.  $C = 0,87 \text{ N}$

a. O momento da força é nulo, observa-se na figura que sua linha de ação passa sobre o ponto  $O$ .  
 Para calcular o momento do peso sobre o ponto  $O$ :



Calculamos a distância  $d$ :

$$d = 16 \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow d = 8 \text{ cm}$$

$$M_{Po} = P \cdot d \cdot \sin 90^\circ$$

$$M_{Po} = 1 \cdot 8 \cdot 10^{-2} \Rightarrow M_{Po} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$$

b. Para determinar a força  $T$  calculamos o momento resultante em relação ao ponto  $O$ . Adotando o sentido anti-horário como positivo:

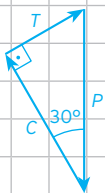
$$M_{Po} = 0$$

$$M_T = T \cdot 0,16 = 0$$

$$0,08 = 0,16 \cdot T \Rightarrow T = 0,5 \text{ N}$$

O momento da força  $T$  é perpendicular saindo do plano do papel.

c. No equilíbrio  $F_R = 0$ , Aplicando o teorema de Lamy:



$$\frac{C}{\sin 60^\circ} = \frac{P}{\sin 90^\circ}$$

$$C = 1 \cdot 0,87 \Rightarrow C = 0,87 \text{ N}$$

#### 2. Alternativa b

Conforme os dados que podemos retirar da figura, e lembrando que, na iminência de tombamento, a prancha tem a normal com o apoio da esquerda praticamente nulo.

$$0 + 100 \cdot 0,5 - x \cdot 0,4 = 0$$

$$0,4 \cdot x = 50$$

$$x = 125$$

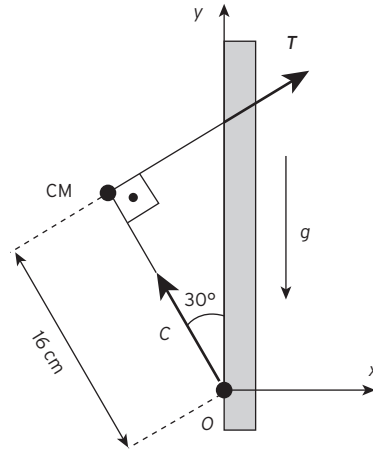
A massa limite é de 12,5 kg, então, para não ocorrer o tombamento, entre as disponíveis, deve-se escolher a de 10 kg.

1. (Fuvest-SP) Para manter-se equilibrado em um tronco de árvore vertical, um pica-pau agarra-se pelos pés, puxando-se contra o tronco e apoia sobre ele sua cauda, constituída de penas muito rígidas, conforme figura abaixo.

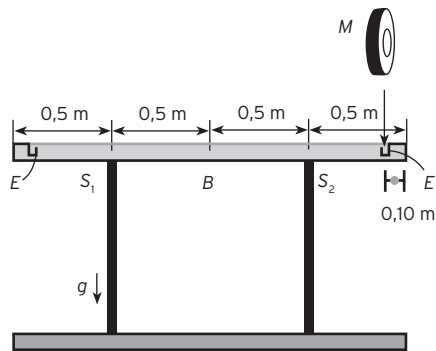
No esquema abaixo estão indicadas as direções das forças nos pés ( $T$ ) e na cauda ( $C$ ) do pica-pau – que passam pelo seu centro de massa ( $CM$ ) – e a distância da extremidade da cauda ao  $CM$  do pica-pau, que tem 1 N de peso ( $P$ ).



Facsímile/D/BR



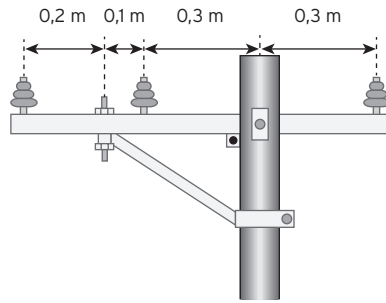
- a) Calcule os momentos das forças  $P$  e  $C$  em relação ao ponto  $O$  indicado no esquema.  
 b) Escreva a expressão para o momento da força  $T$  em relação ao ponto  $O$  e determine o módulo dessa força.  
 c) Determine o módulo da força  $C$  na cauda do pica-pau.
2. (Fuvest-SP) Em uma academia de musculação, uma barra  $B$ , com 2,0 m de comprimento e massa de 10 kg, está apoiada de forma simétrica em dois suportes,  $S_1$  e  $S_2$ , separados por uma distância de 1,0 m, como indicado na figura abaixo. Para a realização de exercícios, vários discos de diferentes massas  $M$  podem ser colocados em encaixes  $E$ , com seus centros a 0,10 m de cada extremidade da barra.



O primeiro disco deve ser escolhido com cuidado, para não desequilibrar a barra. Dentre os discos disponíveis, cujas massas estão indicadas abaixo, aquele de maior massa e que pode ser colocado em um dos encaixes, sem desequilibrar a barra, é o disco de:

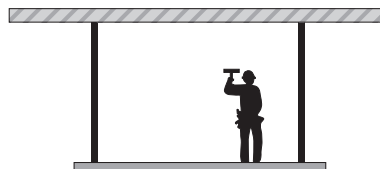
- a) 5 kg  
 b) 10 kg  
 c) 15 kg  
 d) 20 kg  
 e) 25 kg

3. (FGV-SP) Em um poste, uma trave horizontal feita de madeira serve de suporte para os três isoladores de alta tensão, responsáveis, também, por manter os fios sobrelevados.



Os pesos da trave e dos isoladores podem ser considerados desprezíveis. Cada fio exerce sobre seu isolador uma força vertical de intensidade de 400 N e, por essa razão, além da trave ser presa diretamente ao poste, uma haste inclinada exerce um esforço adicional para cima, em newtons, de intensidade:

- a) 100  
b) 200  
c) 300
- d) 400  
e) 600
4. (Uece) A plataforma de um andaime é construída com uma tábua quadrada uniforme de 60 kg e 5 m de lado. Essa plataforma repousa sobre dois apoios em lados opostos. Um pintor de 70 kg está em pé no andaime a 2 m de um dos apoios. Considere o módulo da aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Assim, a força exercida pelos apoios sobre a plataforma, em N, é:
- a) 580 e 720.  
b) 600 e 700.
- c) 300 e 140.  
d) 3 000 e 1 400.
5. (UEG-GO) Um estudante de Biologia bebe seu refrigerante na cantina do colégio e, com base em seus conhecimentos de Física, observa que, quando leva o líquido à boca, o seu braço realiza um movimento circular, cujo raio é o próprio antebraço, que mede 25,0 cm. Supondo que a massa do copo juntamente com a massa do líquido sejam de aproximadamente 300 g, desprezando-se o peso do antebraço e aplicando-se uma força  $F$ , responsável por uma aceleração de  $70,0 \text{ m/s}^2$ , para colocar o copo em movimento, o estudante conclui que o torque realizado pelo copo com refrigerante é igual a:
- a)  $52,50 \text{ N} \cdot \text{m}$   
b)  $21,00 \text{ N} \cdot \text{m}$
- c)  $5,25 \text{ N} \cdot \text{m}$   
d)  $2,10 \text{ N} \cdot \text{m}$
6. (UFMG) Para pintar uma parede, Miguel está sobre um andaime suspenso por duas cordas. Em certo instante, ele está mais próximo da extremidade direita do andaime, como mostrado nesta figura:



Sejam  $T_E$  e  $T_D$  os módulos das tensões nas cordas, respectivamente, da esquerda e da direita e  $P$  o módulo da soma do peso do andaime com o peso de Miguel. Analisando-se essas informações, é correto afirmar que:

- a)  $T_E = T_D$  e  $T_E + T_D = P$   
b)  $T_E = T_D$  e  $T_E + T_D > P$   
c)  $T_E < T_D$  e  $T_E + T_D = P$   
d)  $T_E < T_D$  e  $T_E + T_D > P$

3. Alternativa e  
Conforme os dados que podemos retirar da figura e, considerando o equilíbrio do sistema:

Calculando o momento em relação ao ponto onde está aplicada a normal  $N_B$ :

$$400 \cdot 0,6 - N_A \cdot 0,4 + 400 \cdot 0,3 + N_B \cdot 0 - 400 \cdot 0,3 = 0$$

$$240 - N_A \cdot 0,4 = 0$$

$$N_A = 600 \text{ N}$$

4. Alternativa a  
Conforme os dados apresentados no problema, e considerando o sistema em equilíbrio:

$$M_{RA} = 0$$

$$N_A \cdot 0 + 700 \cdot 2 + 600 \cdot 2,5 + (-5) \cdot N_B = 0$$

$$1400 + 1500 = 5 \cdot N_B$$

$$N_B = 580 \text{ N}$$

Considerando na vertical  $F_R = 0$

$$N_A + N_B = P_{\text{tábua}} + P_{\text{pintor}}$$

$$N_A + 580 = 600 + 700$$

$$N_A = 720$$

5. Alternativa c  
Calculando o momento a partir dos dados do problema:

$$M = F \cdot d \cdot \sin \theta$$

$$M = m \cdot a \cdot d \cdot \sin 90^\circ$$

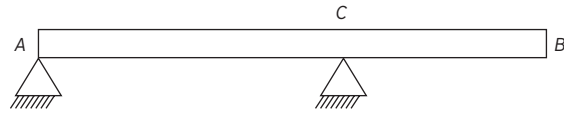
$$M = 0,3 \cdot 70 \cdot 0,25 \cdot 1 \Rightarrow M = 5,25$$

O momento é de  $5,25 \text{ N} \cdot \text{m}$

6. Alternativa c  
Como o pintor está mais próximo do lado direito do andaime, a tração suportada nesse lado é maior que no lado esquerdo, logo  $T_D > T_E$ . Estando o sistema em equilíbrio,  $P = T_D + T_E$ .

7. Gabarito (11 + 22 + 33) = 66
00. Incorreta. Conforme os dados apresentados e a visualização do desenho: $-P_H \cdot 6 + N_A \cdot 6 - 900 \cdot 1 = 0$ $-600 \cdot 6 - 900 + 6 \cdot N_A = 0$ $6 \cdot N_A = 4500 \Rightarrow N_A = 750 \text{ N}$
11. Correta. Em três segundos o homem caminha 3 m e estará a 3 m do ponto C: $M_C = F \cdot d$ $M_C = 600 \cdot 3$ $M_C = 1800 \text{ N} \cdot \text{m}$
22. Correta. Após 6 s o homem estará sobre o ponto C $900 \cdot 5 + 600 \cdot 6 - 6 \cdot N_C = 0$ $N_C = 1350 \text{ N} \cdot \text{m}$
33. Correta. Na iminência de tombar, a normal no ponto A é considerada nula. A distância entre o ponto C e o ponto de tombamento é x: $-1 \cdot 900 + 600 \cdot x = 0$ $x = 1,5$ Como o ponto C se localiza a 6 m do ponto A o ponto está a 7,5 m do ponto A.
44. Incorreta. Calculando o momento em relação ao ponto C: $600 \cdot 4 - 900 \cdot 1 + N_A \cdot 6 = 0$ $6 \cdot N_A = -1500$ $N_A = -250$ Precisaria ser de 250 N.
8. Alternativa b A pressão no interior da garrafa, aumentada devido à liberação do gás carbônico dissolvido, é de 33 atm. A pressão resultante é dada pela diferença entre a pressão no interior da garrafa e a pressão atmosférica: $p = 33 \text{ atm} - 1 \text{ atm} = 32 \text{ atm}$ . A força aplicada sobre a rolha é: $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p \cdot a = p \cdot \pi \cdot R^2$ $F = 32 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot (0,75 \cdot 10^{-2})^2$ $F = 96 \cdot 10^5 \cdot 0,5625 \cdot 10^{-4} = 540 \text{ N}$ Esta força supera a força de atrito estático entre a rolha e a garrafa, fazendo com que a rolha seja expelida.
9. Alternativa c O tempo de quatro horas equivale a: $4 \text{ h} = 4 \cdot 3600 \text{ s} = 14400 \text{ s}$ O volume da Baía de Guanabara pode ser obtido por regra de três: $200\,000 \text{ m}^3 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 1 \text{ s}$ $\hspace{2cm} \underline{\hspace{2cm}} \quad 14400 \text{ s}$ $V = 200\,000 \cdot 14400 = 288 \cdot 10^7 = 2,88 \cdot 10^9 \text{ m}^3$

7. (UFS-SE) Uma barra prismática e homogênea AB tem comprimento de 10 m e pesa 900 N. Ela está apoiada na extremidade A e num ponto C, que dista 6 m de A, mantendo-se na horizontal, como mostra a figura.



Um homem de peso 600 N caminha sobre a barra, partindo de A, com velocidade constante de 1 m/s.

Analise as afirmações que seguem. [A resposta será a soma dos números associados às alternativas corretas.]

00. Quando o homem inicia o movimento, a intensidade da força exercida pelo apoio A vale 1 500 N.
11. Após 3 s de caminhada, o momento do peso do homem em relação a C tem módulo de 1 800 N · m.
22. Após 6 s de caminhada, a intensidade da força exercida pelo apoio C vale 1 350 N.
33. O tempo máximo que o homem pode caminhar sobre a barra sem que ela tombe é 7,5 s.
44. Para que o homem possa ficar em B, sem tombar a barra, deve-se exercer em A uma força de intensidade mínima igual a 200 N.

8. (UFG-GO) Quando uma garrafa de espuma é balançada vigorosamente, a rolha pode ser expelida com alta velocidade, sem nenhum outro auxílio. Suponha que a pressão no interior da garrafa atinja 33 atm e que o diâmetro do gargalo seja de 1,5 cm. Nessas condições, a rolha é expelida porque:  
 Dados:

▪  $\pi \cong 3$

▪  $1 \text{ atm} \cong 10^5 \text{ N/m}^2$

- a) o gás anidrido sulfuroso dissolvido na bebida é liberado, aumenta a pressão e causa uma força de 540 N, que supera o atrito estático entre a rolha e o vidro.
- b) o gás carbônico dissolvido na bebida é liberado, aumenta a pressão e causa uma força de 540 N, que supera o atrito estático entre a rolha e o vidro.
- c) o gás carbônico dissolvido na bebida é liberado, aumenta a pressão e causa uma força de 540 N, que supera o atrito cinético entre a rolha e o vidro.
- d) o gás anidrido sulfuroso dissolvido na bebida é expandido, aumenta a pressão e causa uma força de 1 080 N, que supera o atrito cinético entre a rolha e o vidro.
- e) o gás anidrido carbônico dissolvido na bebida é liberado, aumenta a pressão e causa uma força de 1 080 N, que supera o atrito estático entre a rolha e o vidro.

9. (UFABC-SP)

### O rei dos rios

Com base em imagens de satélite e em uma pesquisa de campo na cordilheira dos Andes, cientistas do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais concluíram que o rio Amazonas é 592 quilômetros maior do que se supunha, tornando-se, assim, além de o mais caudaloso, o rio mais longo do planeta.

Volume de água despejado no mar 200 000 metros cúbicos por segundo.  
 O suficiente para encher a baía de Guanabara em quatro horas.

De acordo com os dados do quadro, que mostra o volume de água que é despejado no mar pelo rio Amazonas, conclui-se que o volume de água da baía de Guanabara, em metro cúbico, pode ser expresso por:

- a)  $7,2 \times 10^8$                       c)  $2,88 \times 10^9$                       e)  $2,88 \times 10^7$   
 b)  $7,2 \times 10^7$                       d)  $2,88 \times 10^8$

10. (Mackenzie-SP) Num laudo médico, foi mencionado que a pressão diastólica do paciente é equivalente à pressão exercida na base inferior de uma coluna de 9,50 cm de mercúrio. Considerando-se que a pressão atmosférica ao nível do mar é  $1,00 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , a medida da pressão arterial mencionada no referido laudo médico, em unidades do SI, é:

- a)  $1,05 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$                       c)  $8,00 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$                       e)  $8,00 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$   
 b)  $1,25 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$                       d)  $1,25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

11. (UFSCar-SP) Quase terminada a arrumação do novo escritório, o engenheiro lamenta profundamente o acontecido...



(Quino, ¡Yo no Fui!)

Pela análise da figura e supondo que a água esguichada do furo venha de um cano proveniente de uma caixa-d'água, analise as três afirmações seguintes.

- I. O nível de água da caixa que alimenta o encanamento se encontra acima do furo na parede.  
 II. Se o furo tivesse sido feito em um ponto mais baixo do que o indicado, a pressão que faz a água esguichar seria maior.  
 III. De todos os esguichos enviesados pelo prego, aquele que sair pelo furo sob um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal terá o maior alcance.

É certo o que se afirma em:

- a) I, apenas.  
 b) I e II, apenas.  
 c) I e III, apenas.  
 d) II e III, apenas.  
 e) I, II e III.

12. (Unesp) Para que se administre medicamento por via endovenosa, o frasco deve ser colocado a uma certa altura acima do ponto de aplicação no paciente. O frasco fica suspenso em um suporte vertical, com pontos de fixação de altura variável, e conecta-se ao paciente por um cateter, por onde desce o medicamento. A pressão na superfície livre é a pressão atmosférica; no ponto de aplicação no paciente, a pressão deve ter um valor maior do que a atmosférica. Considere que dois medicamentos diferentes precisem ser administrados. O frasco do primeiro foi colocado em uma posição tal que a superfície livre do líquido encontra-se à altura  $h$  do ponto de aplicação. Para aplicação do segundo medicamento, de massa específica 1,2 vez maior que a do anterior, a altura de fixação do frasco deve ser outra. Tomando  $h$  como referência, para a aplicação do segundo medicamento deve-se:

- a) diminuir a altura em  $\frac{h}{5}$ .                      d) aumentar a altura em  $\frac{2h}{5}$ .  
 b) diminuir a altura em  $\frac{h}{6}$ .                      e) aumentar a altura em  $\frac{h}{6}$ .  
 c) aumentar a altura em  $\frac{h}{5}$ .

10. Alternativa b

A pressão atmosférica no nível do mar equivale à pressão exercida por uma coluna de mercúrio com 76 cm de altura. Assim,  $76 \text{ cmHg} = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Por regra de três:

$$\begin{array}{l} 76 \text{ cmHg} \quad \text{-----} \quad 1,00 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \\ 9,50 \text{ cmHg} \quad \text{-----} \quad \rho \end{array}$$

$$\rho = \frac{9,50 \cdot 1,00 \cdot 10^5}{76} = 1,25 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

11. Alternativa e

I. Correta. Como a água sai do furo pressurizada, conclui-se que o nível da água na caixa está acima da posição do furo.

II. Correta. A diferença de pressão entre dois pontos é proporcional à diferença de altura entre eles. Assim, para um furo numa posição mais abaixo, a água sairia com maior pressão.

III. Correta. Se todos os esguichos têm a mesma velocidade inicial, o jato de maior alcance será aquele que sair com um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal e para cima.

12. Alternativa b

Supondo que a pressão seja a mesma para os dois medicamentos, tem-se:

$$p_1 = p_2$$

$$d_1 \cdot g \cdot h_1 = d_2 \cdot g \cdot h_2$$

$$d_1 \cdot h = 1,2 \cdot d_1 \cdot h_2$$

$$h_2 = \frac{1}{1,2} \cdot h = \frac{5}{6} \cdot h$$

Portanto, houve uma redução  $\Delta h$  na altura igual a:

$$\Delta h = h - \frac{5}{6} \cdot h = \frac{h}{6}$$

13. Alternativa c

$$p_A = p_B$$

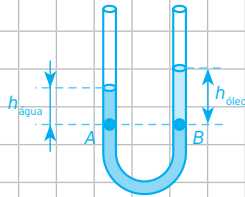
$$p_{atm} = d \cdot g \cdot h$$

$$1 \cdot 10^5 = 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot h$$

$$h = 10 \text{ m}$$

14. Alternativa e

Como a água é mais densa, a altura de sua coluna será menor que a do óleo, conforme mostra a figura a seguir.



Igualando as pressões nos pontos A e B:

$$p_A = p_B$$

$$d_A \cdot g \cdot h_{\text{água}} = d_B \cdot g \cdot h_{\text{óleo}}$$

$$1 \cdot h_{\text{água}} = 0,8 \cdot h_{\text{óleo}}$$

Assim, sendo  $h_{\text{óleo}} = h$ , então  $h_{\text{água}} = 0,8 h$ , conforme o item e.

15. Gabarito: a)  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1}$ , b)  $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , c)  $2,4 \cdot 10^8 \text{ Kg/m}^4 \cdot \text{s}$

a.  $\Delta P = Z \cdot \phi$

$$[\Delta P] = \frac{F}{A} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$$

$$[\phi] = \frac{V}{T} = \frac{L^3}{T} = L^3T^{-1}$$

$$ML^{-1}T^{-2} = [Z]L^3T^{-1}$$

$$[Z] = ML^{-4}T^{-1}$$

$$u(Z) = \text{kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1}$$

b.  $P_1 = P_0 + d \cdot g \cdot h$

$$P_1 = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

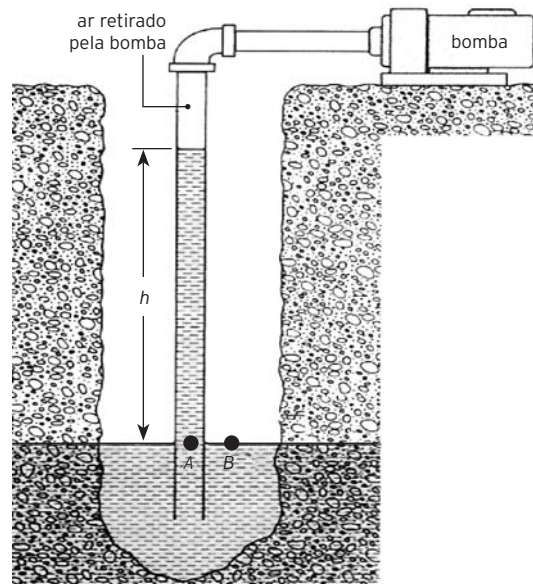
c.  $\phi = 10 \text{ litros/min}$

$$\phi = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/60 \text{ s} = \frac{1}{6} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = Z \cdot \phi$$

$$4 \cdot 10^4 = Z \cdot \frac{1}{6} \cdot 10^{-3} \Rightarrow Z = 2,4 \cdot 10^8 \text{ Kg/m}^4 \cdot \text{s}$$

13. (Ufam) A bomba de água da figura a seguir retira todo o ar do topo da coluna de água. Considere a pressão atmosférica local igual a  $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$  e a densidade da água igual a  $1,0 \text{ g/cm}^3$ .

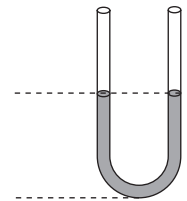


A altura máxima que a coluna de água poderá atingir com o funcionamento da bomba é:

- a) 10 cm
- b)  $1 \times 10^4 \text{ m}$
- c) 10 m
- d) 800 m
- e) 8 m

14. (Mackenzie-SP) No interior do tubo em forma de U, com extremidades abertas, ilustrado na figura, existe água, de densidade  $1,0 \text{ g/cm}^3$ .

Em certo instante, despeja-se, no ramo da direita, uma quantidade de óleo, de densidade  $0,80 \text{ g/cm}^3$ . Entre as alternativas, a figura que melhor representa o estado de equilíbrio desses dois líquidos não miscíveis é:

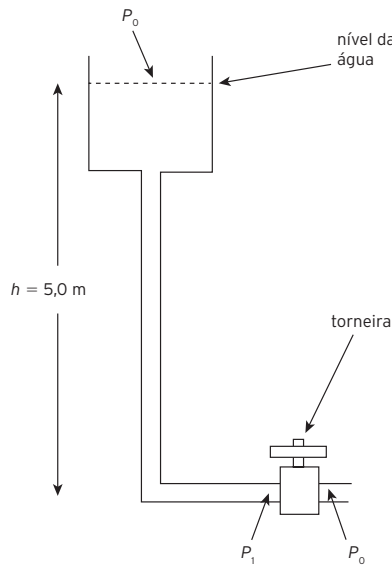


- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

15. (Unicamp-SP) Uma torneira é usada para controlar a vazão ( $\Phi$ ) da água que sai de determinado encanamento. Essa vazão (volume de água por unidade de tempo) relaciona-se com a diferença de pressão nos dois lados da torneira (ver figura) pela seguinte expressão:

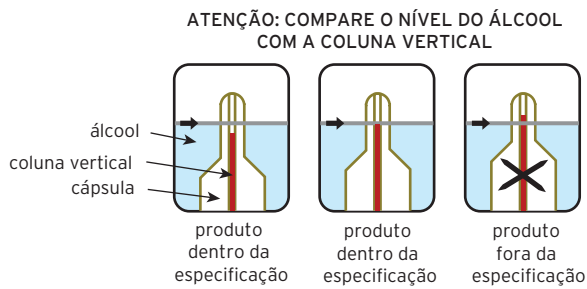
$$P_1 - P_0 = Z \cdot \Phi$$

Nessa expressão,  $Z$  é a resistência ao fluxo de água oferecida pela torneira. A densidade da água é  $1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , e a pressão atmosférica  $P_0$  é igual a  $1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ .



- a) Qual é a unidade de  $Z$  no Sistema Internacional?
- b) Se a torneira estiver fechada, qual será a pressão  $P_1$ ?
- c) Faça uma estimativa da vazão de uma torneira doméstica tomando como base sua experiência cotidiana. Com base nessa estimativa, encontre a resistência da torneira, supondo que a diferença de pressão ( $P_1 - P_0$ ) seja igual a  $4,0 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ .

**16. (Unir-RO)** A figura abaixo ilustra esquematicamente o equipamento para controle de qualidade de álcool utilizado em bombas de abastecimento do combustível. O equipamento é composto por uma câmara com álcool, cujo nível está indicado por uma seta horizontal, e por uma cápsula de vidro, parcialmente imersa, que possui marcada uma coluna vertical. O limite superior da coluna vertical não pode estar acima do nível de álcool para que o produto esteja dentro da especificação do Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial [Inmetro].



Sobre o equipamento e seu funcionamento, marque V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas.

- ( ) O equipamento indicará que o produto (álcool) estará fora da especificação quando sua densidade for maior que a permitida.
- ( ) A força de empuxo que a cápsula sofrerá será tanto maior quanto maior for a densidade do álcool.
- ( ) O peso da cápsula e a força de empuxo sofrida pela cápsula serão iguais apenas quando o álcool tiver a densidade limite entre as duas situações (dentro e fora da especificação).

Assinale a sequência correta.

- a) V, V, F
- b) V, F, V
- c) V, V, V
- d) F, V, V
- e) F, F, F

**16. Alternativa a**

(V) Se o álcool estiver com densidade acima da permitida, o peso da cápsula será equilibrado pelo empuxo para um menor volume submerso, ou seja, o limite superior da coluna vertical estará acima do nível do álcool.

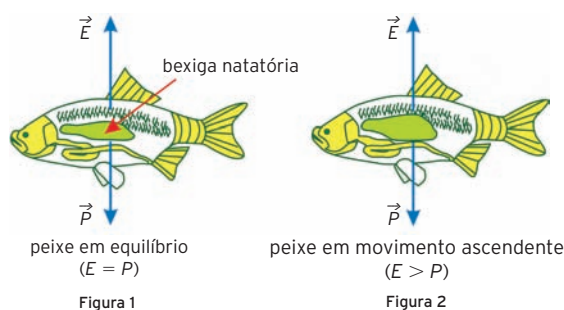
(V) O empuxo é diretamente proporcional à densidade do fluido.

(F) O peso da cápsula e o empuxo são iguais nas três situações, pois em todas elas a cápsula boia em equilíbrio.

17. Alternativa e  
Aumentando o volume do corpo, o peixe desloca maior quantidade de água. Como o empuxo é diretamente proporcional ao peso do fluido deslocado, seu módulo também aumenta e supera o módulo do peso, fazendo com que o peixe suba.
18. Alternativa b  
As partículas mais pesadas se depositam no tanque porque seus pesos são maiores que o empuxo e, portanto, afundam na água.
19. Alternativa e  
No equilíbrio,  $P_{\text{total}} = E$ :  
 $(m_{\text{navio}} + m_{\text{areia}}) \cdot g = d_{\text{água}} \cdot V \cdot g$   
 $50\,000 + m_{\text{areia}} = 1 \cdot 10^3 \cdot 1000$   
 $m_{\text{areia}} = 1000\,000 - 50\,000 = 950\,000 \text{ kg} = 950 \text{ ton}$

17. (Unesp) A maioria dos peixes ósseos possui uma estrutura chamada vesícula gasosa, ou bexiga natatória, que tem a função de ajudar na flutuação do peixe.

Um desses peixes está em repouso na água, com a força peso, aplicada pela Terra, e o empuxo, exercido pela água, equilibrando-se, como mostra a figura 1. Desprezando a força exercida pelo movimento das nadadeiras, considere que, ao aumentar o volume ocupado pelos gases na bexiga natatória, sem que a massa do peixe varie significativamente, o volume do corpo do peixe também aumenta. Assim, o módulo do empuxo supera o da força peso, e o peixe sobe (figura 2).



Na situação descrita, o módulo do empuxo aumenta porque:

- é inversamente proporcional à variação do volume do corpo do peixe.
  - a intensidade da força peso, que age sobre o peixe, diminui significativamente.
  - a densidade da água na região ao redor do peixe aumenta.
  - depende da densidade do corpo do peixe, que também aumenta.
  - o módulo da força peso da quantidade de água deslocada pelo corpo do peixe aumenta.
18. (UFRN) Numa estação de tratamento de água para consumo humano, durante uma das etapas do tratamento, a água passa por tanques de cimento e recebe produtos, como sulfato de alumínio e hidróxido de cálcio. Essas substâncias fazem as partículas finas de impurezas presentes na água se juntarem, formando partículas maiores e mais pesadas, que vão se depositando, aos poucos, no fundo do tanque. Após algumas horas nesse tanque, a água que fica sobre as impurezas, e que está mais limpa, é passada para outro tanque, onde o tratamento continua. As partículas maiores e mais pesadas se depositam no fundo do tanque porque o peso:
- delas é menor que o empuxo exercido sobre elas.
  - delas é maior que o empuxo exercido sobre elas.
  - do líquido deslocado é maior que o empuxo.
  - do líquido deslocado é menor que o empuxo.
19. (UEL-PR) A areia monazítica, abundante no litoral do Espírito Santo até o final do século XIX, é rica em tório e foi contrabandeada para outros países durante muitos anos sob a falsa alegação de lastrear navios. O lastro tem por objetivo afundá-los na água, até certo nível, conferindo estabilidade para a navegação.
- Se uma embarcação tem massa de 50 000 kg, qual deverá ser a massa de lastro de areia monazítica, em tonelada, para que esse navio lastreado desloque um volume total de 1000 m<sup>3</sup> de água do mar?
- 180
  - 500
  - 630
  - 820
  - 950

Considere a densidade da água do mar igual a 1 g/cm<sup>3</sup>.

# Física térmica

## ■ Medidas de temperatura

A **temperatura**  $T$  é uma grandeza escalar que indica o grau de vibração das partículas que constituem um corpo. A medida da temperatura é feita por meio de um **termômetro**.

### Escalas termométricas

As **escalas termométricas** mais conhecidas são: a **Celsius** ( $^{\circ}\text{C}$ ), a **Fahrenheit** ( $^{\circ}\text{F}$ ) e a **Kelvin** (K).

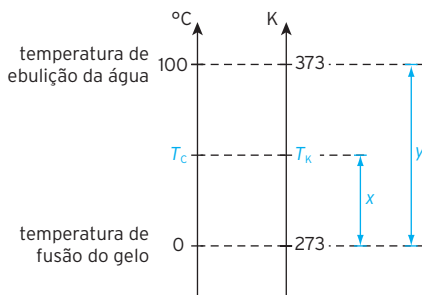
Por definição, temos:

- Celsius: de  $-0^{\circ}\text{C}$  a  $100^{\circ}\text{C}$
- Fahrenheit: de  $-32^{\circ}\text{F}$  a  $212^{\circ}\text{F}$
- Kelvin: de  $-273\text{K}$  a  $373\text{K}$

em que a primeira medida é a de temperatura de fusão do gelo e a segunda é a temperatura de ebulição da água.

É possível comparar a temperatura de um corpo entre as diferentes escalas termométricas utilizando a equação de conversão entre essas escalas.

### Celsius e Kelvin



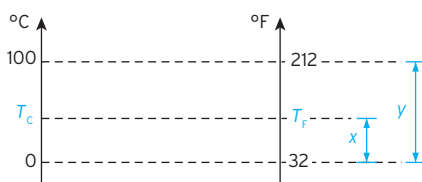
$$\frac{x}{y} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} = \frac{T_K - 273}{373 - 273}$$

$$\frac{T_C}{100} = \frac{T_K - 273}{100}$$

Logo:

$$T_C = T_K - 273$$

### Celsius e Fahrenheit



$$\frac{x}{y} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} = \frac{T_F - 32}{212 - 32} \Rightarrow \frac{T_C}{100} = \frac{T_F - 32}{180}$$

Simplificando a expressão acima, obtemos:

$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9}$$

## ■ Transferência de calor e seus processos

### Calor

As partículas que compõem os corpos estão constantemente em movimento. A energia relacionada ao movimento ou agitação das partículas é denominada **energia térmica**.

Quando dois corpos com temperaturas diferentes são postos em contato, ocorre transferência de energia térmica do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura até que ambos atinjam a mesma temperatura (**equilíbrio térmico**).

A energia térmica que passa espontaneamente do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura é chamada de **calor**. Portanto, calor é uma energia em trânsito. A unidade de calor no Sistema Internacional (SI) é o **joule** (J). Outra unidade muito utilizada é a **caloria** (cal).

A caloria é definida como a quantidade de calor necessária para aquecer, sob pressão normal, 1 g de água pura de  $14,5^{\circ}\text{C}$  a  $15,5^{\circ}\text{C}$ .

A caloria (cal) e o joule (J) têm a seguinte relação:

$$1 \text{ cal} \cong 4,18 \text{ J}$$

### Processos de transferência de calor

#### Condução

Aqui o calor é transferido por **contato direto** entre corpos a temperaturas diferentes.

A condução **depende dos materiais constituintes dos corpos**, uma vez que, de acordo com o material, a troca de energia acontece com maior ou menor rapidez.





O aquecimento de uma panela metálica na chama do fogão ocorre por condução. Inicialmente, a chama aquece o fundo da panela. Em seguida, essa energia é transferida para as regiões da panela que estão mais afastadas da chama.

### Convecção

A convecção ocorre apenas nos fluidos (líquidos e gases), e consiste na movimentação de porções do fluido dentro do próprio fluido. Essa movimentação é devida à diferença de densidade entre elas: a porção do fluido mais quente, portanto, menos densa sobe, e a porção mais fria, por ser mais densa, desce, formando as **correntes de convecção**.



Esquema da corrente de convecção que se forma durante o aquecimento da água. Por ser menos densa, a água com maior temperatura sobe (setas vermelhas), ao passo que a água com menor temperatura, mais densa, desce (setas azuis), ocupando o espaço deixado pela água com maior temperatura.

### Irradiação

Transfere calor por meio da radiação eletromagnética. Essa radiação não precisa de meio material e, por isso, pode ocorrer também no vácuo.

O Sol aquece a Terra mesmo distante dela (cerca de 150 000 000 km). Isso só ocorre pela transmissão de calor por irradiação.



### Lei de Fourier e o fluxo de calor

A expressão matemática que mostra a relação entre o fluxo de calor e as características físicas do corpo que influenciam em seu aquecimento é a **lei de Fourier**.

O **fluxo de calor** ( $\Phi$ ) ou potência térmica da fonte é definido como:

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

em que  $Q$  é a quantidade de calor fornecida e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo ( $t_2 - t_1$ ) gasto para essa transferência.

Portanto, a expressão da lei de Fourier é:

$$\Phi = \frac{k \cdot A(t_1 - t_2)}{\ell}$$

em que  $k$  representa a condutividade térmica do material do corpo a ser aquecido,  $A$  é a área de contato do corpo com a fonte,  $(t_2 - t_1)$  é o intervalo de tempo gasto para essa transferência e  $\ell$  é o comprimento do corpo.

No SI, a unidade de fluxo de calor é o **watt (W)**. Observe que 1 W equivale a 1 J/s.

- (Uespi)** Um estudante está lendo o romance de ficção científica “Fahrenheit 451”, de Ray Bradbury. Num certo trecho, uma das personagens afirma que 451 °F é a temperatura na escala Fahrenheit em que o papel de que são feitos os livros entra em combustão. O estudante sabe que, nesta escala, as temperaturas de fusão e ebulição da água são respectivamente iguais a 32 °F e 212 °F. Ele conclui, acertadamente, que 451 °F é aproximadamente equivalente a:
  - 100 °C
  - 205 °C
  - 233 °C
  - 305 °C
  - 316 °C
- (Unel)** A temperatura média em Maceió é de 26 °C. Qual o valor dessa temperatura na escala Fahrenheit?
  - 53,2 °F
  - 14,8 °F
  - 299 °F
  - −247 °F
  - 78,8 °F
- (UEA-AM)** Um aluno utilizou um termômetro para medir a temperatura de um determinado líquido e obteve o valor de 50 °C. Resolvendo verificar a precisão do termômetro utilizado, observou que, para água congelando, a temperatura indicada era de −5 °C e, para água fervendo, a temperatura indicada era de 105 °C. Sendo assim, o aluno concluiu, que o valor correto da temperatura do líquido, em °C, era igual a:
  - 45
  - 50
  - 55
  - 60
  - 65
- (UFJF-MG)** Durante uma aula no laboratório de Física, o professor colocou dois termômetros em um forno cuja temperatura pode atingir até 500 °C. O primeiro termômetro tinha graduação em Celsius e o segundo, em Fahrenheit. O professor esperou o equilíbrio térmico e notou que o termômetro graduado na escala em Celsius indicava um valor que correspondia exatamente à metade do valor indicado no termômetro graduado na escala Fahrenheit. A temperatura medida pelo professor, em graus Celsius, é:
  - 130 °C
  - 142 °C
  - 160 °C
  - 174 °C
  - 180 °C
- (Uespi)** Constituem mecanismos de transmissão de calor os seguintes processos:
  - expansão, rarefação e contração.
  - dilatação, condução e contração.
  - convecção, rarefação e condução.
  - rarefação, radiação e dilatação.
  - condução, radiação e convecção.
- (UnB-DF)** Considere que uma pessoa, em repouso, com taxa de metabolismo basal de 110 W e temperatura do corpo igual a 36 °C gaste 10% da energia para repor o calor perdido por convecção quando a temperatura do ar é de 30 °C. Nesse caso, assumindo-se que a taxa de perda de calor por convecção é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo da pessoa e o ar que a circunda, é correto afirmar que, se a temperatura do ar baixar para 20 °C, a taxa de energia, por segundo, necessária para repor o calor perdido será de:
  - 25,4 W
  - 29,3 W
  - 32,2 W
  - 40,0 W

1. **Alternativa c**  
Os pontos fundamentais das escalas Celsius e Fahrenheit se relacionam como apresentado abaixo:

Considerando a mesma proporção em cada escala:

$$\frac{x}{y} = \frac{T_c - 0}{100 - 0} = \frac{451 - 32}{212 - 32} \Rightarrow \frac{T_c}{100} = \frac{419}{180} \Rightarrow T_c = \frac{41900}{180} \Rightarrow T_c \approx 232,78 \text{ °C}$$

Logo,  $T_c \approx 233 \text{ °C}$

2. **Alternativa e**  
Os pontos fundamentais das escalas Celsius e Fahrenheit se relacionam como apresentado abaixo:

Considerando a mesma proporção em cada escala:

$$\frac{x}{y} = \frac{26 - 0}{100 - 0} = \frac{T_f - 32}{212 - 32} \Rightarrow \frac{26}{100} = \frac{T_f - 32}{180} \Rightarrow 234 = 5 \cdot T_f - 160 \Rightarrow 5 \cdot T_f = 394 \Rightarrow T_f \approx 78,8 \text{ °F}$$

3. **Alternativa b**  
Devemos considerar a escala Celsius desregulada, como uma outra escala (aqui chamada de D) e relacioná-la com a Celsius correta, conforme mostrado abaixo:

Considerando a mesma proporção em cada escala:

$$\frac{x}{y} = \frac{T_c - 0}{100 - 0} = \frac{50 - (-5)}{105 - (-5)} \Rightarrow \frac{T_c}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_c = 50 \text{ °C}$$

4. **Alternativa c**  
Conforme o enunciado, a escala Fahrenheit marca um valor que é o dobro da Celsius  $T_f = 2T_c$ , e os pontos fundamentais das escalas Celsius e Fahrenheit se relacionam como apresentado abaixo:

Considerando a mesma proporção em cada escala:

$$\frac{x}{y} = \frac{T_c - 0}{100 - 0} = \frac{2T_c - 32}{212 - 32} \Rightarrow \frac{T_c}{100} = \frac{2T_c - 32}{180} \Rightarrow -10T_c + 9T_c = -160 \Rightarrow T_c = 160 \text{ °C}$$

Logo,  $T_c = 160 \text{ °C}$  e  $T_f = 320 \text{ °F}$ .

5. Ver resolução na p. 76.

6. Ver resolução na p. 76.

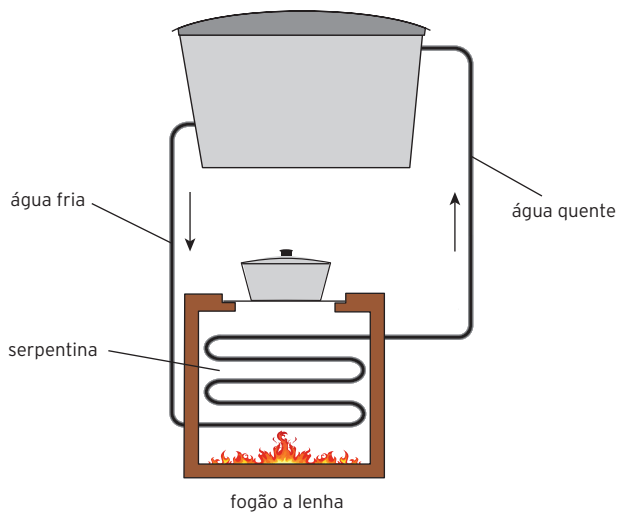
7. Alternativa c

Ao ser aquecida, a água da serpentina fica com densidade menor, sendo então empurrada para a caixa d'água pela água menos aquecida que, por sua vez, deixa a caixa d'água e entra na serpentina.

8. Alternativa a

A onda eletromagnética atravessa o tampo de vidro e aquece a placa, sendo que o ar em volta do vidro ajuda a isolar o sistema. A água ao passar pela placa se aquece, fica menos densa e circula empurrada pela água fria, que é mais densa.

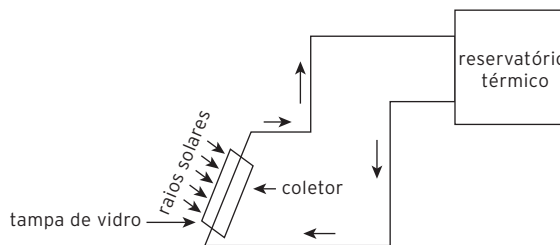
7. (UFRN) O uso de tecnologias associadas às energias renováveis tem feito resurgir, em zonas rurais, técnicas mais eficientes e adequadas ao manejo de biomassa para produção de energia. Entre essas tecnologias, está o uso do fogão a lenha, de forma sustentável, para o aquecimento de água residencial. Tal processo é feito por meio de uma serpentina instalada no fogão e conectada, através de tubulação, à caixa-d'água, conforme o esquema. Na serpentina, a água aquecida pelo fogão sobe para a caixa-d'água ao mesmo tempo em que a água fria desce através da tubulação em direção à serpentina, onde novamente é realizada a troca de calor.



Considerando o processo de aquecimento da água contida na caixa-d'água, é correto afirmar que este se dá, principalmente, devido ao processo de:

- a) condução causada pela diminuição da densidade da água na serpentina.
  - b) convecção causada pelo aumento da densidade da água na serpentina.
  - c) convecção causada pela diminuição da densidade da água na serpentina.
  - d) condução causada pelo aumento da densidade da água na serpentina.
8. (Uern) Um equipamento de aquecimento de água por energia solar (aquecedor solar) capta a energia do Sol através de seu coletor (caixa com tampa de vidro, tendo em seu interior canos por onde circula a água em aquecimento). Conforme apresentado na figura, a água vinda do fundo do reservatório térmico, ao ser aquecida no coletor, retorna naturalmente para a parte superior desse reservatório.

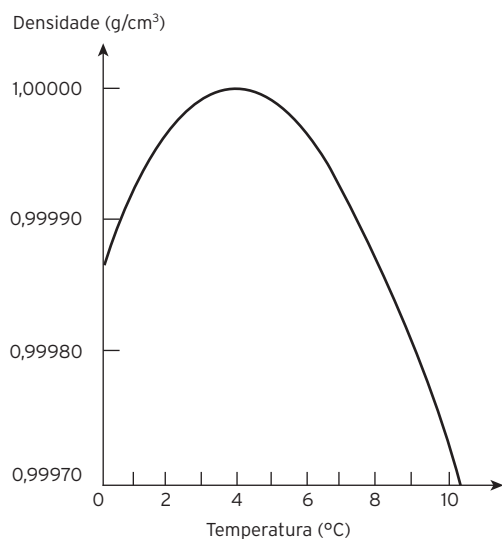
Observe:



Qual par de fenômenos está mais associado ao funcionamento de um aquecedor solar?

- a) Estufa e convecção.
- b) Reflexão e irradiação.
- c) Reflexão e convecção.
- d) Dispersão e estufa.

9. (UFRN) O meio ambiente é repleto de situações nas quais a variação de temperatura pode provocar belas mudanças na paisagem. Por exemplo, a plácidez da superfície da água de um lago muda completamente para a rigidez da superfície de gelo quando uma frente fria provoca o congelamento da água. Nessa situação, algo ainda mais curioso acontece: a água fica congelada na superfície formando uma camada de gelo, mas continua no estado líquido abaixo dessa camada, permitindo assim a preservação da vida aquática. Tal fenômeno deve-se ao comportamento anômalo da densidade desse precioso líquido, mostrado no gráfico abaixo.



O processo de troca de calor no interior do lago, entre as temperaturas inicial de 10 °C e final de 0 °C, permite entender o motivo pelo qual se forma uma camada de gelo na superfície enquanto, abaixo dela, a água permanece em estado líquido.

Destas informações, é correto concluir que:

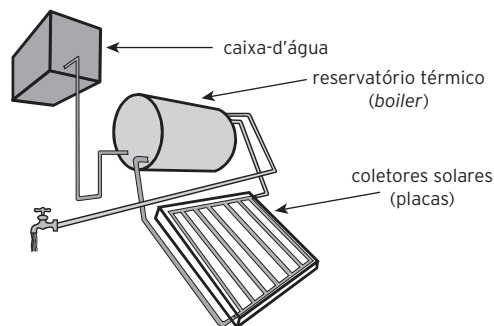
- entre 4 °C e 0 °C, à medida que a temperatura diminui, a densidade da água diminui também, impedindo a troca de calor por convecção e permitindo o resfriamento da água por condução.
  - entre 4 °C e 0 °C, à medida que a temperatura diminui, a densidade da água aumenta, permitindo a troca de calor por convecção e impedindo o resfriamento da água por condução.
  - entre 10 °C e 4 °C, à medida que a temperatura diminui, a densidade da água diminui também, impedindo a troca de calor por condução e permitindo o resfriamento da água por convecção.
  - entre 10 °C e 4 °C, à medida que a temperatura diminui, a densidade da água aumenta, permitindo a troca de calor por condução e impedindo o resfriamento da água por convecção.
10. (UFRN) O calor e suas formas de propagação se manifestam em diversas situações tanto na natureza quanto nas atividades humanas. Assim, fenômenos aparentemente muito diferentes são semelhantes, quando analisados mais detidamente. Veja-se, por exemplo: A energia do Sol que aquece nosso planeta e a energia emitida pelo magnétron do forno de micro-ondas, que aquece os alimentos colocados em seu interior, são fenômenos que envolvem propagação de calor. Pode-se afirmar que as formas de propagação de energia entre o Sol e a Terra e entre o magnétron e os alimentos são, respectivamente:
- convecção e condução.
  - convecção e convecção.
  - condução e radiação.
  - radiação e radiação.

9. Alternativa a  
Quando a temperatura baixa muito, em função da superfície da água estar em contato com o ar, a água fica mais densa e tende a descer. Tal processo se repete até que toda a água esteja a 4 °C. A partir desse ponto, a água que se encontra mais próxima à superfície, ao perder calor, fica menos densa e não pode mais descer, congelando. A água tem calor específico alto e é também um bom isolante térmico que impede que a camada abaixo da placa de gelo também se congele. Por esse motivo, a temperatura no fundo dos lagos, mesmo que a superfície esteja congelada, se mantém a 4 °C.

10. Alternativa d  
Nos 2 modos o que ocorre é a propagação de ondas eletromagnéticas. No primeiro caso, o infravermelho e, no segundo micro-ondas.

11. Gabarito (01 + 02 + 04) = 07
01. Correto: A medida que a água do coletor se aquece, fica menos densa e é empurrada pela água mais fria que vem do reservatório e está mais densa.
02. Correto: Corpos negros são absorvedores ideais.
04. Correto: Os raios do sol são ondas de infravermelho que passam pelo vidro e aquecem as placas. O ar que envolve as placas fica aquecido e é um bom isolante térmico, ajudando a manter a temperatura mais elevada das placas.
08. Incorreto: Nos fluidos a transferência predominante do calor é por convecção, mas uma parcela menor do calor é transmitida por condução.
16. Incorreto: A menor densidade da água quente permitirá que ela seja empurrada pela água mais fria e de maior densidade.
32. Incorreto: Nos meios fluidos a energia térmica pode fluir pelas 3 formas.
12. Gabarito
a. O fluxo será dado por $\phi = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{\ell}$
b. O fluxo entre os 2 extremos da barra é:
$\phi = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{\ell}$
O fluxo a $\frac{\ell}{3}$ do extremo mais quente é:
$\phi = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T)}{\frac{\ell}{3}}$
Isolando os termos comuns:
$\frac{\ell \cdot \phi}{k \cdot A} = (T_1 - T_2)$ e $\frac{\ell \cdot \phi}{k \cdot A} = 3 \cdot (T_1 - T)$
Igualando:
$3 \cdot (T_1 - T) = (T_1 - T_2) \Rightarrow 3T_1 - T_1 + T_2 = 3T$
Então: $T = \frac{2T_1 + T_2}{3}$
13. Alternativa d
Basta calcularmos a temperatura do menino medida em Fahrenheit para Celsius.
$t_c = \frac{(t_f - 32)}{9}$
$t_c = 5 \cdot \frac{(99,8 - 32)}{9}$
$t_c \cong 37,7 \text{ }^\circ\text{C}$
Portanto o menino encontra-se febril. (Resoluções dos exercícios 5 e 6 da p. 73)
5. Alternativa e
O calor pode ser transmitido de 3 modos distintos:
Condução: a energia é passada de uma partícula para a outra, esse é um processo que ocorre principalmente entre os corpos sólidos.
Convecção: O calor é transmitido através do deslocamento das massas de fluido. Esse é um processo que ocorre nos líquidos e gases.
Irradiação: O calor é transmitido por ondas de infravermelho (eletromagnéticas) podendo se propagar tanto por meios materiais quanto por meios não materiais.
6. Alternativa b
Está no enunciado que a taxa de perda de calor por convecção é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o ambiente.
Calculamos 10% da taxa de metabolismo basal: $110 \cdot 10\% = 11$
Uma diferença de temperatura de 6 °C é proporcional a uma perda de 11 W. Com a temperatura caindo para 20 °C, a diferença se torna 16 °C e a perda será no valor de:
$\frac{6}{11} = \frac{16}{P_{perdida}} \Rightarrow 6P_{perdida} = 176 \Rightarrow P_{perdida} = 29,33$
Logo: $P_{perdida} \cong 29,3 \text{ W}$

11. (UFSC) O uso racional das fontes de energia é uma preocupação bastante atual. Uma alternativa para o aquecimento da água em casas ou condomínios é a utilização de aquecedores solares. Um sistema básico de aquecimento de água por energia solar é composto de coletores solares (placas) e reservatório térmico (*boiler*), como esquematizado na figura abaixo.



Em relação ao sistema ilustrado da figura acima, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

[A resposta será a soma dos números associados às alternativas corretas.]

01. A água circula entre os coletores e o reservatório térmico através de um sistema natural, por convecção. A água dos coletores fica mais quente e, portanto, menos densa que a água no reservatório. Assim a água fria “empurra” a água quente gerando a circulação.
02. Os canos e as placas dentro do coletor devem ser pintados de preto para maior absorção de calor por irradiação térmica.
04. As placas coletoras são envoltas em vidro transparente, que funciona como estufa, permitindo a passagem de praticamente toda a radiação solar. Esta radiação aquece as placas que, por sua vez, aquecem o ar no interior da estufa, formando correntes de convecção, sendo que este ar é impedido de se propagar para o ambiente externo.
08. Em todo o processo de aquecimento desse sistema, não há transferência de calor por condução.
16. Como a placa coletora está situada abaixo do reservatório térmico, o sistema acima descrito só funcionará se existir uma bomba hidráulica que faça a água circular entre os dois.
32. A condução de calor só ocorre nas placas, pois são metálicas, mas não na água.
12. (UFC-CE) Uma barra cilíndrica reta metálica, homogênea, de comprimento  $\ell$ , com seção transversal  $A$ , isolada lateralmente a fim de evitar perda de calor para o ambiente, tem suas duas extremidades mantidas a temperaturas  $T_1$  e  $T_2$ ,  $T_1 > T_2$ . Considere que o regime estacionário tenha sido atingido.
- a) Escreva a expressão do fluxo de calor por condução, sabendo-se que esse fluxo é proporcional à área da seção transversal e à diferença de temperatura entre os extremos da região de interesse ao longo da direção do fluxo e inversamente proporcional à distância entre tais extremos.
- b) Determine a temperatura de um ponto da barra localizado a uma distância  $\frac{\ell}{3}$  da extremidade de maior temperatura em função de  $T_1$  e  $T_2$ .
13. (UFPR) Um menino do País de Gales (Reino Unido) não se sente bem e pede para sua mãe medir sua temperatura corpórea. Após 2 minutos, o termômetro utilizado registra 99,8 °F. Com base nos conhecimentos de termometria, é correto afirmar que o menino:
- a) tem hipotermia, com  $T = 34 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- b) está normal, com  $T = 36 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- c) está normal, com  $T = 37 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- d) tem febre, com  $T = 38 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- e) tem febre, com  $T = 39 \text{ }^\circ\text{C}$ .

# Calor e mudanças de fase ou estado

Ao receber ou ceder calor, um corpo sofre variação de temperatura ou mudança de estado físico.

- **Calor sensível** é o calor envolvido no processo de variação de temperatura.
- **Calor latente** é o calor envolvido no processo de mudança de estado físico.

## Equação fundamental da calorimetria e calor específico

Verifica-se experimentalmente que a quantidade de calor ( $Q$ ) recebida ou cedida por um corpo é proporcional à sua massa ( $m$ ), à variação de temperatura ( $\Delta T$ ) e a um coeficiente de proporcionalidade ( $c$ ). Assim, temos:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

O coeficiente  $c$  é denominado **calor específico**, uma grandeza característica da substância que constitui o corpo e que não depende de sua massa. Numericamente, mede a quantidade de calor necessária para fazer variar em  $1^\circ\text{C}$  a temperatura de 1 g da substância.

No SI, a unidade de medida do calor específico sensível é  $\text{J/kg} \cdot \text{K}$ ; no sistema usual (CGS),  $\text{cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ .

## Capacidade térmica

A **capacidade térmica** ( $C$ ) de um corpo define a quantidade de calor de que esse corpo precisa para variar sua temperatura em uma unidade. Ela é expressa por:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = m \cdot c$$

No SI, a capacidade térmica ( $C$ ) é medida em  $\text{J/K}$ ; no sistema CGS, em  $\text{cal}/^\circ\text{C}$ .

## Calor e mudança de estado

Um sistema pode mudar de estado físico quando retiramos ou adicionamos certa quantidade de calor. Essa quantidade de calor envolvida para ocorrer a mudança de estado por unidade de massa é denominada **calor latente**.

As substâncias, de modo geral, apresentam um valor de calor latente de fusão, de vaporização, de sublimação, de solidificação, de liquefação e de ressublimação.

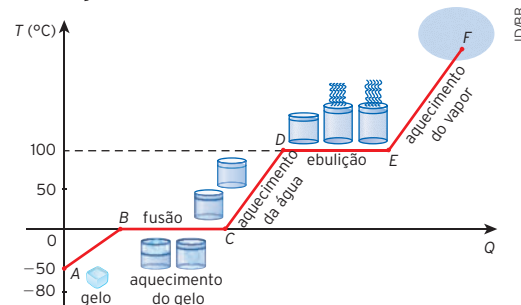
Calor latente ( $L$ ) é a quantidade de calor ( $Q$ ) por unidade de massa ( $m$ ) que, durante uma mudança de fase, uma substância recebe ou cede, mantendo sua temperatura constante.

$$L = \frac{Q}{m}$$

No SI, a unidade de medida do calor latente ( $L$ ) é  $\text{J/kg}$  ou  $\text{cal/g}$ .

## Curva de aquecimento e curva de resfriamento

Mostram a temperatura de um corpo em função da quantidade de calor absorvida ou cedida.



Curva de aquecimento da água, inicialmente no estado sólido (gelo), a  $-50^\circ\text{C}$ , e na fase final, em forma de vapor, em temperatura superior a  $100^\circ\text{C}$ .

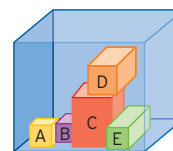
## Equilíbrio térmico

Em um ambiente termicamente isolado, as trocas de calor ocorrem entre os corpos localizados em seu interior.

O recipiente isolado termicamente do meio externo e dentro do qual as trocas de calor ocorrem é denominado **calorímetro**.

Quando a troca de calor entre o calorímetro e os corpos em seu interior é desprezível, dizemos que o calorímetro é ideal e tem capacidade térmica desprezível.

Na situação ilustrada abaixo, os corpos A, B, C, D e E estão em um ambiente termicamente isolado. Portanto, podemos escrever:



$$Q_A + Q_B + Q_C + Q_D + Q_E = 0$$

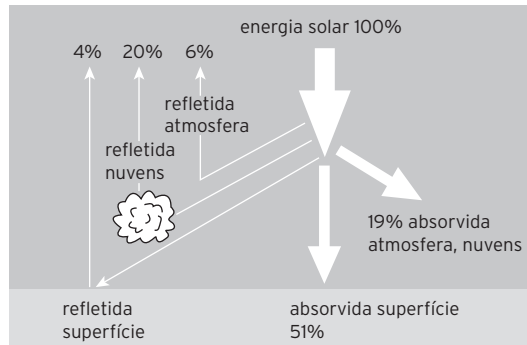
Ou seja, as trocas de calor ocorrerão apenas entre os corpos do sistema e, conseqüentemente, o valor total de energia transferida será zero. Esse processo termina quando o **equilíbrio térmico** é atingido.

1. Alternativa d	Calcula-se a quantidade de calor que a água deve receber para que sua temperatura se eleve de 22 °C até 90 °C. O volume de 200 mL de água tem uma massa de 200g. $Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = 200 \cdot 1 \cdot (90 - 22) \Rightarrow Q = 13\,600 \text{ cal}$ Como tal aquecimento ocorre num tempo de 40 s, o fluxo de calor será: $\phi = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \phi = \frac{13\,600}{40}$ $\phi = 340$ Portanto o fluxo de calor deve ser de 340 cal/s
2. Alternativa d	Como o painel tem eficiência de 50%, dos 334,4 kJ/min, ele absorverá 167,2 kJ/min. Para aquecer a água é necessária uma quantidade de calor dada por: $Q = 500\,000 \cdot 4,18 \cdot (45 - 25) \Rightarrow Q = 41\,800\,000 = 4,18 \cdot 10^4 \text{ kJ}$ O tempo para o aquecimento será obtido fazendo-se: $\phi = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow 167,2 = \frac{4,18 \cdot 10^4}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 250 \text{ min}$ O intervalo de tempo é de 250 min, ou seja, 4 h e 10 min.
3. Alternativa a	Considerando que se deseja perder 600 kcal = 600 000 cal, e a diferença de temperatura é de -30 °C a massa envolvida no processo é dada por: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$ $600\,000 = m \cdot 1 \cdot (6 - 36) \Rightarrow m = 20\,000$ Sendo a densidade da água 1 g/ml, encontramos um volume de: $d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{20\,000}{V} \Rightarrow V = 20\,000 \text{ ml}$ Portanto $V = 20\,000 \text{ ml} = 20 \text{ litros}$
4. Alternativa b	$C = \frac{Q}{m \cdot \Delta t}$ Quando duas substâncias de mesma massa recebem iguais quantidades de calor, a que possui menor calor específico se aquece mais rapidamente.

1. (UFG-GO) Os produtores de chá-verde, em geral, recomendam a infusão em água a 90 °C. Para isso, uma xícara de chá contendo 200 mL de água a uma temperatura de 22 °C foi aquecida em um forno de micro-ondas por 40 s. Nesse caso a potência absorvida pela água em cal/s é:  
a) 110      b) 170      c) 290      d) 340      e) 450

**Dado:**  
Calor específico da água: 1 cal/g · °C

2. (UnB-DF)

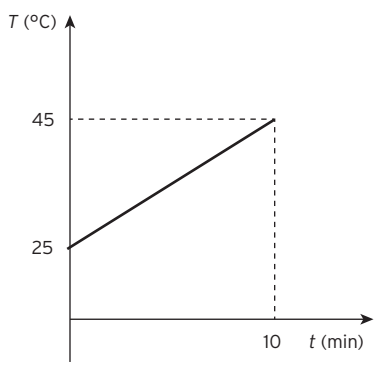


A figura acima ilustra o destino da radiação solar incidente sobre a atmosfera e a superfície terrestre. Uma alternativa para se melhorar o aproveitamento dessa energia é a utilização dos painéis de energia solar, os quais podem ser de dois tipos: térmicos ou voltaicos. Os térmicos transformam a radiação do Sol diretamente em energia térmica para o aquecimento de águas ou outros fins, e os voltaicos convertem a energia solar diretamente em corrente elétrica.

Considere que um painel com eficiência de 50% na conversão da radiação solar em calor esteja instalado em uma região onde a quantidade de energia irradiada pelo Sol é de 334,4 kJ por minuto. Nessa situação, assumindo-se que a água tem calor específico de 4,18 J/g · °C e densidade de 1 g/cm<sup>3</sup>, o tempo necessário para se elevar a temperatura de 500 L de água de 25 °C para 45 °C é igual a:

- a) 1 h e 20 min      b) 2 h e 15 min      c) 3 h e 40min      d) 4 h e 10 min
3. (Unemat-MT) Uma modelo está permanentemente fazendo regime da Somália, em que a média alimentar diária é de 1580 calorias. Participou de uma festa em que foram servidos irresistíveis canapés de camarão. Consultando a tabela de valores calóricos de cada alimento, ela estimou que ingeriu 600 kcal a mais do que devia. Então ela teve a seguinte ideia: “Se eu tomar água gelada a 6 °C, meu corpo vai consumir as 600 kcal, elevando a temperatura da água até 36 °C, e o excesso de água será naturalmente eliminado”. Considere que a densidade da água é 1 g/mL e que o calor específico da água é 1 cal/g · °C. Quantos litros de água ela deverá tomar?  
a) 20 litros      c) 9,8 litros      e) 1,6 litros  
b) 16,6 litros      d) 2 litros
4. (Uespi) Uma pizza de calabresa e queijo mussarela encontra-se inicialmente congelada, com todas as suas partes à mesma temperatura. A pizza é levada ao forno, e a mesma quantidade de calor é absorvida por massas iguais de calabresa e queijo. Ao ser retirada do forno, a parte de queijo encontra-se mais quente que a parte de calabresa. Isso ocorre porque:  
a) a parte de queijo possui condutividade térmica menor que a de calabresa.  
b) a parte de queijo possui calor específico menor que a de calabresa.  
c) a parte de queijo possui calor de fusão menor que a de calabresa.  
d) a parte de queijo possui calor específico maior que a de calabresa.  
e) a parte de queijo possui condutividade térmica maior que a de calabresa.

5. (UEPB) Ao colocar sobre a placa que atinge maiores temperaturas um corpo sólido de 75 g, foi detectada uma variação de temperatura em função do tempo conforme se ilustra no gráfico abaixo.

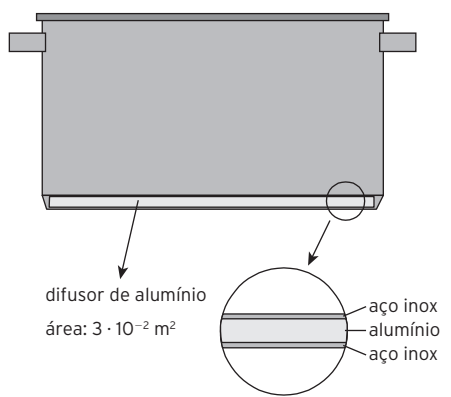


Considerando que a placa libera energia a uma potência constante de 150 cal/min, é correto afirmar que o corpo sólido tem calor específico de:

- a) 1,00 cal/g · °C      c) 1,25 cal/g · °C      e) 3,75 cal/g · °C  
 b) 0,75 cal/g · °C      d) 1,50 cal/g · °C
6. (Furg-RS) Um corpo de 1 kg cai, a partir do repouso, de uma altura de 10 m em relação ao solo. Admitindo que toda energia da queda, após o choque totalmente inelástico com o solo, seja convertida em calor, e que 30% dela seja absorvida pelo corpo, determine a variação de temperatura desse corpo.
- a) 3 K      c) 0,30 °C      e) 0,14 K  
 b) 1,4 K      d) 3 °C

**Dados:**  
 Calor específico do corpo : 0,05 cal/g · °C  
 1 cal = 4,18 J  
 g = 10 m/s<sup>2</sup>

7. (Ufac) O calor de fusão do gelo é de 80 cal/g. Qual o tempo mínimo necessário para fundir 500 g de gelo a 0 °C, se o gelo absorve em média 800 cal/s?
- a) 5 s      c) 20 s      e) 50 s  
 b) 10 s      d) 40 s
8. (UFSC) O tipo de panela mais recomendado, por questões de saúde, é a panela de aço inox. Entretanto, o aço inox tem uma baixa condutividade térmica. Para solucionar este problema, os fabricantes fazem uso de um difusor de calor, geralmente de alumínio, cujo objetivo é melhorar a condutividade e homogeneizar a transferência de calor no fundo da panela.



5. Alternativa a  
 Sendo o fluxo de 150 cal/min e observando que no gráfico num tempo de 10 minutos a temperatura se eleva de 25 °C para 45 °C temos:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow 150 = \frac{Q}{10} \Rightarrow Q = 1500 \text{ cal}$$

Aplicando a equação do calor sensível para o corpo de 75 g obtemos um calor específico de:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$1500 = 75 \cdot c \cdot (45 - 25) \Rightarrow 1500 = c \cdot 1500 \Rightarrow c = 1$$

Portanto,  $c = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

6. Alternativa e  
 Sabemos que a quantidade de calor que o corpo absorverá será apenas 30% (0,3) da energia potencial que o corpo tem.

$$Q = 0,3 \cdot E_p \Rightarrow Q = 0,3 \cdot m \cdot g \cdot h \Rightarrow Q = 0,3 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow Q = 30 \text{ J}$$

Sabendo que o corpo absorveu em função da queda  $Q = 30 \text{ J}$ , para saber a variação da temperatura usamos a equação do calor sensível. Porém, 30J deve ser representado em calorias.

Se 1 cal = 4,18 J então  $\frac{30}{4,18}$  é igual a 7,18 cal

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$7,18 = 1000 \cdot 0,05 \cdot \Delta T$$

$$\frac{7,18}{50} = \Delta T \Rightarrow \Delta T = 0,143$$

Logo, a variação foi de 0,14 K

7. Alternativa e  
 Determinamos a quantidade de calor necessária para fundir o gelo:

$$Q = m \cdot L$$

$$Q = 500 \cdot 80 \Rightarrow Q = 40000$$

Com um fluxo de 800 cal/s, o tempo necessário para fornecer  $Q = 40000 \text{ cal}$  será:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$800 = \frac{40000}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 50$$

O tempo será de  $\Delta t = 50 \text{ s}$

8. Gabarito (01 + 04) = 05  
 01. Correta. A geometria determina a área e a espessura da panela e o material está relacionado ao coeficiente de condutividade térmica. O fluxo é determinado pela seguinte expressão:  $\phi = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{l}$

02. Incorreta. Para se conhecer o fluxo é necessário conhecer a espessura do difusor de alumínio. Como a espessura do difusor não foi fornecida, é impossível determinar o valor do fluxo.

04. Correta. Ao receber calor a substância pode variar sua temperatura ou mudar seu estado físico conforme suas características intrínsecas.

08. Incorreta. A água é aquecida tanto por convecção como por condução.

16. Incorreta. Calculando-se a quantidade de calor para fundir  $\frac{2}{3}$  do gelo encontramos:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T + m \cdot L$$

$$Q = 150 \cdot 0,5 \cdot [0 - (-10)] + 100 \cdot 80$$

$$Q = 750 + 8000 \Rightarrow Q = 8750$$

Sendo o fluxo  $\phi = 2000 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$ , e a quantidade de calor necessária à fusão de  $\frac{2}{3}$  gelo  $Q = 8750 \text{ cal}$ , o tempo necessário é:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$2000 = \frac{8750}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 4,375$$

O tempo é apenas de 4,38 s

32. Incorreta. O difusor de alumínio não está em contato com as chamas, e sim com a superfície do inox. A transmissão se dá por condução.



9. Alternativa b

Primeiramente lembramos que 2 L de água tem uma massa de 2000 g. Calcula-se a quantidade de calor para elevar a temperatura da água de 20 °C para 100 °C:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$Q = 2000 \cdot 1 \cdot (100 - 20)$$

$$Q = 160\,000$$

Calculamos o calor necessário para vaporizar 20% dessa massa de água:

$$Q = m \cdot L$$

$$Q = 400 \cdot 540$$

$$Q = 216\,000$$

O processo todo envolve (160 000 + 216 000) 376 000 cal. Sendo 1 cal = 4,18 J temos uma quantidade de 1 571 680 J, que representa 80% de todo o calor gerado pela fonte térmica.

A fonte gerou, portanto:

$$1571680 \text{ — } 80 \%$$

$$x \text{ — } 100 \%$$

$$\frac{1571680}{80} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 1964600$$

$$Q = 1964600 \text{ J.}$$

A potência de 420 W é o fluxo de 420 J/s, logo o tempo aproximado será:

$$P = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$420 = \frac{1964600}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 4677,6 \text{ s}$$

Transformando-se  $\Delta t \cong 4677,6$  s em horas:

$$1 \text{ h — } 3600$$

$$x \text{ — } 4677,6$$

$$3600 \cdot x = 4677,6 \Rightarrow x = 1,3 \text{ h}$$

Logo aproximadamente a 1,3 h, ou seja 1 h e 18 min

10. Alternativa b

A observação do gráfico nos mostra que para levar o gelo até a temperatura de fusão e fundi-lo são gastos respectivamente 25 cal e 80 cal totalizando 105 cal. Para elevar a temperatura de 0 °C até 100 °C o gráfico nos mostra que são necessárias 100 cal.

Em relação ao exposto, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

[A resposta será a soma dos números associados às alternativas corretas.]

01. O fluxo de calor através do difusor depende da sua geometria, do material e da diferença de temperatura entre as faces inferior e superior.
02. Supondo que a face inferior do difusor está a 105 °C e a face superior está a 100 °C, o fluxo de calor através do difusor é 1,8 cal/s.
04. O calor recebido por uma substância dentro da panela pode causar mudança de temperatura, mudança de fase ou ambas.
08. O fundo da panela aquece a água colocada no seu interior unicamente por convecção, que envolve o transporte de matéria de uma região quente para uma região fria e vice-versa.
16. Supondo um fluxo de calor através do fundo da panela de 2,0 kcal/s, e que dentro dela foram colocados 150 g de gelo a -10 °C, serão necessários aproximadamente 6,4 segundos para fundir 2/3 do gelo.
32. O difusor de alumínio é aquecido por radiação proveniente da chama da boca do fogão.

Dados:

Condutividade térmica do alumínio : 60 cal/s · m · °C

Calor latente de vaporização da água : 540 cal/g

Calor latente de fusão do gelo : 80 cal/g

Calor específico da água : 1 cal/g · °C

Calor específico do gelo : 0,5 cal/g · °C

9. (IFSP) Um estudante de física, ao nível do mar, possui um aquecedor de imersão de 420 W de potência e o coloca dentro de uma panela contendo 2 litros de água a 20 °C. Supondo que 80% da energia dissipada seja absorvida pela água, o intervalo de tempo necessário para que 20% dessa água seja vaporizada será aproximadamente de:
- a) 1 h e 13 min                      c) 1 h e 25 min                      e) 2 h e 10 min  
 b) 1 h e 18 min                      d) 1 h e 30 min

Dados:

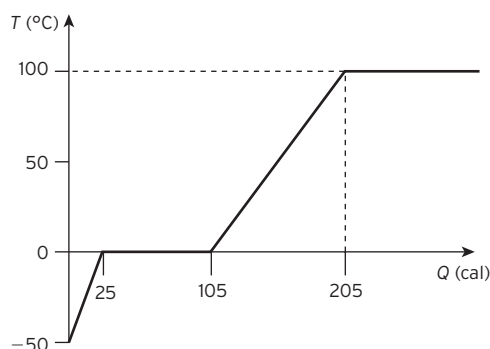
Calor específico da água: 1,0 cal/g · °C

Calor latente de vaporização da água: 540 cal/g

Densidade absoluta da água: 1,0 kg/L

1 cal = 4,2 J

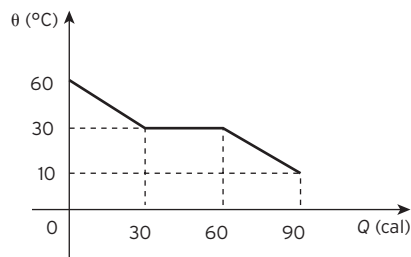
10. (UFRN) A existência da água em seus três estados físicos, sólido, líquido e gasoso, torna nosso planeta um local peculiar em relação aos outros planetas do Sistema Solar. Sem tal peculiaridade, a vida em nosso planeta seria possivelmente inviável. Portanto, conhecer as propriedades físicas da água ajuda a melhor utilizá-la e assim contribuir para a preservação do planeta. Na superfície da Terra, em altitudes próximas ao nível do mar, os estados físicos da água estão diretamente relacionados à sua temperatura conforme mostrado no gráfico abaixo.



Esse gráfico representa o comportamento de uma massa de 1,0 g de gelo a uma temperatura inicial de  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , colocada em um calorímetro que, ligado a um computador, permite determinar a temperatura da água em função da quantidade de calor que lhe é cedida. Observando-se o gráfico, pode-se concluir que a quantidade de calor necessária para liquefazer a massa de 1,0 g de água e elevar sua temperatura de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  até  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  é de, respectivamente:

- 105 cal e 80 cal.
- 105 cal e 100 cal.
- 80 cal e 105 cal.
- 100 cal e 105 cal.

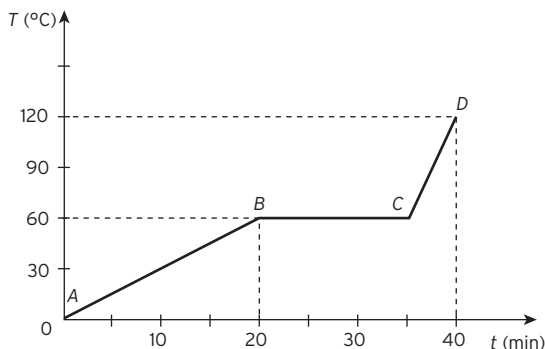
11. (IFPE) Uma amostra de determinada substância com massa 30 g encontra-se inicialmente no estado líquido, a  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Está representada pelo gráfico abaixo a temperatura dessa substância em função da quantidade de calor por ela cedida.



Analisando esse gráfico, é correto afirmar que:

- a temperatura de solidificação da substância é  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- o calor específico latente de solidificação é  $-1,0\text{ cal/g}$ .
- o calor específico sensível no estado líquido é  $\frac{1}{3}\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ .
- o calor específico sensível no estado sólido é  $\frac{1}{45}\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ .
- ao passar do estado líquido a  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  para o sólido a  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  a substância perdeu 180 cal.

12. (Cefet-MG) Uma massa de 20 g de substância pura, acondicionada em um recipiente bem isolado termicamente, é aquecida com o fornecimento de calor a uma taxa constante de  $30\text{ cal/min}$ . Esse processo está representado pelo gráfico seguinte.



Analisando esses dados, é correto concluir que o:

- calor específico no trecho AB é  $1,0\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ .
- calor específico no trecho BC é  $1,5\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ .
- calor específico no trecho CD é  $2,0\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ .
- calor total fornecido à substância é 600 cal.
- calor latente na transição de fase é  $22,5\text{ cal/g}$ .

11. Alternativa b
Efetuada o cálculo do calor latente de solidificação verificamos que:
$Q = m \cdot L$
$-30 = 30 \cdot L \Rightarrow L = -1$
O calor latente de solidificação é: $L = -1\text{ cal/g}$
12. Alternativa e
No trecho BC em que ocorre a mudança de estado, a quantidade de calor fornecida ao longo de 15 minutos é igual a:
$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$
$Q = 30 \cdot 15$
$Q = 450$
Calculando o calor latente da massa de 20 g que muda de estado ao receber $Q = 450\text{ cal}$
$Q = m \cdot L$
$450 = 20 \cdot L \Rightarrow L = 22,5$
Assim $L = 22,5\frac{\text{cal}}{\text{g}}$

## 13. Alternativa a

Pelo princípio da conservação da energia:

$$Q_A + Q_g = 0$$

$$m_A \cdot c \cdot (0 - T) + m_g \cdot L = 0$$

$$-m_A \cdot c \cdot T = -m_g \cdot L$$

$$\text{Então } T = \frac{m_g \cdot L}{m_A \cdot c}$$

## 14. Alternativa b

Pelo princípio da conservação da energia e considerando que para ambas as substâncias o calor é sensível:

$$Q_{\text{café}} + Q_{\text{piscina}} = 0$$

$$1000 \cdot 1 \cdot (T - 80) + 20000000 \cdot 1 \cdot (T - 20) = 0$$

$$(T - 80) + 20000 \cdot (T - 20) = 0$$

$$T - 80 + 20000T - 400000 = 0$$

$$20001 \cdot T = 400080 \Rightarrow T \cong 20,0029$$

A temperatura de equilíbrio é  $T \cong 20,003^\circ\text{C}$

## 15. Alternativa e

Segundo o enunciado, as esferas são de materiais diferentes, provavelmente não apresentam mesmo calor específico, possuem mesma massa, mesma temperatura inicial e, como o equilíbrio é atingido, conclui-se que mesma temperatura final. Observando a equação do calor sensível,  $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$ , vê-se que em função da diferença entre os valores de calor específico, a quantidade de calor trocado por cada uma não pode ser a mesma.

16. Gabarito:  $t_0 = -28^\circ\text{C}$ 

Este problema envolve o princípio das trocas de calor: o calor cedido pela água deve ser igual ao calor recebido pelo gelo.

Calor cedido pela água, em módulo:

$$Q_c = m_a \cdot c_a \cdot \Delta T_a$$

$$Q_c = 300 \cdot 1 \cdot (20 - 1) = 5700 \text{ cal}$$

Calor recebido pela massa inicial de gelo, em módulo:

$$Q_r = \underbrace{m_g \cdot c_g \cdot \Delta t_g}_{\text{gelo}} + \underbrace{m_g \cdot L_f}_{\text{fusão}} + \underbrace{m_g \cdot c_a \cdot \Delta t_a}_{\text{gelo derretido}}$$

$$Q_r = 60 \cdot 0,5 \cdot (0 - t_0) + 60 \cdot 80 + 60 \cdot 1 \cdot (1 - 0)$$

$$Q_r = -30 \cdot t_0 + 4860$$

Aplicando o Princípio das trocas de calor, resulta:

$$Q_c = Q_r$$

$$5700 = -30 \cdot t_0 + 4860$$

$$t_0 = -28^\circ\text{C}$$

## 17. Gabarito

Se a densidade da água é de  $1 \text{ kg/L}$  e, no recipiente há  $0,5 \text{ L}$  de água, a massa de água é  $m = 0,5 \text{ kg}$ , ou seja,  $m = 500 \text{ g}$ .

a. A quantidade de calor para elevar a massa de água de  $25^\circ\text{C}$  para  $100^\circ\text{C}$  será:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$Q = 500 \cdot 1 \cdot (100 - 25)$$

$$Q = 37500$$

A quantidade é  $Q = 37500 \text{ cal}$

b. Se a quantidade de calor total fornecida foi de  $145500 \text{ cal}$  e para atingir o ponto de ebulição foram necessários  $37500 \text{ cal}$ , o restante serviu para vaporizar a água.

$$145500 - 37500 = 108000$$

A quantidade de calor que fica vaporizando a água é  $Q = 108000 \text{ cal}$ . A massa vaporizada é:

$$Q = m \cdot L$$

$$108000 = m \cdot 540 \Rightarrow m = 200$$

A massa vaporizada foi de  $200 \text{ g}$ , logo, a massa de água que sobra para fazer café é  $m = 300 \text{ g}$ .

13. (Uespi) Num calorímetro ideal, uma massa  $M_a$  de água líquida a uma temperatura  $T$  é misturada com uma massa  $M_g$  de gelo a  $0^\circ\text{C}$ . Denotam-se respectivamente por  $c$  e  $L$  o calor específico da água líquida e o calor de fusão do gelo no sistema internacional de unidades. Quando o equilíbrio térmico é atingido à temperatura de  $0^\circ\text{C}$ , não há mais gelo no calorímetro. Pode-se concluir que a temperatura  $T$ , expressa em  $^\circ\text{C}$ , vale:

- a)  $\frac{M_g L}{(M_a c)}$
- b)  $\frac{M_a c}{(M_g L)}$
- c)  $\frac{cL}{(M_a M_g)}$
- d)  $\frac{M_a M_g}{(cL)}$
- e)  $\frac{M_a M_g}{(cL)^2}$

14. (Uespi) O conteúdo de uma garrafa térmica com um litro de café quente, à temperatura de  $80^\circ\text{C}$ , é totalmente derramado numa piscina com  $20 \text{ m}^3 = 2 \times 10^4 \text{ L}$  de água a uma temperatura de  $20^\circ\text{C}$ . Considere que a água da piscina e o café possuem calores específicos e densidades volumétricas idênticos. Se as trocas térmicas ocorrerem apenas entre o café e a água da piscina, a temperatura final da mistura será aproximadamente igual a:

- a)  $20,0003^\circ\text{C}$
- b)  $20,003^\circ\text{C}$
- c)  $20,03^\circ\text{C}$
- d)  $20,3^\circ\text{C}$
- e)  $23^\circ\text{C}$

15. (Cefet-MG) Duas esferas metálicas maciças, de massas iguais e materiais diferentes, a  $100^\circ\text{C}$ , são colocadas sobre um bloco de gelo a  $0^\circ\text{C}$ , que se encontra em um recipiente fechado e de paredes isolantes. Ao atingir o equilíbrio térmico, nota-se que ainda há gelo nesse experimento.

Analisando esse procedimento, é correto afirmar que as:

- a) quantidades de calor recebidas pelas esferas são iguais, porque suas massas são iguais.
- b) massas de gelo derretidas por esfera são iguais, porque os seus calores específicos são iguais.
- c) massas de gelo derretidas por esfera são diferentes, porque as massas das esferas são iguais.
- d) quantidades de calor cedidas pelas esferas são iguais, pois seus calores específicos são diferentes.
- e) massas de gelo derretidas por esfera são diferentes, porque os seus calores específicos são diferentes.

16. (UFPR) Em um dia de muito calor, o freguês de um restaurante pediu uma garrafa de água mineral e um copo com gelo. No copo vieram três cubos de gelo, cada um com massa de  $20 \text{ g}$ . Nesse copo, o freguês colocou  $300 \text{ mL}$  de água mineral, cuja temperatura inicial era de  $20^\circ\text{C}$ . Após o gelo fundir-se completamente, verificou-se que a água estava a uma temperatura de  $1^\circ\text{C}$ . Desprezando a capacidade térmica do copo, calcule a temperatura inicial dos cubos de gelo.

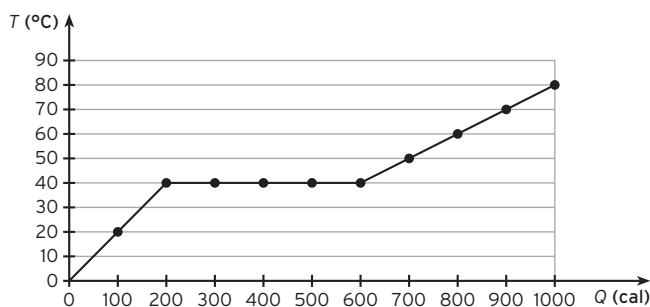
17. (UFJF-MG) Com a finalidade de se fazer café, um recipiente com  $0,5 \text{ L}$  de água é aquecido em um fogão. A temperatura da água aumenta desde  $25^\circ\text{C}$  até  $100^\circ\text{C}$ . Considere para a água: densidade  $\rho = 1,0 \text{ kg/L}$ ; calor latente de vaporização  $L_v = 540 \text{ cal/g}$ ; calor específico  $c = 1,0 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ .

- a) Calcule a quantidade de calor cedida à água, para que sua temperatura aumente desde  $25^\circ\text{C}$  até  $100^\circ\text{C}$ .
- b) Supondo que a quantidade de calor total cedida à água, até o momento em que se apaga a chama do fogão, foi de  $145500 \text{ cal}$ , calcule o volume de água, em litros, que ficou no recipiente para ser utilizada no preparo do café.

**18. (Fatec-SP)** Em um sistema isolado, dois objetos, um de alumínio e outro de cobre, estão à mesma temperatura. Os dois são colocados simultaneamente sobre uma chapa quente e recebem a mesma quantidade de calor por segundo. Após certo tempo, verifica-se que a temperatura do objeto de alumínio é igual à do objeto de cobre, e ambos não mudaram de estado. Se o calor específico do alumínio e do cobre valem respectivamente  $0,22 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$  e  $0,09 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ , pode-se afirmar que

- a capacidade térmica do objeto de alumínio é igual à do objeto de cobre.
- a capacidade térmica do objeto de alumínio é maior que a do objeto de cobre.
- a capacidade térmica do objeto de alumínio é menor que a do objeto de cobre.
- a massa do objeto de alumínio é igual à massa do objeto de cobre.
- a massa do objeto de alumínio é maior que a massa do objeto de cobre.

**19. (Unifesp)** Em uma experiência de Termologia, analisou-se a variação da temperatura, medida em graus Celsius, de  $100 \text{ g}$  de uma substância, em função da quantidade de calor fornecido, medida em calorias. Durante o experimento, observou-se que, em uma determinada etapa do processo, a substância analisada apresentou mudança de fase sólida para líquida. Para visualizar o experimento, os dados obtidos foram apresentados em um gráfico da temperatura da substância como função da quantidade de calor fornecido.



Determine:

- O calor específico da substância na fase líquida e seu calor latente específico de fusão.
- Após a substância atingir a temperatura de  $80 \text{ } ^\circ\text{C}$ , cessou-se o fornecimento de calor e adicionou-se a ela  $50 \text{ g}$  de gelo a  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Supondo que a troca de calor ocorra apenas entre o gelo e a substância, determine a massa de água, fase líquida, em equilíbrio térmico.

Dados:

Calor latente de fusão do gelo:  $L = 80 \text{ cal/g}$

Calor específico da água:  $c = 1,0 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$

**20. (Unifesp)** Um calorímetro de capacidade térmica  $10 \text{ cal/}^\circ\text{C}$ , contendo  $500 \text{ g}$  de água a  $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ , é utilizado para determinação do calor específico de uma barra de liga metálica de  $200 \text{ g}$ , a ser utilizada como fundo de panelas para cozimento. A barra é inicialmente aquecida a  $80 \text{ } ^\circ\text{C}$  e imediatamente colocada dentro do calorímetro, isolado termicamente. Considerando o calor específico da água  $1,0 \text{ cal/(g } \cdot \text{ } ^\circ\text{C)}$  e que a temperatura de equilíbrio térmico atingida no calorímetro foi  $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ , determine:

- a quantidade de calor absorvido pelo calorímetro e a quantidade de calor absorvido pela água.
- a temperatura final e o calor específico da barra.

**18. Alternativa a**

Ambos os objetos têm os mesmos comportamentos térmicos, ou seja, apresentam a mesma variação de temperatura ao receber quantidades iguais de calor. Assim, ambos devem ter capacidades térmicas iguais ( $C = mc$ ). Dessa forma, se o calor específico sensível do alumínio ( $c_{\text{alumínio}}$ ) é maior que o do cobre ( $c_{\text{cobre}}$ ), a massa de alumínio deve ser menor do que a do cobre.

**19. Gabarito:** a)  $0,10 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ ;  $4,0 \text{ cal/g}$ , b)  $12,5 \text{ g}$  (fase líquida)

Resolução:

$$a. Q = mc\Delta t$$

$$1000 = 600 = 100 \cdot c \cdot (80 - 40)$$

$$c = 0,10 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$$

b. Resfriando-se de  $80 \text{ } ^\circ\text{C}$  para  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$  a substância fornece  $Q = 1000 \text{ cal}$ . Para que o gelo derreta totalmente deve receber  $Q = 50 \text{ g} \cdot 80 \text{ cal/g} = 4000 \text{ cal}$ . Dessa forma o gelo derrete parcialmente. Então,  $Q = 1000 \text{ cal}$  derrete a massa  $M$  do gelo.

$$Q = ML_{\text{fusão}}$$

$$1000 = M \cdot 80$$

$$M = 12,5 \text{ g}$$

**20. Gabarito**

$$a. Q_{\text{água}} = 5,0 \times 10^3 \text{ cal e } Q_{\text{cal}} = 1,0 \times 10^2 \text{ cal}$$

$$b. t_f = 30 \text{ } ^\circ\text{C e } c_{\text{barra}} = 0,51 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

Resolução:

a. Para o calorímetro:

$$Q_{\text{cal}} = C\Delta t = 10 \cdot (30 - 20)$$

$$Q_{\text{cal}} = 1,0 \times 10^2 \text{ cal}$$

Para a água:

$$Q_{\text{água}} = mc\Delta t = 500 \cdot 1,0 \cdot (30 - 20)$$

$$Q_{\text{água}} = 5,0 \times 10^3 \text{ cal}$$

b. Em equilíbrio térmico a barra terá a mesma temperatura final do sistema,  $t_f = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

Sistema isolado termicamente:

$$Q_{\text{água}} + Q_{\text{cal}} + Q_{\text{barra}} = 0$$

$$5000 + 100 + 200 \cdot c_{\text{barra}} \cdot (30 - 80) = 0$$

$$c_{\text{barra}} = 0,51 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

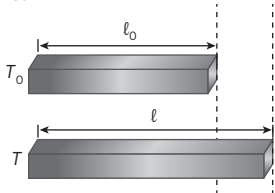
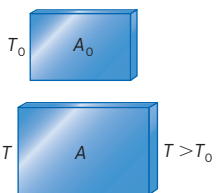
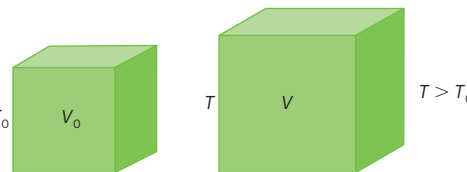
# Dilatação térmica

## Dilatação e contração térmicas

A **dilatação** e a **contração** térmicas de corpos são efeitos da transferência de calor e ocorrem nos estados sólido, líquido e gasoso.

## Dilatação térmica dos sólidos

Nos sólidos, a dilatação térmica ocorre nas três dimensões do corpo: comprimento, largura e altura. Dependendo da forma do corpo, a dilatação em uma ou duas dessas dimensões é muito pequena quando comparada à(s) outra(s), e pode(m) ser desprezada(s). Observe o quadro abaixo.

Dilatação dos sólidos		
<p>▪ Linear</p>  <p><math>\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T</math> em que:</p> <p><math>\Delta l</math> = variação do comprimento  <math>l_0</math> = comprimento inicial  <math>\Delta T</math> = variação da temperatura (<math>T - T_0</math>)  <math>\alpha</math> = coeficiente de dilatação linear</p>	<p>▪ Superficial</p>  <p><math>\Delta A = \beta \cdot A_0 \cdot \Delta T</math> em que:</p> <p><math>\Delta A</math> = variação da área (comprimento e largura)  <math>A_0</math> = área inicial  <math>\Delta T</math> = variação da temperatura (<math>T - T_0</math>)  <math>\beta</math> = coeficiente de dilatação superficial  <math>\beta = 2\alpha</math></p>	<p>▪ Volumétrica</p>  <p><math>\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T</math> em que:</p> <p><math>\Delta V</math> = variação do volume (comprimento, largura e altura)  <math>V_0</math> = volume inicial  <math>\Delta T</math> = variação da temperatura (<math>T - T_0</math>)  <math>\gamma</math> = coeficiente de dilatação volumétrica  <math>\gamma = 3 \cdot \alpha</math></p>

## Dilatação térmica dos líquidos

Quando a variação de temperatura não é muito grande, a dilatação dos líquidos segue a mesma lei geral da dilatação dos sólidos. Os líquidos não têm forma própria, porém só interessa ao estudo a análise de sua **dilatação volumétrica**, para a qual deve-se considerar tanto a dilatação do líquido quanto a do recipiente que o contém. Assim, para a dilatação dos líquidos, consideram-se:

- dilatação real:  $\Delta V_1 = V_0 \cdot \gamma_1 \cdot \Delta T$
- dilatação do frasco:  $\Delta V_f = V_0 \cdot \gamma_f \cdot \Delta T$
- dilatação aparente:  $\Delta V_a = V_0 \cdot \gamma_a \cdot \Delta T$   
 Como  $\Delta V_1 = \Delta V_f + \Delta V_a$ , temos:  $\gamma_1 = \gamma_f + \gamma_a$   
 Conclui-se, daí, que:

O coeficiente aparente de dilatação de um líquido depende da natureza do líquido e do material que constitui o frasco que o contém.

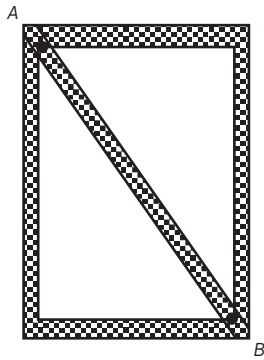
## Dilatação anômala da água

No intervalo de 0 °C a 4 °C, a água sofre **contração**, isto é, o volume diminui; só a partir de 4 °C, a água apresenta **dilatação**. Durante o resfriamento até 4 °C, a água da superfície sofre contração e afunda, pois torna-se mais densa. Com isso, a água mais quente sobe. Quando a temperatura da água chega a 4 °C, o movimento de convecção é interrompido, pois a densidade da água atinge seu valor máximo. Ao passar de 4 °C para 0 °C, o volume da água aumenta em vez de diminuir e, assim, a densidade também diminui. Então, as porções de água mais próximas da superfície não afundam mais e esfriam até se solidificar, formando uma camada de gelo sobre a água líquida. Como o gelo é um bom isolante térmico, as porções de água no interior do lago se mantêm a temperaturas próximas de 4 °C e continuam no estado líquido.

## Dilatação dos gases

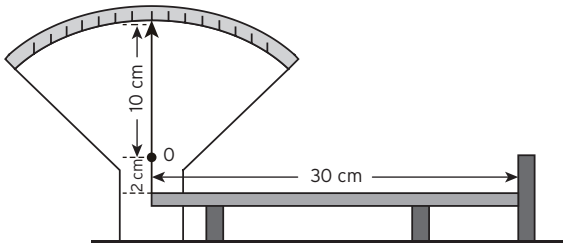
Para calcular a dilatação de um gás, usamos a equação da dilatação volumétrica dos sólidos. Cabe lembrar que todos os gases têm o mesmo coeficiente de dilatação, dado por:  $\gamma_{\text{gás}} = \frac{1}{273 \text{ °C}} \Rightarrow \gamma_{\text{gás}} = 3,66 \cdot 10^{-3} \text{ °C}^{-1}$

1. (FGV-SP) Um serralheiro monta, com o mesmo tipo de vergalhão de ferro, a armação esquematizada.



A barra transversal que liga os pontos A e B não exerce forças sobre esses pontos. Se a temperatura da armação for aumentada, a barra transversal

- continua não exercendo forças sobre os pontos A e B.
  - empurrará os pontos A e B, pois ficará  $\sqrt{2}$  vezes maior que o novo tamanho que deveria assumir.
  - empurrará os pontos A e B, pois ficará  $\ell_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$  vezes maior que o novo tamanho que deveria assumir.
  - tracionará os pontos A e B, pois ficará  $\sqrt{2}$  vezes menor que o novo tamanho que deveria assumir.
  - tracionará os pontos A e B, pois ficará  $\ell_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$  vezes menor que o novo tamanho que deveria assumir.
2. (Fuvest-SP)



Para ilustrar a dilatação dos corpos, um grupo de estudantes apresenta, em uma feira de ciências, o instrumento esquematizado na figura acima. Nessa montagem, uma barra de alumínio com 30 cm de comprimento está apoiada sobre dois suportes, tendo uma extremidade presa ao ponto inferior do ponteiro indicador e a outra encostada num anteparo fixo. O ponteiro pode girar livremente em torno do ponto O, sendo o comprimento de sua parte superior 10 cm e, o da inferior, 2 cm. Se a barra de alumínio, inicialmente à temperatura de 25 °C, for aquecida a 225 °C, o deslocamento da extremidade superior do ponteiro será, aproximadamente, de:

- 1 mm
- 3 mm
- 6 mm
- 12 mm
- 30 mm

Coeficiente de dilatação linear do alumínio:  $2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

3. (Ufla-MG) Uma barra metálica de um material experimental, à temperatura  $T_A$ , tem comprimento  $L_A$ . Quando essa barra é aquecida à temperatura  $T_B$ , sendo  $T_B > T_A$ , tem comprimento  $L_B = 1,331 L_A$ . Sabe-se que a cada aumento de temperatura de 20 K, a barra aumenta seu comprimento em 10%. Então, é correto afirmar que a diferença de temperatura  $T_B - T_A$  é:
- 55 K
  - 50 K
  - 65 K
  - 60 K

1.	Alternativa a				
	O vergalhão na diagonal se dilata, porém os vergalhões na horizontal e na vertical também se dilatam. O aumento das dimensões são proporcionais, de forma que podemos raciocinar que a dilatação da diagonal é a hipotenusa do triângulo retângulo formado pelas dilatações dos vergalhões da horizontal, da vertical e da diagonal.				
2.	Alternativa c				
	Calculando a variação do comprimento da barra para uma variação de 200°C na temperatura:				
	$\Delta L = 30 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot (225 - 25)$				
	$\Delta L = 0,12$				
	A variação do comprimento foi de 0,12 cm.				
	O sistema que registra a variação na temperatura se assemelha a uma alavanca, então vale a seguinte proporção:				
	$\frac{2}{10} = \frac{0,12}{x}$				
	$x = 0,6$				
	A marcação é portanto, 0,6 cm ou seja, 6 mm.				
3.	Alternativa c				
	Sabendo que a cada 20 K de variação na temperatura a barra aumenta seu comprimento em 10%, encontramos o coeficiente de dilatação do material:				
	$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$				
	$0,1 \cdot L_0 = L_0 \cdot \alpha \cdot 20$				
	Simplificando $L_0$ , encontramos $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$				
	Segundo a informação que para uma determinada variação de temperatura o comprimento final $L = 1,331 \cdot L_0$ , encontramos $\Delta T$ :				
	$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$				
	$1,331 L_0 - L_0 = L_0 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T$				
	$0,331 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = 66,2$				
	A variação na temperatura é $\Delta T \approx 66,2 \text{ K}$ e a alternativa que mais se aproxima é 65 K.				

4. Alternativa a

O aumento do diâmetro pode ser tratado como dilatação linear. Substituindo os dados apresentados:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$(1,2 - 1,198) = 1,198 \cdot 1,1 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T$$

$$2 \cdot 10^{-3} = 1,3178 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = 151,8$$

A variação é de  $\Delta T = 151,8^\circ\text{C}$ , logo, a temperatura final deve ser  $T \approx 180^\circ\text{C}$

5. Alternativa c

Primeiramente transformamos 176 °F em Celsius:

$$\frac{C}{5} = \frac{176 - 32}{9}$$

$$C = 80$$

A temperatura final é  $T = 80^\circ\text{C}$ . Calculando a variação da área a partir dos dados do problema:

$$\Delta A = A_0 \cdot \beta \cdot \Delta T = A_0 \cdot 2\alpha \cdot (T_c - T_0) =$$

$$= 2,4 \cdot (2 \times 2 \times 10^{-5}) = [80 - (-20)] =$$

$$= 9,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2 = 96 \text{ cm}^2$$

6. Alternativa a

Calculando-se o aumento de comprimento total do fio de cobre:

$$\Delta L_{cu} = 26 \cdot 17 \cdot 10^{-6} \cdot 100$$

$$\Delta L_{cu} = 442 \cdot 10^{-4}$$

A parte proporcional ao lado vertical é:

$$\frac{26}{10} = \frac{442 \cdot 10^{-4}}{x}$$

$$x = 170 \cdot 10^{-4}$$

A parte proporcional ao lado horizontal é:

$$\frac{26}{8} = \frac{442 \cdot 10^{-4}}{a}$$

$$a = 136 \cdot 10^{-4}$$

Calculando-se o aumento do comprimento total do fio de alumínio:

$$\Delta L_{al} = 20 \cdot 24 \cdot 10^{-6} \cdot 100$$

$$\Delta L_{al} = 480 \cdot 10^{-4}$$

A parte proporcional ao lado vertical é:

$$\frac{20}{10} = \frac{480 \cdot 10^{-4}}{y}$$

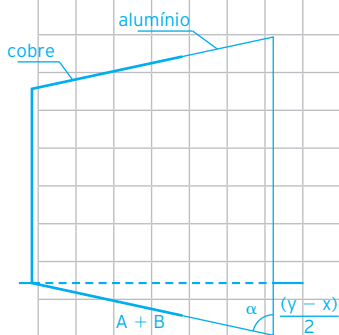
$$y = 240 \cdot 10^{-4}$$

A parte proporcional ao lado horizontal é:

$$\frac{20}{5} = \frac{480 \cdot 10^{-4}}{b}$$

$$b = 120 \cdot 10^{-4}$$

Para determinar o ângulo  $\alpha$ , observe o esquema abaixo:



Observe que  $A + B$  corresponde a:

$$\text{Cobre: } A = 8 + 136 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{Alumínio: } B = 5 + 120 \cdot 10^{-4}$$

Do triângulo retângulo em destaque:

$$\cos \alpha = \frac{\frac{y-x}{2}}{A+B}$$

$$\cos \alpha = \frac{240 \cdot 10^{-4} - 170 \cdot 10^{-4}}{8 + 136 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-4}}$$

$$\cos \alpha = \frac{70 \cdot 10^{-4}}{26,0512}$$

$$\alpha = \arccos 2,687 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \alpha = 89,98^\circ$$

O ângulo é  $\alpha = 89,98^\circ$

4. (Uece) Um ferreiro deseja colocar um anel de aço ao redor de uma roda de madeira de 1,200 m de diâmetro. O diâmetro interno do anel de aço é 1,198 m. Sem o anel, ambos estão inicialmente à temperatura ambiente de  $28^\circ\text{C}$ . A que temperatura é necessário aquecer o anel de aço para que ele se encaixe exatamente na roda de madeira?

- a)  $180^\circ\text{C}$
- b)  $190^\circ\text{C}$
- c)  $290^\circ\text{C}$
- d)  $480^\circ\text{C}$

(Obs.: Use  $\alpha = 1,1 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  para o aço).

5. (Mackenzie-SP) Uma placa de alumínio (coeficiente de dilatação linear do alumínio =  $2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ), com  $2,4 \text{ m}^2$  de área à temperatura de  $-20^\circ\text{C}$ , foi aquecida à  $176^\circ\text{F}$ . O aumento de área da placa foi de:

- a)  $24 \text{ cm}^2$
- b)  $48 \text{ cm}^2$
- c)  $96 \text{ cm}^2$
- d)  $120 \text{ cm}^2$
- e)  $144 \text{ cm}^2$

6. (UEL-PR) Um retângulo é formado por um fio de cobre e outro de alumínio, como mostra a figura A. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação linear do cobre é de  $17 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e o do alumínio é de  $24 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , qual o valor do ângulo  $\alpha$  se a temperatura do retângulo for elevada a  $100^\circ\text{C}$ , como está apresentado na figura B?

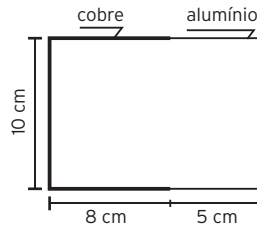


Figura A

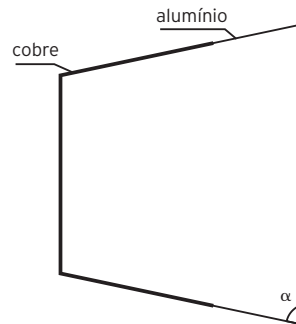


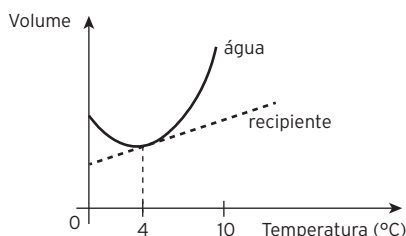
Figura B

- a)  $89,98^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $15^\circ$
- d)  $0,02^\circ$
- e)  $60^\circ$

7. (Uesc-BA) Considere uma barra de liga metálica, com densidade linear de  $2,4 \cdot 10^{-3} \text{ g/mm}$ , submetida a uma variação de temperatura, dilatando-se 3,0 mm. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação linear e o calor específico da liga são, respectivamente, iguais a  $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e a  $0,2 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ , a quantidade de calor absorvida pela barra nessa dilatação é igual, em cal, a:

- a) 72,0
- b) 80,0
- c) 120,0
- d) 132,0
- e) 245,0

8. (Unesp) Nos últimos anos temos sido alertados sobre o aquecimento global. Estima-se que, mantendo-se as atuais taxas de aquecimento do planeta, haverá uma elevação do nível do mar causada, inclusive, pela expansão térmica, causando inundação em algumas regiões costeiras. Supondo, hipoteticamente, os oceanos como sistemas fechados e considerando que o coeficiente de dilatação volumétrica da água é aproximadamente  $2 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e que a profundidade média dos oceanos é de 4 km, um aquecimento global de  $1 \text{ } ^\circ\text{C}$  elevaria o nível do mar, devido à expansão térmica, em, aproximadamente:
- a) 0,3 m                                      c) 0,8 m                                      e) 1,7 m  
b) 0,5 m                                      d) 1,1 m
9. (PUC-RS) As variações de volume de certa quantidade de água e do volume interno de um recipiente em função da temperatura foram medidas separadamente e estão representadas no gráfico abaixo, respectivamente, pela linha contínua (água) e pela linha tracejada (recipiente).

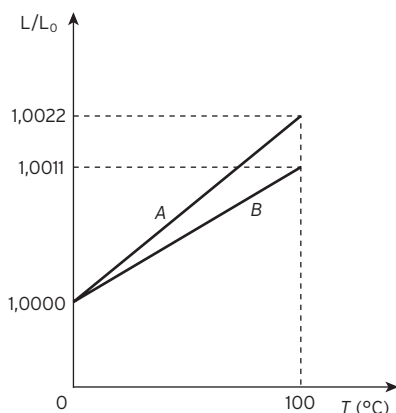


Estudantes, analisando os dados apresentados no gráfico, e supondo que a água seja colocada dentro do recipiente, fizeram as seguintes previsões:

- I. O recipiente estará completamente cheio de água, sem haver derramamento, apenas quando a temperatura for de  $4 \text{ } ^\circ\text{C}$ .
- II. A água transbordará apenas se sua temperatura e a do recipiente assumirem simultaneamente valores acima de  $4 \text{ } ^\circ\text{C}$ .
- III. A água transbordará se sua temperatura e a do recipiente assumirem simultaneamente valores acima de  $4 \text{ } ^\circ\text{C}$  ou se assumirem simultaneamente valores abaixo de  $4 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

A(s) afirmativa(s) correta(s) é(são):

- a) I, apenas.                                      d) II e III, apenas.  
b) I e II, apenas.                                      e) I, II e III.  
c) I e III, apenas.
10. (UFC-CE) Duas barras, A e B, construídas de materiais diferentes, são aquecidas de  $0$  a  $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ .



Com base na figura acima, a qual fornece informações sobre as dilatações lineares sofridas pelas barras, determine:

- a) os coeficientes de dilatação linear das barras A e B.  
b) a razão entre os coeficientes de dilatação linear das barras A e B.

### 7. Alternativa a

Sabendo que a variação no comprimento foi de  $3 \text{ mm}$ , e tendo o coeficiente de dilatação:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$3 = L_0 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T$$

$$L_0 = \frac{1,5 \cdot 10^5}{\Delta T}$$

A densidade linear é a razão da massa pela unidade de comprimento:

$$2,4 \cdot 10^{-3} = \frac{m}{\Delta T}$$

$$360 = m \cdot \Delta T$$

Calculando a quantidade de calor recebida:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$Q = \frac{360}{\Delta T} \cdot 0,2 \cdot \Delta T \Rightarrow Q = 72$$

A quantidade de calor é de  $72 \text{ cal}$

### 8. Alternativa c

Considerando um sistema fechado, o aumento total será transferido numa só dimensão:

$$\Delta H = h_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$$

$$\Delta H = 4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 1$$

$$\Delta H = 8 \cdot 10^{-4}$$

Assim o aumento será  $\Delta H = 8 \cdot 10^{-4} \text{ km}$  ou seja,  $0,8 \text{ m}$ .

### 9. Alternativa c

I. Correta. É o único ponto de tangência.

II. Incorreta. O afastamento das curvas mostra que a água nos 2 casos tem aumento de volume superior ao do recipiente.

III. Correta. Para qualquer valor diferente de  $4 \text{ } ^\circ\text{C}$  para os pontos declarados no gráfico o volume de líquido será maior que do recipiente.

### 10. Gabarito

a. Em função dos dados fornecidos, para o material A, temos:

$$(1,0022 - 1) = 1 \cdot \alpha \cdot 100$$

$$0,0022 = \alpha \cdot 100 \Rightarrow \alpha = 2,2 \cdot 10^{-5}$$

O coeficiente do material A é

$$\alpha = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Em função dos dados fornecidos, para o material B, temos:

$$(1,0011 - 1) = 1 \cdot \alpha \cdot 100$$

$$0,0011 = \alpha \cdot 100 \Rightarrow \alpha = 1,1 \cdot 10^{-5}$$

O coeficiente do material B é

$$\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

b. A razão entre os coeficientes será:

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{2,2 \cdot 10^{-5}}{1,1 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = 2$$

A razão vale 2.



# Termodinâmica

## Comportamento dos gases

- São características importantes de um gás sua compressibilidade e sua expansibilidade.
- Gás ideal é um gás hipotético cujas moléculas não apresentam volume próprio. O volume ocupado por um gás ideal corresponde aos vazios entre suas moléculas, ou seja, ao volume do recipiente que o contém.
- Um gás ideal não sofre mudanças de estado, permanecendo sempre no estado gasoso.
- Em condições específicas um gás real pode apresentar comportamento análogo ao de um gás ideal.
- O estado de um gás é caracterizado pelos valores assumidos por três grandezas: o volume ( $V$ ), a pressão ( $p$ ) e a temperatura ( $T$ ).

## Transformações gasosas

A **transformação de estado** de um gás ocorre quando pelo menos duas de suas variáveis de estado se modificam.

Transformações gasosas particulares				
Tipo	Descrição	Consequência	Diagrama	Lei associada
Isotérmica	A temperatura é mantida constante.	A pressão varia em função do volume.		<p><b>Lei de Boyle</b> Quando a temperatura (<math>T</math>) de um gás é mantida constante, a pressão (<math>p</math>) e o volume (<math>V</math>) são inversamente proporcionais: <math>p \cdot V = k</math></p> <p>A constante de proporcionalidade só depende da temperatura.</p>
Isobárica	A pressão é mantida constante.	A temperatura varia em função do volume.		<p><b>Lei de Gay-Lussac</b> Quando a pressão (<math>p</math>) de um gás é mantida constante, o volume (<math>V</math>) e a temperatura (<math>T</math>) são diretamente proporcionais: <math>\frac{V}{T} = k</math></p> <p>A constante de proporcionalidade só depende da pressão.</p>
Isovolúmetrica (ou isocórica)	O volume é mantido constante.	A pressão varia em função da temperatura.		<p><b>Lei de Charles</b> Quando o volume (<math>V</math>) de um gás é mantido constante, a pressão (<math>p</math>) e a temperatura (<math>T</math>) são diretamente proporcionais: <math>\frac{p}{T} = k</math></p> <p>A constante de proporcionalidade só depende do volume.</p>

## Hipótese de Avogadro

Volumes iguais de diferentes gases, estando à mesma temperatura e à mesma pressão, contêm o mesmo número de partículas.

Experimentalmente chegou-se a um valor para esse número invariável de moléculas, que ficou conhecido como **número de Avogadro**, qual seja:

$$N_0 \cong 6,023 \cdot 10^{23} \text{ partículas/mol}$$

Definem-se:

- **Mol:** conjunto de  $6,023 \cdot 10^{23}$  partículas de um mesmo gás.
- **Número de mols** ( $n$ ) contido em certa massa ( $m$ ), em grama, de uma substância:

$$n = \frac{m}{M}$$

em que  $M$  é a massa, em grama, por 1 mol da substância.

## Equação de Clapeyron

Clapeyron estabeleceu a existência de uma proporcionalidade ao número de mols ( $n$ ) de um gás ideal. É esta é:

$$\frac{pV}{T} = nR \text{ ou } pV = nRT$$

em que  $R$  é uma constante de proporcionalidade igual para todos os gases; portanto, é a constante universal dos gases ideais. Para a unidade de medida de pressão em atmosferas (atm), o volume em litros (L) e a temperatura em kelvin (K), o valor de  $R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ , como  $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  e  $1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$ , a constante  $R$  no SI é expressa em relação à unidade de medida de energia (joule) como  $R = 8,31 \text{ J/mol K}$ .

## Lei geral dos gases ideais

Um gás ideal confinado num recipiente pode sofrer variação de pressão, volume e temperatura, mantendo-se sua massa e número de mols. Dessa forma, seu comportamento é descrito pela lei geral dos gases ideais:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow \frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$$

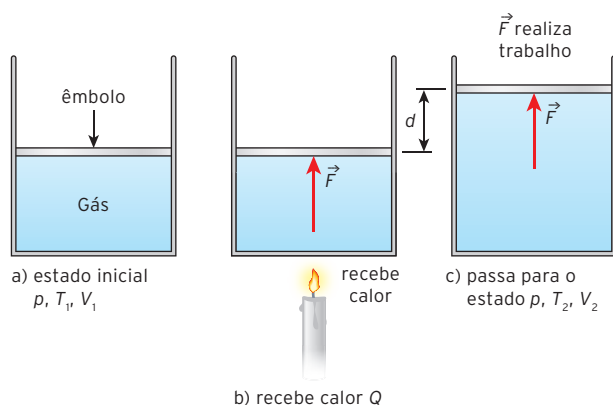
Considerando dois estados distintos desse gás, obtém-se a **lei geral dos gases ideais** que relaciona dois estados quaisquer de uma dada massa de um gás.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = n \cdot R \quad (\text{estado 1}) \\ \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = n \cdot R \quad (\text{estado 2}) \end{array} \right\} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

## Leis da termodinâmica

A termodinâmica estuda as relações entre calor e trabalho de uma força. O trabalho ocorre em transformações gasosas.

Imagine um cilindro provido de um êmbolo que pode movimentar-se livremente. Para qualquer transformação sofrida pelo gás, a pressão é constante, pois não há variação no peso sobre o êmbolo. Veja a figura:



Uma **expansão** do gás ocorre devido à ação de uma força  $F$  sobre o êmbolo realizando trabalho ( $W$ ). A variação ocorre tanto na temperatura quanto no volume, mas a pressão mantém-se constante. Sendo  $\Delta V = V_2 - V_1$ , o trabalho realizado pelo gás sobre o meio exterior é:  $W = p \cdot \Delta V$ .

Na expansão, o gás perde energia para o meio exterior, a variação de seu volume é positiva e, portanto, o trabalho é positivo.

Na situação inversa, de **compressão**, o gás ganha energia do meio exterior, a variação de seu volume é negativa e, portanto, o trabalho é negativo.

$$V_2 > V_1 \Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow W > 0$$

$$V_2 < V_1 \Rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow W < 0$$

## ■ Energia interna e lei de Joule

A energia interna ( $U$ ) de um gás ideal depende diretamente da variação de temperatura. Dessa forma, temos:

$$\Delta U = \Delta E = \frac{3}{2}n \cdot R \cdot (T_2 - T_1)$$

## ■ Primeira lei da termodinâmica

A variação da energia interna ( $\Delta U$ ) em um sistema de gás ideal é a diferença entre a quantidade de calor ( $Q$ ), recebida do meio externo ou a ele fornecida, e o trabalho ( $W$ ) realizado nesse processo.

$$\Delta U = Q - W$$

### Apliação da primeira lei às transformações gasosas

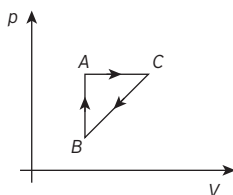
Tipo de transformação	Característica principal	Comportamento do sistema
Isotérmica	Temperatura constante	$\Delta U = 0$ $Q = W$
Isobárica	Pressão constante	$\Delta U > 0$ $Q > W$
Isovolumétrica	Volume constante	$W = 0$ $\Delta U = 0$
Adiabática	Não há troca de calor entre os meios interno e externo.	$Q = 0$ $\Delta U = -W$
Cíclica	O estado final do sistema é igual ao estado inicial.	$\Delta U = 0$ $W = W_1 + W_2$ $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ $Q = W$

Observações:

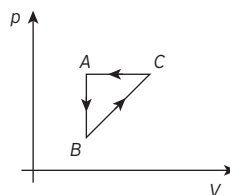
- Na **compressão adiabática**, o sistema recebe trabalho do meio externo, que é integralmente armazenado sob a forma de energia interna. Portanto, o volume diminui, ao passo que a pressão, a energia interna e a temperatura aumentam.
- Na **expansão adiabática**, o sistema realiza trabalho por meio do consumo da energia interna. Portanto, o volume aumenta, ao passo que a pressão, a energia interna e a temperatura diminuem.

## ■ Transformação cíclica

Um ciclo, ou **transformação cíclica**, ocorre quando, após um conjunto de transformações, o gás volta a apresentar a mesma pressão, o mesmo volume e a mesma temperatura que tinha no estado inicial, sendo, portanto, nula a variação da energia interna.



- Ciclo é percorrido no sentido horário:  $Q \rightarrow W$  no gráfico, ocorre conversão de calor em trabalho.



- Ciclo é percorrido no sentido anti-horário:  $W \rightarrow Q$  no gráfico, ocorre conversão de trabalho em calor.

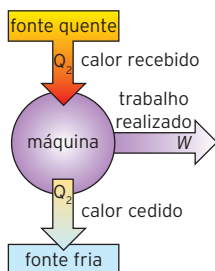
## ■ Transformações reversíveis e transformações irreversíveis

Uma **transformação** é **reversível** quando ocorre em ambos os sentidos de modo que o sistema retorne ao estado inicial, passando pelos mesmos estados intermediários, sem que ocorram variações definitivas nos corpos que o rodeiam.

Uma **transformação** é **irreversível** quando o sistema, após alcançar seu estado de equilíbrio, não consegue mais voltar para a sua condição inicial ou por qualquer estado intermediário pelo qual passou sem que um agente externo interfira.

## ■ Máquina térmica

As máquinas térmicas foram criadas antes de estabelecerem-se os princípios de seu funcionamento. Uma máquina térmica opera com ciclos contínuos entre as fontes quente e fria. Foi Carnot quem verificou que a diferença de temperatura entre as fontes era de suma importância. Observe o esquema de uma máquina térmica em que  $Q_1$  é o calor retirado da fonte quente,  $W$  é o trabalho útil obtido e  $Q_2$  é o calor rejeitado à fonte fria.



O rendimento ( $\eta$ ) de uma máquina térmica é dado por:

$$\eta = \frac{\text{energia útil}}{\text{energia total}} = Q_1 - \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \text{ ou } \eta = \frac{W}{Q_1} \quad (0 \leq \eta \leq 1)$$

## ■ Ciclo de Carnot

O ciclo de Carnot é composto por duas transformações adiabáticas, alternadas com duas transformações isotérmicas. Essas transformações são reversíveis, assim como o próprio ciclo. Quando o ciclo é percorrido no sentido horário, o trabalho ( $W$ ) é positivo e seu valor numérico, no gráfico  $p \cdot V$ , corresponde à área delimitada pelo ciclo.

Ciclo de Carnot	
Gráfico $p \cdot V$	Descrição das etapas
<p>Duas isotermas ligadas por duas adiabáticas.</p>	<p><b>Transformação 1:</b> O gás se expande isotermicamente ao receber calor da fonte externa.</p> <p><b>Transformação 2:</b> O gás se expande adiabaticamente, diminuindo a temperatura até <math>T_2</math>.</p> <p><b>Transformação 3:</b> O gás sofre uma compressão isotérmica do meio exterior, continuando com uma temperatura igual a <math>T_2</math>.</p> <p><b>Transformação 4:</b> O gás sofre uma compressão adiabática, que aumenta a temperatura até voltar à temperatura inicial <math>T_1</math>.</p>

Nesse ciclo, as quantidades de calor trocadas com as fontes quente e fria são proporcionais às respectivas temperaturas absolutas das fontes ( $T_1$  e  $T_2$ ).

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

Já o rendimento no ciclo de Carnot é função exclusiva das temperaturas absolutas das fontes quente e fria, não dependendo da natureza do fluido utilizado.

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Esse, portanto, é o máximo rendimento de uma máquina térmica.

## ■ Segunda lei da termodinâmica

Nenhuma máquina térmica, que opera em ciclo, pode converter toda a energia térmica (calor) recebida da fonte quente em energia mecânica (trabalho).

1. Alternativa e  
 I. Correta. Seu valor é constante e igual a  $R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \ell}{\text{mol} \cdot \text{K}}$  ou  $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$   
 II. Correta. Se  $\frac{p \cdot V}{T}$  é constante e  $\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$  então  $n$  só pode ser constante.  
 III. Correta. A energia cinética média das moléculas é dada por  $E = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$ . Na equação vemos que a energia é diretamente proporcional à temperatura.

2. Alternativa d  
 As temperaturas em Celsius  $-18^\circ\text{C}$  e  $27^\circ\text{C}$  equivalem respectivamente a  $255\text{ K}$  e  $300\text{ K}$ . Considerando essa uma transformação a volume constante:  
 $\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T}$   
 $\frac{p_0}{300} = \frac{p}{255} \Rightarrow p = \frac{255 \cdot p_0}{300}$   
 $p = 0,85 \cdot p_0$   
 Desse modo vemos que a pressão final é 85% da pressão inicial.

3. Alternativa c  
 Considerando a temperatura constante, vemos que o volume de 9 litros confinado à pressão de 200 atm, quando sujeito à pressão de 1 atm ocupará um volume dado por:  
 $p_0 \cdot V_0 = p \cdot V$   
 $200 \cdot 9 = 1 \cdot V \Rightarrow V = 1800$   
 Se 1 minuto de respiração consome aproximadamente 40 litros de ar então:  
 1 minuto  $\rightarrow$  40 litros  
 $x$  minutos  $\rightarrow$  1800 litros  
 $40 \cdot x = 1800 \Rightarrow x = 45$   
 Um cilindro deve ter ar para aproximadamente 45 minutos.

4. Alternativa c  
 As temperaturas de  $8^\circ\text{C}$  e  $14^\circ\text{C}$  valem respectivamente  $281\text{ K}$  e  $287\text{ K}$ . O volume de  $900\text{ cm}^3$  equivale a  $0,9\text{ dm}^3$ , portanto,  $0,9$  litros. Com base nos dados do problema, a pressão na altitude da montanha:  
 $\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T}$   
 $\frac{p_0 \cdot 1}{281} = \frac{1 \cdot 0,9}{287} \Rightarrow p_0 = \frac{281 \cdot 0,9}{287}$   
 $p_0 = 0,88$   
 A pressão na altitude tem um valor de  $0,88\text{ atm}$ .

5. Alternativa e  
 A primeira transformação é isotérmica, em que seu volume cai pela metade:  
 $p_0 \cdot V_0 = p \cdot \frac{V_0}{2} \Rightarrow p = 2 \cdot p_0$   
 Na sequência a transformação é isobárica e o volume passa a ser  $V' = 2 \cdot \frac{V_0}{2}$ , enquanto que a temperatura é a inicial  $T_0$ :  
 $\frac{V_0}{2T_0} = \frac{V_0}{T'}$   
 $\frac{1}{2T_0} = \frac{1}{T'}$   
 $T' = 4 \cdot T_0$   
 A temperatura final é o quádruplo da inicial.

1. (UFRGS-RS) Considere as afirmações a seguir, sobre gases ideais.  
 I. A constante  $R$  presente na equação de estado de gases  $pV = nRT$  tem o mesmo valor para todos os gases ideais.  
 II. Volumes iguais de gases ideais diferentes, à mesma temperatura e pressão, contêm o mesmo número de moléculas.  
 III. A energia cinética média das moléculas de um gás ideal é diretamente proporcional à temperatura absoluta do gás.  
 Quais estão corretas?  
 a) Apenas I.                              c) Apenas III.                              e) I, II e III.  
 b) Apenas II.                                d) Apenas I e II.
2. (Fuvest-SP) Em um freezer, muitas vezes é difícil repetir a abertura da porta, pouco tempo após ter sido fechada, devido à diminuição da pressão interna. Essa diminuição ocorre porque o ar que entra, à temperatura ambiente, é rapidamente resfriado até a temperatura de operação, em torno de  $-18^\circ\text{C}$ . Considerando um freezer doméstico, de 280 L, bem vedado, em um ambiente a  $27^\circ\text{C}$  e pressão atmosférica  $P_0$ , a pressão interna poderia atingir o valor mínimo de:  
 a) 35% de  $P_0$                               c) 67% de  $P_0$                               e) 95% de  $P_0$   
 b) 50% de  $P_0$                               d) 85% de  $P_0$   
 (Considere que todo o ar no interior do freezer, no instante em que a porta é fechada, está à temperatura do ambiente.)
3. (Fuvest-SP) Em algumas situações de resgate, bombeiros utilizam cilindros de ar comprimido para garantir condições normais de respiração em ambientes com gases tóxicos. Esses cilindros, cujas características estão indicadas na tabela, alimentam máscaras que se acoplam ao nariz.

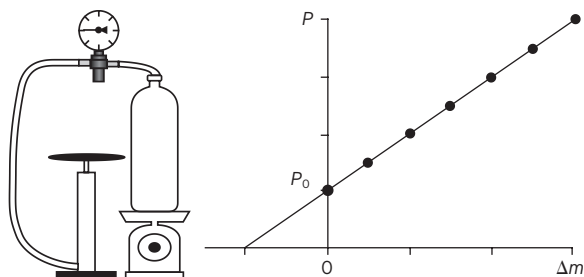
Cilindro para respiração	
Gás	ar comprimido
Volume	9 litros
Pressão interna	200 atm

Pressão atmosférica local = 1 atm

A temperatura durante todo o processo permanece constante.

- Quando acionados, os cilindros fornecem para a respiração, a cada minuto, cerca de 40 litros de ar, à pressão atmosférica e temperatura ambiente. Nesse caso, a duração do ar de um desses cilindros seria de aproximadamente:  
 a) 20 minutos.                              c) 45 minutos.                              e) 90 minutos.  
 b) 30 minutos.                              d) 60 minutos.
4. (IFSP) No alto de uma montanha a  $8^\circ\text{C}$ , um cilindro munido de um êmbolo móvel de peso desprezível possui 1 litro de ar no seu interior. Ao levá-lo ao pé da montanha, cuja pressão é de 1 atmosfera, o volume do cilindro se reduz a  $900\text{ cm}^3$  e sua temperatura se eleva em  $6^\circ\text{C}$ . A pressão no alto da montanha é aproximadamente, em atm, de:  
 a) 0,66                                      c) 0,88                                      e) 1,08  
 b) 0,77                                      d) 0,99
5. (Ufal) Um gás ideal possui, inicialmente, volume  $V_0$  e encontra-se sob uma pressão  $p_0$ . O gás passa por uma transformação isotérmica, ao final da qual o seu volume torna-se igual a  $\frac{V_0}{2}$ . Em seguida, o gás passa por uma transformação isobárica, após a qual seu volume é  $2V_0$ . Denotando a temperatura absoluta inicial do gás por  $T_0$ , a sua temperatura absoluta ao final das duas transformações é igual a:  
 a)  $\frac{T_0}{4}$                               b)  $\frac{T_0}{2}$                               c)  $T_0$                               d)  $2T_0$                               e)  $4T_0$

6. (UFF-RJ) Um cilindro de volume  $V$ , inicialmente aberto, é colocado sobre uma balança. A tara da balança é então ajustada para que a leitura seja zero. O cilindro é fechado e ligado a uma bomba com um manômetro acoplado para medir a pressão do ar no seu interior. É, então, bombeado ar para o interior desse cilindro e a pressão ( $P$ ) como função da variação da massa  $\Delta m$  registrada através da leitura da balança é ilustrada no gráfico.



Considere o ar, durante toda a experiência, como um gás ideal cuja massa molecular é  $M$ . O volume  $V$  e a temperatura  $T$  do cilindro são mantidos constantes durante toda a experiência, e a pressão atmosférica é  $P_0$ .

- Determine a massa inicial de ar ( $m_0$ ) no interior do cilindro em termos de  $P_0$ ,  $M$ ,  $V$ ,  $T$  e da constante universal dos gases  $R$ .
- Determine o valor de  $\Delta m$ , correspondente a  $P = 0$ , onde a reta ilustrada na figura corta o eixo horizontal.
- Mostre como ficaria o gráfico  $P \times \Delta m$ , se a experiência fosse realizada a uma temperatura  $T_1 < T$ , aproveitando a figura do enunciado para esboçar o novo resultado.

7. (Fuvest-SP) Um balão de ar quente é constituído de um envelope (parte inflável), cesta para três passageiros, queimador e tanque de gás. A massa total do balão, com três passageiros e com o envelope vazio, é de 400 kg. O envelope totalmente inflado tem um volume de 1 500 m<sup>3</sup>.

- Que massa de ar  $M_1$  caberia no interior do envelope, se totalmente inflado, com pressão igual à pressão atmosférica local ( $P_{atm}$ ) e temperatura  $T = 27^\circ\text{C}$ ?
- Qual a massa total de ar  $M_2$ , no interior do envelope, após este ser totalmente inflado com ar quente a uma temperatura de  $127^\circ\text{C}$  e pressão  $P_{atm}$ ?
- Qual a aceleração do balão, com os passageiros, ao ser lançado nas condições dadas no item b quando a temperatura externa é  $T = 27^\circ\text{C}$ ?

**Note e adote**

Densidade do ar a  $27^\circ\text{C}$  e à pressão atmosférica local:  $1,2\text{ kg/m}^3$ .  
 Aceleração da gravidade na Terra:  $g = 10\text{ m/s}^2$ .  
 Considere todas as operações realizadas ao nível do mar.  
 Despreze o empuxo acarretado pelas partes sólidas do balão.  
 $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273$

8. (UFSM-RS) A respeito dos gases que se encontram em condições nas quais seu comportamento pode ser considerado ideal, afirma-se que:

- a grandeza que é chamada de temperatura é proporcional à energia cinética média das moléculas.
- a grandeza que é chamada de pressão é a energia que as moléculas do gás transferem às paredes do recipiente que contém esse gás.
- a energia interna do gás é igual à soma das energias cinéticas das moléculas desse gás.

Está(ão) correta(s):

- apenas I.
- apenas II.
- apenas III.
- apenas I e III.
- I, II e III.

6. Gabarito

a. Nos termos que se pede a massa de gás do cilindro:

$$p_0 \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$n = \frac{p_0 \cdot V}{R \cdot T}$$

Lembrando que o número de mols é uma razão entre a massa da amostra e a massa molar:

$$\frac{m_0}{M} = \frac{p_0 \cdot V}{R \cdot T}$$

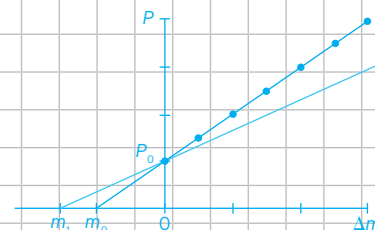
$$m_0 = \frac{M \cdot p_0 \cdot V}{R \cdot T}$$

b. para  $p = 0$ , não poderá mais existir massa de ar no cilindro,  $m = 0$ , então consideramos que:

$$\Delta m = m - m_0 \Rightarrow \Delta m = 0 - m_0 \Rightarrow \Delta m = -m_0$$

c. se  $T_1 < T$  ao calcularmos  $m_1 = \frac{M \cdot p_0 \cdot V}{R \cdot T_1}$ ,  $m_1$  seria maior que  $m_0$ , pois  $T$  e  $m$  são inversamente proporcionais.

Nesse caso em que  $p = 0$ ,  $\Delta m_1 < \Delta m_0$ , gerando um gráfico com inclinação menor.



7. Gabarito

a. Pelos dados fornecidos, à temperatura de  $27^\circ\text{C}$ , temos:

$$d = \frac{M_1}{V} \Rightarrow M_1 = 1500 \cdot 1,2 \Rightarrow M_1 = 1800\text{ kg}$$

b. Nesse caso nem a pressão nem o volume variam, a massa do ar irá variar pela mudança da sua temperatura:

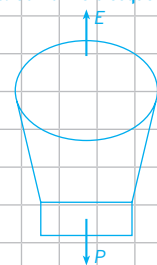
$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot V = \frac{M_1}{M_m} \cdot R \cdot T$$

$M_2 \cdot T = \frac{p \cdot V \cdot M_m}{R}$  para a transformação gasosa este produto é constante. Logo:

$$M_1 \cdot T_1 = M_2 \cdot T_2 \Rightarrow 1800 \cdot (27 + 273) = M_2 \cdot (127 + 273) \Rightarrow M_2 = 1350\text{ kg}$$

c. Conforme o esquema, aplicando a segunda lei de Newton:



$m_0$  é a massa total do balão com envelope vazio, assim, pelo Princípio fundamental da dinâmica temos:

$$R = m \cdot \gamma \Rightarrow E - P = m \cdot \gamma \Rightarrow d \cdot V \cdot g - (m_0 + M_2) \cdot g = (m_0 + M_2) \cdot \gamma \Rightarrow 1,2 \cdot 1500 \cdot 10 - (400 + 1350) \cdot 10 = (400 + 1350) \cdot \gamma \Rightarrow \gamma = 0,28\text{ m/s}^2$$

Portanto, a aceleração do balão é vertical e para cima de intensidade  $\gamma = 0,28\text{ m/s}^2$ .

8. Alternativa d

I) Correta. A energia média das moléculas é diretamente proporcional à temperatura.

$$E = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

II) Incorreta. Pressão é a força exercida por unidade de área que as moléculas exercem contra as paredes do recipiente em que elas estão contidas.

III) Correta. A energia interna é a somatória das energias cinéticas de cada partícula integrante de um sistema.

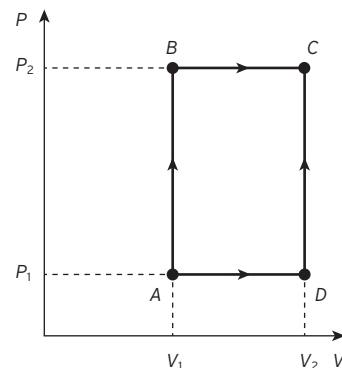
9. Gabarito (02 + 04 + 08 + 16) = 30
01. Incorreta. Faltou a transferência por convecção.
02. Correta. A partir desse conceito define-se também calor específico.
04. Correta. Essa é a segunda lei da Termodinâmica.
08. Correta. São 2 isotermas intercaladas com 2 adiabáticas.
16. Correta. Quando retira calor, expande, e quando joga calor no ambiente externo, contrai.
10. Alternativa c
$\tau = \tau_{AB} + \tau_{BC}$
$\tau = 0 + 4 \cdot p \cdot (2 \cdot V_1 - V_1)$
$\tau = 4 \cdot p \cdot V_1$
11. Alternativa c
Numa transformação adiabática, $Q = 0$ .
Quando abrimos o botijão, o gás expande, $\Delta V > 0$ , logo $\tau > 0$ . Sendo:
$\Delta U = Q - \tau$
$\Delta U = - (+\tau) \Rightarrow \Delta U = -\tau$
Como $\Delta U$ é negativo, a temperatura do gás diminui.
12. Alternativa e
Para atingir 100%, a fonte fria $T_2$ deveria estar à temperatura de 0 K, e isso é impossível.

9. (UEM-PR) Assinale o que for correto.

[A resposta será a soma dos números associados às alternativas corretas.]

- 01. Condução térmica e radiação térmica são os únicos processos de transferência de calor.
- 02. 1 caloria é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 g de água em 1 °C, no intervalo de 14,5 °C a 15,5 °C a 1 atm.
- 04. Nenhuma máquina térmica, operando em ciclos, pode retirar calor de uma fonte e transformá-lo integralmente em trabalho.
- 08. O ciclo de Carnot descreve o rendimento máximo de uma máquina térmica.
- 16. O princípio de funcionamento de um refrigerador é baseado nos processos de compressão e expansão de um gás.

10. (Ufla-MG) O diagrama PV mostrado a seguir ilustra dois processos termodinâmicos: 1 ABC e 2 ADC, em que um gás ideal é levado de um estado A para outro C, considerando  $V_2 = 2V_1$  e  $P_2 = 4P_1$ , é correto afirmar:



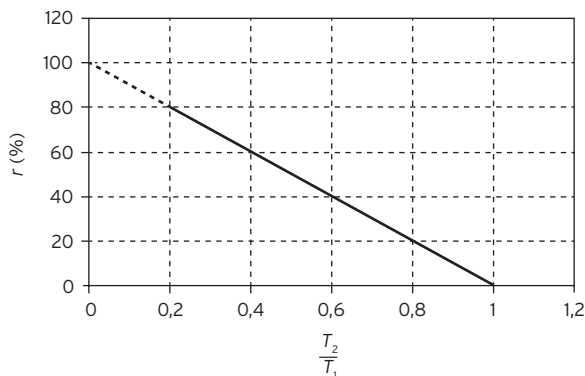
- a) O trabalho realizado pelo gás ao longo do processo ADC é maior do que o trabalho realizado ao longo do processo ABC.
- b) A energia interna do gás é maior no estado B.
- c) O trabalho realizado pelo gás ao longo do processo ABC é  $4 P_1 V_1$ .
- d) A razão  $\frac{T_A}{T_B}$ , em que  $T_A$  e  $T_B$  representam as temperaturas do gás nos estados A e B, é  $\frac{1}{8}$ .

11. (UFU-MG) Um botijão de cozinha contém gás sob alta pressão. Ao abrimos esse botijão, percebemos que o gás escapa rapidamente para a atmosfera. Como esse processo é muito rápido, podemos considerá-lo como um processo adiabático. Considerando que a primeira lei da termodinâmica é dada por  $\Delta U = Q - W$ , onde  $\Delta U$  é a variação da energia interna do gás,  $Q$  é a energia transferida na forma de calor e  $W$  é o trabalho realizado pelo gás, é correto afirmar que:

- a) a pressão do gás aumentou e a temperatura diminuiu.
- b) o trabalho realizado pelo gás foi positivo e a temperatura do gás não variou.
- c) o trabalho realizado pelo gás foi positivo e a temperatura do gás diminuiu.
- d) a pressão do gás aumentou e o trabalho realizado foi negativo.

12. (PUC-RS) Para responder à questão, considere o texto e o gráfico, o qual relaciona o rendimento de uma máquina de Carnot e a razão  $\frac{T_2}{T_1}$  das temperaturas em que opera a máquina.

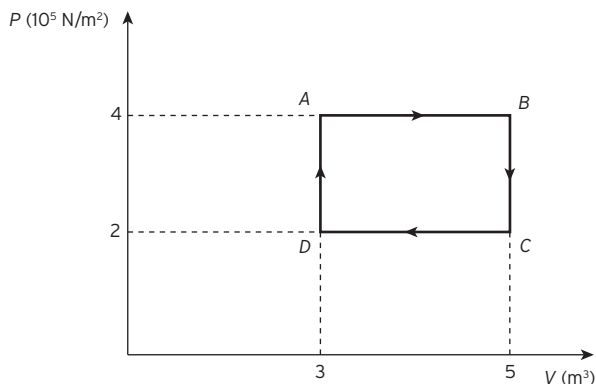
O ciclo de Carnot é um ciclo termodinâmico especial, pois uma máquina térmica que opera de acordo com este ciclo entre duas temperaturas  $T_1$  e  $T_2$ , com  $T_1$  maior do que  $T_2$ , obtém o máximo rendimento possível. O rendimento  $r$  de uma máquina térmica é definido como a razão entre o trabalho líquido que o fluido da máquina executa e o calor que absorve do reservatório à temperatura  $T_1$ .



Pode-se concluir, pelo gráfico e pelas leis da termodinâmica, que o rendimento da máquina de Carnot aumenta quando a razão  $\frac{T_2}{T_1}$  diminui:

- alcançando 100% quando  $T_2$  vale  $0^\circ\text{C}$ .
- alcançando 100% quando  $T_1$  é muito maior do que  $T_2$ .
- alcançando 100% quando a diferença entre  $T_1$  e  $T_2$  é muito pequena.
- mas só alcança 100% porque representa o ciclo ideal.
- mas nunca alcança 100%.

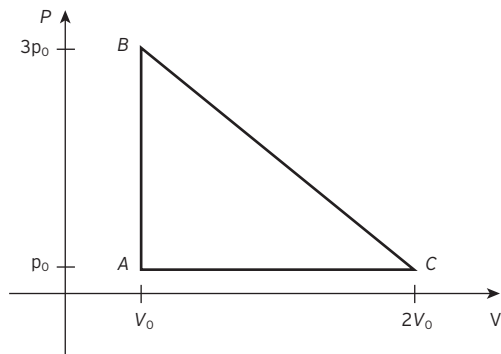
13. (UFPB) Uma máquina térmica opera usando um gás ideal monoatômico, de acordo com o ciclo representado na figura abaixo.



Sabendo que a temperatura de operação da máquina no ponto B é de 500 K, identifique as afirmativas corretas:

Indique as alternativas verdadeiras (V) e falsas (F).

- O trabalho realizado pela máquina térmica em um ciclo é de  $4 \cdot 10^5$  J.
  - A eficiência dessa máquina é igual à eficiência de uma máquina operando segundo o ciclo de Carnot.
  - A menor temperatura atingida durante o ciclo de operação da máquina é de 100 K.
  - Para uma máquina térmica ideal que trabalhe entre as temperaturas de operação do ciclo representado na figura, a maior eficiência possível é de 0,7.
  - A variação de energia interna em um ciclo completo é nula.
14. (PUC-RJ) Um motor contendo 0,5 mol de um gás ideal com  $p_0 = 150$  KPa e  $V_0 = 8,3$  litros funciona de acordo com o ciclo mostrado na figura a seguir.



O percurso de A a B é isocórico. Entre os pontos B e C a pressão diminui linearmente com o volume. Entre C e A o percurso é isobárico. Considerando que as capacidades de calor molar do gás são  $c_v = 10,0$  J/mol  $\cdot$  K (a volume constante);  $c_p = 15,0$  J/mol  $\cdot$  K (à pressão constante), e a constante dos gases  $R = 8,3$  J/mol  $\cdot$  K, determine:

- o trabalho realizado pelo motor durante a etapa AB do processo.
- as temperaturas nos pontos A, B e C.
- o calor absorvido durante as etapas AB e CA.

13. Gabarito V, F, F, V, V

$$(V) \tau = \text{área} \Rightarrow \tau = 2 \cdot 2 \cdot 10^5 \Rightarrow \tau = 4 \cdot 10^5$$

$$0 \text{ trabalho é } \tau = 4 \cdot 10^5 \text{ J}$$

(F) O ciclo difere do ciclo de Carnot em que o gás apresenta o melhor rendimento.

$$(F) \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 5}{500} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3}{T} \Rightarrow 20 \cdot T = 3000$$

A temperatura mínima é de 150 K.

$$(V) \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{150}{500} \Rightarrow \eta = 0,7$$

O rendimento da máquina é 0,7, ou seja, 70%

(V) pois  $T = T_0$

14. Gabarito

a.  $\tau = 0$ , pois  $\Delta V = 0$

b. Com base nos dados fornecidos:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$150 \cdot 10^3 \cdot 8,3 \cdot 10^{-3} = 0,5 \cdot 8,3 \cdot T_A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_A = 300$$

Logo,  $T_A = 300$  K

Em todos os pontos a temperatura é proporcional ao produto  $p \cdot V$ :

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{300} = \frac{3 \cdot p_0 \cdot V_0}{T_B}$$

$$T_B = 900$$

Assim  $T_B = 900$  K

$$\frac{p_0 \cdot 2V_0}{T_c} = \frac{p_0 \cdot V_0}{300}$$

$$T_c = 600$$

No ponto C a temperatura é  $T_c = 600$  K

c.  $Q_{AB} = N \cdot c_v \cdot \Delta T$

$$Q_{AB} = 0,5 \cdot 10 \cdot (900 - 300) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{AB} = 3000 \text{ J}$$

Recebeu 3000 J no processo AB.

$$Q_{AC} = N \cdot c_p \cdot \Delta T$$

$$Q_{AC} = 0,5 \cdot 15 \cdot (600 - 300) \Rightarrow Q_{AC} = 2250 \text{ J}$$

No processo AC recebeu 2250 J



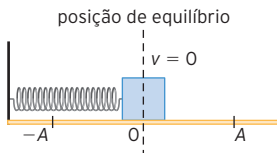
# Ondas e acústica

## ■ Movimento harmônico simples (MHS)

O movimento harmônico simples (MHS) é um movimento periódico e retilíneo em que um corpo oscila em torno de um ponto de equilíbrio quando é submetido a uma força resultante restauradora. Um exemplo de MHS é o sistema massa-mola e o pêndulo simples, descritos abaixo.

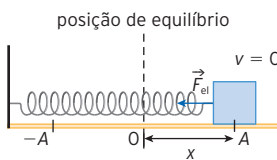
### Sistema massa-mola

#### Posição de equilíbrio $x = 0$



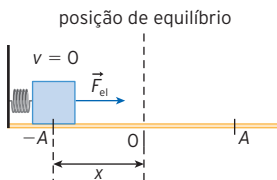
- A mola está na posição de equilíbrio.
- A força elástica e a velocidade são nulas.

#### Distensão máxima $x = A$



- A mola tem distensão máxima.
- A força elástica é máxima e a velocidade é nula.

#### Compressão máxima $x = |A|$

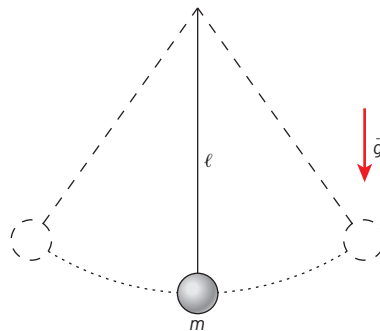


- A mola tem compressão máxima.
- A força elástica é máxima e a velocidade é nula.

Assumindo que a constante elástica ( $k$ ) obedece à Lei de Hooke, temos:

$$\alpha = -\frac{k \cdot x}{m} \text{ em que } x \text{ é o deslocamento e } m, \text{ a massa.}$$

### Pêndulo simples



Um pêndulo simples é composto por uma esfera de massa  $m$ , suspensa por um fio de comprimento  $\ell$ . A esfera oscila livremente no ar, sem atrito, num local (com aceleração da gravidade  $g$ ) em que ocorre um movimento simétrico em torno da posição vertical. O movimento realizado pelo pêndulo é considerado MHS apenas para pequenas oscilações (abertura inferior a  $5^\circ$  aproximadamente). Seu período depende apenas do comprimento  $\ell$  do fio e do valor de  $g$  local.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

### Período no MHS

Através do estudo das forças que agem em um corpo que realiza o movimento harmônico simples, é possível calcular o período de oscilação de um sistema.

Para um sistema massa-mola, o período ( $T$ ) é:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

em que  $m$  é a massa do corpo e  $k$ , a constante elástica da mola.

### Funções horárias do MHS

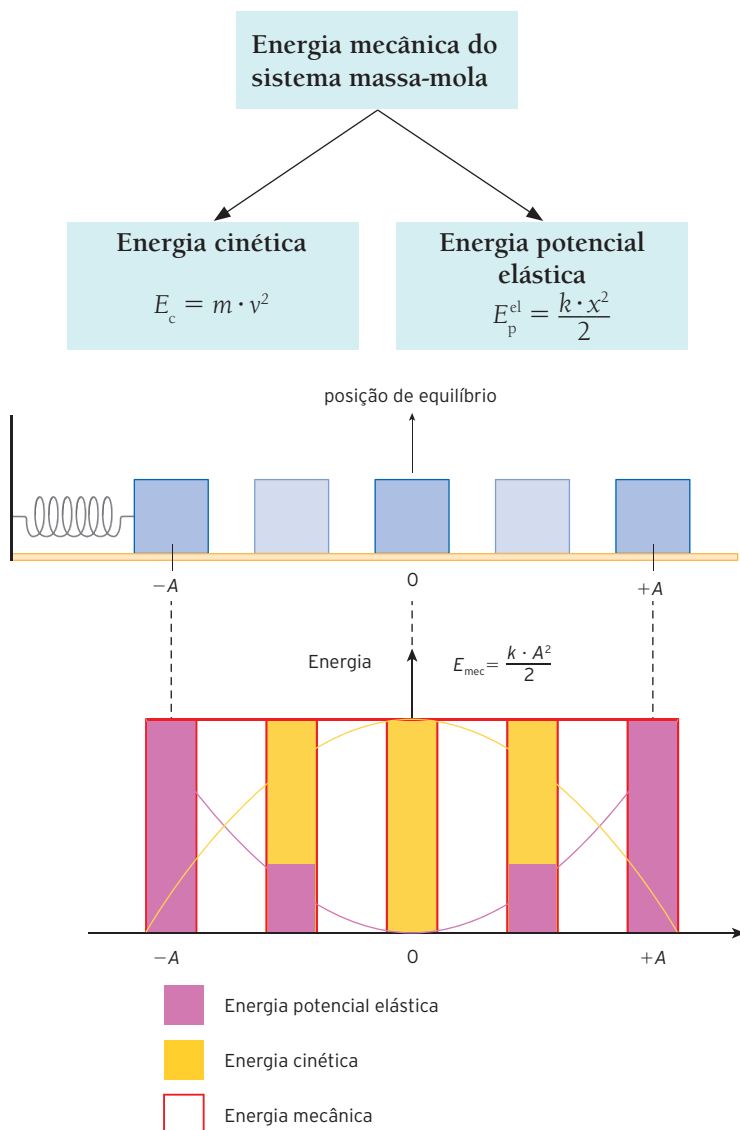
- $x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega t) \rightarrow$  função horária da posição
- $x = -\omega \cdot A \cdot \sin(\varphi_0 + \omega t) \rightarrow$  função horária da velocidade
- $x = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega t) \rightarrow$  função horária da aceleração

em que:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  e  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$A$  é o raio da circunferência, o qual chamaremos de amplitude.

### Energia no sistema massa-mola

A energia mecânica total se conserva, alternando-se entre  $E_p^{el}$  e  $E_c$ .



## ■ Características das ondas

**Onda** é toda sequência de pulsos na qual há transporte de energia sem que haja transporte de matéria. Entende-se **pulso** como uma perturbação que ocorre em um meio.

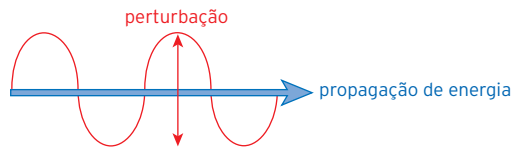
### Natureza da onda

A propagação da onda pode acontecer tanto em um meio material (mecânica), como o ar, quanto no vácuo (eletromagnética).

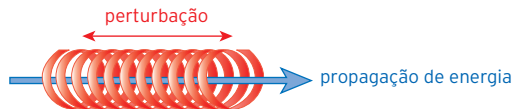
### Propagação da onda

Podemos classificar a onda relacionando a direção da perturbação com a direção da sua propagação.

- **Transversal:** a direção da perturbação é perpendicular à direção de propagação.

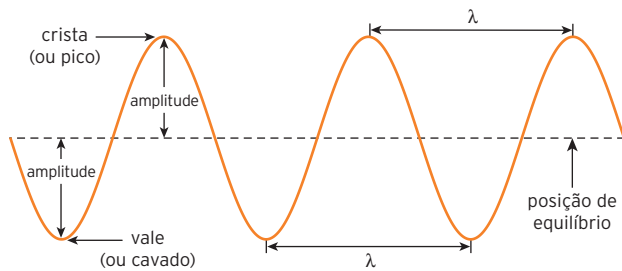


- **Longitudinal:** a direção da perturbação é a mesma da propagação.



### Propriedades da onda

A figura a seguir representa um modelo simplificado de onda.



Esquema com as principais propriedades de uma onda.

- **Crista:** ponto mais alto de uma onda.
- **Vale (cavado):** ponto mais baixo de uma onda.
- **Amplitude:** máximo deslocamento escalar da onda a partir da sua posição de equilíbrio (costuma ser representada pela letra  $A$ ).
- **Comprimento de onda ( $\lambda$ ):** menor distância entre dois pontos equivalentes da onda, como a distância entre duas cristas ou entre dois vales.
- **Período ( $T$ ):** intervalo de tempo que uma onda leva para realizar um ciclo completo.
- **Frequência ( $f$ ):** número de ciclos completos por unidade de tempo. A frequência pode ser calculada como o inverso do período.

$$f = \frac{1}{T}, [f] = \frac{1}{s} = s^{-1} = \text{Hz (hertz)}$$

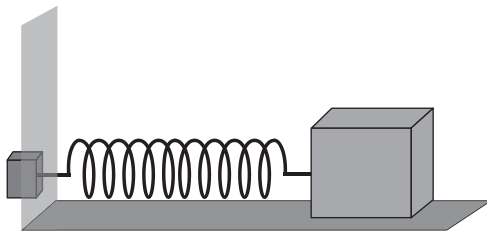
- **Velocidade da onda ( $v$ ):** é definida como o comprimento de onda dividido pelo período.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} \text{ ou } v = \frac{\lambda}{\frac{1}{f}} \Rightarrow v = \lambda \cdot f$$

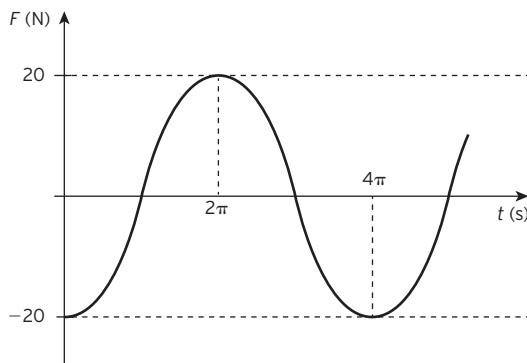
Essa expressão em destaque é conhecida como **equação fundamental da ondulatória**.

Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

- (UEPG-PR) Pêndulo simples é um sistema físico constituído por uma partícula material, presa na extremidade de um fio ideal capaz de se mover, sem atrito, em torno de um eixo que passa pela outra extremidade. Sobre esse sistema físico, assinale o que for correto.  
[A resposta será a soma dos números associados às alternativas corretas.]
  - O período de um pêndulo simples é proporcional à aceleração da gravidade local.
  - Quadruplicando o comprimento de um pêndulo simples, seu período também quadruplica.
  - A energia mecânica total de um pêndulo simples é constante e inversamente proporcional ao quadrado da amplitude.
  - Quando afastado de sua posição de equilíbrio e abandonado, o pêndulo simples oscila em um plano vertical por influência da gravidade.
  - O pêndulo fornece um método muito cômodo para medir a aceleração da gravidade de um lugar qualquer.
- (Ufal) Um relógio de pêndulo é construído tal que o seu pêndulo realize 3 600 oscilações completas a cada hora. O relógio está descalibrado, de modo que o pêndulo oscila em um movimento harmônico simples de frequência angular igual a  $\frac{5\pi}{2}$  rad/s. Nessa situação, ao final de 3 600 oscilações completas o pêndulo terão se passado:
  - 32 min
  - 45 min
  - 48 min
  - 52 min
  - 56 min
- (UFPB) Um determinado tipo de sensor usado para medir forças, chamado de sensor piezoelétrico, é colocado em contato com a superfície de uma parede, onde se fixa uma mola. Dessa forma, pode-se medir a força exercida pela mola sobre a parede. Nesse contexto, um bloco, apoiado sobre uma superfície horizontal, é preso a outra extremidade de uma mola de constante elástica igual a 100 N/m, conforme ilustração abaixo.



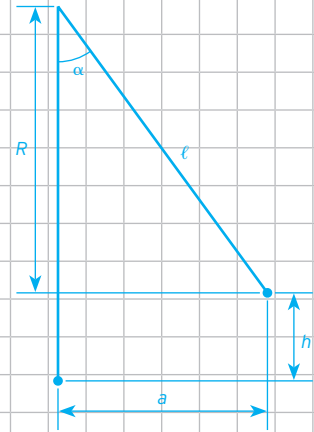
Nessa circunstância, fazendo-se com que esse bloco descreva um movimento harmônico simples, observa-se que a leitura do sensor é dada no gráfico a seguir.



Com base nessas informações é correto afirmar que a velocidade máxima atingida pelo bloco, em m/s, é de:

- 0,1
- 0,2
- 0,4
- 0,8
- 1,0

- Gabarito (08 + 16) = 24
  - Incorreta,  $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$  vemos que  $T$  é proporcional a  $(\sqrt{g})^{-1}$ .
  - Incorreta,  $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$  para  $4 \cdot \ell$ ,  $T$  apenas dobra.
  - Correta.
  - Incorreta, a energia mecânica total num dos extremos é dada por  $E = m \cdot g \cdot h$ .



Na figura temos:  $R = \ell \cdot \cos \alpha$ , e também  $a = \ell \cdot \sin \alpha$ , onde  $a$  é a amplitude máxima da oscilação. Na observação conclui-se que  $h = \ell - R$ , logo:

$$h = \ell - \ell \cdot \cos \alpha$$

$$h = \ell \cdot (1 - \cos \alpha)$$

$$h = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot (1 - \cos \alpha)$$

$$h = a \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Logo:  $E = m \cdot g \cdot a \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ , não sendo inversamente proporcional ao quadrado da amplitude.

- Correta. A força gravitacional é a força restauradora do movimento.
  - Correta. Conhecido o comprimento do pêndulo, basta cronometrar o tempo de 1 oscilação.
- Alternativa c  
A frequência angular é de  $\frac{5\pi}{2}$  raios por segundo. Podemos encontrar o período da oscilação:  
 $\frac{5\pi}{2} = \frac{2\pi}{T}$   
 $T = 0,8$   
Em uma hora devem ocorrer 3 600 oscilações, logo o período correto vale  $T_0 = 1$  s.  
1 s — 60 min  
0,8 s — x min  
 $x = 60 \cdot 0,8 \Rightarrow x = 48$   
Terão se passado 48 min.
  - Alternativa a  
Pela lei de Hooke  $F = -k \cdot x_m$  onde  $x_m$  é a amplitude máxima. Pelo gráfico observamos que a força máxima é 20 N e o período de oscilação é de  $4\pi$  s.  
 $F = k \cdot x_m$   
 $20 = 100 \cdot x_m \Rightarrow x_m = 0,2$   
Portanto, a amplitude máxima de movimento é de 0,2m. A velocidade máxima é dada por:  $v_m = \omega \cdot x_m$   
 $v_m = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot x_m$   
 $v_m = \frac{2 \cdot \pi}{4 \cdot \pi} \cdot 0,2$   
 $v_m = 0,1$   
A velocidade máxima é de  $0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

4. Alternativa a

O movimento oscilatório está condicionado à variação do empuxo desde seu máximo (totalmente mergulhado) e com a maior porção possível para fora. A variação do empuxo é dada por:

$$\Delta F = \rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot \Delta V$$

$$\Delta F = \rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot \Delta A_{\text{base}} \cdot h$$

Observamos que  $\rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot \Delta A_{\text{base}}$  é constante. Se tomarmos o empuxo como força restauradora, como num sistema massa-mola, teremos:

$$\Delta F = K \cdot x, \text{ onde } K \text{ é igual a } \rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot \Delta A_{\text{base}} \text{ e } x = h.$$

Substituindo na equação do oscilador harmônico simples:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot A}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1000 \cdot 10 \cdot (1 \cdot 1)}{81}}$$

$$\omega = \frac{100}{9}$$

A frequência angular de oscilação é  $\omega = \frac{100 \text{ rad}}{9 \text{ s}}$

5. Alternativa d

Observamos que no instante que uma mola sofre compressão a outra sofre distensão. O sistema funciona como uma associação em paralelo de molas onde  $k = k_1 + k_2$ . Nesse caso a frequência angular do sistema será dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

6. Alternativa d

A equação de uma partícula em MHS é dada por:

$$x = x_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$$

Escrevendo a função para cada partícula:

$$x_1 = a \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \phi\right)$$

$$x_1 = a \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{8} \cdot t + 0\right)$$

$$x_1 = a \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \pi}{4} \cdot t\right)$$

$$x_2 = a \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \phi\right)$$

$$x_2 = a \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{8} \cdot t + \frac{\pi}{12}\right)$$

$$x_2 = a \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \pi}{4} \cdot t + \frac{\pi}{12}\right)$$

Do ponto de equilíbrio até um extremo, a partícula 2 demora  $\frac{8}{3}$  s para cumprir o movimento. Logo, considerando o instante  $\frac{8}{9}$  s depois da partícula 2 passar por um ponto de máximo:

$$\frac{8}{6} + \frac{8}{9} = \frac{20}{9}$$

O instante que devemos considerar para determinar a distância é  $\frac{20}{9}$  s, substituindo nas funções:

$$x_1 = a \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \pi}{4} \cdot t\right)$$

$$x_1 = a \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{20}{9}\right)$$

$$x_1 = a \cdot \cos\left(\frac{5 \cdot \pi}{3}\right)$$

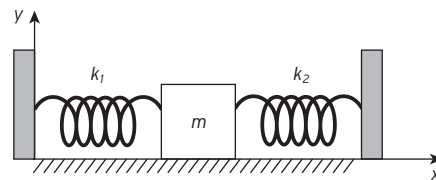
Considerando  $\pi = 180^\circ$ , temos  $\cos 60^\circ = 0,5$ , logo:

$$x_1 = a \cdot 0,5$$

4. (ITA-SP) Um cubo de 81,0 kg e 1,00 m de lado flutua na água cuja massa específica é  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ . O cubo é então calcado ligeiramente para baixo e, quando liberado, oscila em um movimento harmônico simples com uma certa frequência angular. Desprezando-se as forças de atrito e tomando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , essa frequência angular é igual a:

- a)  $\frac{100}{9} \text{ rad/s}$
- b)  $\frac{1000}{81} \text{ rad/s}$
- c)  $\frac{1}{9} \text{ rad/s}$
- d)  $\frac{9}{100} \text{ rad/s}$
- e)  $\frac{81}{1000} \text{ rad/s}$

5. (Uece) Um bloco de massa  $m$ , que se move sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso por duas molas de constantes elásticas  $k_1$  e  $k_2$  e massas desprezíveis com relação ao bloco, entre duas paredes fixas, conforme a figura.



Dada uma velocidade inicial ao bloco, na direção do eixo  $x$ , este vibrará com frequência angular igual a:

- a)  $\sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}}$
- b)  $\sqrt{\frac{(k_1 + k_2)}{2m}}$
- c)  $\sqrt{\frac{(k_1 - k_2)}{2m}}$
- d)  $\sqrt{\frac{(k_1 + k_2)}{m}}$

6. (ITA-SP) Uma partícula  $P_1$  de dimensões desprezíveis oscila em movimento harmônico simples ao longo de uma reta com período de  $\frac{8}{3}$  s e amplitude  $a$ . Uma segunda partícula,  $P_2$ , semelhante a  $P_1$ , oscila de modo idêntico numa reta muito próxima e paralela à primeira, porém com atraso de  $\frac{\pi}{12}$  rad em relação a  $P_1$ . Qual a distância que separa  $P_1$  de  $P_2$ ,  $\frac{8}{9}$  s depois de  $P_2$  passar por um ponto de máximo deslocamento?

- a)  $1,00 a$
- b)  $0,29 a$
- c)  $1,21 a$
- d)  $0,21 a$
- e)  $1,71 a$

7. (Unemat-MT) Um aluno em experiência laboratorial observa que em um líquido contido em um recipiente são geradas 10 ondas por segundo. Ao medir, observou-se que a distância entre duas cristas consecutivas das ondas era de 3,0 cm. Logo, a velocidade em (m/s) e o período em (s) das ondas são respectivamente:

- a) 0,3 m/s e 10 s
- b) 0,3 m/s e 0,1 s
- c) 10 m/s e 0,1 s
- d) 0,3 m/s e 0,3 s
- e) 0,33 m/s e 1 s

## 8. (IFBA)

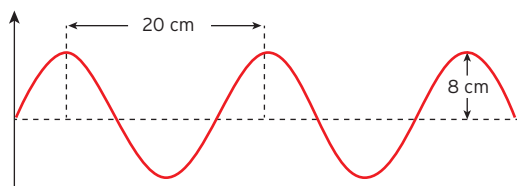
A radiação Ultravioleta é classificada em UVA, UVB e UVC. Estas denominações foram introduzidas na década de 1930 pela Comissão Internacional de Iluminação. Estas classificações têm relação com os comprimentos de ondas, sendo a UVC a faixa mais energética, também chamada de radiação germicida por ser capaz de destruir os germes.

OKUNO, E.; VILELA, M.A.C. *Radiação ultravioleta: características e efeitos*. Ed. Livraria da Física SBF, 2005.

Considerando que o menor comprimento de onda da radiação germicida é de 100 nm, com a correspondente frequência de 3,00 PHz, e que  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$  e  $1 \text{ PHz} = 10^{15} \text{ Hz}$ , pode-se afirmar que a velocidade desta onda eletromagnética, em  $10^8 \text{ m/s}$ , é:

- a) 1,50  
b) 2,20  
c) 3,00  
d) 4,50  
e) 15,7

## 9. (IFPE) A figura a seguir representa um trecho de uma onda que se propaga com uma velocidade de 320 m/s.



A amplitude e a frequência dessa onda são, respectivamente:

- a) 20 cm e 8,0 kHz  
b) 20 cm e 1,6 kHz  
c) 8 cm e 4,0 kHz  
d) 8 cm e 1,6 kHz  
e) 4 cm e 4,0 kHz

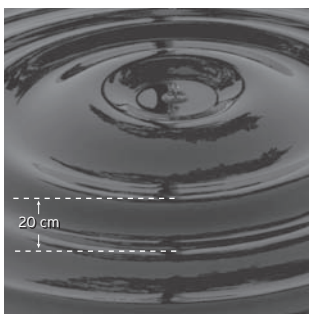
## 10. (Uespi) Um estudante observa ondas num lago. Ele nota que uma folha oscilando na superfície do lago, devido a essas ondas, leva 0,5 s para ir do ponto mais baixo ao ponto mais alto de sua oscilação. Ele conclui que a frequência de oscilação das ondas na superfície do lago é igual a:

- a) 0,25 Hz  
b) 0,5 Hz  
c) 1 Hz  
d) 2 Hz  
e) 4 Hz

## 11. (UEA-AM) Gotas de água pingam, periodicamente, sobre a superfície tranquila de um lago produzindo ondas planas circulares. As gotas pingam em intervalos regulares de tempo, de modo que 8 gotas tocam a superfície da água do lago a cada 10 s.

Considerando que a distância entre duas cristas sucessivas dessas ondas seja de 20 cm, pode-se afirmar que a velocidade de propagação das ondas na água, em cm/s, é igual a:

- a) 8  
b) 12  
c) 16  
d) 20  
e) 25



## 12. (Furg-RS) Quanto à refração e reflexão de ondas, pode-se afirmar que uma propriedade comum a ambas as situações é que:

- a) a fase não pode variar porque a velocidade não varia.  
b) o comprimento de onda sempre diminui.  
c) a fase pode variar devido à variação da frequência.  
d) o comprimento de onda se mantém constante.  
e) a frequência da onda se mantém constante.

Na função 2:

$$x_2 = a \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \pi}{4} \cdot t + \frac{\pi}{12}\right)$$

$$x_2 = a \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{20}{9} + \frac{\pi}{12}\right)$$

$$x_2 = a \cdot \cos\left(\frac{7 \cdot \pi}{4}\right)$$

Considerando  $\pi = 180^\circ$ , temos  $\cos 45^\circ = 0,71$ , logo:

$$x_2 = a \cdot 0,5$$

A distância que separa as partículas é

$$d = x_2 - x_1$$

$$d = 0,5 \cdot a - 0,71 \cdot a$$

$$d = 0,21 \cdot a$$

## 7. Alternativa b

Conforme os dados fornecidos no problema:

$$V = \lambda \cdot f$$

$$V = 0,03 \cdot 10 \Rightarrow V = 0,3$$

Logo a velocidade é  $0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

## 8. Alternativa c

Conforme os dados do problema:

$$V = \lambda \cdot f$$

$$V = 100 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{15}$$

$$V = 300 \cdot 10^6$$

Logo a velocidade é  $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

## 9. Alternativa d

Observando a onda, vemos que a distância entre 2 cristas consecutivas é de 20 cm = 0,2 m. Esse é o comprimento da onda. Conforme os dados fornecidos:

$$V = \lambda \cdot f$$

$$320 = 0,2 \cdot f$$

$$f = 1600$$

A frequência é de 1600 Hz e a amplitude é de 8 cm.

## 10. Alternativa c

Se a folha leva 0,5 s para ir do ponto mais baixo ao mais alto, levará 1s para ir do ponto mais alto ao mais alto. O período, portanto, é  $T = 1\text{ s}$ . Como a frequência é a inversa do período, ela é igual a  $f = 1 \text{ Hz}$ .

## 11. Alternativa c

Se 8 gotas tocam a superfície da água em 10s:

$$8 \text{ gotas} \text{ ————— } 10 \text{ s}$$

$$1 \text{ gota} \text{ ————— } x$$

$$8 \cdot x = 10 \Rightarrow x = 1,25$$

O período é de 1,25 s. Logo a frequência, que é o inverso do período, é igual a 0,8 Hz. Em função dos dados da questão:

$$V = \lambda \cdot f$$

$$V = 20 \cdot 0,8$$

$$V = 16$$

Logo a velocidade é  $16 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

## 12. Alternativa e

**Refração:** a frequência não muda; alteram-se a velocidade, o comprimento de onda e, na maioria dos casos, a direção.

**Reflexão:** nem a frequência nem a velocidade nem o comprimento de onda mudam; alteram-se o sentido de propagação e, em certos casos, a fase e a direção de propagação.

# Fenômenos ondulatórios

Quando uma onda incide em uma superfície, ela se propaga. As formas de propagação das ondas são **reflexão**, **refração**, **difração** e **interferência**.

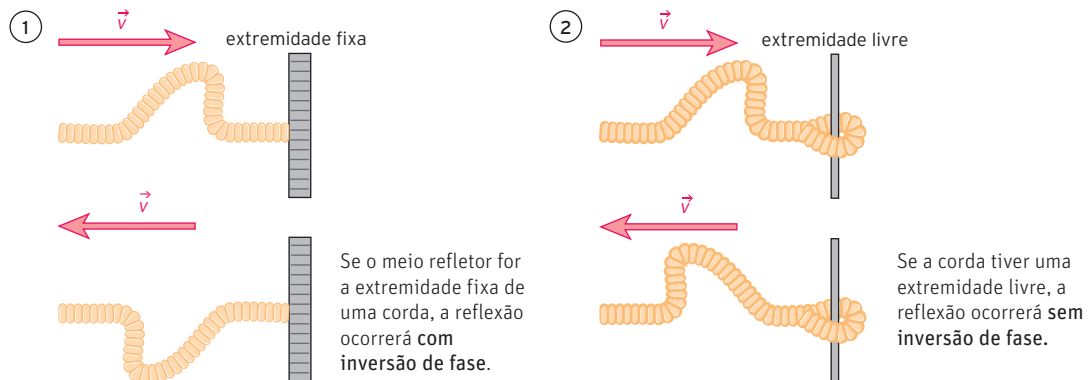
## ■ Reflexão

Fenômeno em que a onda retorna ao meio de origem após atingir um obstáculo. Na reflexão, a velocidade, o comprimento de onda e a frequência permanecem constantes; apenas a direção de propagação da onda é alterada.

### Reflexão de pulsos em uma corda

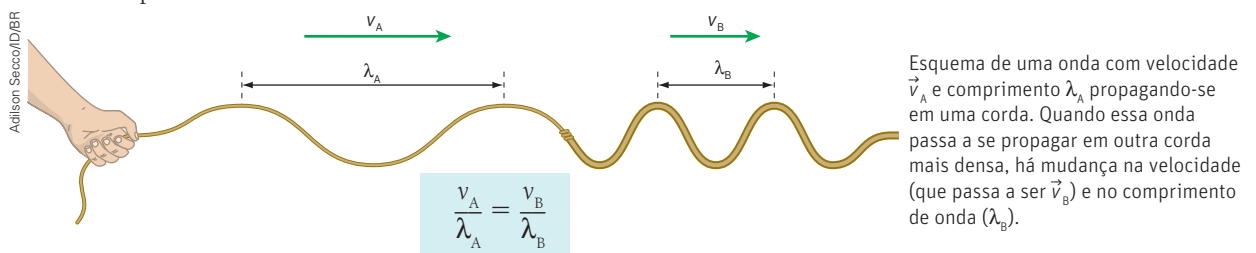
Ocorre quando a perturbação atinge um obstáculo e tem seu sentido invertido. Como a velocidade de propagação depende do meio em que o pulso se propaga, ela se mantém constante.

- 1) Se uma extremidade da corda estiver fixa, a onda refletida voltará com a mesma amplitude, mas invertida.
- 2) Se a extremidade for livre, podendo se movimentar perpendicularmente à direção de propagação da onda, o pulso refletido possui as mesmas características do pulso incidente.



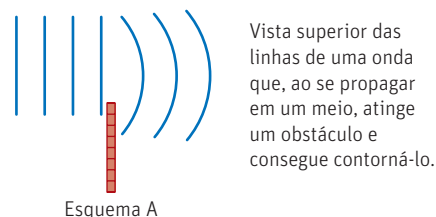
## ■ Refração

Fenômeno no qual uma onda muda de meio e com isso tem sua propagação alterada, com velocidades e comprimentos de onda diferentes.

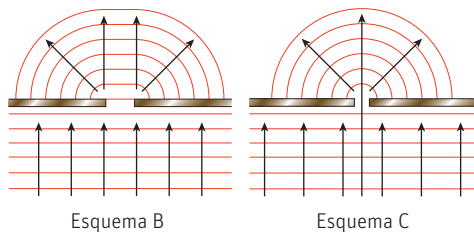


## ■ Difração

Fenômeno no qual uma onda atinge um obstáculo e consegue contorná-lo, ou se espalha após passar por uma ou mais fendas. Na difração não há modificação na velocidade de propagação, frequência ou comprimento de onda.



À medida que se reduz a largura da fenda, a difração torna-se mais acentuada; ela é máxima quando o comprimento de onda é da ordem da largura da fenda.



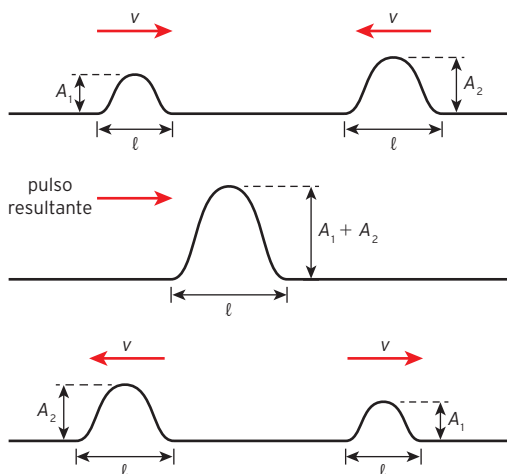
Ondas planas que se propagam em direção às fendas e que, depois de atravessá-las, se espalham, modificando sua forma para ondas circulares, também sofrem difração.

## Interferência

Fenômeno em que duas ondas de mesma natureza (eletromagnética ou mecânica) têm suas perturbações somadas resultando em uma nova onda. Esse tratamento algébrico é permitido pelo princípio da superposição.

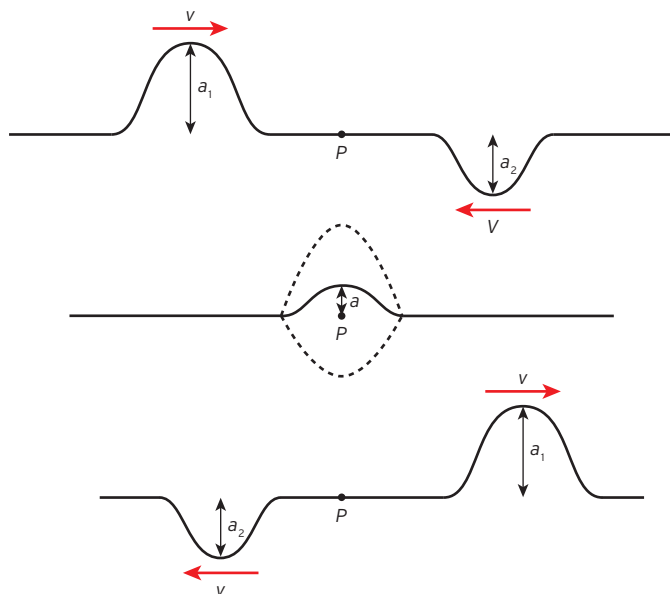
### Interferência construtiva

Ocorre quando duas cristas ou dois vales se encontram. Há uma soma nas amplitudes das ondas, como mostram as figuras a seguir.



### Interferência destrutiva

Ocorre quando uma crista e um vale se cruzam. Há uma redução na amplitude da onda resultante como mostram as figuras.

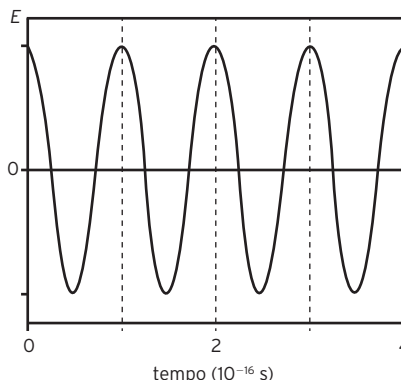




**1. Alternativa c**  
 O período é o inverso da frequência, observamos no gráfico que a distância entre 2 cristas adjacentes corresponde ao tempo de  $10^{-16}$  s, portanto período da oscilação. Desse modo, a frequência é  $10^{16}$  Hz, na tabela identificamos com essa frequência o ultravioleta.

**2. Alternativa c**  
 Pelo gráfico podemos ver que a onda se repete aproximadamente a cada 2,6 milissegundos (esse é o período da onda). Como a frequência é dada pela equação  $f = \frac{1}{T}$  onde  $T$  é o período, então:  
 $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2,6 \times 10^{-3}} \Rightarrow f = 384$  Hz  
 Como a frequência  $f = 384$  Hz, a nota mais próxima é a Sol, de frequência 388 Hz.

1. (Fuvest-SP) Em um ponto fixo do espaço, o campo elétrico de uma radiação eletromagnética tem sempre a mesma direção e oscila no tempo, como mostra o gráfico abaixo, que representa sua projeção  $E$  nessa direção fixa;  $E$  é positivo ou negativo conforme o sentido do campo.

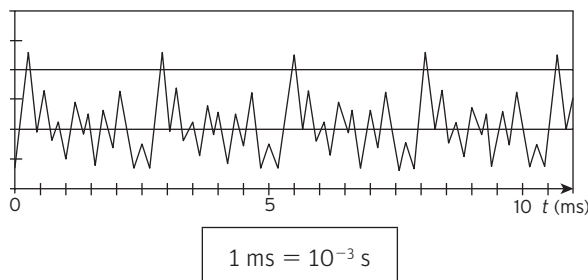


Radiação eletromagnética	Frequência $f$ (Hz)
Rádio AM	$10^6$
TV (VHF)	$10^8$
micro-onda	$10^{10}$
infravermelha	$10^{12}$
visível	$10^{14}$
ultravioleta	$10^{16}$
raios X	$10^{18}$
raios $\gamma$	$10^{20}$

Consultando a tabela acima, que fornece os valores típicos de frequência  $f$  para diferentes regiões do espectro eletromagnético, e analisando o gráfico de  $E$  em função do tempo, é possível classificar essa radiação como:

a) infravermelha.      c) ultravioleta.      e) raio  $\gamma$ .  
 b) visível.              d) raio X.

2. (Fuvest-SP) Um estudo de sons emitidos por instrumentos musicais foi realizado, usando um microfone ligado a um computador. O gráfico abaixo, reproduzido na tela do monitor, registra o movimento do ar captado pelo microfone, em função do tempo, medido em milissegundos, quando se toca uma nota musical em um violino.

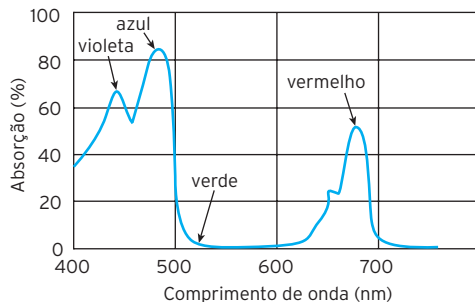


Nota	dó	ré	mi	fá	sol	lá	si
Frequência (Hz)	262	294	330	349	388	440	494

Consultando a tabela acima, pode-se concluir que o som produzido pelo violino era o da nota:

a) dó.                      b) mi.                      c) sol.                      d) lá.                      e) si.

3. (UFRN) Uma das tecnologias modernas que mais se difunde na sociedade é a dos aparelhos celulares. Com eles pode-se falar com qualquer pessoa em, praticamente, todas as regiões do Planeta. Ao usar-se o celular para conversar com alguém, o aparelho emite ondas que são captadas através das antenas receptoras e depois retransmitidas até chegar à antena do celular do interlocutor. Pode-se afirmar que, durante a conversa, as ondas emitidas e captadas entre os celulares se propagam:
- apenas na direção da antena receptora e são de natureza sonora.
  - em todas as direções e são de natureza eletromagnética.
  - apenas na direção da antena receptora e são de natureza eletromagnética.
  - em todas as direções e são de natureza sonora.
4. (UFRN) Recentemente, tem-se falado muito sobre os possíveis danos que o uso contínuo de aparelhos celulares pode trazer ao ser humano. Por sua vez, muitas pessoas que já utilizaram o celular encostado à orelha, por um tempo suficientemente longo, perceberam que a região em torno desta se aqueceu. Isso se explica pelo fato de que:
- o celular absorve ondas eletromagnéticas, que são transformadas em radiação ultravioleta e aquecem os tecidos da região da orelha.
  - o celular emite ondas sonoras, as quais são absorvidas pelos tecidos da região da orelha, aquecendo-a.
  - o celular emite ondas eletromagnéticas, as quais são absorvidas pelos tecidos da região da orelha, aquecendo-a.
  - o celular absorve ondas sonoras, que são transformadas em radiação infravermelha que aquecem os tecidos da região da orelha.
5. (UFRN) A coloração das folhas das plantas é determinada, principalmente, pelas clorofilas *a* e *b* – nelas presentes –, que são dois dos principais pigmentos responsáveis pela absorção da luz necessária para a realização da fotossíntese.
- O gráfico abaixo mostra o espectro conjunto de absorção das clorofilas *a* e *b* em função do comprimento de onda da radiação solar visível.



Com base nessas informações, é correto afirmar que, para realizar a fotossíntese, as clorofilas absorvem, **predominantemente**:

- o violeta, o azul e o vermelho, e refletem o verde.
  - o verde, e refletem o violeta, o azul e o vermelho.
  - o azul, o verde e o vermelho, e refletem o violeta.
  - o violeta, e refletem o verde, o vermelho e o azul.
6. (Furg-RS) O fenômeno do arco-íris ocorre devido à:
- dispersão luminosa.
  - junção luminosa.
  - refração atmosférica.
  - reflexão atmosférica.
  - luz se mover em linha reta.

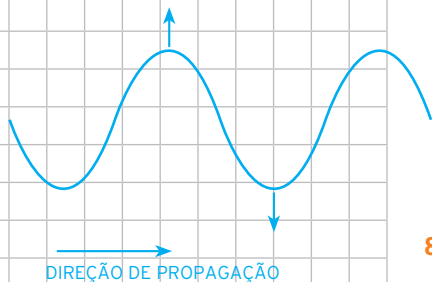
Texto para as questões 7 e 8.

Em 12 de Janeiro de 2010 aconteceu um grande terremoto catastrófico na região de Porto Príncipe, capital do Haiti. A tragédia causou grandes danos à capital haitiana e a outros locais da região. Sendo a maioria

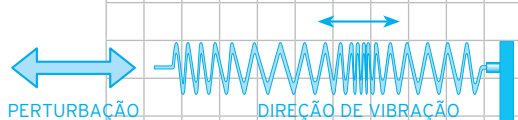
3.	Alternativa b
	Ondas eletromagnéticas são tridimensionais, logo, se propagam em todas as direções.
4.	Alternativa c
	Ondas eletromagnéticas transportam energia que, quando absorvida pelos tecidos, aumenta a amplitude de vibração das moléculas do mesmo, como consequência a temperatura se eleva.
5.	Alternativa a
	A observação do gráfico nos mostra que o azul e o violeta têm alta absorção, o vermelho média, e o verde é refletido.
6.	Alternativa a
	Ocorre a dispersão da luz branca ao atravessar as gotículas de água suspensas na atmosfera. Fenômeno semelhante ao que ocorre com quando a luz branca atravessa um prisma.

7. Alternativa a
- Correta. Há transporte de energia mecânica.
  - Incorreta. A onda é provocada pelo movimento das camadas da crosta terrestre, logo é uma onda mecânica.
  - Incorreta. É mecânica.

8. Alternativa a  
Transversal:



Longitudinal:



Observando as figuras, vemos que na longitudinal a propagação e a perturbação do meio ocorrem na mesma direção e na transversal a perturbação do meio e a propagação ocorrem em direções perpendiculares entre si.

9. Alternativa b

Pontos 1 e 2: interferência construtiva, amplitude máxima

Ponto 3: interferência destrutiva, amplitude mínima

Ponto 4: os sinais estão defasados de  $90^\circ$  e uma crista de uma onda se sobrepõe ao ponto médio da outra, não alterando a amplitude da primeira, não há interferência.

de origem natural, os terremotos ou sismos são tremores causados por choques de placas subterrâneas que, quando se rompem, liberam energia através de ondas sísmicas, que se propagam tanto no interior como na superfície da Terra.

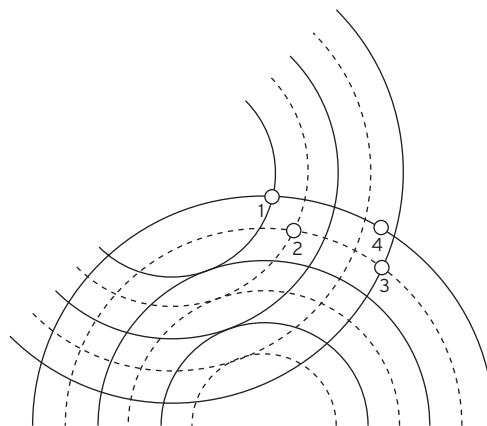
7. (UEPB) A respeito dessas informações e seus conhecimentos sobre a propagação de ondas, analise as proposições a seguir.
- A onda sísmica é mecânica, pois transporta energia mecânica.
  - A onda sísmica é eletromagnética, pois transporta energia eletromagnética.
  - A onda sísmica é eletromagnética, pois necessita de um meio para se propagar.

Após a análise feita, conclui-se que é(são) correta(s) apenas a(s) proposição(ões):

- I.
  - II e III.
  - I e III.
  - II.
  - III.
8. (UEPB) Uma onda sísmica pode ser classificada também como longitudinal ou transversal. A respeito dessa classificação, analise as proposições a seguir, escrevendo **V** ou **F** conforme sejam verdadeiras ou falsas, respectivamente:
- Na onda longitudinal, a direção em que ocorre a vibração é igual à direção de propagação da onda.
  - Na onda longitudinal, a direção em que ocorre a vibração é diferente da direção de propagação da onda.
  - Na onda transversal, a direção em que ocorre a vibração é igual à direção de propagação da onda.
  - Na onda transversal, a direção em que ocorre a vibração é diferente da direção de propagação da onda.

Assinale a alternativa que corresponde à sequência correta:

- V - F - F - V
  - V - F - V - F
  - F - V - F - V
  - F - V - V - F
  - F - F - F - F
9. (UEL-PR) A figura a seguir representa uma área coberta pela radiação eletromagnética emitida por duas antenas.



Considerando que a radiação eletromagnética é uma onda e que, nesta questão, essa onda está representada pelos semicírculos, cujas cristas são os traços cheios e os vales os traços pontilhados, assinale a alternativa correta.

- No ponto 1 a amplitude resultante é mínima.
- No ponto 2 a amplitude resultante é máxima.
- No ponto 3 a amplitude resultante é metade do que a do ponto 1.
- No ponto 4 a amplitude resultante é nula.
- No ponto 2 a amplitude resultante é o dobro do que a do ponto 3.



# Ondas sonoras

## ■ Som

O **som** é uma onda mecânica (necessita de um meio para se propagar). Os tímpanos dos animais vibram na mesma frequência da onda, e isso produz a sensação do som. Nos seres humanos a frequência percebida varia entre 20 Hz e 20 kHz. Ondas de frequência superior a 20 kHz (ultrassom) e ondas de frequência abaixo de 20 Hz (infrassom) não são percebidas pelo ouvido humano.

A velocidade do som depende do meio de propagação e geralmente é  $v_{\text{sólido}} > v_{\text{líquido}} > v_{\text{gás}}$ . No ar, ela apresenta um valor de aproximadamente 340 m/s.

## ■ Reflexão

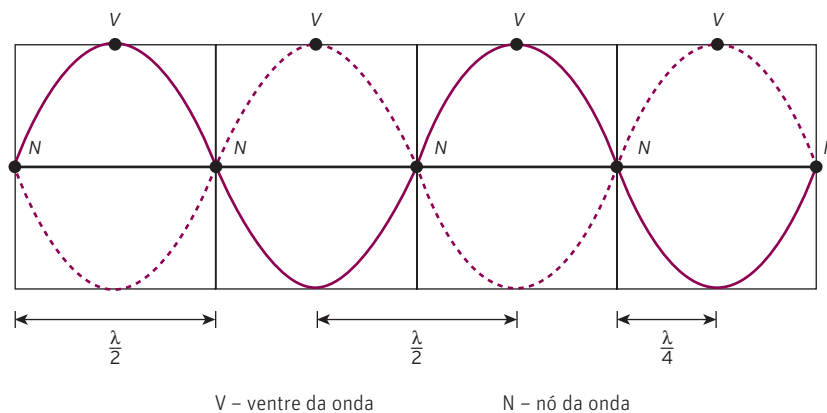
- **Eco:** caracteriza-se pela percepção do som emitido e refletido em tempos diferentes. Isso ocorre quando o intervalo de tempo entre a emissão e a reflexão do som é maior que 0,1 s.
- **Reverberação:** ocorre quando a sensação do som emitido começa a “desaparecer”, e, então, o som é reforçado pelo som refletido. Isso ocorre quando o intervalo de tempo entre a emissão e a reflexão do som é inferior a 0,1 s.
- **Reforço:** ocorre quando o intervalo de tempo é muito inferior a 0,1 s.

## ■ Ressonância

Considerando que todo corpo apresenta uma frequência natural de oscilação, denomina-se **ressonância** o processo em que há transferência de energia, através da onda, para um corpo na sua frequência natural. Tal fenômeno maximiza a amplitude de oscilação quando duas perturbações de mesma frequência interagem entre si.

## ■ Onda estacionária

Onda resultante da interação de duas ondas idênticas que se propagam no mesmo meio em sentidos opostos.



A região compreendida entre dois nós ou dois ventres consecutivos é denominada **fuso** da onda estacionária.

O número de fusos formados está relacionado com a frequência em que a corda oscila. Quanto maior a frequência, maior o número de fusos.

A distância entre dois nós ou dois ventres consecutivos corresponde à metade do comprimento das ondas que originaram a onda estacionária.

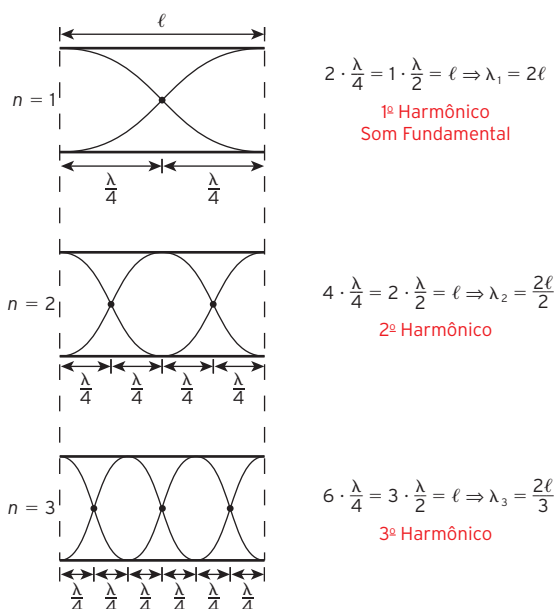
## ■ Tubos sonoros

O ar contido dentro de um tubo pode vibrar com frequências sonoras. Alguns instrumentos musicais como a flauta, a corneta e o clarinete, construídos basicamente por tubos sonoros, funcionam com base nesse princípio. Os tubos sonoros são classificados em abertos e fechados.

## Tubo aberto

Em uma extremidade aberta o som reflete-se em fase, formando um ventre (interferência construtiva).

Considerando um tubo sonoro de comprimento  $\ell$ , cujas ondas se propagam a uma velocidade  $v$ , as possíveis configurações de ondas estacionárias são:



Partindo desse exemplo, podemos generalizar as maneiras de vibração:

$$n \cdot \frac{\lambda_n}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_n = \frac{2\ell}{n}$$

em que  $n = 1, 2, 3, \dots$

A frequência dos harmônicos é dada por:

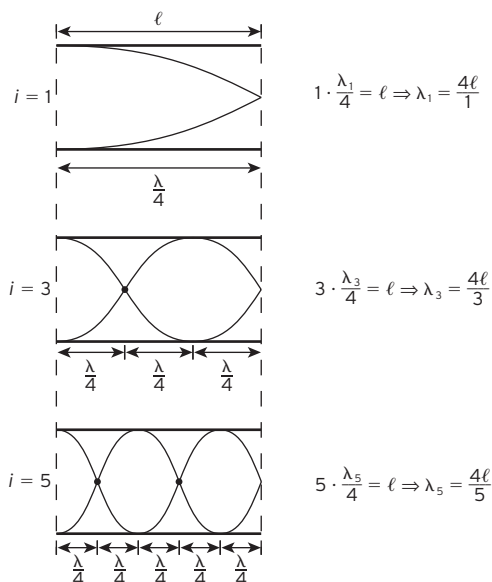
$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{\frac{2\ell}{n}} \Rightarrow f_n = n \cdot \frac{v}{2\ell} \Rightarrow f_n = n \cdot f_1$$

em que  $n = 1, 2, 3, \dots$

Como  $n$  não tem restrições, no tubo aberto, obtemos frequências naturais de todos os harmônicos.

## Tubo fechado

Em uma extremidade fechada ocorre reflexão com inversão de fase, formando-se um nó de deslocamento (interferência destrutiva). Considerando um tubo sonoro de comprimento  $\ell$ , cujas ondas se propagam a uma velocidade  $v$ , as possíveis configurações de ondas estacionárias são:



Partindo desses exemplos podemos generalizar as maneiras de vibração:

$$i \cdot \frac{\lambda_i}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_i = 4 \frac{\ell}{i}$$

em que  $i = 1, 3, 5, \dots$

A frequência dos harmônicos é dada por:

$$f_i = \frac{v}{\lambda_i} = \frac{v}{4 \frac{\ell}{i}} \Rightarrow f_i = i \cdot \frac{v}{4\ell} \Rightarrow f_i = i \cdot f_1$$

em que  $n = 1, 3, 5, \dots$

Em um tubo fechado, obtemos frequências naturais dos harmônicos ímpares.

## ■ Timbre

É uma qualidade da onda sonora que possibilita diferenciar sons de mesma frequência produzidos por fontes distintas.

## ■ Intensidade

É definida como a potência sonora recebida por unidade de área de uma superfície, ou seja:

$$I = \frac{P_{\text{méd}}}{A}$$

em que  $I$  é a intensidade da onda,  $P_{\text{méd}}$  é a potência média em um período e  $A$ , a área a ser considerada.

Mas a potência pode ser definida pela relação de energia por unidade de tempo:

$$P = \frac{E}{\Delta t}$$

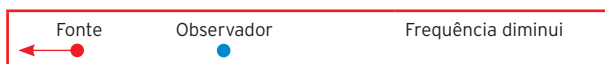
Logo, podemos expressar a intensidade por:

$$I = \frac{E}{A \cdot \Delta t}$$

As unidades de medida mais usadas no (SI) para a intensidade são:  $\text{J/m}^2$  e  $\text{W/m}^2$

## ■ Efeito Doppler

É um fenômeno cuja frequência do som ouvida pelo observador é diferente da emitida pela fonte, devido ao movimento relativo entre ambos. Observe o esquema abaixo.

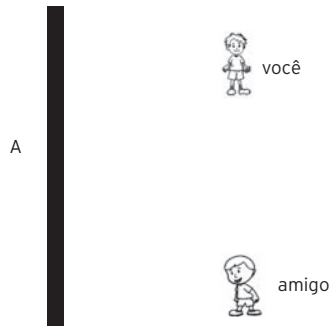


A frequência percebida pelo observador se altera devido às frentes de onda que se aproximam ou se afastam do observador. Assim, podemos efetuar a seguinte generalização:

$$f_{\text{obs}} = \left( \frac{v \pm v_{\text{obs}}}{v \pm v_{\text{fonte}}} \right) \cdot f_{\text{fonte}}$$

Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

1. (IFSP) O eco é um fenômeno que consiste em se escutar um som após a reflexão da onda sonora emitida. Suponha que você e seu amigo encontrem-se separados 60 metros entre si, e ambos a 40 metros de um obstáculo A, perpendicular ao solo, que pode refletir ondas sonoras.

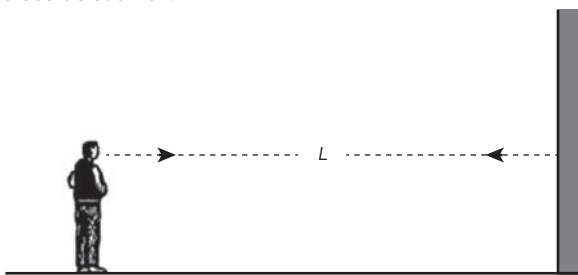


Se seu amigo emitir um som, você perceberá que o intervalo de tempo entre o som refletido e o som direto será aproximadamente, em segundos, de:

- a) 0,12      b) 0,20      c) 0,50      d) 0,80      e) 1,80

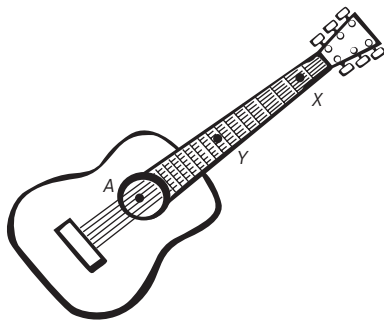
Dado: velocidade do som no ar  $V = 340 \text{ m/s}$

2. (Uespi) Um homem está parado a uma distância de  $L = 85 \text{ m}$  de um paredão vertical bastante alto e largo (ver figura). O homem grita, e o som bate no paredão e retorna aos seus ouvidos na forma de eco. Se não há vento e a velocidade do som é de  $340 \text{ m/s}$ , em quanto tempo, após gritar, o homem pode escutar o eco de sua voz?



- a) 0,1 s      b) 0,5 s      c) 0,8 s      d) 1,2 s      e) 1,6 s

3. (Fatec-SP) Um artista, para apresentar uma canção, toca (faz vibrar) a corda de um violão no ponto A com uma das mãos e com a outra tensiona, com o dedo, a mesma corda no ponto X. Depois disso, começa a percorrer essa corda da posição X até a posição Y, com o dedo ainda a tensionando, conforme a figura a seguir.



Assinale a alternativa que preenche, correta e respectivamente, as lacunas do texto que descreve esse processo.

Verifica-se, nesse processo, que o som emitido fica mais \_\_\_\_\_, pois, ao \_\_\_\_\_ o comprimento da corda, \_\_\_\_\_ a frequência do som emitido.

- a) grave ... aumentar ... diminui      d) agudo ... diminuir ... diminui  
 b) grave ... diminuir ... aumenta      e) agudo ... aumentar ... diminui  
 c) agudo ... diminuir ... aumenta

1. Alternativa a

O som percorre 50 m do emissor até atingir a parede e mais 50 m da parede até o receptor. Portanto 100 m por reflexão enquanto que diretamente 60 m. A diferença de caminho é de 40 m. Logo a diferença de tempo será:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$340 \cdot \Delta t = 100 - 60$$

$$\Delta t = 0,118$$

Aproximadamente  $\Delta t \cong 0,12 \text{ s}$ .

2. Alternativa b

Em função dos dados fornecidos pelo problema:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$340 \cdot \Delta t = 2 \cdot 85$$

$$\Delta t = 0,5$$

Escutará o eco de sua voz 0,5 s depois de tê-la emitido.

3. Alternativa c

Perceba que a corda é a mesma, o meio também (ar), mesma velocidade de propagação da onda na corda ( $V$  é a mesma), então, conforme o dedo se desloca de X para Y ele está diminuindo o comprimento da corda e, consequentemente o comprimento de onda  $\lambda$ , assim, pela equação fundamental da ondulatória  $v = \lambda f$ , essa equação indica que, sendo a mesma velocidade, o comprimento de onda é inversamente proporcional à frequência  $f$  portanto, se  $\lambda$  diminui,  $f$  aumenta e o som se torna mais agudo.

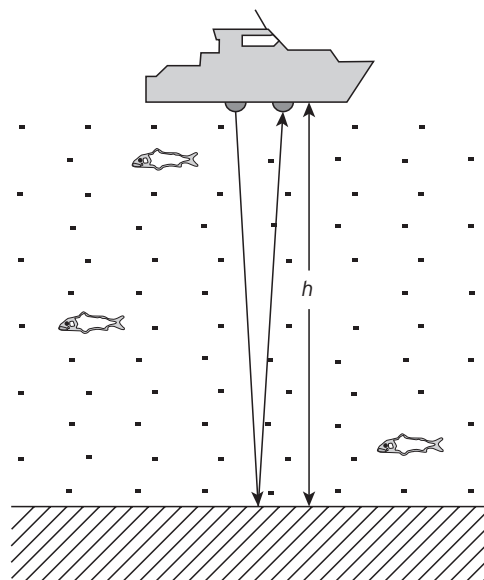


4. Alternativa a					
Em função dos dados do problema, temos para a profundidade:					
$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$					
$1600 \cdot 0,8 = 2 \cdot h$					
$h = 640$					
A profundidade é $h = 640$ m.					
O comprimento de onda é:					
$v = \lambda \cdot f$					
$1,6 \cdot 10^3 = \lambda \cdot 4 \cdot 10^4 \Rightarrow \lambda = 0,04$					
$\lambda = 4 \cdot 10^{-2}$ m					
5. Alternativa c					
Conforme os dados fornecidos no enunciado:					
$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$					
$340 \cdot 7 = \Delta x$					
$\Delta x = 2380$					
A distância onde caiu o raio é aproximadamente $2,4 \cdot 10^3$ m					

4. (UEPB) Leia o texto para responder à questão a seguir.

O SONAR (*sound navigation and ranging*) é um dispositivo que, instalado em navios e submarinos, permite medir profundidades oceânicas e detectar a presença de obstáculos. Originalmente foi desenvolvido com finalidades bélicas durante a Segunda Guerra Mundial (1939–1945), para permitir a localização de submarinos e outras embarcações do inimigo. O seu princípio é bastante simples, encontrando-se ilustrado na figura a seguir. Inicialmente é emitido um impulso sonoro por um dispositivo instalado no navio. A sua frequência dominante é normalmente de 10 kHz a 40 kHz. O sinal sonoro propaga-se na água em todas as direções até encontrar um obstáculo. O sinal sonoro é então refletido (eco) dirigindo-se uma parte da energia de volta para o navio onde é detectado por um hidrofone.

Adaptado de JUNIOR, F.R. *Os Fundamentos da Física*. 8. ed. vol. 2. São Paulo: Moderna, 2003, p. 417.



Acerca do assunto tratado no texto acima, analise a seguinte situação-problema: Um submarino é equipado com um aparelho denominado sonar, que emite ondas sonoras de frequência  $4,00 \cdot 10^4$  Hz. A velocidade de propagação do som na água é de  $1,60 \cdot 10^3$  m/s. Esse submarino, quando em repouso na superfície, emite um sinal na direção vertical através do oceano e o eco é recebido após 0,80 s. A profundidade do oceano nesse local e o comprimento de ondas do som na água, em metros, são, respectivamente:

- a) 640 e  $4 \cdot 10^{-2}$
  - b) 620 e  $4 \cdot 10^{-2}$
  - c) 630 e  $4,5 \cdot 10^{-2}$
  - d) 610 e  $3,5 \cdot 10^{-2}$
  - e) 600 e  $3 \cdot 10^{-2}$
5. (Furg-RS) Numa tempestade, ouve-se o trovão 7,0 segundos após a visualização do relâmpago. Sabendo que a velocidade da luz é de  $3,0 \times 10^8$  m/s e que a velocidade do som é de  $3,4 \times 10^3$  m/s, é possível afirmar que a distância entre o local onde ocorreu o relâmpago e onde ele foi visto é de:
- a)  $6,2 \times 10^6$  metros.
  - b)  $4,8 \times 10^1$  metros.
  - c)  $2,4 \times 10^3$  metros.
  - d)  $2,1 \times 10^9$  metros.
  - e)  $4,3 \times 10^6$  metros.

6. (UFRJ) Um brinquedo muito divertido é o telefone de latas. Ele é feito com duas latas abertas e um barbante que tem suas extremidades presas às bases das latas. Para utilizá-lo, é necessário que uma pessoa fale na “boca” de uma das latas e uma outra pessoa ponha seu ouvido na “boca” da outra lata, mantendo os fios esticados.

Como no caso do telefone comum, também existe um comprimento de onda máximo em que o telefone de latas transmite bem a onda sonora.



Sabendo que para um certo telefone de latas o comprimento de onda máximo é 50 cm e que a velocidade do som no ar é igual a 340 m/s, calcule a frequência mínima das ondas sonoras que são bem transmitidas pelo telefone.

7. (UFRN) Duas pessoas, que estão em um ponto de ônibus, observam uma ambulância que delas se aproxima com a sirene de advertência ligada. Percebem que, ao passar por elas, o som emitido pela sirene se torna diferente daquele percebido durante a aproximação.

Por outro lado, comentando essa fato, elas concordam que o som mudou de uma tonalidade aguda para uma mais grave à medida que a ambulância se distanciava. Tal mudança é explicada pelo efeito Doppler, segundo o qual, para essa situação, a:

- amplitude do som diminuiu.
  - frequência do som diminuiu.
  - frequência do som aumentou.
  - amplitude do som aumentou.
8. (Unemat-MT) Quando uma estrela ou galáxia se afasta da Terra, nota-se que a frequência captada da luz se desvia para o vermelho. O efeito contrário ocorre quando uma estrela ou galáxia se aproxima do nosso planeta. Registros de observações astronômicas realizadas em diversas partes do mundo comprovam que a maioria das estrelas sofre desvio para o vermelho. Isso significa dizer que essas estrelas estão se afastando da Terra, ou seja, que o universo está em expansão (como se suas partes fossem componentes de algo que explodiu). Outras teorias estão sendo analisadas, mas esta parece ser uma das maiores evidências da ocorrência do Big-Bang há bilhões de anos. Pode-se afirmar que o fenômeno físico que melhor descreve a situação acima descrita é o:
- Efeito Joule.
  - Princípio de Pascal.
  - Efeito Doppler.
  - Efeito Cerenkov.
  - Princípio de Arquimedes.
9. (Unemat-MT) A sirene de um carro de polícia emite ondas de 0,34 m. O carro se aproxima de um observador em repouso em relação à Terra. Sabendo-se que o som se propaga no ar com velocidade de 340 m/s, é **correto** afirmar:
- A frequência real é maior do que a frequência percebida pelo observador.
  - A frequência real é menor do que a frequência percebida pelo observador.
  - A frequência real é igual à frequência percebida pelo observador.
  - A frequência real é 800 Hz e a frequência percebida pelo observador é 1000 Hz.
  - A frequência real é 1000 Hz e a frequência percebida pelo observador é 800 Hz.

6. Gabarito  $f = 680$  Hz

Conforme os dados do problema:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$340 = 0,5 \cdot f \Rightarrow f = 680$$

A frequência é de 680 Hz

7. Alternativa b

Quando a fonte se afasta do receptor, a frequência do som fica mais grave.

8. Alternativa c

No caso da luz, a cor avermelhada é a que tem maior comprimento de onda, portanto menor frequência, evidenciando o afastamento.

9. Alternativa b

$$v = \lambda \cdot f$$

$$340 = 0,34 \cdot f \Rightarrow f = 1000$$

A frequência real é de 1000 Hz. Se a fonte se aproxima do receptor, esse perceberá uma frequência maior que 1000 Hz.

# Óptica

## ■ Leis da reflexão da luz e espelhos planos: Conceitos fundamentais

### Raio de luz

Chamamos de raio de luz o segmento de reta orientado que indica a direção e o sentido de propagação da luz. O conceito de raio de luz é teórico; foi criado com o objetivo de facilitar o estudo da luz e fenômenos relacionados a ela.

### Feixe de luz

Chamamos de feixe de luz ou pincel de luz um conjunto de raios de luz.

### Fontes de luz

- **Primária:** corpo luminoso – emite a própria luz (por exemplo, o Sol).
- **Secundária:** corpo iluminado – reflete a luz recebida de outra fonte (por exemplo, a Lua).
- **Pontual:** de dimensão desprezível (por exemplo, uma estrela).
- **Extensa:** de dimensões consideráveis (por exemplo, uma lâmpada).

## ■ Princípios da propagação da luz

Há três princípios básicos que regem a propagação da luz:

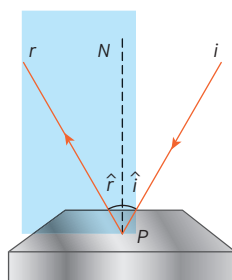
- **Propagação retilínea:** a luz se propaga em linha reta em meios homogêneos.
- **Reversibilidade:** a trajetória dos raios de luz independe do sentido de propagação.
- **Independência:** os raios de luz propagam-se de forma independente. Ao se cruzarem não ocorre mudança na sua trajetória.



nikkyrob/Shutterstock.com/D/BR

## ■ Leis da reflexão

Seja  $i$  o raio de luz incidente em uma superfície refletora,  $P$  o ponto de incidência,  $r$  o raio de luz refletido e  $N$  a reta normal à superfície no ponto  $P$ . Temos:

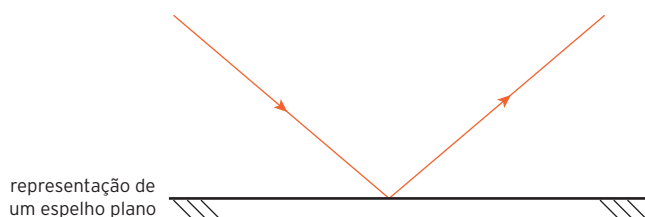


O ângulo  $\hat{i}$  formado entre o raio incidente e a reta normal é chamado de **ângulo de incidência**, e o ângulo  $\hat{r}$  que o raio refletido forma com a reta normal é chamado de **ângulo de reflexão**.

- O raio incidente, a reta normal e o raio refletido pertencem ao mesmo plano. (1ª lei da reflexão)
- A medida do ângulo de incidência é igual à medida do ângulo de reflexão, isto é,  $\hat{i} = \hat{r}$ . (2ª lei da reflexão)

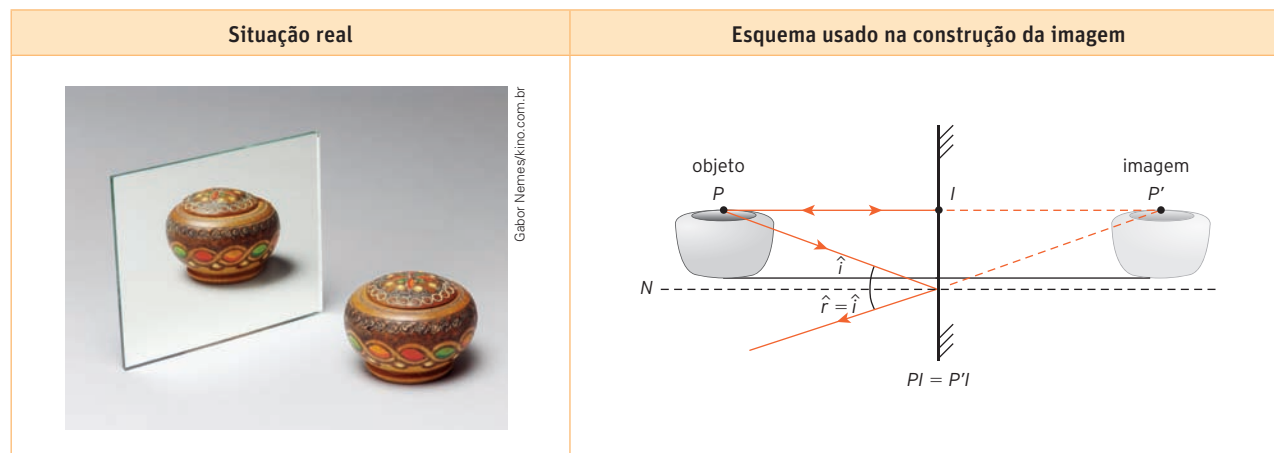
## ■ Espelhos planos

Quando uma superfície refletora é plana, dizemos que essa superfície é um **espelho plano**. Para representar um espelho plano, costuma-se usar um esquema semelhante ao mostrado na figura a seguir.



### Construção de imagens em espelhos planos

As figuras abaixo mostram uma situação real de uma imagem formada em um espelho plano e um exemplo de esquema usado na construção da imagem.

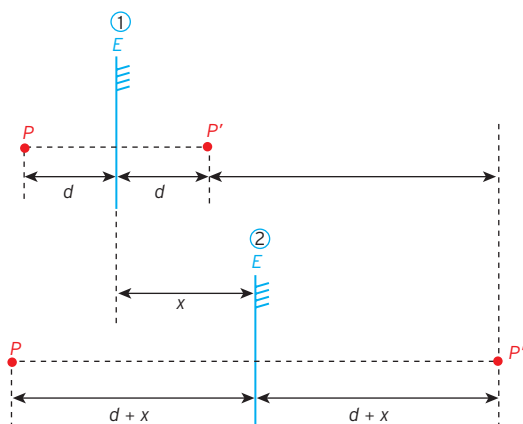


### Características de imagens formadas em espelhos planos

- O objeto e sua imagem estão à **mesma distância** ( $PI = P'I$ ) do espelho, ou seja, são simétricos em relação ao plano do espelho.
- A imagem produzida tem o **mesmo tamanho** do objeto.
- A imagem é **direita** em relação ao objeto, pois ambos estão orientados para o mesmo sentido.
- A imagem é **virtual**, uma vez que é formada pelo prolongamento dos raios refletidos.
- O objeto e sua imagem são figuras **enantiomorfas**, isto é, são figuras idênticas na forma, mas invertidas lateralmente. Por exemplo, a imagem de uma mão direita é uma mão esquerda.

## Translação de espelho plano

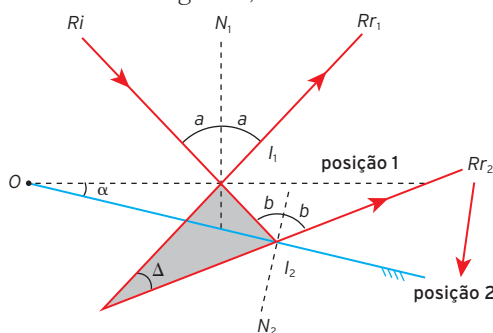
Se um espelho plano desloca-se a uma distância  $x$  em um movimento de translação, a imagem formada irá deslocar uma distância  $2x$ .



$$d = 2x$$

## Rotação de espelho plano

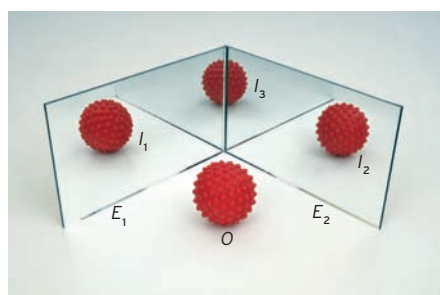
Se um espelho gira com um ângulo de rotação  $\Delta$ , a posição da imagem também vai se deslocar. Ou seja, se o espelho rotacionar em um ângulo  $\alpha$ , o raio de luz refletido vai girar em um ângulo  $2\alpha$ .



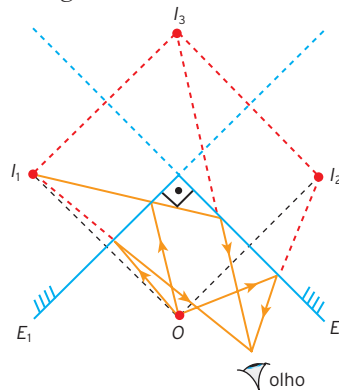
$$\Delta = 2\alpha$$

## Associação de espelhos planos

É possível combinar espelhos planos colocando-os lado a lado com uma certa angulação ou paralelos, possibilitando a multiplicação do número de imagens observadas.



Carlos Luvizari/ID/BR

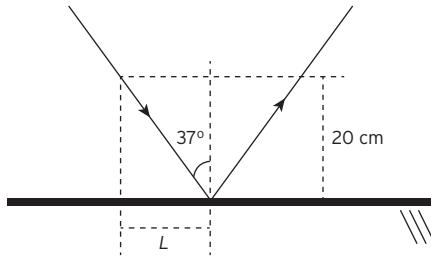


Pode-se demonstrar ainda que o número de imagens formadas por dois espelhos com um ângulo  $\alpha$  entre eles é obtido da expressão:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

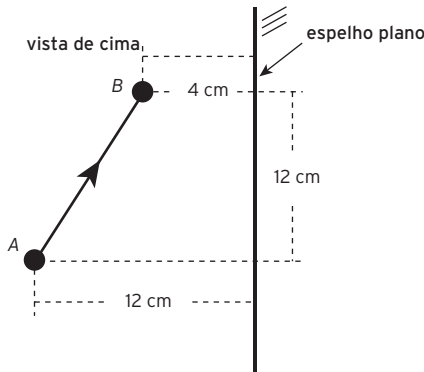
1. (Uespi) Um raio de luz incide em um espelho plano horizontal e realiza a trajetória mostrada na figura a seguir.



Considera-se que  $\sin 37^\circ = 0,6$  e  $\cos 37^\circ = 0,8$ . Com base nas distâncias indicadas, qual é o valor de  $L$ ?

- a) 11 cm    b) 12 cm    c) 13 cm    d) 14 cm    e) 15 cm

2. (Uespi) Uma bola vai do ponto  $A$  ao ponto  $B$  sobre uma mesa horizontal, segundo a trajetória mostrada na figura a seguir. Perpendicularmente à superfície da mesa, existe um espelho plano.



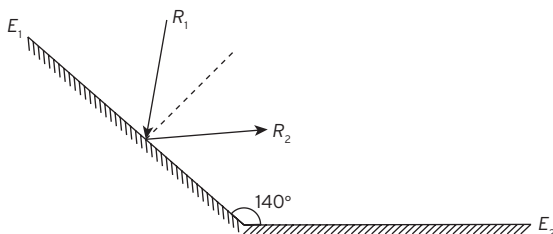
Pode-se afirmar que a distância do ponto  $A$  à imagem da bola quando ela se encontra no ponto  $B$  é igual a:

- a) 8 cm    b) 12 cm    c) 16 cm    d) 20 cm    e) 32 cm

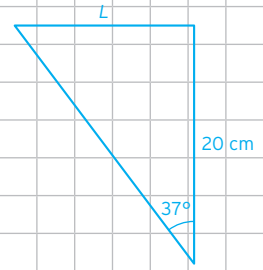
3. (ITA-SP) Um raio de luz de uma lanterna acesa em  $A$  ilumina o ponto  $B$ , ao ser refletido por um espelho horizontal sobre a semirreta  $DE$  da figura, estando todos os pontos num mesmo plano vertical. Determine a distância entre a imagem virtual da lanterna  $A$  e o ponto  $B$ . Considere  $AD = 2$  m,  $BE = 3$  m e  $DE = 5$  m.



4. (UFPB) A figura a seguir mostra dois espelhos planos,  $E_1$  e  $E_2$ , que formam um ângulo de  $140^\circ$  entre eles. Um raio luminoso  $R_1$  incide e é refletido no espelho  $E_1$ , de acordo com a figura abaixo.



1. Alternativa e



Observando a figura, vemos que  $L$  pode ser determinado:

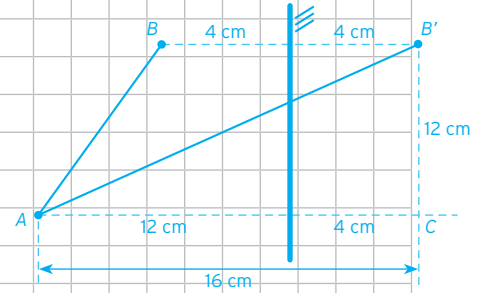
$$\tan 37^\circ = \frac{L}{20} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} = \frac{L}{20}$$

$$\frac{0,6}{0,8} = \frac{L}{20}$$

O valor de  $L = 15$  cm

2. Alternativa d

Na figura  $B'$  é a imagem de  $B$ , que é simétrica em relação ao espelho.



Podemos resolver utilizando o Teorema de Pitágoras.

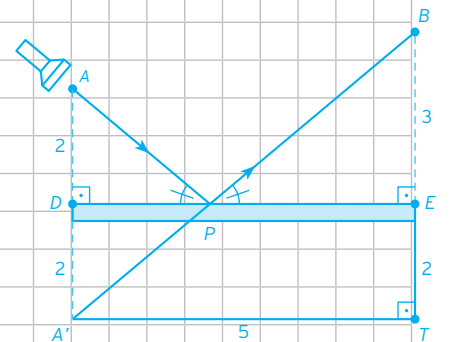
Considerando o triângulo  $AB'C$ , temos:

$$(AB')^2 = (12)^2 + (16)^2$$

$$AB' = 20$$

3. Gabarito  $A'B = 5\sqrt{2}$  m

Com base na figura:



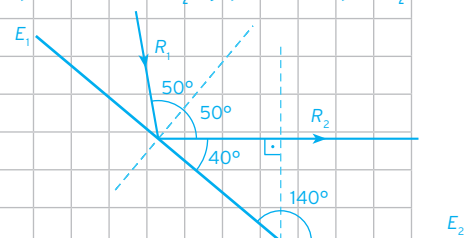
Podemos resolver por Pitágoras, no triângulo  $A'BT$ , temos:

$$(A'B)^2 = 5^2 + 5^2$$

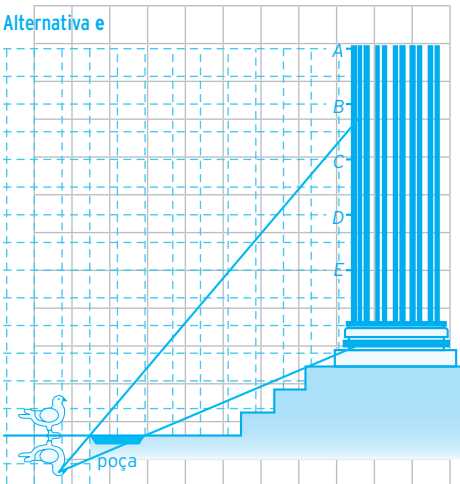
$$A'B = 5\sqrt{2}$$

4. Alternativa d

Observe na figura a configuração dos ângulos de forma que o raio refletido  $R_2$  seja paralelo ao espelho  $E_2$ .



5. Alternativa e

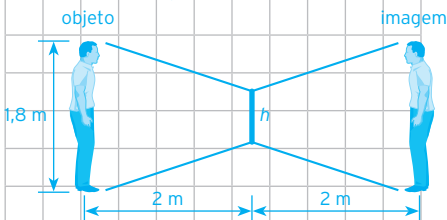


O campo visual mostra que o pássaro pode ver os pontos C, D e E, logo alternativa correta é e.

6. Gabarito (01 + 02 + 16) = 19

01. Correta. A imagem conjugada por um espelho plano é direita, virtual, do mesmo tamanho e enantiomorfa.

02. Correta. Observe a figura



$$\frac{1,8}{h} = \frac{4}{2}$$

$$h = 0,9$$

O tamanho do espelho é 90 cm.

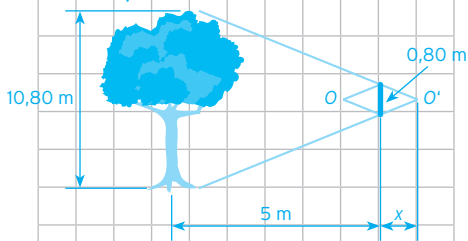
04. Incorreta. independente da distância sua imagem será vista por inteiro pelo espelho, o que se altera é o ângulo visual.

08. Incorreta. O poste está 3m atrás do homem, portanto a distância entre a imagem do homem e o poste será de 7m.

16. Correta. Ver imagem acima.

7. Alternativa a

Conforme o esquema abaixo:



$$\frac{10,8}{0,8} = \frac{5+x}{x}$$

$$10,8 \cdot x = 4 + 0,8 \cdot x \Rightarrow x = 0,4$$

A distância mínima entre o espelho e o estudante deve ser de 0,4 m.

Nessa situação, para que o raio refletido  $R_2$  seja paralelo ao espelho  $E_2$ , o ângulo de incidência de  $R_1$  no espelho  $E_1$  deve ser de:

- a) 20°    b) 30°    c) 40°    d) 50°    e) 60°

5. (FGV-SP)

A realidade e a imagem

O arranha-céu sobe no ar puro lavado pela chuva

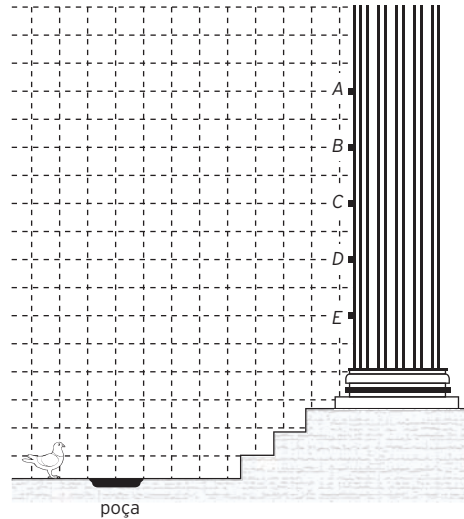
E desce refletido na poça de lama do pátio.

Entre a realidade e a imagem, no chão seco que as separa,

Quatro pombas passeiam.

Manuel Bandeira

Diante da suntuosa fachada neoclássica do arranha-céu, uma pomba observa o reflexo de parte de uma coluna em uma poça à sua frente.



Dentre os pontos indicados, a pomba vê por reflexão, nessa poça, apenas:

- a) B.    c) A e B.    e) D e E.  
b) C.    d) B e C.

6. (UEM-PR) Um homem, de 1,80 m de altura, está parado sobre uma superfície plana a 2,0 m de um espelho plano que está à sua frente. Ele observa no espelho toda a extensão de seu próprio corpo, dos pés à cabeça, e um poste, de 2 m de altura, disposto 3 m atrás de si. Com base nessas informações, assinale o que for correto.

[A resposta será a soma dos números associados às alternativas corretas.]

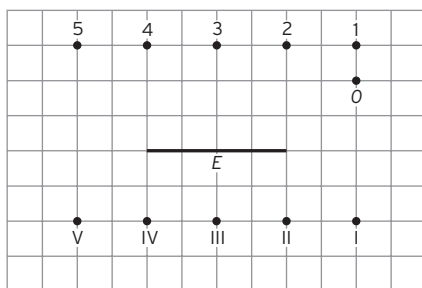
01. A imagem observada pelo homem no espelho plano é direita, virtual, igual e enantiomorfa.  
02. O espelho possui uma altura mínima de 90 cm.  
04. Se o homem der um passo para frente, diminuindo sua distância em relação ao espelho em 40 cm, ele não observará mais sua imagem, dos pés à cabeça, no espelho plano.  
08. A distância do poste até a imagem do homem, formada no espelho plano, é de 5,0 m.  
16. A distância do homem à sua imagem, formada no espelho plano, é o dobro da distância do homem até o espelho.

7. (Udesc) Um estudante pretende observar inteiramente uma árvore de 10,80 m de altura, usando um espelho plano de 80,0 cm. O estudante consegue seu objetivo quando o espelho está colocado a 5,0 m de distância da árvore. A distância mínima entre o espelho e o estudante é:

- a) 0,40 m    c) 0,20 m    e) 0,80 m  
b) 0,50 m    d) 0,60 m

**Texto para as questões 8 e 9.**

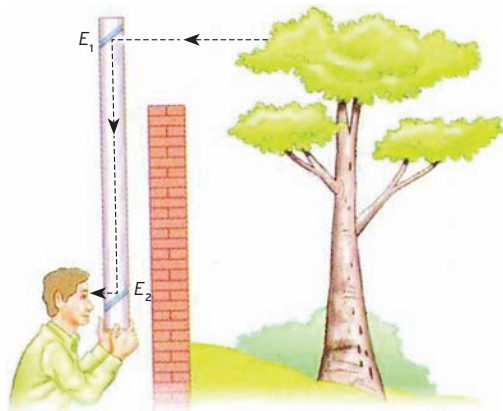
Na figura abaixo,  $E$  representa um espelho plano que corta perpendicularmente a página, e  $O$  representa um pequeno objeto colocado no plano da página.



Na figura também estão representadas duas seqüências de pontos. A seqüência I, II, III, IV e V está localizada atrás do espelho, região de formação da imagem do objeto  $O$  pelo espelho  $E$ . A seqüência 1, 2, 3, 4 e 5 indica as posições de cinco observadores. Considere que todos os pontos estão no plano da página.

8. (UFRGS-RS) Qual é o ponto que melhor representa a posição da imagem do objeto  $O$  formada pelo espelho plano  $E$ ?  
 a) I      b) II      c) III      d) IV      e) V
9. (UFRGS-RS) Quais observadores podem ver a imagem do objeto  $O$  formada pelo espelho plano  $E$ ?  
 a) Apenas 1.      c) Apenas 1 e 2.      e) Apenas 2, 3 e 4.  
 b) Apenas 4.      d) Apenas 4 e 5.
10. (PUC-SP) O estudo da luz e dos fenômenos luminosos sempre atraiu os pensadores desde a antiga Grécia. Muitas são as aplicações dos espelhos e lentes, objetos construídos a partir dos estudos realizados em Óptica.

A figura representa um periscópio, instrumento que permite a observação de objetos mesmo que existam obstáculos opacos entre o observador e uma região ou objeto que se deseja observar. Considere que, nesse periscópio,  $E_1$  e  $E_2$  são espelhos planos.



A respeito do periscópio e dos fenômenos luminosos que a ele podem ser associados são feitas as afirmativas:

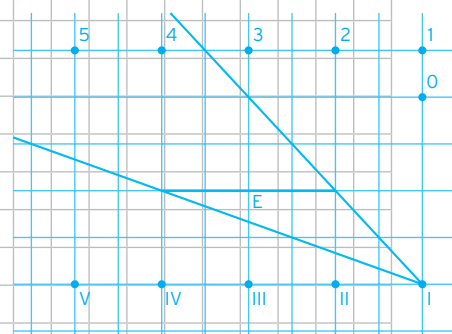
- I. A colocação de espelhos planos, como indicada na figura, permite que a luz proveniente da árvore atinja o observador comprovando o princípio da propagação retilínea da luz.
- II. O ângulo de incidência do raio de luz no espelho  $E_1$  é congruente ao ângulo de reflexão nesse mesmo espelho.
- III. Como os espelhos  $E_1$  e  $E_2$  foram colocados em posições paralelas, os ângulos de incidência do raio de luz no espelho  $E_1$  e de reflexão no espelho  $E_2$  são congruentes entre si.

Dessas afirmativas, está correto apenas o que se lê em:

- a) II.      b) I e II.      c) I e III.      d) II e III.      e) I, II e III.

8. Alternativa a  
 No espelho plano, objeto e imagem são sempre simétricos em relação ao plano do espelho. O ponto simétrico de  $O$  é o ponto I.

9. Alternativa d  
 O ponto I é o ponto imagem de  $O$ , traçando o campo visual a partir de I:



O observador em  $O$  pode ver os pontos 4 e 5 por reflexão.

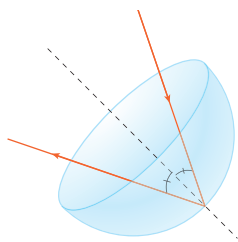
10. Alternativa e  
 I. Correta. Princípio da propagação retilínea da luz associada à reflexão dos espelhos.  
 II. Correta. 1ª lei da reflexão.  
 III. Correta. Sim, os espelhos são paralelos entre si.



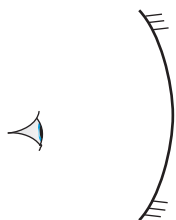
# Espelhos esféricos

Os espelhos esféricos são calotas esféricas polidas cuja superfície refletora pode ser côncava ou convexa.

- Se a superfície refletora da calota for interna, tem-se um **espelho côncavo**.

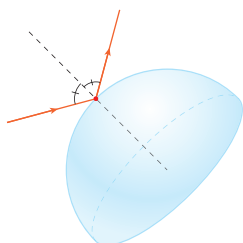


Superfície refletora interna.

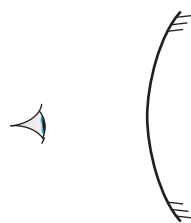


Representação de um espelho côncavo.

- Se a superfície refletora da calota for externa, tem-se um **espelho convexo**.



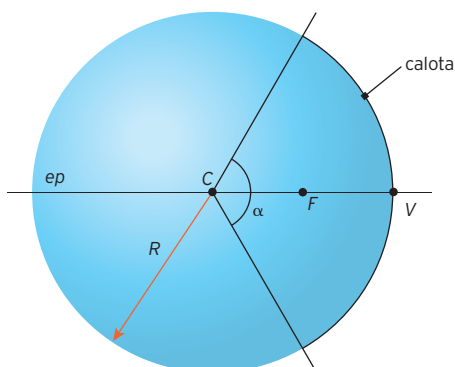
Superfície refletora externa.



Representação de um espelho convexo.

## Elementos dos espelhos esféricos

No esquema abaixo são apresentados alguns elementos dos espelhos esféricos que servem de guia para o traçado dos raios e a determinação de imagens.



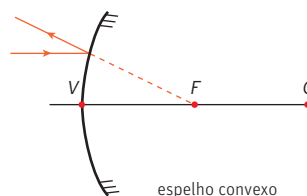
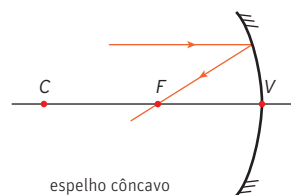
- Centro de curvatura (C):** centro da superfície esférica associada à curvatura do espelho.

- Vértice (V):** localizado no centro da calota esférica (centro do espelho).
- Foco principal (F):** situado entre o centro de curvatura e o vértice do espelho, exatamente no ponto médio do segmento  $\overline{CV}$ . A distância de F a V é chamada **distância focal (f)**.
- Eixo principal (ep):** reta que passa por C e V.
- Raio de curvatura (R):** raio da superfície esférica que gerou a calota.
- Ângulo de abertura ( $\alpha$ ):** ângulo de abertura do espelho.

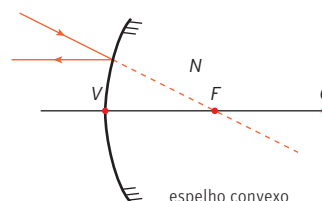
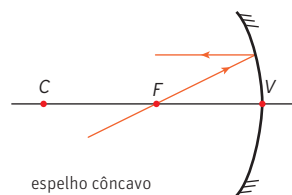
## Raios notáveis

A construção de uma imagem formada por um espelho esférico é obtida de um conjunto de raios cujas trajetórias após a reflexão são conhecidas previamente. São os chamados **raios notáveis**.

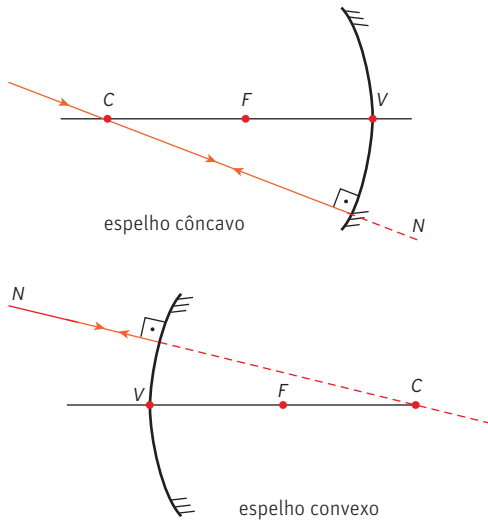
- Todo raio de luz que incide em um espelho paralelamente ao eixo principal reflete-se numa mesma direção passando pelo foco principal.



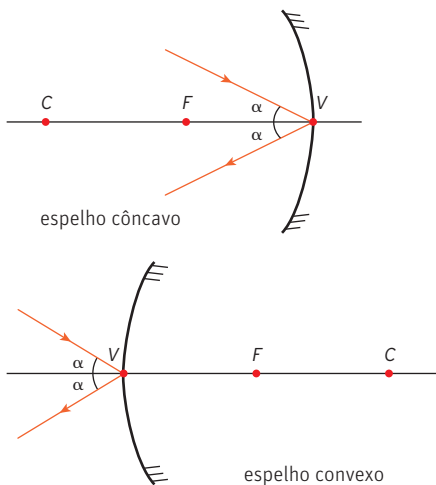
- Todo raio de luz que incide em um espelho passando pelo foco principal reflete-se paralelamente ao eixo principal.



- Todo raio de luz que incide em um espelho passando pelo centro de curva reflete-se sobre si mesmo.



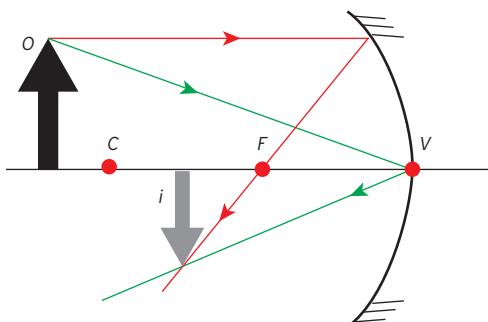
- Todo raio de luz que incide sobre o vértice do espelho reflete-se de forma simétrica ao eixo principal.



## Formação de imagens em espelhos esféricos

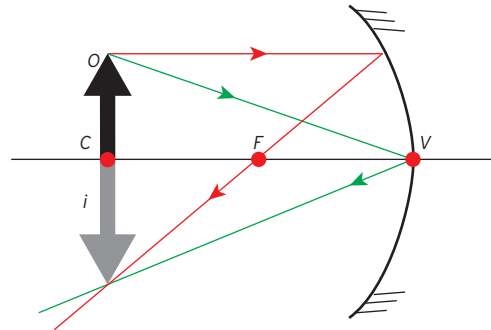
### Espelho côncavo

- Objeto localizado **antes do centro de curvatura**.



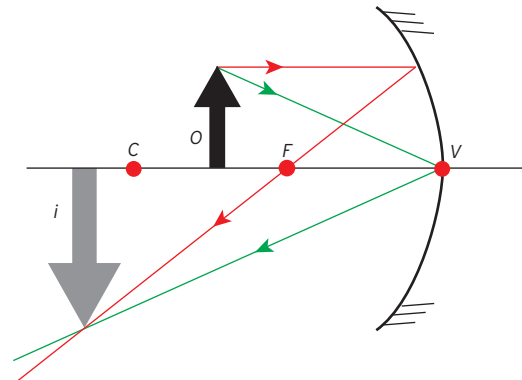
- Imagem real.
- Tamanho: menor que o objeto.
- Orientação: invertida.

- Objeto localizado **no centro de curvatura**.



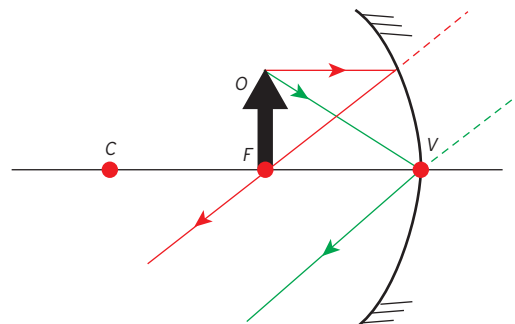
- Imagem real.
- Tamanho: igual ao do objeto.
- Orientação: invertida.

- Objeto localizado **entre o centro de curvatura e o foco**.



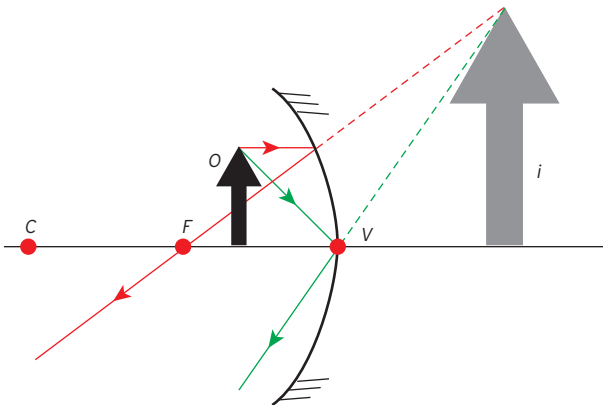
- Imagem real.
- Tamanho: maior que o objeto.
- Orientação: invertida.

- Objeto localizado **no foco**.



- Imagem imprópria (imagem no infinito)

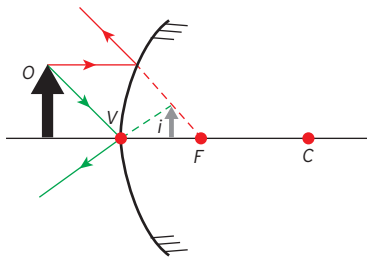
- Objeto localizado **entre o foco e o vértice**.



- Imagem virtual.
- Tamanho: maior que o objeto.
- Orientação: direita.

### Espelho convexo

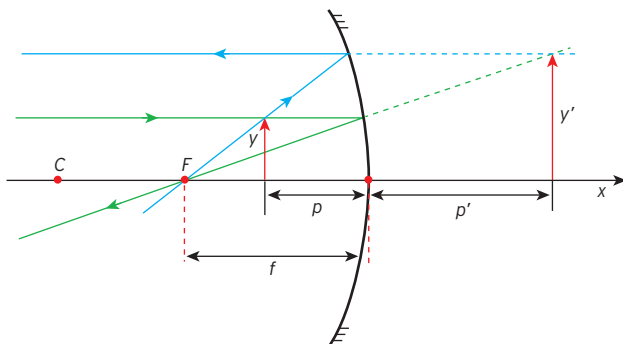
Os espelhos convexos produzem apenas um tipo de imagem, proporcionando redução de imagens e aumento no campo visual.



- Imagem virtual.
- Tamanho: menor que o objeto.
- Orientação: direita.

### Estudo analítico dos espelhos esféricos

O estudo analítico dos espelhos esféricos é feito em um sistema de referência, denominado **referencial de Gauss**. Nele as posições do objeto e de sua imagem podem ser caracterizadas por abscissas, bem como as respectivas alturas podem ser associadas às ordenadas.



Em relação ao referencial de Gauss, valem as seguintes convenções:

- **p – abscissa do objeto:** indica a posição do objeto.  
 $p > 0$ : o objeto está ao lado da luz incidente – **objeto real**.

$p < 0$ : o objeto está do outro lado do espelho, por isso é chamado de **objeto virtual**.

- **p' – abscissa da imagem.** Indica a posição da imagem.  
 $p' > 0$ : a imagem está ao lado da luz incidente – **imagem real**.

$p' < 0$ : a imagem está do outro lado – **imagem virtual**.

- **f – distância focal:** indica se o espelho é côncavo ou convexo.

$f > 0$ : o foco está ao lado da luz incidente – o foco é **real**, e trata-se de um **espelho côncavo**.

$f < 0$ : o foco está do outro lado do espelho – o foco é **virtual**, e o **espelho é convexo**.

- **y – altura do objeto, medida no eixo y.**

$y > 0$ : o objeto está acima do eixo principal.

$y < 0$ : o objeto está abaixo do eixo principal.

- **y' – altura da imagem, medida no eixo y.**

$y' > 0$ : a imagem está acima do eixo principal.

$y' < 0$ : a imagem está abaixo do eixo principal.

Se  $y'$  e  $y$  têm sinais contrários, a imagem é invertida em relação ao objeto.

### Equação de Gauss (ou dos espelhos esféricos)

A equação de Gauss estabelece uma relação entre a distância focal  $f$  do espelho esférico e as respectivas abscissas do objeto  $p$  e da imagem  $p'$ .

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

### Aumento linear transversal

A equação do aumento linear  $A$  estabelece uma relação entre as alturas do objeto  $y$  e da imagem  $y'$  e as respectivas abscissas  $p$  e  $p'$  do objeto e da imagem.

$$A = \frac{y'}{y} = -\frac{p'}{p}$$

Se  $A > 0$ , a imagem é **direita**; se  $A < 0$ , a imagem é **invertida**.

1. (UFRN) Os carros modernos usam diferentes tipos de espelhos retrovisores, de modo que o motorista possa melhor observar os veículos que se aproximam por trás dele. As fotos 1 e 2 abaixo mostram as imagens de um veículo estacionado, quando observadas de dentro de um carro, num mesmo instante, através de dois espelhos: o espelho plano do retrovisor interno e o espelho externo do retrovisor direito, respectivamente.



Foto 1



Foto 2

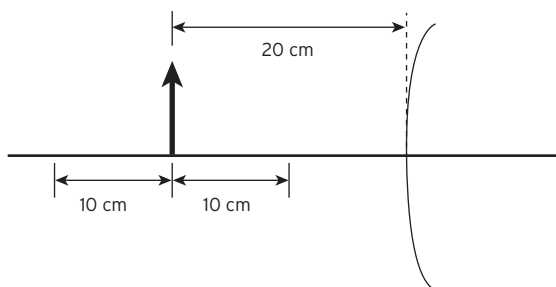
A partir da observação dessas imagens, é correto concluir que o espelho externo do retrovisor direito do carro é:

- convexo e a imagem formada é virtual.
  - côncavo e a imagem formada é virtual.
  - convexo e a imagem formada é real.
  - côncavo e a imagem formada é real.
2. (Unemat-MT) Uma mulher, em pé, enquanto retoca a maquiagem, observa os detalhes ampliados do seu rosto diante de um espelho esférico. Quanto ao tipo de espelho usado e a distância entre a pessoa e o espelho, é correto afirmar:
- Convexo; menor que a distância focal do espelho.
  - Convexo; maior que a distância focal do espelho.
  - Côncavo; igual à distância focal do espelho.
  - Côncavo; menor que a distância focal do espelho.
  - Côncavo; maior que a distância focal do espelho.
3. (Cefet-BA) Nos telescópios refletores que utilizam espelhos esféricos, a luz proveniente de uma estrela incide no espelho primário — a objetiva do telescópio — e, em seguida, é refletida no espelho secundário — a ocular do telescópio —, através da qual a imagem da estrela pode ser observada. Nessas condições, o espelho secundário deve estar situado:
- no foco da ocular.
  - no foco da objetiva.
  - no centro de curvatura da ocular.
  - no centro de curvatura da objetiva.
  - além do centro de curvatura da objetiva.
4. (Uespi) Um espelho esférico convexo possui distância focal, em módulo, igual a 40 cm. Um objeto é colocado a 160 cm do espelho. A que distância do espelho, em módulo, se encontra a sua imagem?
- a) 16 cm      b) 32 cm      c) 48 cm      d) 66 cm      e) 72 cm

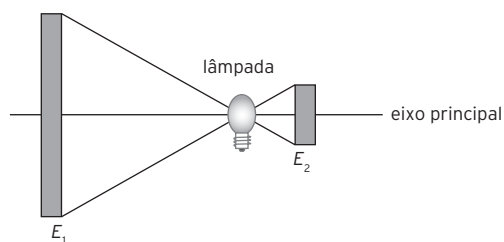
1.	Alternativa a	A imagem é formada pelo prolongamento dos raios refletidos.
2.	Alternativa d	Para ver a imagem aumentada e direita, o espelho precisa ser côncavo e o objeto deve estar antes do foco.
3.	Alternativa b	Os raios de luz vindos do infinito são paralelos e se encontram no foco. Devemos colocar a ocular nessa posição.
4.	Alternativa b	<p>Espelho convexo, foco de sinal negativo. Substituindo os dados fornecidos na equação de Gauss:</p> $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ $-\frac{1}{240} = \frac{1}{160} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{-4-1}{160}$ $p' = -32$ <p>A imagem se encontra a uma distância em módulo de 32 cm.</p>

5. Alternativa c	Se $f = 0,5$ cm então, o objeto foi colocado sobre o centro de curvatura. A imagem formada pelo espelho côncavo será real, invertida e igual.
6. Alternativa e	Primeiro calculamos a ampliação: $\frac{i}{o} = \frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{3,2}{16} = -\frac{p'}{p}$ $\frac{p'}{p} = -\frac{1}{5} \Rightarrow p' = -\frac{p}{5}$ Substituindo na equação de Gauss: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ $\frac{1}{-40} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-\frac{p}{5}} \Rightarrow \frac{1}{-40} = \frac{1}{p} - \frac{5}{p}$ $p = (-40) \cdot (-5) \Rightarrow p = 160$ O espelho se encontra a 160 cm do lápis
7. Alternativa a	Se o palito e sua imagem real estão a 30 cm do espelho, é porque o palito estava sobre o centro de curvatura, logo, $f = 15$ cm.
8. Alternativa a	O espelho é convexo, a imagem será virtual. Primeiramente calculamos a distância que a imagem ficará do espelho. Se o objeto está a 20 cm do espelho: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ $\frac{1}{-30} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{-2-3}{60}$ $p' = -12$ A imagem fica a 12 cm do espelho. Calculamos a imagem para o objeto a 10 cm do espelho: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ $\frac{1}{-30} = \frac{1}{10} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{-1-3}{30}$ $p' = -7,5$ A imagem fica a 7,5 cm do espelho. Calculamos a imagem para o objeto a 30 cm do espelho: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ $\frac{1}{-30} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{-1-1}{30}$ $p' = -15$ A imagem fica a 15 cm do espelho. Logo, as máximas distâncias à direita e à esquerda são, respectivamente, 3,0 e 4,5 cm.
9. Alternativa b	Foco de $E_1$ : pois os raios refletidos devem ser paralelos ao eixo óptico. Centro de curvatura de $E_2$ : pois os raios refletidos devem retornar sobre si mesmos.

5. (Uespi) Um estudante posiciona um objeto a 1 cm de um espelho esférico côncavo, de distância focal igual a 0,5 cm. A imagem que ele observa é:
- real e localizada a 0,5 cm do espelho.
  - virtual e localizada a 0,5 cm do espelho.
  - real e localizada a 1 cm do espelho.
  - virtual e localizada a 1 cm do espelho.
  - real e localizada a 2 cm do espelho.
6. (Uespi) Um lápis de altura 16 cm encontra-se diante de um espelho esférico convexo, com distância focal de valor absoluto 40 cm. A imagem do lápis tem a mesma orientação deste e altura igual a 3,2 cm. A que distância do espelho encontra-se o lápis?
- 10 cm
  - 20 cm
  - 40 cm
  - 140 cm
  - 160 cm
7. (Uespi) Um palito é fixado perpendicularmente ao eixo central de um espelho esférico côncavo. Ambos, o palito e a sua imagem real, encontram-se à distância de 30 cm do espelho. Pode-se concluir que tal espelho possui distância focal de:
- 15 cm
  - 30 cm
  - 45 cm
  - 60 cm
  - 75 cm
8. (Cefet-MG) A figura abaixo representa um objeto à frente de um espelho esférico convexo de raio de curvatura de 60 cm. Se esse objeto está em repouso a 20 cm do vértice sobre o eixo principal do espelho e, em seguida, oscila em torno da posição inicial com amplitude de 10 cm, então as máximas distâncias à direita e à esquerda em relação à imagem inicial serão, respectivamente, em cm, iguais a:



- 3,0 e 4,5
  - 3,0 e 7,5
  - 4,5 e 7,5
  - 7,5 e 12
  - 12 e 15
9. (UEA-AM) Um holofote refletor é constituído por uma lâmpada incandescente e dois espelhos esféricos coaxiais dispostos frente a frente em suas superfícies refletoras. Um espelho ( $E_1$ ) refletirá a luz emitida pela lâmpada para frente com raios paralelos ao eixo principal. O outro espelho ( $E_2$ ) refletirá a luz da lâmpada sobre ela mesma.



Dessa forma, ambos os espelhos devem ser \_\_\_\_\_ e a lâmpada incandescente deve ser colocada no \_\_\_\_\_ de  $E_1$  e no \_\_\_\_\_ de  $E_2$ .

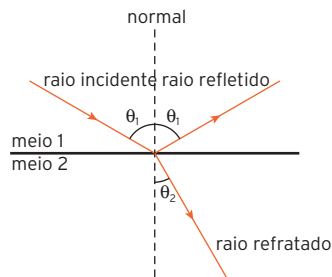
A alternativa que preenche, correta e respectivamente, as lacunas é:

- côncavos; centro de curvatura; foco.
- côncavos; foco; centro de curvatura.
- côncavos; foco; foco.
- convexos; foco; centro de curvatura.
- convexos; centro de curvatura; foco.



# Refração da luz

A **refração** da luz ocorre quando a luz passa de um meio de propagação para outro.



Na refração, a velocidade de propagação da luz varia.

O **índice de refração** ( $n$ ) relaciona a velocidade da luz em um meio ( $v$ ) com a velocidade da luz no vácuo ( $c$ ).

$$n = \frac{c}{v}$$

O índice de refração  $n$  é uma grandeza adimensional.

No vácuo, a luz se propaga com velocidade de aproximadamente  $c = 3 \cdot 10^8$  km/s ou  $c = 3 \cdot 10^{10}$  m/s. Nos meios materiais, a velocidade da luz é menor do que  $c$ .

Consideramos a velocidade da luz no ar aproximadamente igual à velocidade da luz no vácuo. Assim,  $v \cong c$  e  $n_{\text{ar}} \cong 1$ .

No vácuo, o índice de refração da luz é igual a 1, pois  $v = c$ .

## Leis da refração

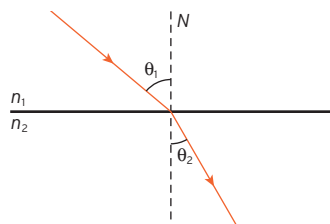
### Primeira lei da refração

O raio incidente, o raio refratado e a reta normal estão todos contidos em um mesmo plano.

### Segunda lei da refração – lei de Snell-Descartes

O produto do seno do ângulo que o raio forma com a reta normal e o índice de refração do meio em que o raio se encontra é constante.

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

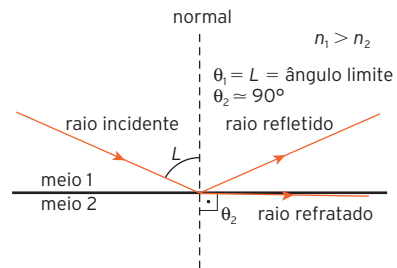


- Quando  $n_1 < n_2$ , a luz se propaga do meio **menos refringente** para o meio **mais refringente**.  $n_1 < n_2 \Rightarrow \theta_1 > \theta_2$ , o raio refratado se aproxima da reta normal.
- Quando  $n_1 > n_2$ : a propagação da luz é do meio **mais refringente** para o **menos refringente**.  $n_1 > n_2 \Rightarrow \theta_1 < \theta_2$ ; o raio refratado se afasta da reta normal.

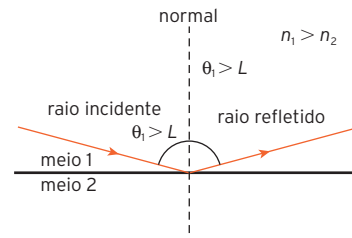
## Reflexão total

Ocorre quando, ao incidir um feixe de luz na superfície que separa os meios 1 e 2, nenhuma parcela do raio de luz é refratada, ou seja, todo o feixe de luz é refletido.

Quando o raio de luz se propaga do meio mais refringente para o menos refringente, existe um valor limite  $L$  para o ângulo de incidência, para o qual os raios são refratados quase paralelamente à superfície de separação dos meios.



O ângulo de incidência tem que ser maior que o ângulo limite  $L$ .



## Cálculo do ângulo limite $L$

Para calcular o valor do ângulo limite  $L$ , usa-se a lei de Snell, considerando-se o ângulo de refração  $\theta_2$  igual a  $90^\circ$ .

Ao aplicar essa medida na equação, obtém-se a expressão:

$n_1 \cdot \sin L = n_2 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow n_1 \cdot \sin L = n_2 \cdot 1$  que pode ser escrita como:

$$\sin L = \frac{n_2}{n_1}$$





5. Alternativa b

Primeiramente calculamos o índice de refração na placa:

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

$$1 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} \cdot \sin \theta_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \cdot \sin \theta_2$$

$$\theta_2 = 30^\circ$$

Usando a equação do desvio lateral (lâminas de faces paralelas):

$$d = \frac{e \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}$$

$$d = \frac{10 \cdot \sin(60^\circ - 30^\circ)}{\cos 30^\circ} \Rightarrow d = \frac{10 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$d = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

O desvio é  $\frac{10}{\sqrt{3}}$  cm.

6. Alternativa d

Em primeiro lugar determinamos o índice de refração do meio em que ocorrerá a reflexão total. Através de Snell-Descartes e retirando os dados do gráfico:

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

$$1 \cdot 0,54 = n_2 \cdot 0,3$$

$$n_2 = 1,8$$

Calculando o ângulo limite:

$$n_1 \cdot \sin L = n_2 \cdot \sin 90^\circ$$

$$1,8 \cdot \sin L = 1 \cdot 1$$

$$\sin L = 0,55$$

O valor do seno do ângulo limite desse material é aproximadamente 0,56.

7. Gabarito: (102) F, (103) F, (104) F

102. Calculando o ângulo limite:

$$n_0 \cdot \sin L = n_1 \cdot \sin 90^\circ$$

$$n_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = n_1 \cdot 1$$

$$n_0 = 1,41 \cdot n_1$$

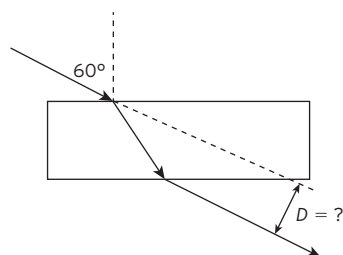
103. Como o ângulo  $\theta$  é de  $45^\circ$ , o raio vermelho é a diagonal de um quadrado, logo:

$$D_{\text{azul}} = 1,5 \cdot d_1$$

$$D_{\text{vermelho}} = 1,5 \cdot d_1 \cdot \sqrt{2}, \text{ portanto superior em } 41\%.$$

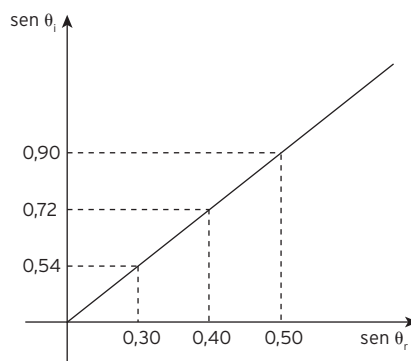
104. Incorreta. A fração que fosse refletida seria transmitida através da fibra.

5. (Cefet-MG) Sobre uma placa transparente de 10 cm de espessura, cujo índice de refração é  $\sqrt{3}$ , imersa no ar, um raio de luz monocromática incidente forma um ângulo de  $60^\circ$  com a normal, como ilustra a seguinte figura.



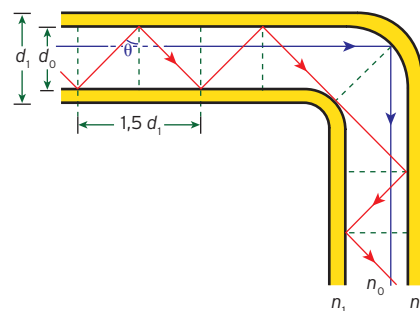
- O desvio lateral  $D$  sofrido pelo raio, em centímetros, é aproximadamente igual a:
- a)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       b)  $\frac{10}{\sqrt{3}}$       c)  $\frac{20}{\sqrt{3}}$       d)  $\frac{5}{\sqrt{3}}$       e)  $\frac{15}{\sqrt{3}}$

6. (UEA-AM) Considere um raio de luz monocromático que se propaga no ar e incide sobre um meio material refratando-se. Um aluno varia o ângulo de incidência ( $\theta_1$ ) do raio luminoso e mede o ângulo de refração ( $\theta_2$ ), obtendo o gráfico  $\sin \theta_1$  versus  $\sin \theta_2$ , indicado a seguir.



- Considerando o índice de refração do ar igual a 1, pode-se afirmar corretamente que o seno do ângulo limite de refração desse meio material, vale, aproximadamente:
- a) 0,25      b) 0,35      c) 0,45      d) 0,56      e) 0,95

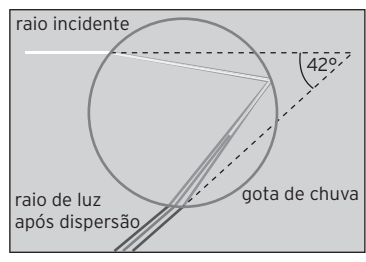
7. (UnB-DF) A figura ao lado ilustra o esquema de transmissão da luz através de uma fibra óptica composta de um núcleo com diâmetro  $d_0$  e índice de refração  $n_0$  revestido por uma capa de material cujo índice de refração é  $n_1$ , conferindo à fibra o diâmetro externo  $d_1$ . Nessa figura, as direções de propagação de dois raios luminosos, representados pelas linhas em azul e vermelho, sofrem desvio de  $90^\circ$  devido à curvatura da fibra óptica e ambos os raios atingem a interface entre o núcleo e a capa a  $45^\circ$ .



- Tendo como referência as informações acima apresentadas, julgue os itens de 102 a 104, assumindo que não há dependência do índice de refração do material em relação ao comprimento de onda da luz.
102. Na situação apresentada, conclui-se que  $n_0 > 1,45 n_1$ .
103. Com relação aos raios refletidos, o caminho óptico percorrido pelo raio de luz vermelho é superior em 66% ao percorrido pelo raio de luz azul.
104. Se os valores dos índices de refração do núcleo e da capa fossem trocados um pelo outro, nenhuma luz seria transmitida através da fibra.

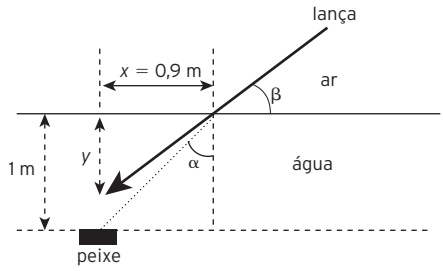
8. (Unemat-MT) As fibras óticas representaram uma revolução na forma de transmitir informações. Com o sistema de fibra ótica, mais dados são enviados através de distâncias mais longas, com menor número de fios, ausência de interferências eletromagnéticas, além de se tornar mais vantajoso economicamente. O uso da fibra ótica tem se popularizado cada dia mais, desde iluminação de piscinas até exames para examinar o interior de uma artéria de um paciente com a introdução de feixes de fibra ótica. A comunicação por fibra se realiza através da propagação do sinal, obedecendo a um importante fenômeno da ótica geométrica:
- Dispersão interna total.
  - Dispersão.
  - Absorção.
  - Absorção interna total.
  - Reflexão interna total.

9. (Uespi) O arco-íris é um fenômeno ótico em que a luz do Sol é decomposta em seu espectro de cores (dispersão) pela interação com as gotas de chuva aproximadamente esféricas em suspensão na atmosfera. A figura a seguir mostra esquematicamente como isso ocorre no caso do arco-íris primário. Nela encontram-se ilustradas:



- duas refrações e uma reflexão.
- duas reflexões e uma refração.
- duas reflexões e duas refrações.
- três refrações.
- três reflexões.

10. (Fuvest-SP) Um jovem pesca em uma lagoa de água transparente, utilizando, para isto, uma lança. Ao enxergar um peixe, ele atira sua lança na direção em que o observa. O jovem está fora da água e o peixe está 1 m abaixo da superfície. A lança atinge a água a uma distância  $x = 90$  cm da direção vertical em que o peixe se encontra, como ilustra a figura abaixo.



- Para essas condições, determine:
- o ângulo  $\alpha$ , de incidência na superfície da água, da luz refletida pelo peixe;
  - o ângulo  $\beta$  que a lança faz com a superfície da água;
  - a distância  $y$ , da superfície da água, em que o jovem enxerga o peixe.

**Note e adote**

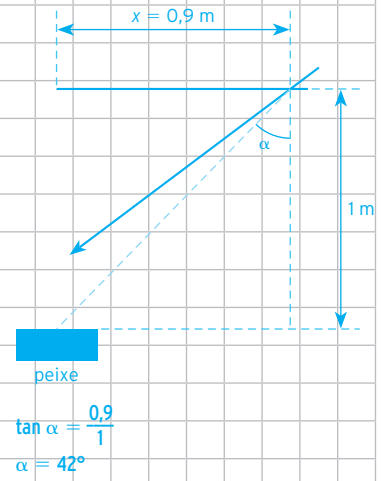
Índice de refração do ar: 1  
 Índice de refração da água: 1,3  
 Lei de Snell:  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$

Ângulo $\theta$	Sen $\theta$	tg $\theta$
30°	0,50	0,58
40°	0,64	0,84
42°	0,67	0,90
53°	0,80	1,33
60°	0,87	1,73

8. Alternativa e  
 O fenômeno da reflexão total só ocorre quando o meio de incidência do raio luminoso é mais refringente que o meio que o envolve.

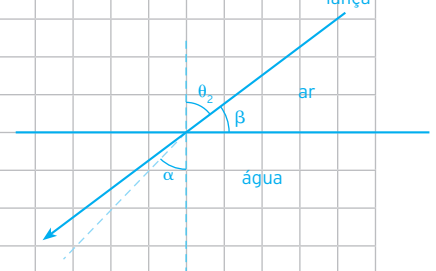
9. Alternativa a  
 Observando a figura, vemos que o raio incidente ao atingir a gota sofre refração; em seguida, ao atingir a interface oposta, sofre reflexão total e depois deixa a gota refratando.

10. Gabarito  
 a. Observando a figura:



O ângulo  $\alpha$  observando a tabela fornecida é de  $42^\circ$

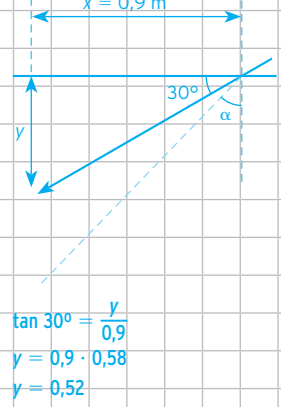
- b. Através de Snell-Descartes na figura a seguir:



$n_{\text{água}} \cdot \sin 42^\circ = n_{\text{ar}} \cdot \sin \theta_2$   
 $1,3 \cdot 0,67 = 1 \cdot \sin \theta_2$   
 $\sin \theta_2 = 0,86$

Consultando a tabela fornecida o ângulo é de  $60^\circ$ , desse modo concluímos que os ângulos  $\theta_2$  e  $\beta$  são complementares, logo  $\beta = 30^\circ$ .

- c. Observando a figura:



A profundidade  $y$  é igual a 0,52 m.

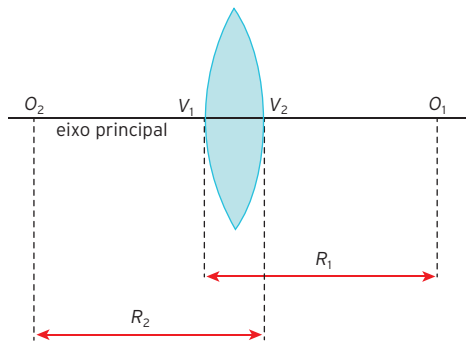
# Lentes esféricas

## Elementos geométricos de uma lente esférica

Lentes esféricas são os sistemas ópticos que refratam a luz e têm pelo menos uma superfície esférica.

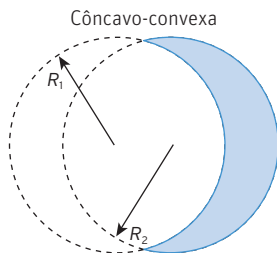
As lentes esféricas são usadas na fabricação de óculos, câmeras e microscópios.

O esquema a seguir mostra os elementos geométricos de uma lente esférica.



- **centros de curvatura** ( $O_1$  e  $O_2$ ) das faces da lente;
- **raios de curvatura** ( $R_1$  e  $R_2$ ) das faces da lente;
- **eixo principal**: reta que passa pelos centros de curvatura ( $O_1$  e  $O_2$ );
- **vértices** ( $V_1$  e  $V_2$ ): pontos de interseção entre o eixo principal e as faces da lente.

Observação: de acordo com a espessura da borda, as lentes podem ser classificadas em dois grupos: **lentes de bordas finas** (plano-convexa, biconvexa e côncavo-convexa) ou **lentes de bordas grossas** (plano-côncava, bicôncava e convexa-côncava), conforme mostra o esquema a seguir. O tipo de lente mais comum nos exercícios é a lente de borda fina côncavo-convexa.



## Comportamento óptico das lentes esféricas

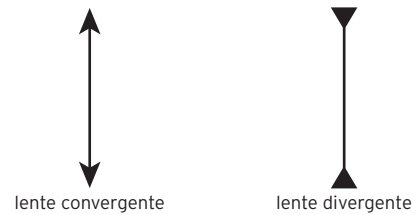
De acordo com o comportamento óptico (em relação aos raios luminosos que as atravessam), as

lentes esféricas podem ser classificadas em: **lentes convergentes** ou **lentes divergentes**.

As lentes têm índice de refração  $n_L$ , e o meio material no qual os raios luminosos se propagam apresenta índice de refração  $n_{\text{meio}}$ , ( $n_{\text{meio}} \neq n_L$ ).

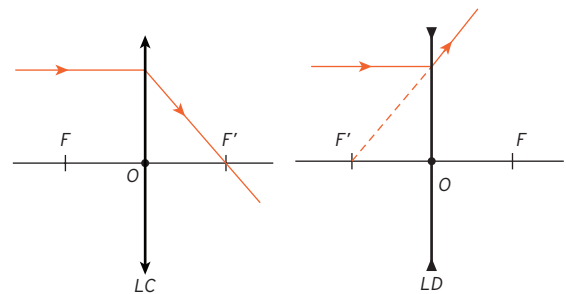
Lente	Bordas finas	Bordas grossas
Divergente	$n_{\text{lente}} < n_{\text{meio}}$	$n_{\text{lente}} > n_{\text{meio}}$
Convergente	$n_{\text{lente}} > n_{\text{meio}}$	$n_{\text{lente}} < n_{\text{meio}}$

Por convenção, adota-se a seguinte representação simplificada para as lentes esféricas:



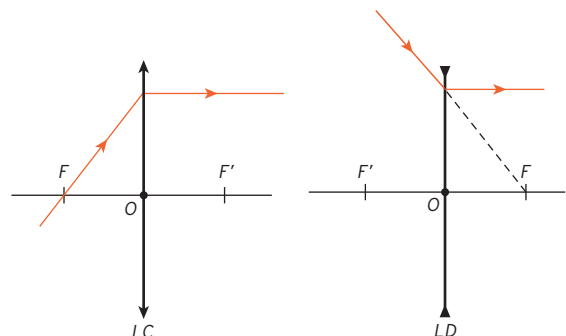
## Raios notáveis

- Raio de luz **paralelo ao eixo principal**



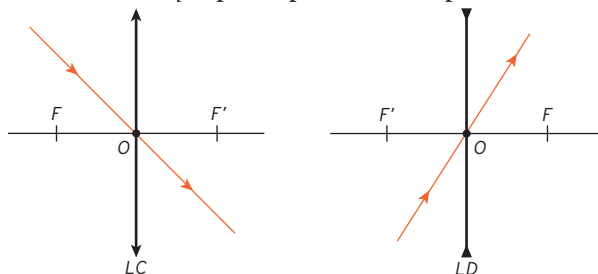
O raio que incide paralelamente ao eixo principal da lente é refratado e emerge na direção do foco  $F'$ .

- Raio de luz **na direção do foco**



O raio que incide na direção do foco da lente ( $F$ ) é refratado e emerge paralelamente ao eixo principal.

- Raio de luz que **passa pelo centro óptico**

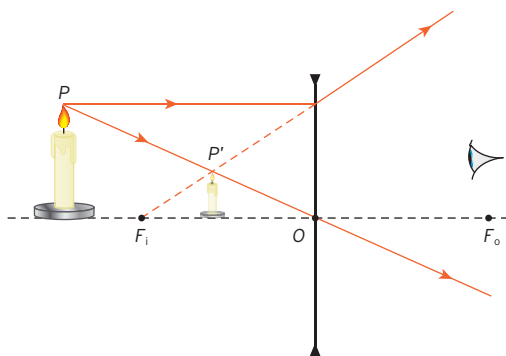


O raio de luz que passa pelo centro óptico ( $O$ ) da lente sofre refração e emerge sem apresentar nenhum desvio na trajetória.

### Imagens formadas por lentes divergentes

Independentemente da distância do objeto à lente, as lentes divergentes fornecem sempre imagens com as mesmas características, que são as seguintes:

- Imagem: virtual
- Tamanho: menor que o objeto.
- Orientação: direita.
- Posiciona-se entre o foco e o centro óptico da lente.

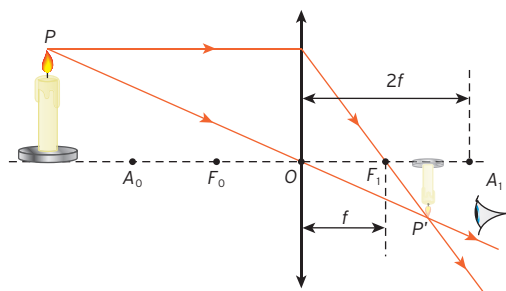


### Imagens formadas por lentes convergentes

A distância do objeto à lente define as características das imagens formadas em lentes convergentes. De maneira geral:

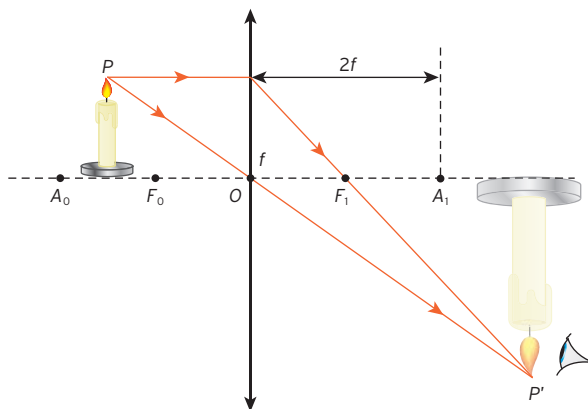
- quando o objeto se encontra antes do foco da lente, a imagem é real e, portanto, invertida em relação ao objeto;
- quando o objeto se encontra entre o foco e o centro óptico da lente, a imagem é virtual e direita em relação à orientação do objeto.

### Objeto $P$ situado a uma distância da lente maior que $2f$



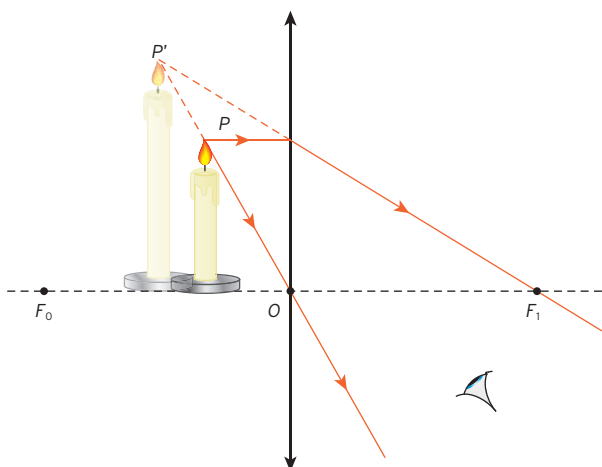
- Imagem real: formada por raios luminosos reais emergentes.
- Tamanho: menor que o objeto.
- Orientação: invertida.
- Posição: localizada a uma distância da lente entre  $f$  e  $2f$ .

### Objeto $P$ situado a uma distância da lente entre $f$ e $2f$



- Imagem real: formada por raios luminosos reais emergentes.
- Tamanho: maior que o objeto.
- Orientação: invertida em relação ao objeto.
- Posição: localizada a uma distância da lente maior que  $2f$ .

### Objeto $P$ situado a uma distância da lente menor que $f$



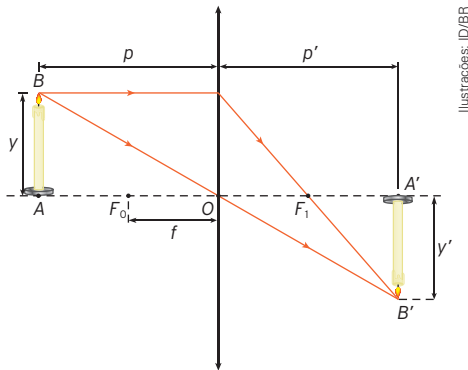
Ilustrações: ID/BR

- Imagem virtual: obtida por meio dos prolongamentos dos raios luminosos emergentes.
- Tamanho: maior que o objeto.
- Orientação: direita, pois objeto e imagem estão orientados “para cima”.
- Posição: localizada entre o foco ( $F_0$ ) e o centro óptico ( $O$ ) da lente.

## ■ Estudo analítico das lentes esféricas delgadas

Por meio de construções geométricas, é possível aplicar um *método gráfico* para a obtenção das imagens produzidas por lentes esféricas delgadas.

Abaixo, reproduzimos o esquema de uma construção, com o objeto  $AB$  e sua imagem conjugada  $A'B'$ .



Ilustrações: ID/BR

Nesse esquema, destacam-se os seguintes parâmetros:

- $p$ : distância do objeto à lente;
- $p'$ : distância da imagem à lente;
- $y$ : tamanho do objeto;
- $y'$ : tamanho da imagem;
- $f$ : distância focal da lente.

Esquema de formação de imagens de um objeto em uma lente convergente e seus principais parâmetros.

A análise geométrica do esquema conduz à **equação de Gauss**, que relaciona as posições da imagem e do objeto em relação à distância focal da lente, de forma similar à utilizada para espelhos esféricos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

O aumento linear transversal ( $A$ ) é definido pela expressão:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{-p'}{p} = \frac{f}{f - p}$$

Ao aplicar essas equações, é preciso especial atenção à convenção de sinais adotada, resumi-da neste quadro:

Parâmetros	Valor positivo (+)	Valor negativo (-)
$p$	Objeto <b>real</b> .	Objeto <b>virtual</b> .
$p'$	Imagem <b>real</b> (imagem e objeto localizados em lados opostos da lente).	Imagem <b>virtual</b> (imagem e objeto localizados do mesmo lado da lente).
$y$	Objeto "apontando para cima".	Objeto "apontando para baixo".
$y'$	Imagem "apontando para cima".	Imagem "apontando para baixo".
$f$	Lente <b>convergente</b> (foco real).	Lente <b>divergente</b> (foco virtual).

### Vergência de uma lente

A **vergência** ( $V$ ), também chamada de convergência, é mais uma grandeza característica das lentes que se relaciona com a distância focal ( $f$ ) da lente pela seguinte expressão:

$$V = \frac{1}{f}$$

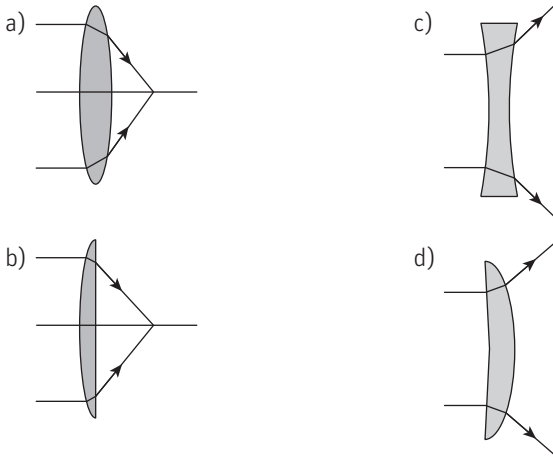
Se a distância focal for em metro, a unidade da vergência será  $\text{m}^{-1}$ , que recebe o nome de **dioptria (di)**.

A vergência de uma lente está relacionada com a sua capacidade em desviar a luz que sobre ela incide.

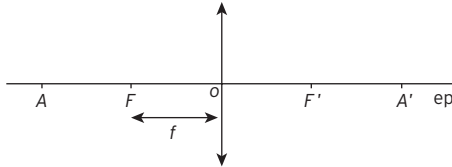
A dioptria especifica as características das lentes usadas, por exemplo, em óculos, mas, na linguagem do dia a dia, costuma ser erroneamente associada aos "graus" dos óculos.

Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

1. (UnB-DF) Assinale a opção que apresenta traçado **incorreto** dos raios luminosos refratados pela lente, para incidência normal.



2. (UPE) A figura abaixo representa uma lente delgada convergente. O ponto  $O$  é o centro óptico,  $F$  é o foco principal do objeto,  $f$  é a distância focal e  $A$  é o ponto antiprincipal, que dista em relação ao centro óptico  $2f$ .



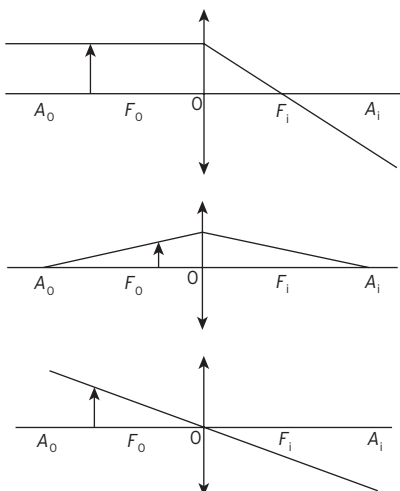
Em referência ao posicionamento do objeto e à respectiva imagem, assinale a alternativa correta.

- (1.) Quando a distância do objeto ao centro óptico é maior que o dobro da distância focal, a imagem obtida é real, invertida e menor.
- (2.) Quando o objeto se encontra sobre o ponto antiprincipal, a imagem é real, invertida e de mesmo tamanho.
- (3.) Quando a imagem é real, invertida e menor, o objeto encontra-se entre  $A$  e  $F$ .
- (4.) Quando o objeto encontra-se entre o foco e o centro óptico, a imagem é real, direita e maior.
- (5.) Quando a imagem é imprópria, o objeto encontra-se na metade do ponto antiprincipal.

A soma dos números entre parênteses ( ) que corresponde aos itens errados é igual a:

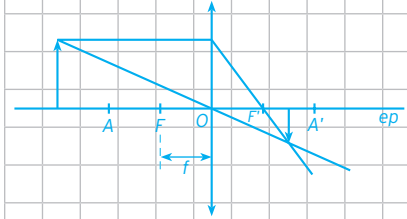
- a) 15      b) 7      c) 6      d) 8      e) 4

3. (IFPE) Analisando os três raios notáveis de lentes esféricas convergentes, dispostas pela figura abaixo, podemos afirmar que:

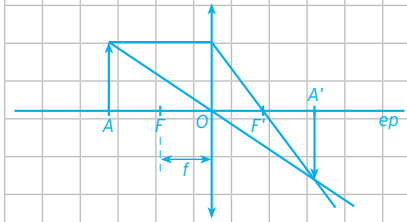


1. Alternativa d  
A lente é convergente, mas os raios estão divergindo ao atravessá-la.

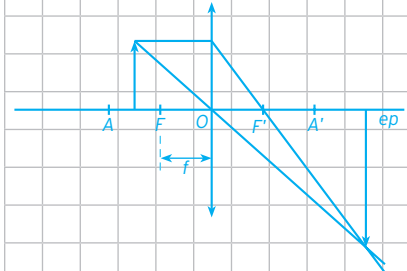
2. Alternativa b  
1. Correta. O objeto estará além do ponto antiprincipal objeto, a imagem que a lente produz é real, invertida e menor.



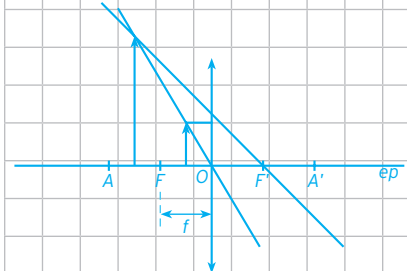
2. Correta. Objeto sobre o ponto antiprincipal objeto, a imagem será real, invertida e do mesmo tamanho.



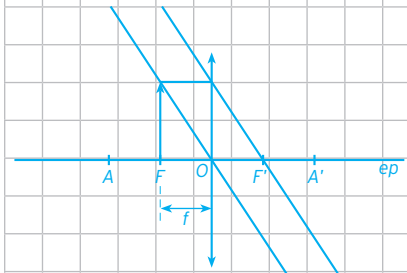
3. Incorreta. O objeto se encontra entre  $f$  e  $v$ .



4. Incorreta. A imagem é invertida.



5. Correta. Encontra-se sobre o foco.



3. Alternativa c  
As imagens apresentam os 3 raios notáveis corretamente, seguem as explicações a seguir:  
Na primeira: raio incidente paralelo ao eixo principal, que refrata passando pelo foco.  
Na segunda: raio que incide sobre o ponto antiprincipal  $A_o$  e refrata passando pelo ponto antiprincipal  $A_i$ .  
Na terceira: raio que incide passando pelo vértice e refrata sem sofrer desvio.

4. Alternativa d

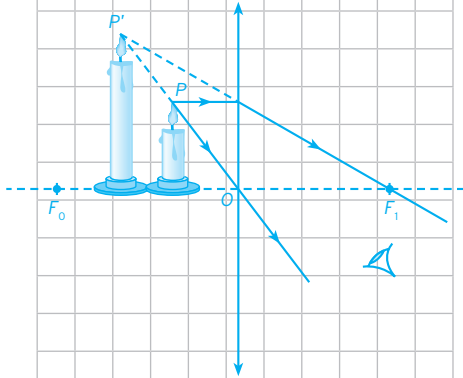
O material (vidro) é o mesmo, logo as velocidades serão iguais e menores que a velocidade da luz no ar.

5. Alternativa b

Analisando o esquema percebemos que:

- Objeto está localizado antes do foco;
- A imagem é maior que o objeto;
- A imagem é direita em relação ao objeto;
- A imagem é virtual, forma-se atrás do objeto.

Assim, podemos concluir que trata-se de uma lente convergente. Veja o exemplo abaixo.



6. Alternativa b

Quando  $n_{\text{lente}} > n_{\text{meio}}$  a lente de bordas finas tem comportamento convergente.

7. Alternativa b

Conforme os dados apresentados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{50} = \frac{1}{46} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{46 - 50}{2300}$$

$$p' = -575$$

A ampliação será:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$A = \frac{(-575)}{46}$$

$$A = 12,5$$

A ampliação obtida é de 12,5 vezes. Como o diâmetro do fio de cabelo é de 0,1 mm, ao multiplicarmos pelo fator de ampliação:  $0,1 \cdot 12,5 = 1,25$ , logo a imagem será vista com 1,25 mm.

8. Alternativa a

Conforme os dados fornecidos no problema:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$10 = -\frac{p'}{p}$$

$$p' = -10 \cdot p$$

Substituindo em:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-10p}$$

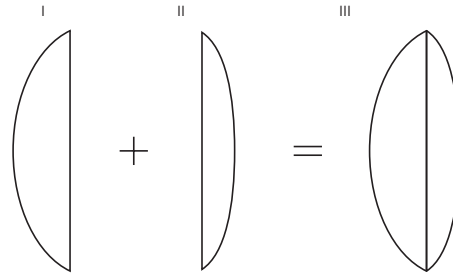
$$\frac{1}{10} = \frac{10 - 1}{10p}$$

$$p = 9$$

O objeto (impressão digital) se encontra a 9 cm da lupa.

- a) apenas um raio está correto.
- b) apenas dois raios são corretos.
- c) os três raios são corretos.
- d) os raios notáveis dependem da posição do objeto, em relação ao eixo principal.
- e) os raios notáveis dependem da posição da lente, em relação ao eixo principal.

4. (Cefet-MG) Duas lentes plano-convexas, delgadas e feitas do mesmo vidro, I e II, com distâncias focais  $f_I < f_{II}$ , respectivamente, são justapostas para formar uma terceira lente, conforme figura.



Considerando:

$v$  = velocidade de um raio de luz propagando-se no ar,

$v_I$  = velocidade de um raio de luz no interior da lente I,

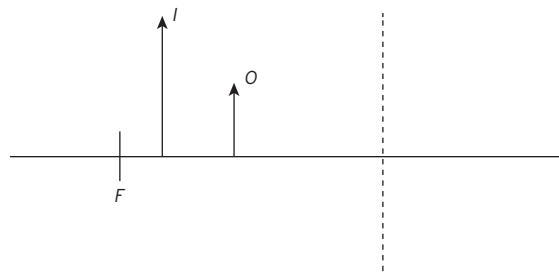
$v_{II}$  = velocidade de um raio de luz no interior da lente II,

$v_{III}$  = velocidade de um raio de luz no interior da lente III,

a relação correta entre essas velocidades é:

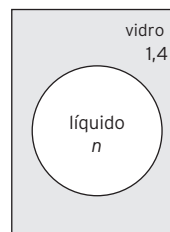
- a)  $v_I = v_{II} = v_{III} > v$
- b)  $v_I > v_{II} > v_{III} > v$
- c)  $v_I < v_{II} < v_{III} = v$
- d)  $v_I = v_{II} = v_{III} < v$
- e)  $v_I < v_{II} < v_{III} < v$

5. (Cefet-MG) Na figura abaixo, a linha tracejada representa um instrumento óptico de distância focal  $F$ , um objeto  $O$  e sua imagem  $I$ .



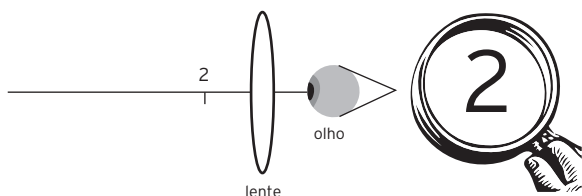
Esse instrumento é um(a):

- a) lente divergente.
  - b) lente convergente.
  - c) espelho plano ou uma lente divergente.
  - d) espelho convexo ou uma lente divergente.
  - e) espelho côncavo ou uma lente convergente.
6. (Fuvest-SP) Um objeto decorativo consiste de um bloco de vidro transparente, de índice de refração igual a 1,4, com a forma de um paralelepípedo, que tem, em seu interior, uma bolha, aproximadamente esférica, preenchida com um líquido, também transparente, de índice de refração  $n$ . A figura a seguir mostra um perfil do objeto.



Nessas condições, quando a luz visível incide perpendicularmente em uma das faces do bloco e atravessa a bolha, o objeto se comporta, aproximadamente, como:

- uma lente divergente, somente se  $n > 1,4$ .
  - uma lente convergente, somente se  $n > 1,4$ .
  - uma lente convergente, para qualquer valor de  $n$ .
  - uma lente divergente, para qualquer valor de  $n$ .
  - se a bolha não existisse, para qualquer valor de  $n$ .
7. (Uern) Uma lupa de distância focal igual a 50 mm é utilizada para observar um fio de cabelo de 0,1 mm de espessura. Posicionando adequadamente a lupa a 46 mm do fio, a imagem observada terá uma espessura de:
- 0,50 mm
  - 1,25 mm
  - 0,75 mm
  - 2,00 mm
8. (UFPR) Um datiloscopista munido de uma lupa analisa uma impressão digital. Sua lupa é constituída por uma lente convergente com distância focal de 10 cm. Ao utilizá-la, ele vê a imagem virtual da impressão digital aumentada de 10 vezes em relação ao tamanho real. Com base nesses dados, assinale a alternativa correta para a distância que separa a lupa da impressão digital.
- 9,0 cm
  - 20,0 cm
  - 10,0 cm
  - 15,0 cm
  - 5,0 cm
9. (Unifesp) Uma lente convergente pode servir para formar uma imagem virtual, direita, maior e mais afastada do que o próprio objeto. Uma lente empregada dessa maneira é chamada lupa, e é utilizada para observar, com mais detalhes, pequenos objetos ou superfícies.
- Um perito criminal utiliza uma lupa de distância focal igual a 4,0 cm e fator de ampliação da imagem igual a 3,0 para analisar vestígios de adulteração de um dos números de série identificador, de 0,7 cm de altura, tipados em um motor de um automóvel.



- A que distância do número tipado no motor o perito deve posicionar a lente para proceder sua análise nas condições descritas?
  - Em relação à lente, onde se forma a imagem do número analisado? Qual o tamanho da imagem obtida?
10. (UFRJ) A figura a seguir mostra uma lente convergente de distância focal 10 cm frente a um espelho plano paralelo à lente. O espelho encontra-se a uma distância de 20 cm do vértice V da lente. Do outro lado da lente, uma vela de 6,0 cm de altura encontra-se a uma distância de 30 cm do vértice da lente.
- 
- Calcule a distância entre a vela e sua imagem formada pelo espelho plano.
  - Calcule a altura da imagem da vela formada pelo espelho plano.

9. Gabarito a)  $p = 2,67$  cm, b)  $p' = -8$  cm; a imagem terá 2,1 cm de altura

Resolução

a. Conforme os dados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-3p}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3-1}{3p}$$

$$p = \frac{8}{3}$$

O objeto (número de chassi) se encontra a uma distância igual a  $p = \frac{8}{3}$  cm.

b. Calculando a distância que a imagem ficará da lente:

$$A = \frac{p'}{p} \Rightarrow 3 = -\frac{p'}{\frac{8}{3}}$$

$$p' = -8$$

A imagem se forma a uma distância de 8 cm da lente.

O tamanho da imagem será:

$$A = \frac{i}{o}$$

$$3 = \frac{i}{0,7}$$

$$i = 2,1$$

A imagem terá 2,1 cm de altura.

10. Gabarito a)  $p' = 15$  cm, b) A imagem tem uma altura de 3 cm.

Resolução

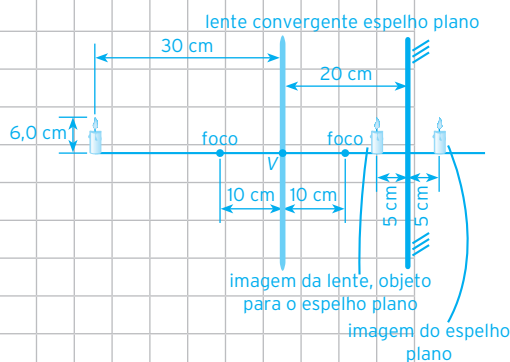
a. Conforme os dados apresentados e observando a figura:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{3-1}{30}$$

$$p' = 15$$

A imagem da vela se forma 15 cm à direita da vela. A imagem da vela será objeto para o espelho plano e estará posicionada 5 cm à sua frente. A imagem que o espelho plano produz é simétrica em relação a ele e com o mesmo tamanho, a posição dessa imagem fica 5 cm à direita do espelho.



Logo, a distância que separa o objeto (vela) da imagem final produzida pelo espelho é:

$$D = 30 + 20 + 5 \Rightarrow D = 55$$

Uma distância  $D = 55$  cm.

b. A altura que o espelho plano produz é a mesma do objeto, ou seja, da imagem produzida pela lente.

$$\frac{p'}{p} = \frac{i}{o} \Rightarrow -\frac{15}{30} = \frac{i}{6}$$

$$i = 3$$

A imagem final produzida pelo espelho plano tem uma altura de 3 cm.

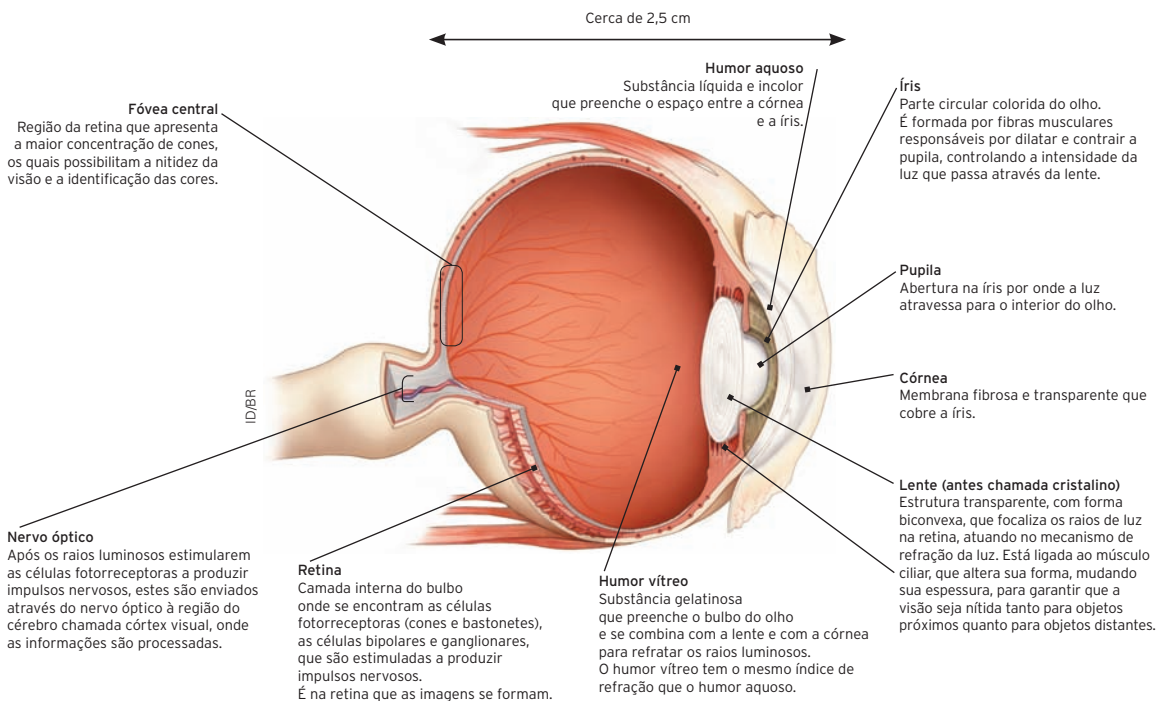


# Fisiologia do olho humano

## ■ Estrutura e funcionamento do olho humano

O olho humano é um órgão sensível à luz que pode ser considerado um instrumento óptico de captação da luz e de formação de imagens.

O esquema a seguir apresenta as estruturas constituintes do olho humano, com as respectivas descrições e funções.



## ■ Distúrbios da visão

Os principais distúrbios relacionados à nitidez da imagem são:

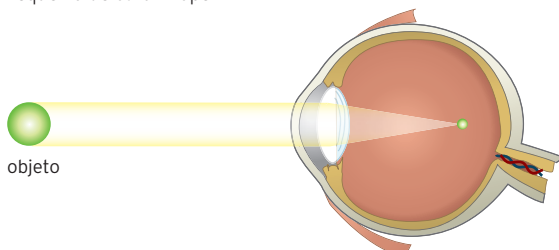
### Miopia

Distúrbio que dificulta enxergar com nitidez **objetos distantes**.

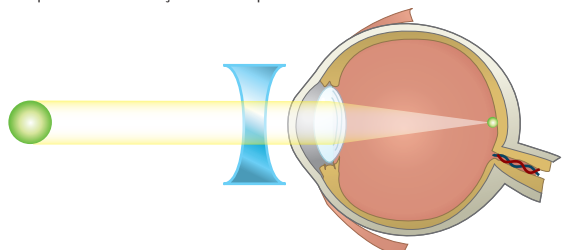
Os raios luminosos provenientes de objetos distantes – raios paralelos, que incidem na córnea – são focalizados antes de chegar à retina, tornando a imagem desfocada.

A correção da miopia é feita por **lente divergente**. Observe os esquemas.

Esquema de olho míope



Esquema de correção da miopia



Quando os músculos ciliares estão relaxados, os raios luminosos são focalizados *antes* da retina. O olho míope tem o ponto remoto (PR) *menor* que o de um olho saudável.

Nesse caso, usam-se *lentes divergentes*, que proporcionam menor convergência. Com isso, a imagem se forma na retina, de modo que se torne nítida.

A distância focal ( $f$ ) da lente corretiva para miopia pode ser obtida da equação de Gauss, adotando-se para  $p$  (a distância do objeto à lente), o ponto remoto ( $PR$ ) no infinito, e considerando  $p' = -d_{\text{máx}}$  a distância máxima da lente até a imagem nítida para o olho míope. O sinal para  $d_{\text{máx}}$  é negativo porque a imagem é virtual. Assim:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{PR} - \frac{1}{d_{\text{máx}}} \Rightarrow \frac{1}{f} = 0 - \frac{1}{d_{\text{máx}}} \Rightarrow \frac{1}{f} = -\frac{1}{d_{\text{máx}}}$$

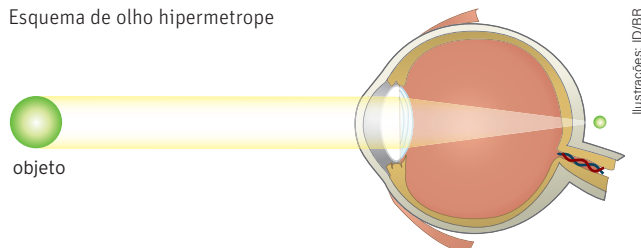
## Hipermetropia

Distúrbio que dificulta enxergar **objetos próximos**.

Os raios luminosos provenientes de objetos muito próximos não são desviados o suficiente para que a imagem seja focalizada na retina e, assim, a imagem se forma além da retina.

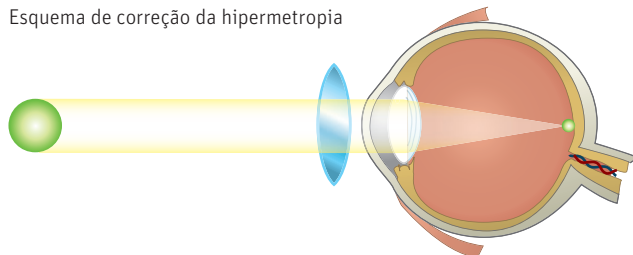
A hipermetropia é corrigida com **lente convergente**, que acentua os desvios dos raios luminosos. Observe os esquemas abaixo:

Esquema de olho hipermetrope



A imagem de objetos muito próximos do olho é formada *atrás* da retina. O olho hipermetrope tem o ponto próximo ( $PP$ ) maior que o de um olho saudável.

Esquema de correção da hipermetropia



Nesse caso, usam-se *lentes convergentes*, que aumentam o desvio dos raios luminosos, de modo que a imagem se forme na retina.

Nessa situação,  $p$  é o ponto próximo ( $PP$ ) do olho normal (para que o olho hipermetrope possa enxergar nitidamente objetos a 25 cm de distância), e  $p'$  é a distância da lente até o ponto próximo do olho hipermetrope ( $d_{\text{mín}}$ ). O sinal para  $d_{\text{mín}}$  é negativo porque a imagem é virtual. Assim:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{d_{\text{mín}}}$$

## Presbiopia

Distúrbio visual semelhante à hipermetropia, caracterizada pela dificuldade de enxergar com nitidez objetos próximos. Esse distúrbio acomete pessoas a partir dos 40 anos de idade, porque, nessa faixa etária, a lente torna-se mais rígida, dificultando a acomodação de enxergar objetos próximos. Nesse caso a correção é feita com **lente convergente**.

## Astigmatismo

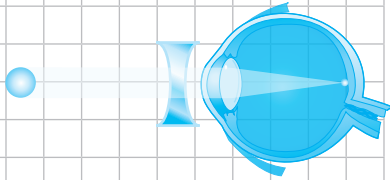
O olho humano saudável apresenta curvatura perfeitamente esférica na lente ou na córnea. O astigmatismo é o distúrbio da visão associado a deformações na lente ou na córnea que resulta na imagem distorcida do objeto focalizado, esteja este perto ou longe do observador.

A correção do astigmatismo é feita com **lentes cilíndricas**, que podem ser **convergentes**, no caso de pessoas que também têm hipermetropia, ou **divergentes**, no caso de pessoas que também têm miopia.

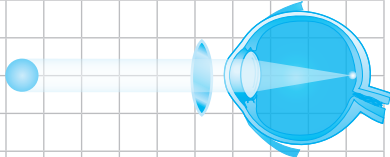
1. Alternativa c

Veja figura:

CORREÇÃO DA MIOPIA - LENTE DIVERGENTE



CORREÇÃO DA HIPERMETROPIA - LENTE CONVERGENTE



2. Alternativa e

Sendo a distância mínima 80 cm e a distância normal da visão 25 cm:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{d_{\min}} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,8}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{0,8 - 0,25}{0,2}$$

$$\frac{1}{f} = 2,75$$

Como a vergência da lente é representada por C, sendo  $C = \frac{1}{f}$ , a vergência vale então 2,75 di.

3. Alternativa b

Sendo a distância mínima 37,5 cm e a distância normal da visão 25 cm:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{d_{\min}} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{37,5}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3 - 2}{75}$$

$$f = 75$$

A distância focal da lente é de 75 cm.

4. Alternativa d

Sendo a distância mínima 80 cm e a distância normal da visão 25 cm:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{d_{\min}} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,8}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{0,8 - 0,25}{0,2}$$

$$\frac{1}{f} = 2,75$$

Como a vergência da lente é representada por C, sendo  $C = \frac{1}{f}$ , a vergência vale então 2,75 di.

5. Alternativa a

Devem ser convergentes para projetar a imagem que é real, invertida e menor que o objeto sobre a retina.

- (IFMT) Segundo pesquisas realizadas pela OMS, 72% das pessoas usam óculos para a correção de defeitos da visão. As anomalias da visão são denominadas ametropias, que são corrigidas com algum tipo de lente. Assinale a alternativa correta.
  - Lentes convergentes corrigem a miopia.
  - Lentes divergentes corrigem hipermetropia.
  - Lentes convergentes corrigem hipermetropia e divergentes corrigem miopia.
  - Lentes convergentes corrigem miopia e divergentes corrigem hipermetropia.
  - Lentes divergentes corrigem presbiopia.
- (UEA-AM) O Sr. Gervásio tinha mais de 50 anos de idade e percebeu que encontrava dificuldade para ler com nitidez textos que estavam próximos de seus olhos. Certa vez, resolveu fazer um teste: pediu à sua esposa que segurasse um jornal verticalmente à sua frente e foi aproximando-se, tentando ler o que estava escrito. Quando chegou a 80 cm de distância do jornal, percebeu que, se continuasse a se aproximar, sentiria dificuldade para ler com nitidez. Considerando normal a visão nítida a partir de 25 cm dos olhos, pode-se afirmar que, para tornar normal a visão do Sr. Gervásio para objetos próximos, ele deve usar lentes corretivas:
  - divergentes, com vergência de  $-1,25$  di.
  - divergentes, com vergência de  $-1,00$  di.
  - convergentes, com vergência de  $0,25$  di.
  - convergentes, com vergência de  $0,80$  di.
  - convergentes, com vergência de  $2,75$  di.
- (UEPB) Se uma pessoa apresenta deficiência visual, devido à qual apenas consegue fazer suas leituras se o caderno estiver a uma distância de 37,5 cm, a distância focal dos óculos apropriados para realizar suas leituras quando o caderno for colocado a 25 cm de distância é de:
  - 50 cm
  - 75 cm
  - 37,5 cm
  - 25 cm
  - 65 cm
- (UFG-GO) Em decorrência da presbiopia, mesmo uma pessoa de visão normal sofrerá de problemas de visão ao envelhecer. Isso ocorre devido à perda de elasticidade dos músculos ciliares e consequente enrijecimento do cristalino do olho, o que aumenta a distância do ponto próximo que mede, em média, 25 cm para um olho normal de um adulto. Suponha que uma pessoa, aos 60 anos, tenha o ponto próximo em 80 cm. Para corrigir o problema de presbiopia, essa pessoa precisará usar óculos com lentes:
  - convergentes de  $+0,0275$  dioptrias de vergência.
  - divergentes de  $-5,25$  dioptrias de vergência.
  - divergentes de  $-2,75$  dioptrias de vergência.
  - convergentes de  $+2,75$  dioptrias de vergência.
- (Fuvest) Na formação das imagens da retina da vista humana, o cristalino funciona como uma lente:
  - convergente, formando imagens reais, diretas e diminuídas.
  - divergente, formando imagens reais, diretas e diminuídas.
  - convergente, formando imagens reais, invertidas e diminuídas.
  - divergente, formando imagens reais, diretas e ampliadas.
  - convergente, formando imagens virtuais, invertidas e diminuídas.

6. (Unifesp) Um paciente, que já apresentava problemas de miopia e astigmatismo, retornou ao oftalmologista para o ajuste das lentes de seus óculos. A tabela a seguir retrata a nova receita emitida pelo médico.

Nome: Jorge Frederico de Azeredo

	Grau	Esférico	Cilíndrico	Eixo	D.P.
Para longe	OD	-3,00	-0,75	150°	62,0 mm
	OE	-3,00	-0,75	150°	
Para perto	OD	+1,00	-0,75		68,0 mm
	OE	+1,00	-0,75		

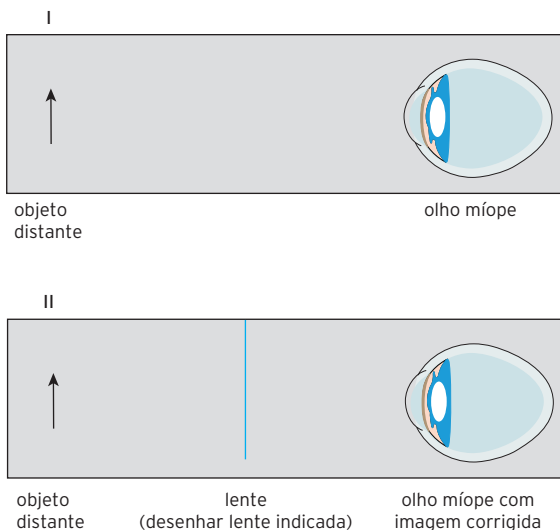
Observação: óculos para longe e perto separados. Ao pegar seus óculos é conveniente trazê-los para conferir.

Próxima Consulta: 08.2012

São Paulo, 30.08.2011

Carlos Figueiredo CRM nº: 000 00

- Caracterize a lente indicada para correção de miopia, identificando a vergência, em dioptrias, e a distância focal, em metros.
- No diagrama I, esboce a formação da imagem para um paciente portador de miopia e, no diagrama II, a sua correção, utilizando-se a lente apropriada.



7. (Vunesp) Uma pessoa apresenta deficiência visual, conseguindo ler somente se o livro estiver a uma distância de 75 cm. Qual deve ser a distância focal dos óculos apropriados para que ela consiga ler com o livro colocado a 25 cm de distância?

- $f = 37,5$  cm
- $f = 25,7$  cm
- $f = 57$  cm
- $f = 35,5$  cm
- $f = 27$  cm

8. (PUC-PR) Um presbíope tem 1,5 m para a mínima distância de visão distinta. Ele necessita ler a 50 cm. A vergência das lentes que deve utilizar, supondo-as de espessura desprezível, é:

- 4,0 di
- 0,75 di
- 0,75 di
- $\frac{4}{3}$  di
- 4,0 di

6. Gabarito a) Lentes esféricas divergentes - 3,00 di; distância focal aproximadamente 0,33m = 33 cm; b) Ver esquemas.

Resolução

a. Observando a tabela:

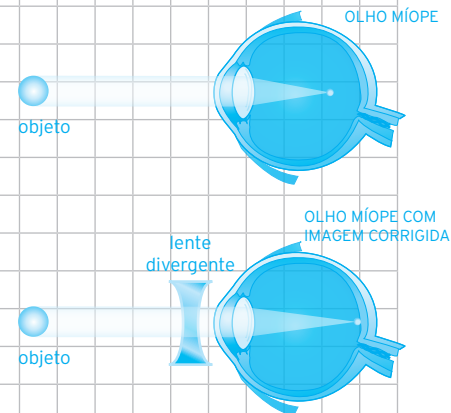
A vergência é  $C = -3$  di

$$C = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{-3}$$

$$f = -0,33$$

A distância focal é  $f = -33,3$  cm, a lente é divergente.

b. Observe os desenhos:



7. Alternativa a

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25} - \frac{1}{75}$$

$$f = 37,5 \text{ cm}$$

8. Alternativa d

Precisamos pegar a distância necessária para a leitura e colocá-la a 1,5m da lente

Pela equação de Gauss

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = C \text{ (convergência)}$$

A imagem será virtual (na frente da lente)

$$C = \frac{1}{0,5} - \frac{1}{1,5}$$

$$C = \frac{4}{3} \text{ di}$$

# Eletrostática

## ■ Carga elétrica

Denominamos **carga elétrica** a propriedade que certas partículas possuem relacionada com a força elétrica. Convencionou-se que a carga elétrica do próton é positiva e a do elétron é negativa. Como o nêutron não interage, concluiu-se que ele não apresenta essa propriedade.

### Quantização da carga elétrica

O valor da carga de um próton é igual ao valor, em módulo, da carga de um elétron. Assim, se um corpo apresenta a mesma quantidade de prótons e elétrons, sua carga total é nula, e ele é chamado **corpo neutro**. Para que esse corpo passe a ter a propriedade de carga, é necessário que perca ou ganhe próton ou elétron. No entanto, em virtude da configuração do núcleo, é muito raro um próton ser perdido ou recebido por um átomo. Normalmente são os elétrons que estão envolvidos nesse processo.

- Se um corpo neutro perde elétrons, ele fica positivo.
- Se um corpo neutro ganha elétrons, ele fica negativo.

A carga elétrica  $Q$  de um corpo é definida pela relação:  $Q = n \cdot e$

Em que:  $Q$  é a carga elétrica, em **coulombs (C)** no SI, e  $n$  é a quantidade de cargas elementares, grandeza adimensional ( $n = 1, n = 2, n = 3, \dots$ ).

### Carga elementar

Indicada pela letra  $e$ , é o valor absoluto da carga do elétron, que é igual ao valor absoluto da carga do próton, que é igual a  $1,6 \times 10^{-19}$ , em que  $C$  é o símbolo da unidade de carga elétrica (coulomb) adotada pelo Sistema Internacional de Unidades.

## ■ Princípios da eletrostática

### Atração e repulsão

Corpos eletrizados com cargas do mesmo sinal se repelem. Corpos eletrizados com cargas opostas se atraem.

### Conservação das cargas

A soma das cargas positivas e negativas de um sistema isolado não varia ao longo do tempo. Assim, é possível equacionar como:

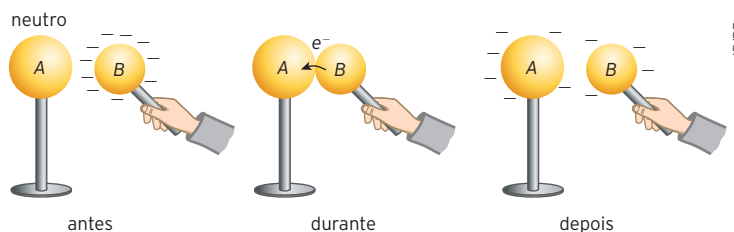
$$\Sigma Q_{\text{inicial}} = \Sigma Q_{\text{final}}$$

sendo  $Q$  a carga do corpo.

## ■ Processos de eletrização

### Eletrização por contato

Quando um corpo eletrizado é colocado em contato com outro corpo feito de material condutor, ocorre a troca de elétrons, e **ambos os corpos ficam com cargas de mesmo sinal**.



## Eletrização por atrito

Quando um corpo entra em atrito com outro, pode ocorrer transferência de elétrons entre eles: um deles receberá elétrons e ficará carregado negativamente, enquanto o outro perderá elétrons e ficará carregado positivamente.

## Eletrização por indução

Na aproximação entre um corpo eletrizado (**indutor**) e um corpo condutor neutro (**induzido**), sem que haja contato, haverá no condutor a separação de cargas. Fazendo-se o aterramento do corpo induzido, este ficará carregado com **carga de sinal oposto ao do indutor**.

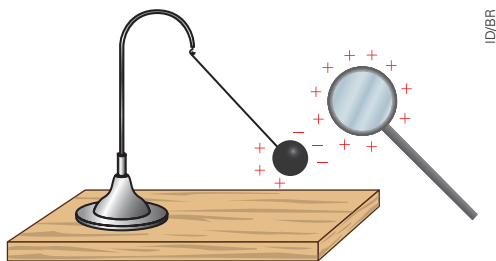
Situação 1	Situação 2

## ■ Eletoscópios

Eletoscópios são aparelhos que mostram se um corpo está ou não carregado. Os dois principais tipos de eletoscópios são o pêndulo eletrostático e o eletoscópio de folhas.

### Pêndulo eletrostático

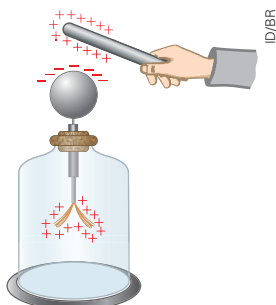
Um pêndulo eletrostático é composto de uma esfera leve, suspensa por um fio leve e flexível preso a um suporte. Seu funcionamento tem como base o processo de indução. Ao aproximar o corpo eletrizado da esfera, ela sofre indução, deslocando-se na direção do corpo.



### Eletoscópio de folhas

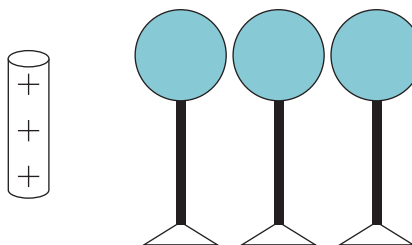
É composto de lâminas finas de alumínio ou ouro, haste de material condutor em cuja ponta há uma esfera, um frasco de vidro e uma rolha.

Ao aproximar um corpo carregado da esfera, ocorrerá uma indução, aparecendo cargas de mesmo sinal em ambas as folhas, levando à repulsão entre elas. Essa repulsão indica a presença de carga elétrica no corpo que se aproximou da esfera.



<b>1. Alternativa a</b>	Como as esferas são metálicas, haverá um movimento dos elétrons livres, atraídos pelo corpo indutor positivo, induzindo regiões positivas à direita (posição mais distante do indutor) e negativas à esquerda. Como não há contato entre as esferas, as regiões se manterão assim enquanto o indutor estiver próximo.
<b>2. Alternativa b</b>	Como todas as esferas são iguais, ao colocarmos as mesmas em contato, a carga total será dividida igualmente entre as cargas em contato; portanto, podemos executar a sequência descrita no enunciado: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Esfera B em contato com a esfera C  <math>Q_T = Q_B + Q_C \Rightarrow Q_T = 20 + 80 \Rightarrow Q_T = 100</math>                      Dividindo-se a carga total (100) pelas esferas B e C teremos que cada uma ficará com 50, dessa maneira temos:  <math>Q_B' = 50</math> e <math>Q_C' = 50</math> (Estas serão as novas cargas dessas duas esferas).</li> <li>• Esfera A em contato com a esfera C  <math>Q_T = Q_A + Q_C' \Rightarrow Q_T = -30 + 50 \Rightarrow Q_T = 20</math>                      Dividindo-se a carga total (20) pelas esferas A e C teremos que cada uma ficará com 10, dessa maneira temos:  <math>Q_A' = 10</math> e <math>Q_C'' = 10</math> (Estas serão as novas cargas dessas duas esferas).                      Desta maneira as cargas finais das esferas após a sequência de contatos será:  <math>Q_A = 10, Q_B = 50</math> e <math>Q_C = 10</math>.</li> </ul>
<b>3. Alternativa a</b>	Em um corpo condutor apenas os elétrons são livres para se movimentarem e o mesmo acontece com a Terra, ou seja, os prótons não podem se deslocar. Nesta situação, o corpo indutor positivo irá atrair os elétrons da Terra para o condutor.

1. (UFF-RJ) Três esferas metálicas, apoiadas em suportes isolantes, são colocadas próximas, como no desenho abaixo, porém sem se tocarem. Um bastão carregado positivamente é aproximado da primeira esfera.



Assinale o diagrama que melhor representa a distribuição de cargas nas esferas.

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

2. (UFJF-MG) Três esferas de metal idênticas A, B e C estão carregadas com cargas  $-3Q, 2Q$  e  $8Q$ , respectivamente. A esfera C é colocada em contato com a esfera B e depois afastada. A seguir, a esfera C é colocada em contato com a esfera A e depois afastada. Qual a carga final nas esferas A, B e C, respectivamente?
- a)  $-3Q, 2Q, 8Q$   
 b)  $1Q, 5Q, 1Q$   
 c)  $1Q, 2Q, 6Q$   
 d)  $-1Q, 5Q, 5Q$   
 e)  $-3Q, 2Q, 6Q$
3. (UFJF-MG) Considere um condutor eletricamente neutro ligado à Terra. Aproximando do condutor um corpo carregado positivamente, é correto afirmar que:
- a) os elétrons da Terra são atraídos para o condutor.  
 b) os elétrons do condutor escoam para a Terra.  
 c) os prótons do condutor escoam para a Terra.  
 d) os prótons da Terra são atraídos para o condutor.  
 e) há trocas de prótons e elétrons entre o condutor e o corpo carregado positivamente.





# Campo elétrico, força elétrica, potencial elétrico e energia potencial elétrica

## ■ Força elétrica

A **força elétrica** é o resultado da interação entre cargas elétricas pontuais. Sua direção é definida pela reta que une as cargas. O sentido da força depende do sinal das cargas envolvidas: entre cargas de mesmo sinal, a força é de repulsão; e entre cargas de sinais opostos, a força é de atração.



A lei de Coulomb estabelece a relação da força elétrica entre duas cargas pontuais, estacionárias. E possibilita que a força elétrica, como toda grandeza vetorial, seja caracterizada quanto a intensidade, direção e sentido.

Assim, temos a lei de Coulomb:  $|\vec{F}| = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{d^2}$

em que  $k$  representa a constante de proporcionalidade que depende do meio,  $q_1$  e  $q_2$  as cargas envolvidas e  $d$  a distância que separa as cargas.

## ■ Campo elétrico

O **campo elétrico** é resultante da perturbação provocada pela presença de cargas elétricas. Ele é um campo vetorial, o que significa que a cada ponto do espaço ao redor de uma carga elétrica é associado a um vetor campo elétrico, com módulo, direção e sentido, representado por  $\vec{E}$ . O módulo mede a intensidade do campo, que diminui conforme aumenta a distância até a carga que o produz.

**Caso particular:** para um ponto localizado a uma distância  $d$  de uma carga pontual  $Q$ , a intensidade do campo elétrico é:  $|\vec{E}| = k \cdot \frac{|Q|}{d^2}$

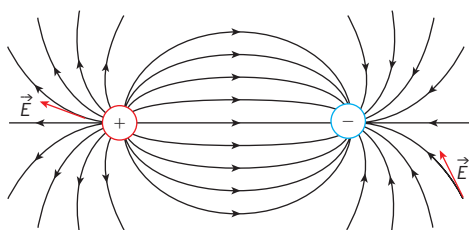
sendo  $k$  a constante de proporcionalidade que depende do meio,  $Q$  a carga envolvida e  $d$  a distância que separa a carga do ponto analisado.

A unidade do campo elétrico no SI é **newton por coulomb (N/C)**.

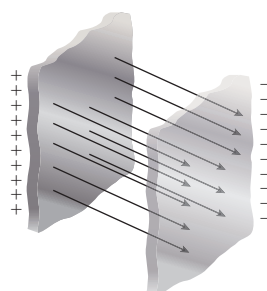
## ■ Linhas de força do campo elétrico

São linhas desenhadas de forma que a tangente em qualquer ponto indica a direção do vetor campo elétrico; a orientação da linha mostra o sentido do campo, e nas regiões onde há maior concentração de linhas significa que a intensidade do campo é maior.

O vetor campo elétrico ( $\vec{E}$ ) resultante em um determinado ponto é o vetor tangente à linha de campo (representado pela seta vermelha).



Representação das linhas de campo elétrico de um par de cargas elétricas com sinais opostos. As linhas de campo se superpõem.



Em um campo elétrico uniforme entre duas grandes placas condutoras paralelas, bem próximas, as linhas de campo são paralelas e igualmente espaçadas.

## ■ Potencial elétrico

Podemos associar a cada ponto  $P$  do campo elétrico de uma carga puntiforme  $Q$ , situado a uma distância  $d$  dessa carga, um **potencial elétrico**  $V_p$ , dado por:

$$V_p = \frac{k \cdot Q}{d}$$

em que  $k$  é a constante eletrostática do meio.

Note que o potencial elétrico é uma grandeza escalar.

A unidade do potencial elétrico no SI é o **volt (V)**.

## ■ Energia potencial elétrica

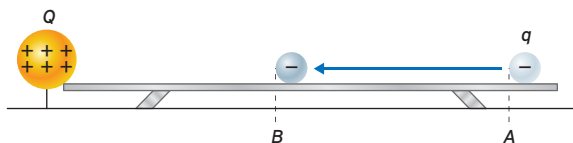
A força elétrica é uma força conservativa. Logo, é associado a ela um campo conservativo e uma energia potencial, neste caso, **energia potencial elétrica**.

$$E_p = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{d}$$

sendo  $k$  a constante eletrostática do meio,  $q_1$  e  $q_2$  as cargas envolvidas e  $d$  a distância que separa as cargas.

## ■ Trabalho realizado por uma força elétrica

Quando há campo elétrico em uma região, cada ponto do espaço é associado a um potencial elétrico  $e$ , conseqüentemente, há uma **diferença de potencial** entre dois pontos (ou tensão elétrica), que é igual ao trabalho (por unidade de carga) necessário para deslocar uma carga unitária  $q$  entre dois pontos localizados em uma região com campo elétrico.



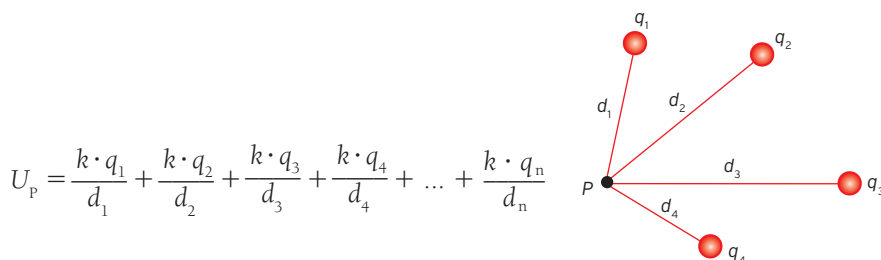
A carga  $q$  se move de  $A$  até  $B$  devido à ação do campo elétrico gerado pela carga  $Q$ .

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} \text{ ou } W_{AB} = U_{AB} \cdot q \Rightarrow W_{AB} = q \cdot (V_A - V_B)$$

em que  $U_{AB}$  é a tensão entre  $A$  e  $B$  ou diferença de potencial (ddp) entre  $A$  e  $B$  e  $W_{AB}$  é o trabalho necessário para deslocar a carga  $q$ .

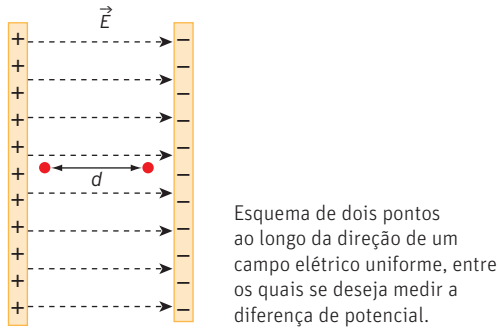
## ■ Potencial criado por várias cargas

Se houver um conjunto de cargas pontuais, o potencial em um ponto  $P$  devido a essas cargas poderá ser obtido da soma algébrica dos potenciais que cada uma das cargas gera.



## ■ Tensão elétrica em um campo uniforme

É possível obter a **diferença de potencial** entre dois pontos em um campo elétrico uniforme.



Sabendo-se que:  $W = F \cdot d \Rightarrow W = F_{el} \cdot d = E \cdot q \cdot d$

Por outro lado:  $W = U \cdot q$

Igualando as expressões, tem-se:

$$E \cdot q \cdot d = U \cdot q \Rightarrow E \cdot d = U \quad (\text{tensão em campo elétrico uniforme})$$

Da expressão acima, obtém-se uma nova unidade para o vetor campo elétrico:

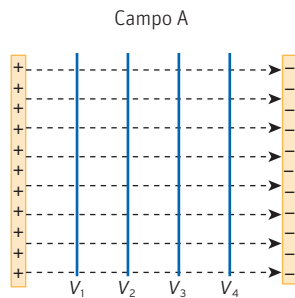
$$E = \frac{U}{d} [E] = \text{V/m}$$

## Superfícies equipotenciais

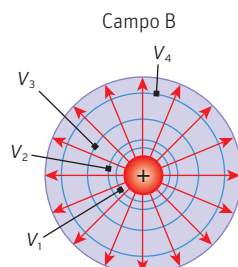
A diferença de potencial entre quaisquer pontos de uma mesma superfície é zero, já que todos os pontos têm o mesmo potencial. Assim, o trabalho para deslocar a carga  $q$  ao longo de uma superfície equipotencial é nulo.

As superfícies equipotenciais são sempre perpendiculares às linhas de campo e têm valores associados a elas, correspondentes ao potencial ao longo de cada superfície. Quanto mais perto de cargas positivas, maior é o potencial.

### Campo elétrico uniforme



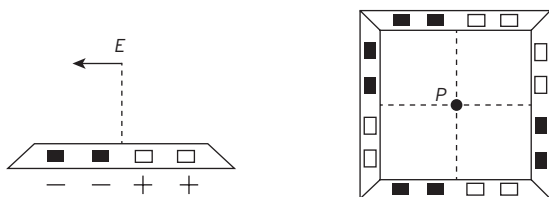
### Campo elétrico não uniforme produzido por carga elétrica pontual



Em ambos os casos, o valor do potencial em cada superfície ( $V$ ) varia:

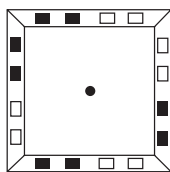
$$V_1 > V_2 > V_3 > V_4.$$

1. (Fuvest-SP) Uma barra isolante possui quatro encaixes, nos quais são colocadas cargas elétricas de mesmo módulo, sendo as positivas nos encaixes claros e as negativas nos encaixes escuros. A certa distância da barra, a direção do campo elétrico está indicada na figura da esquerda. Uma armação foi construída com quatro dessas barras, formando um quadrado, como representado na figura da direita.

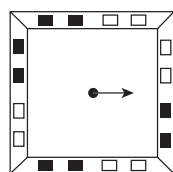


Se uma carga positiva for colocada no centro  $P$  da armação, a força elétrica que agirá sobre a carga terá sua direção e sentido indicados por:

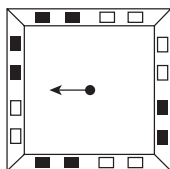
a) força nula.



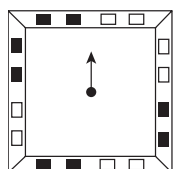
d)



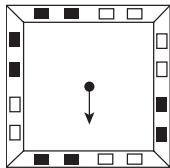
b)



e)



c)



Desconsidere eventuais efeitos de cargas induzidas.

2. (Unifei-MG) Duas esferas igualmente carregadas encontram-se no vácuo. Quando separadas de uma determinada distância, repelem-se mutuamente com uma força de intensidade  $F$ . Se a distância que separa as cargas for duplicada, a intensidade da nova força que agirá sobre as esferas será de:
- a)  $\frac{F}{2}$       b)  $4F$       c)  $\frac{F}{4}$       d)  $2F$
3. (Univasf-PE) Duas cargas puntiformes positivas,  $2Q$  e  $Q$ , encontram-se no vácuo distantes de  $3L$ . Uma terceira carga puntiforme positiva  $q$  é colocada a respectivas distâncias  $2L$  e  $L$  das cargas  $2Q$  e  $Q$  (ver figura).

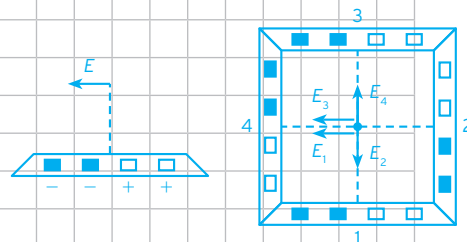


Denotando por  $k$  a constante elétrica no vácuo, a força elétrica em  $q$ :

- a) tem módulo  $kQq/(2L^2)$  e sentido de  $q$  para  $Q$ .  
 b) tem módulo  $kQq/L^2$  e sentido de  $q$  para  $Q$ .  
 c) tem módulo  $kQq/(2L^2)$  e sentido de  $q$  para  $2Q$ .  
 d) tem módulo  $kQq/L^2$  e sentido de  $q$  para  $2Q$ .  
 e) é nula.

1. Alternativa b

Pela indicação da figura podemos observar que o campo de cada carga está orientado das cargas brancas (positivas) para cargas pretas (negativas) e a certa distância da placa. Representando os campos gerados por todas as placas estão representados por  $E_1, E_2, E_3$  e  $E_4$ .



Somando esses campos teremos um campo resultante horizontal para direita. Ao colocarmos uma carga positiva no ponto  $P$  a força surgirá no mesmo sentido do campo elétrico, ou seja, horizontal para direita.

2. Alternativa c

A lei de Coulomb descreve que a força elétrica é inversamente proporcional ao quadrado da distância, ou seja, dobrando a distância a força diminuirá a um quarto de seu valor; matematicamente temos:

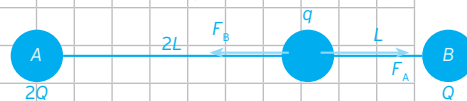
$$F = \frac{k|Q||q|}{d^2} \text{ e } F' = \frac{k|Q||q|}{(2d)^2} \Rightarrow F' = \frac{k|Q||q|}{4d^2}$$

Dividindo-se  $F'$  por  $F$  podemos comparar quantas vezes uma é maior do que a outra:

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{k|Q||q|}{4d^2}}{\frac{k|Q||q|}{d^2}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{4} \Rightarrow F' = \frac{F}{4}$$

3. Alternativa a

Devemos calcular a força resultante sobre a carga  $q$ :



Sendo a força  $F_A$  gerada pela interação entre as cargas  $q$  e  $2Q$ , teremos:

$$F_A = \frac{k \cdot 2Q \cdot |q|}{(2L)^2} \Rightarrow F_A = \frac{k \cdot 2Qq}{4L^2} \Rightarrow F_A = \frac{kQq}{2L^2}$$

Sendo a força  $F_B$  gerada pela interação entre as cargas  $q$  e  $Q$ , teremos:

$$F_B = \frac{k \cdot |Q| \cdot |q|}{L^2} \Rightarrow F_B = \frac{kQq}{L^2}$$

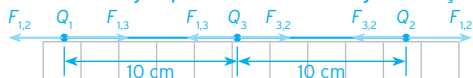
Podemos calcular a força resultante sobre  $q$  sendo a diferença entre  $F_B$  e  $F_A$ :

$$F_r = F_B - F_A \Rightarrow F_r = \frac{kQq}{L^2} - \frac{kQq}{2L^2} \Rightarrow F_r = \frac{kQq}{2L^2}$$

Como  $F_B > F_A$ , a força resultante terá sentido apontando para carga  $Q$ .

4. Gabarito  $Q = 12 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

Observando a figura podemos escrever as seguintes forças:



Logo, podemos concluir que  $F_{1,2} = F_{1,3}$ ,  $F_{3,2} = F_{3,1}$  e  $F_{1,2} = F_{3,2}$ .

Utilizando a relação  $F_{3,2} = F_{3,1}$ , podemos concluir:

$$\frac{kQ_2Q_3}{0,1^2} = \frac{kQ_1Q_3}{0,1^2} \Rightarrow Q_2 = Q_1$$

Considerando a partir desse momento que  $Q_1 = Q_2 = Q$ , e utilizando a igualdade  $F_{1,2} = F_{1,3}$ , teremos:

$$F_{1,2} = F_{1,3} \Rightarrow \frac{kQ_1Q_2}{d^2} = \frac{kQ_1Q_3}{d^2} \Rightarrow \frac{k \cdot Q \cdot Q}{0,2^2} = \frac{k \cdot Q \cdot Q}{0,1^2}$$

$$\Rightarrow \frac{k \cdot Q \cdot 3 \cdot 10^{29}}{0,1^2} \Rightarrow \frac{Q}{0,04} = \frac{3 \cdot 10^{29}}{0,01} \Rightarrow$$

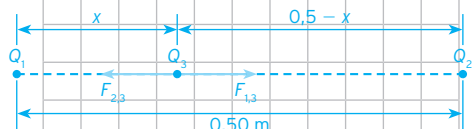
$$Q = 12 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

5. Alternativa b

A intensidade do campo elétrico está diretamente relacionada à proximidade das linhas de campo e o sentido das linhas, sempre das regiões positivas para regiões negativas. Baseado nessas propriedades das linhas de campo, podemos julgar os itens a seguir:

- I. Falsa. No caso A, em que elas estão separadas pela mesma distância em todos os pontos, o campo elétrico terá o mesmo valor, já no caso B a intensidade do campo aumenta da direita para esquerda, pois as linhas se aproximam nesse sentido.
- II. Falsa. No caso A o campo é constante.
- III. Verdadeira.
- IV. Falsa. As regiões positivas estão à direita e as negativas, à esquerda.
- V. Falsa. As linhas de campo gerado por cargas pontuais são divergentes ou convergentes, diferentes das representadas por esse esquema.

6. Alternativa c



Condição de equilíbrio:

$$F_{13} = F_{23}$$

Pela Lei de Coulomb:

$$k \frac{|Q_1 \cdot Q_3|}{x^2} = k \frac{|Q_2 \cdot Q_3|}{(0,5 - x)^2}$$

$x$  é a distância entre as cargas  $Q_1$  e  $Q_3$

$$\frac{|Q_1|}{x^2} = \frac{|Q_2|}{(0,5 - x)^2}$$

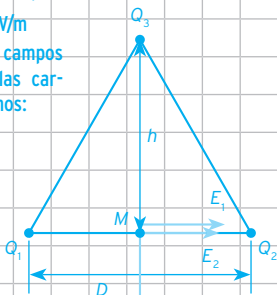
$$\frac{2|Q_2|}{x^2} = \frac{|Q_2|}{(0,5 - x)^2}$$

$$x^2 = 2(0,5 - x)^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}(0,5 - x)$$

$$x = 1,4(0,5 - x) \therefore x \cong 0,29 \text{ m}$$

7. Gabarito  $E_R = 5 \cdot 10^9 \text{ V/m}$

Representando os campos elétricos gerados pelas cargas no ponto M, teremos:



Calculando-se esses campos:

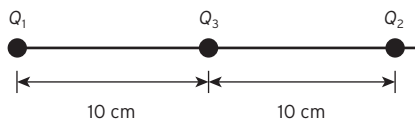
$$E_1 = \frac{k \cdot |Q_1|}{d^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_1 = 1 \cdot 10^9 \text{ V/m}$$

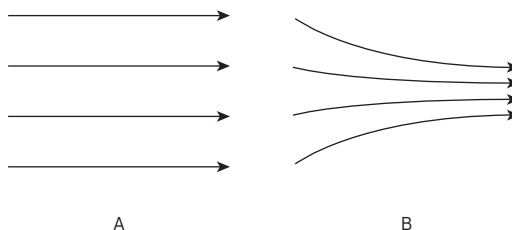
$$E_2 = \frac{k \cdot |Q_2|}{d^2} \Rightarrow E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow E_2 = \frac{18 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_2 = 2 \cdot 10^9 \text{ V/m}$$

4. (UFPE) Considerando que as três cargas da figura estão em equilíbrio, determine qual o valor da carga  $Q_1$  em unidades de  $10^{-9} \text{ C}$ . Considere  $Q_3 = -3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ .



5. (Ufam) Os desenhos A e B da figura a seguir representam linhas de campo elétrico.

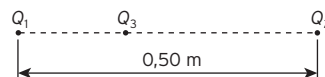


Considere as seguintes afirmações:

- I. Nos casos A e B, o campo elétrico é o mesmo em todos os lugares.
- II. À medida que se move da esquerda para a direita, em cada caso, o campo elétrico se torna mais intenso.
- III. O campo elétrico em A é o mesmo em todos os lugares, porém em B, o campo elétrico se torna mais intenso da esquerda para a direita.
- IV. Os campos elétricos em A e B são criados por cargas negativas localizadas em algum lugar à esquerda e por cargas positivas em algum lugar à direita.
- V. Nos casos A e B, os campos elétricos são criados por uma única carga pontual positiva localizada em algum lugar à esquerda.

Fundamentado na figura, escolha a sequência correta de afirmativas falsas (F) e verdadeiras (V):

- a) I-V, II-F, III-V, IV-F, V-V
  - b) I-F, II-F, III-V, IV-F, V-F
  - c) I-F, II-F, III-V, IV-V, V-F
  - d) I-F, II-V, III-F, IV-V, V-V
  - e) I-V, II-F, III-V, IV-F, V-F
6. (Unesp) No vácuo, duas partículas, 1 e 2, de cargas respectivamente iguais a  $Q_1$  e  $Q_2$ , estão fixas e separadas por uma distância de 0,50 m, como indica o esquema. Uma terceira partícula, de carga  $Q_3$ , é colocada entre as partículas 1 e 2, na mesma reta.



Considerando  $\sqrt{2} = 1,4$ , sabendo que as três cargas têm sinais iguais e que a carga  $Q_1 = 2Q_2$ , a distância de  $Q_1$  em que deverá ser colocada a carga  $Q_3$  para que ela permaneça em equilíbrio eletrostático será de:

- a) 0,10 m
  - b) 0,20 m
  - c) 0,30 m
  - d) 0,40 m
  - e) 0,50 m
7. (UFPE) Nos vértices de um triângulo isósceles são fixadas três cargas pontiformes iguais a  $Q_1 = +1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ ;  $Q_2 = -2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ ; e  $Q_3 = +4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ . O triângulo tem altura  $h = 3,0 \text{ mm}$  e base  $D = 6,0 \text{ mm}$ . Determine o módulo do campo elétrico no ponto médio M, da base, em unidades de  $10^9 \text{ V/m}$ .

$$E_3 = \frac{k \cdot |Q_3|}{d^2} \Rightarrow E_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_3 = \frac{36 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_3 = 4 \cdot 10^9 \text{ V/m}$$

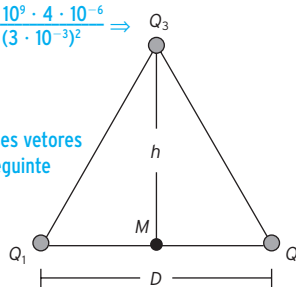
O campo resultante desses vetores pode ser calculado da seguinte forma:

$$E_R^2 = (E_1 + E_2)^2 + E_3^2 \Rightarrow$$

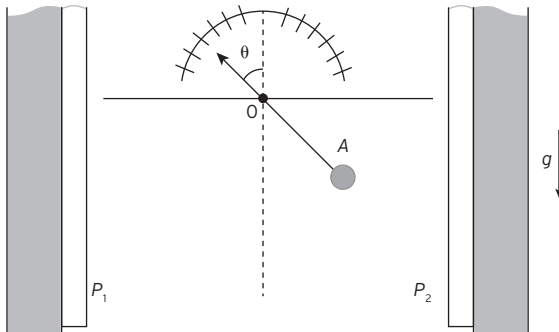
$$\Rightarrow E_R^2 = (1 \cdot 10^9 + 2 \cdot 10^9)^2 + (4 \cdot 10^9)^2 \Rightarrow E_R^2 =$$

$$= (3 \cdot 10^9)^2 + (4 \cdot 10^9)^2$$

$$E_R = 5 \cdot 10^9 \text{ V/m}$$



8. (Fuvest-SP) Um campo elétrico uniforme, de módulo  $E$ , criado entre duas grandes placas paralelas carregadas,  $P_1$  e  $P_2$ , é utilizado para estimar a carga presente em pequenas esferas. As esferas são fixadas na extremidade de uma haste isolante, rígida e muito leve, que pode girar em torno do ponto  $O$ . Quando uma pequena esfera  $A$ , de massa  $M = 0,015$  kg e carga  $Q$ , é fixada na haste, e sendo  $E$  igual a 500 kV/m, a esfera assume uma posição de equilíbrio, tal que a haste forma com a vertical um ângulo  $\theta = 45^\circ$ .



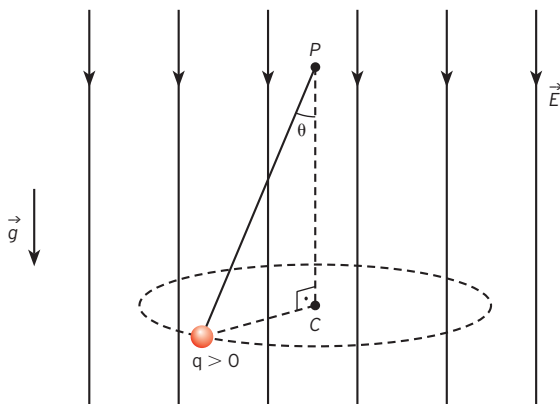
Para essa situação:

- Represente a força gravitacional  $P$  e a força elétrica  $F_E$  que atuam na esfera  $A$ , quando ela está em equilíbrio sob ação do campo elétrico. Determine os módulos dessas forças, em newtons.
- Estime a carga  $Q$ , em coulombs, presente na esfera.
- Se a esfera se desprender da haste, represente, no esquema da folha de respostas, a trajetória que ela iria percorrer, indicando-a pela letra  $T$ .

**Note e adote**

Desconsidere efeitos de indução eletrostática.

9. (Unesp) Uma pequena esfera de massa  $m$ , eletrizada com uma carga elétrica  $q > 0$ , está presa a um ponto fixo  $P$  por um fio isolante, numa região do espaço em que existe um campo elétrico uniforme e vertical de módulo  $E$ , paralelo à aceleração gravitacional  $g$ , conforme mostra a figura. Dessa forma, inclinando o fio de um ângulo  $\theta$  em relação à vertical, mantendo-o esticado e dando um impulso inicial (de intensidade adequada) na esfera com direção perpendicular ao plano vertical que contém a esfera e o ponto  $P$ , a pequena esfera passa a descrever um movimento circular e uniforme ao redor do ponto  $C$ .



Na situação descrita, a resultante das forças que atuam sobre a esfera tem intensidade dada por

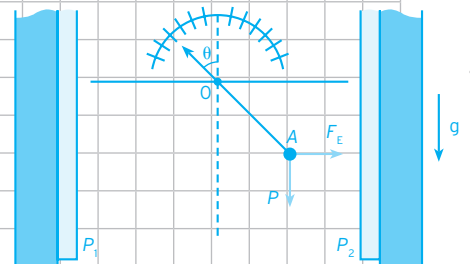
- $(m \cdot g + q \cdot E) \cdot \cos \theta$
- $(m \cdot g - q \cdot E \cdot \sqrt{2}) \cdot \sin \theta$
- $(m \cdot g + q \cdot E) \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$
- $(m \cdot g + q \cdot E) \cdot \operatorname{tg} \theta$
- $m \cdot g + q \cdot E \cdot \operatorname{tg} \theta$

8. Gabarito a)  $P = F_E = 0,15$  N, b)  $|q| = 3 \cdot 10^{-7}$  C,  
c) Como tanto a força gravitacional quanto a força elétrica serão constantes (a carga está inserida em uma região de campo elétrico uniforme), a trajetória da carga deverá ser uma reta e seu movimento retilíneo uniformemente variado.

**Resolução**

a.  $P = 0,15$  N e  $F_E = 0,15$  N

Representando na figura as forças, teremos:

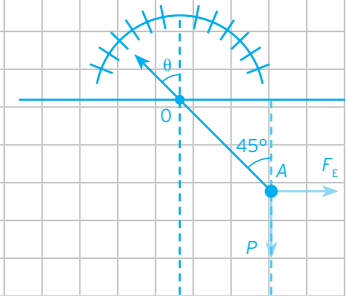


Calculando seus valores, teremos:

Peso:

$$P = m \cdot g \Rightarrow P = 0,015 \cdot 10 \Rightarrow P = 0,15 \text{ N}$$

Para calcular a força elétrica teremos que trabalhar com as três forças presentes na situação problema:

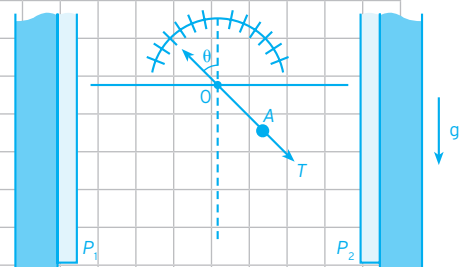


Observando a figura acima percebe-se que o ângulo oposto ao peso é igual a  $135^\circ$  ( $45^\circ + 90^\circ$ ) e o ângulo oposto a força elétrica também será igual a  $135^\circ$  ( $45^\circ + 90^\circ$ ), utilizando-se a lei dos senos, teremos:

$$\frac{P}{\sin 135^\circ} = \frac{F_E}{\sin 135^\circ} \Rightarrow P = F_E \Rightarrow F_E = 0,15 \text{ N}$$

b.  $F_E = E \cdot |q| \Rightarrow 0,15 = 500 \cdot 10^3 \cdot |q| \Rightarrow |q| = 3 \cdot 10^{-7}$  C

- c. Como tanto a força gravitacional quanto a força elétrica serão constantes (a carga está inserida em uma região de campo elétrico uniforme) a trajetória da carga deverá ser uma reta e seu movimento retilíneo uniformemente variado:



9. Ver resolução na p. 151.

10. Gabarito F V V F

a. Falsa. A diferença de potencial entre os pontos 1 e 2 é:

$$V_1 - V_2, \text{ e não } V_2 - V_1.$$

b. Verdadeira.

$$\tau = \Delta Ec$$

$$\tau = Ec_1 - Ec_2$$

$$\tau = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$\tau = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3,0 \cdot 10^6)^2}{2} - \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (8,0 \cdot 10^6)^2}{2}$$

$$\tau = 41 \cdot 10^{-19} - 291 \cdot 10^{-19}$$

$$\tau = -250 \cdot 10^{-19}$$

$$\tau = -2,50 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

c. Verdadeira.

$$\tau = q \cdot E \cdot d$$

$$-2,50 \cdot 10^{-17} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot E \cdot 3,0 \cdot 10^{-3}$$

$$E = 0,52 \cdot 10^5$$

$$E = 5,2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

d. Falsa.

$$V_2^2 = V_1^2 + 2a \cdot \Delta s$$

$$(3,0 \cdot 10^6)^2 = (8,0 \cdot 10^6)^2 + 2a \cdot 3,0 \cdot 10^{-3}$$

$$a = -9,2 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$$

$$V_2 = V_1 + at$$

$$3,0 \cdot 10^6 = 8,0 \cdot 10^6 + (-9,2 \cdot 10^{15})t$$

$$t = 0,54 \cdot 10^{-9}$$

$$t \approx 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

11. Alternativa c

As linhas pontilhadas representam superfícies equipotenciais. Nas trajetórias 1, 2 e 5 a carga  $q$  sai de uma superfície equipotencial para retornar a mesma de origem, fazendo com que nesses casos o trabalho seja nulo.

No trajeto 4 o movimento da carga é forçado (duas cargas negativas se aproximando), portanto o trabalho é negativo. No trajeto 3 o movimento é espontâneo (duas cargas negativas se afastando), portanto o trabalho é positivo.

Dessa forma, podemos concluir que o maior trabalho é realizado no trajeto 3.

12. Alternativa e

a. Falsa. O ponto 3 é o ponto mais distante da carga que gera o campo elétrico, portanto, o ponto 3 é onde o campo elétrico é o mais fraco.

b. Falsa. O potencial elétrico no ponto 1 é o menor, pois é o ponto mais próximo da carga negativa. Seria o maior em módulo.

c. Falsa. O elétron, por ter carga negativa, se move no sentido contrário do sentido do campo elétrico. Como o vetor do campo elétrico aponta para a direita, o elétron liberado do repouso no ponto 2 se deslocará para a esquerda com velocidade crescente.

d. Falsa. Qualquer carga que se desloque sobre uma equipotencial terá o trabalho da força elétrica igual a zero.

e. Verdadeira.

$$U_{12} = 20 \text{ V}$$

$$d_{12} = 2 \text{ m}$$

$$E \cdot d = U$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$E = \frac{20}{2}$$

$$E = 10 \text{ V/m}$$

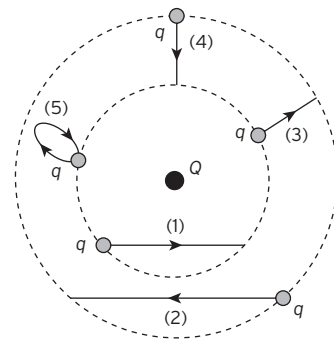
10. (UFPI) Um elétron ( $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  e  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ) se move sob a ação de um campo elétrico uniforme. Ele passa pelo ponto 1 com velocidade  $v_1 = 8,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  e  $v_2 = 3,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  por um segundo ponto 2, distante 3,0 mm do ponto 1.

[Indique as alternativas verdadeiras (V) e falsas (F).]

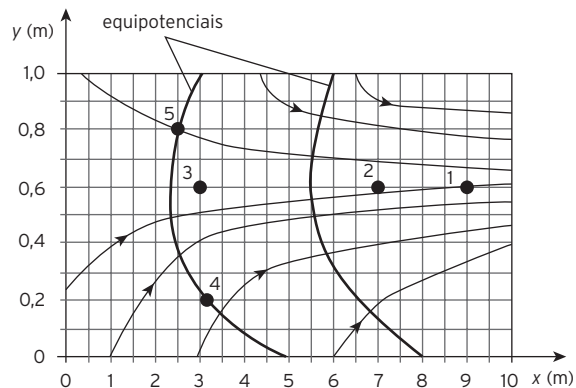
- a) ( ) A diferença de potencial entre os pontos 1 e 2 tem valor aproximado de  $V_2 - V_1 = -145 \text{ V}$ .
- b) ( ) O trabalho realizado pela força elétrica sobre o elétron no deslocamento entre os pontos 1 e 2 é igual a, aproximadamente,  $W = -2,50 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ .
- c) ( ) O módulo do campo elétrico é igual a, aproximadamente,  $E = 5,20 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ .
- d) ( ) O elétron percorre a distância entre os pontos 1 e 2 num intervalo de tempo aproximado de  $\Delta t = 1,00 \cdot 10^{-10} \text{ s}$ .

11. (UFPE) Uma carga puntiforme  $Q < 0$  encontra-se fixa no vácuo. Uma outra carga puntiforme  $q < 0$  executa, com velocidade de módulo constante, cada um dos percursos enumerados de (1) a (5) na figura a seguir. Sobre a carga  $q$  atuam apenas a força elétrica e uma força conservativa  $F$ . As linhas tracejadas na figura representam circunferências com centro na carga  $Q$ . Considerando o trabalho motor como positivo e o trabalho resistente como negativo, assinale qual o percurso em que a força  $F$  realiza o maior trabalho.

- a) (1)
- b) (2)
- c) (3)
- d) (4)
- e) (5)



12. (UFPI) O diagrama abaixo representa as linhas de força do campo elétrico e equipotenciais associadas a uma distribuição estática de cargas. Os pontos 1, 2 e 3 estão todos localizados em  $y = 0,6 \text{ m}$ .

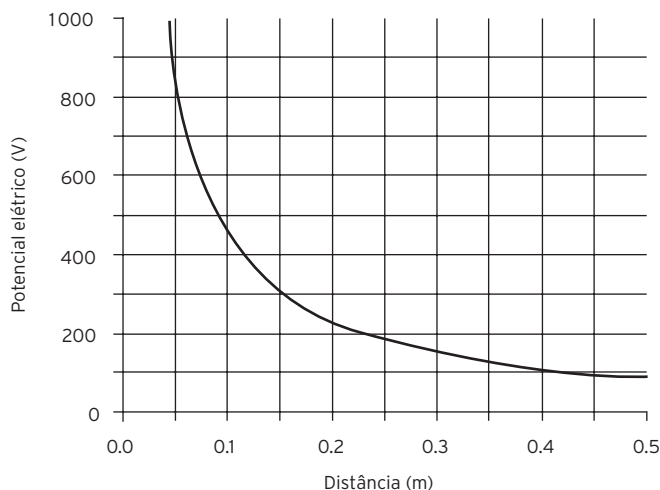


Com base nestas informações, é correto afirmar que:

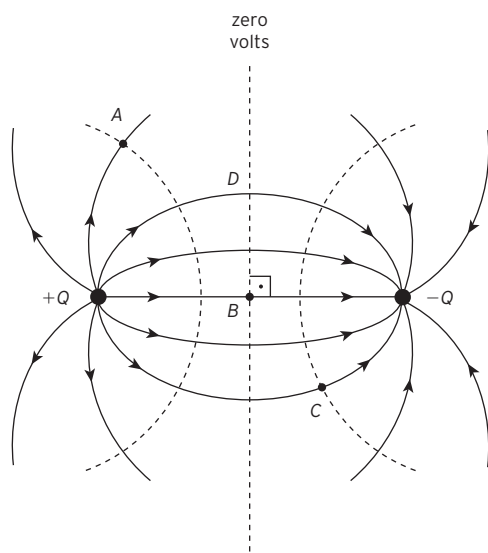
- a) dentre os três pontos 3, 2 e 1, o módulo do campo elétrico é maior no ponto 3.
- b) dentre os três pontos 1, 2 e 3, o potencial elétrico é maior no ponto 1.
- c) um elétron liberado em repouso no ponto 2 deslocar-se-á para a direita de 2 com velocidade crescente.

- d) se um elétron se deslocar sobre a equipotencial do ponto 4 ao ponto 5, o trabalho realizado pela força elétrica é diferente de zero.
- e) supondo uma diferença de potencial igual a 20 V entre os pontos 1 e 2, então o módulo aproximado do campo elétrico, considerado constante, é igual a 10 V/m.

13. (UFPE) O gráfico mostra a dependência do potencial elétrico criado por uma carga pontual, no vácuo, em função da distância à carga. Determine o valor da carga elétrica. Dê a sua resposta em unidades de  $10^{-9}$  C.



14. (UEA-AM) Duas cargas puntiformes de mesmo módulo,  $+Q$  e  $-Q$ , estão fixas numa região do espaço, longe de qualquer outra influência elétrica. As linhas contínuas da figura representam linhas de força do campo elétrico gerado por elas, e as tracejadas representam linhas equipotenciais desse campo.



Sabendo-se que  $B$  é o ponto médio do segmento que une as cargas, pode-se afirmar corretamente que:

- uma carga elétrica positiva abandonada em  $B$  permanece em repouso.
- o potencial elétrico do ponto  $A$  tem sinal negativo.
- a diferença de potencial entre os pontos  $B$  e  $C$  tem valor positivo.
- o campo elétrico resultante criado pelas cargas no ponto  $D$  tem módulo nulo.
- uma carga positiva abandonada em  $D$  dirige-se a  $B$  em movimento uniforme.

13. Gabarito  $Q = 5 \cdot 10^{-9}$  C.

O potencial elétrico criado por uma carga pontual é dado por:  $V = \frac{k_0 \cdot Q}{r}$ .

Do gráfico temos:  $V = 300$  volts e  $r = 0,15$  m.

Ou seja:

$$V = \frac{k_0 \cdot Q}{r} \rightarrow 300 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q}{0,15}$$

$$Q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C.}$$

14. Alternativa c

- Falsa. Uma carga positiva abandonada em  $B$  se deslocará para a direita.
- Falsa. O potencial em  $A$  é positivo, pois este ponto está mais próximo da carga positiva.
- Verdadeira.
 
$$U_{bc} = V_b - V_c$$

$$V_b = 0$$

$$V_c < 0$$
 Portanto,  $U_{bc} > 0$
- Falsa. A soma vetorial dos campos elétricos gerados por  $+Q$  e  $-Q$  no ponto  $D$  é diferente de zero.
- Falsa. Uma carga positiva abandonada em  $D$  irá se dirigir para  $-Q$ , e com movimento acelerado.

(Resolução do exercício 9 da p. 149)

9. Alternativa d

Resolução

Forças que agem na esfera:

- $\vec{P}$  = peso, vertical para baixo,
- $\vec{F}_{el}$  = força elétrica, vertical para baixo  $q > 0$ ,
- $\vec{T}$  = tração

Movimento é circular e uniforme, então, a resultante é centrípeta.

$$\text{tg } \theta = \frac{R_c}{P + F_{el}} \Rightarrow R_c = (P + F_{el}) \cdot \text{tg } \theta$$

Sabemos que  $P = m \cdot g$  e  $F_{el} = q \cdot E$

$$R_c = (m \cdot g + q \cdot E) \cdot \text{tg } \theta$$



# Corrente elétrica e resistores

## ■ Intensidade de corrente elétrica

**Corrente elétrica** é o movimento aproximadamente ordenado de partículas com carga elétrica num meio material.

Para obter a **intensidade da corrente elétrica** ( $i$ ), determinamos o quociente entre o fluxo de carga elétrica que atravessa um trecho determinado pelo intervalo de tempo gasto.

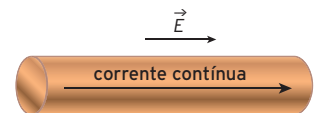
$$i = \frac{|Q|}{\Delta t}$$

Há dois tipos de corrente elétrica segundo o comportamento das cargas em certo intervalo de tempo, a corrente elétrica **contínua** (CC) e a corrente **alternada** (CA).

### Corrente contínua

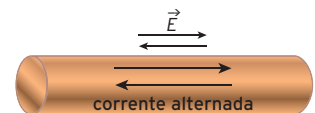
A **corrente contínua** é encontrada em equipamentos alimentados por pilhas ou baterias (fonte).

Essa corrente elétrica é chamada contínua porque o vetor campo elétrico  $\vec{E}$  mantém constantes intensidade, direção e sentido.



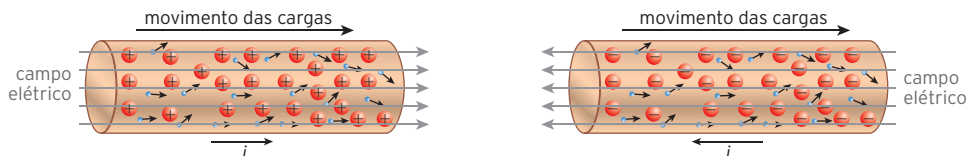
### Corrente alternada

Na **corrente alternada**, o campo elétrico  $\vec{E}$ , no interior dos fios, varia na intensidade e no sentido em intervalos de tempo iguais. Esse tipo de corrente é encontrado nas redes de distribuição de energia elétrica na maioria das cidades.



## Sentido convencional da corrente elétrica

O sentido da corrente elétrica é contrário ao do movimento dos portadores de carga negativa.



## ■ Resistência elétrica e resistor

**Resistência elétrica** é a propriedade que um condutor tem em dificultar a passagem de uma corrente elétrica.

Condutores que num circuito elétrico têm exclusivamente a função de converter energia elétrica em energia térmica são chamados **resistores**.

## ■ Primeira lei de Ohm

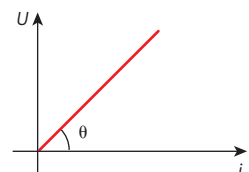
Todo resistor ôhmico, de resistência  $R$ , obedece à **primeira lei de Ohm**, que estabelece uma relação proporcional entre  $U$  e  $i$ , cuja expressão matemática é:

$$\frac{U}{i} = R \quad \text{ou} \quad U = R \cdot i$$

No SI, a tensão (ou diferença de potencial) é medida em volt (V); a corrente elétrica em ampère (A); e a resistência elétrica, em **ohm** ( $\Omega$ ).

### Gráfico de $U \times i$ para resistores ôhmicos

Para um resistor que obedece à lei de Ohm, a curva característica no gráfico de  $U \times i$  é uma reta. A tangente do ângulo  $\theta$  é numericamente igual à resistência  $R$  do resistor.



## ■ Resistividade e condutividade elétricas

A **resistividade** ( $\rho$ ) de um material (ou substância) o caracteriza quanto à dificuldade que este oferece à passagem de corrente elétrica. Sua **condutividade** ( $\sigma$ ) é a propriedade inversa, ou seja, se relaciona à capacidade do material de conduzir corrente elétrica.

Matematicamente, para cada material:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

No SI, as unidades de medida da resistividade e da condutividade são, respectivamente,  $\Omega \cdot \text{m}$  (ohm multiplicado metro) e  $\frac{1}{\Omega \cdot \text{m}} = \frac{\text{S}}{\text{m}}$  (siemens por metro).

## ■ Segunda lei de Ohm

A resistência elétrica ( $R$ ) de um condutor depende da resistividade ( $\rho$ ) do material que o constitui, do seu comprimento ( $L$ ) e da espessura, ou área ( $A$ ) da seção transversal, do condutor. A expressão matemática que relaciona essas variáveis com a resistência do condutor é conhecida como **segunda lei de Ohm**:

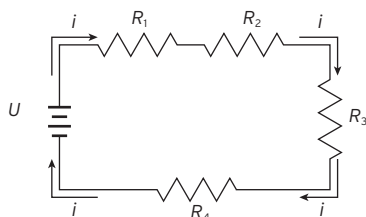
$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

Para que a resistência do condutor seja obtida em ohm ( $\Omega$ ), as demais unidades, no SI, devem ser:  $\rho$  em  $\Omega \cdot \text{m}$ ;  $L$  em m;  $A$  em  $\text{m}^2$ .

## ■ Associação de resistores

### Associação em série

Há uma associação de resistores em série quando entre dois pontos a intensidade da corrente elétrica é a mesma em cada resistor, mas a tensão entre os terminais de cada resistor é diferente e depende do valor da resistência.

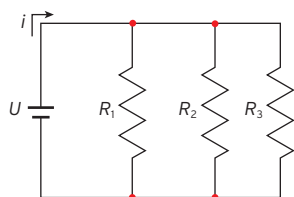


A resistência equivalente na associação de resistores em série é dada por:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \dots + R_n$$

### Associação em paralelo

Há uma associação de resistores em paralelo quando entre dois pontos a tensão é a mesma em cada resistor, mas não a intensidade da corrente elétrica, uma vez que a corrente se divide entre os diversos resistores.



A resistência equivalente na associação de resistores em paralelo é dada por:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

**1. Alternativa c**  
 Considerando uma corrente elétrica média de intensidade  $i_m = 300\,000\text{ A}$ , temos:  $i_m = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \Rightarrow 300\,000 = \frac{Q}{0,5} \Rightarrow Q = 150\,000\text{ C}$ .  
 Sendo  $f$  a fração de carga de módulo  $|Q|$  e  $|Q_r|$  o módulo da carga elétrica em excesso na Terra, teremos:  
 $f = \frac{|Q|}{|Q_r|} = \frac{150\,000}{600\,000} = \frac{1}{4} \therefore f = \frac{1}{4}$

**2. Alternativa e**  
 Carga elétrica do íon  $\text{Na}^+ = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$   
 Carga elétrica do íon  $\text{K}^+ = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$   
 Para uma bomba teremos o transporte de 330 íons ( $200\text{ Na}^+$  e  $130\text{ K}^+$ ) em um segundo, sendo então a corrente:  
 $i = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow i = \frac{330 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1} \Rightarrow \Rightarrow i = 528 \cdot 10^{-19}\text{ A}$   
 Para encontrarmos a corrente total devemos multiplicar a corrente de uma bomba pelo número total de bombas de sódio:  
 $I = 528 \cdot 10^{-19} \cdot 1000\,000 \Rightarrow I = 528 \cdot 10^{-13}\text{ A} \Rightarrow \Rightarrow I = 5,28 \cdot 10^{-11}\text{ A}$

**3. Gabarito a)  $E_c = 3,36 \cdot 10^8\text{ J}$ , b)  $v = 148\text{ km/h}$ , c)  $I = 0,53\text{ A}$**   
 a.  $E_c = 3 \cdot 10^{14} \cdot 7 \cdot 10^{12} \Rightarrow E_c = 21 \cdot 10^{26}\text{ eV}$ .  
 Como  $1\text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ J}$ , teremos:  
 $E_c = 21 \cdot 10^{26} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \Rightarrow 3,36 \cdot 10^8\text{ J}$   
 b.  $E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 3,36 \cdot 10^8 = \frac{400 \cdot 10^3 \cdot v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 1680 \Rightarrow v = 40,98\text{ m/s}$  ou  $v = 148\text{ km/h}$   
 c. Sabendo que a velocidade da luz é igual a  $c = 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$  podemos encontrar o tempo necessário para uma volta da seguinte forma:  
 $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{27 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \Rightarrow \Delta t = 9 \cdot 10^{-5}\text{ s}$   
 A carga do feixe:  
 $Q = n \cdot e \Rightarrow Q = 3 \cdot 10^{14} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \Rightarrow \Rightarrow Q = 4,8 \cdot 10^{-5}\text{ C}$   
 Dessa forma teremos a corrente:  
 $i = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow i = \frac{4,8 \cdot 10^{-5}}{9 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow i = 0,53\text{ A}$

**4. Alternativa c**  
 Como a carga máxima da bateria é de  $0,8\text{ Ah}$  e a corrente é de  $3,2\text{ A}$ , temos:  
 Pela expressão:  
 $Q = i \cdot t$   
 $0,8\text{ A} \cdot h = 3,2\text{ A} \cdot t$   
 $t = \frac{0,8}{3,2} = 0,25h = 15\text{ minutos}$

**1. (Fuvest-SP)** Medidas elétricas indicam que a superfície terrestre tem carga elétrica total negativa de, aproximadamente, 600 000 coulombs. Em tempestades, raios de cargas positivas, embora raros, podem atingir a superfície terrestre. A corrente elétrica desses raios pode atingir valores de até 300 000 A. Que fração da carga elétrica total da Terra poderia ser compensada por um raio de 300 000 A e com duração de 0,5 s?

- a)  $\frac{1}{2}$       b)  $\frac{1}{3}$       c)  $\frac{1}{4}$       d)  $\frac{1}{10}$       e)  $\frac{1}{20}$

**2. (UFJF-MG)** A função de uma proteína denominada bomba de sódio é o transporte dos íons de  $\text{Na}^+$  e  $\text{K}^+$  através da membrana celular. Cada bomba de sódio dos neurônios do cérebro humano pode transportar até 200 íons  $\text{Na}^+$  para fora da célula e 130 íons  $\text{K}^+$  para dentro da célula por segundo. Sabendo-se que um neurônio possui aproximadamente um milhão de bombas de sódio, qual a corrente elétrica média através da membrana de um neurônio? (a carga do próton é  $1,6 \times 10^{-19}\text{ C}$ )

- a)  $8,45 \times 10^{-17}\text{ A}$       d)  $2,08 \times 10^{-11}\text{ A}$   
 b)  $1,12 \times 10^{-11}\text{ A}$       e)  $5,28 \times 10^{-11}\text{ A}$   
 c)  $3,20 \times 10^{-11}\text{ A}$

**3. (Fuvest-SP)** Com o objetivo de criar novas partículas, a partir de colisões entre prótons, está sendo desenvolvido, no CERN (Centro Europeu de Pesquisas Nucleares), um grande acelerador (LHC). Nele, através de um conjunto de ímãs, feixes de prótons são mantidos em órbita circular, com velocidades muito próximas à velocidade  $c$  da luz no vácuo. Os feixes percorrem longos tubos, que juntos formam uma circunferência de 27 km de comprimento, onde é feito vácuo. Um desses feixes contém  $N = 3,0 \times 10^{14}$  prótons, distribuídos uniformemente ao longo dos tubos, e cada próton tem uma energia cinética  $E$  de  $7,0 \times 10^{12}\text{ eV}$ . Os prótons repassam inúmeras vezes por cada ponto de sua órbita, estabelecendo, dessa forma, uma corrente elétrica no interior dos tubos. Analisando a operação desse sistema, estime:

- a) A energia cinética total  $E_c$ , em joules, do conjunto de prótons contidos no feixe.  
 b) A velocidade  $V$ , em km/h, de um trem de 400 toneladas que teria uma energia cinética equivalente à energia do conjunto de prótons contidos no feixe.  
 c) A corrente elétrica  $I$ , em ampères, que os prótons em movimento estabelecem no interior do tubo onde há vácuo.

**Note e adote**

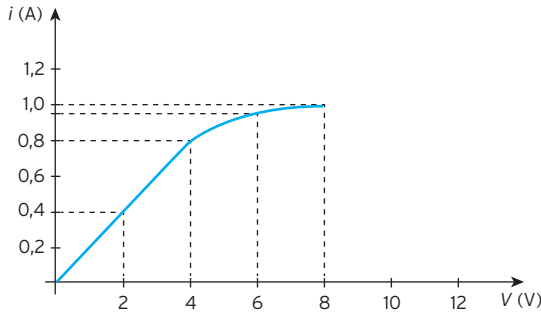
$q =$  Carga elétrica de um próton  $= 1,6 \times 10^{-19}\text{ C}$   
 $c = 3,0 \times 10^8\text{ m/s}$   
 $1\text{ elétron-volt} = 1\text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}\text{ J}$

**ATENÇÃO!** Não utilize expressões envolvendo a massa do próton, pois, como os prótons estão a velocidades próximas à da luz, os resultados seriam incorretos.

**4. (Unicamp-SP)** Atualmente há um número cada vez maior de equipamentos elétricos portáteis e isto tem levado a grandes esforços no desenvolvimento de baterias com maior capacidade de carga, menor volume, menor peso, maior quantidade de ciclos e menor tempo de recarga, entre outras qualidades. Outro exemplo de desenvolvimento, com vistas a recargas rápidas, é o protótipo de uma bateria de íon-lítio, com estrutura tridimensional. Considere que uma bateria, inicialmente descarregada, é carregada com uma corrente média  $I_m = 3,2\text{ A}$  até atingir sua carga máxima de  $Q = 0,8\text{ Ah}$ . O tempo gasto para carregar a bateria é de:

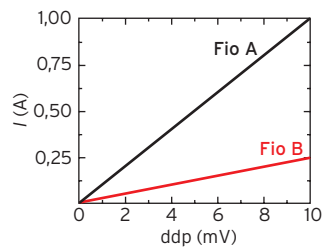
- a) 240 minutos.  
 b) 90 minutos.  
 c) 15 minutos.  
 d) 4 minutos.

5. (UFSM-RS) Em um laboratório da UFSM, um pedaço de fio condutor foi submetido a várias diferenças de potencial ( $V$ ) e, para cada uma delas, a corrente ( $i$ ) no fio foi medida. Com os resultados, foi construído o gráfico a seguir.



Para os valores da diferença de potencial em que o pedaço de fio condutor é ôhmico, a resistência desse pedaço de fio (em  $\Omega$ ) vale:

- a) 0,100                                      c) 0,500                                      e) 8,000  
 b) 0,200                                      d) 5,000
6. (UFF-RJ) Em dias frios, o chuveiro elétrico é geralmente regulado para a posição "inverno". O efeito dessa regulagem é alterar a resistência elétrica do resistor do chuveiro de modo a aquecer mais, e mais rapidamente, a água do banho. Para isso, essa resistência deve ser:
- a) diminuída, aumentando-se o comprimento do resistor.  
 b) aumentada, aumentando-se o comprimento do resistor.  
 c) diminuída, diminuindo-se o comprimento do resistor.  
 d) aumentada, diminuindo-se o comprimento do resistor.  
 e) aumentada, aumentando-se a voltagem nos terminais do resistor.
7. (UFF-RJ) Considere dois pedaços de fios condutores cilíndricos A e B, do mesmo comprimento, feitos de um mesmo material, com diâmetros distintos, porém pequenos demais para serem medidos diretamente. Para comparar as espessuras dos dois fios, mediu-se a corrente  $I$  que atravessa cada fio como função da diferença de potencial à qual está submetido. Os resultados estão representados na figura.



Analisando os resultados, conclui-se que a relação entre os diâmetros  $d$  dos fios A e B é:

- a)  $d_A = 2d_B$                                       c)  $d_A = 4d_B$                                       e)  $d_A = \sqrt{2}d_B$   
 b)  $d_A = \frac{d_B}{2}$                                       d)  $d_A = \frac{d_B}{4}$
8. (Unifesp) Você constrói três resistências elétricas,  $R_A$ ,  $R_B$  e  $R_C$ , com fios de mesmo comprimento e com as seguintes características:
- I. O fio de  $R_A$  tem resistividade  $1,0 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$  e diâmetro de 0,50 mm.  
 II. O fio de  $R_B$  tem resistividade  $1,2 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$  e diâmetro de 0,50 mm.  
 III. O fio de  $R_C$  tem resistividade  $1,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$  e diâmetro de 0,40 mm.  
 Pode-se afirmar que:
- a)  $R_A > R_B > R_C$                                       c)  $R_B > R_C > R_A$                                       e)  $R_C > R_B > R_A$   
 b)  $R_B > R_A > R_C$                                       d)  $R_C > R_A > R_B$

5. Alternativa d  
 Devemos selecionar o intervalo em que o gráfico é uma reta, portanto escolhemos pontos até 4V:  
 $U = R \cdot i \Rightarrow R = \frac{U}{i} \Rightarrow R = \frac{2}{0,4} \Rightarrow R = 5 \Omega$

6. Alternativa c  
 Para aumentar a potência elétrica de um chuveiro devemos diminuir sua resistência elétrica. Pela segunda lei de Ohm a resistência é diretamente proporcional ao comprimento do resistor, logo se diminuirmos esse comprimento teremos uma resistência menor.

7. Alternativa a  
 Calculando-se a resistência no fio A:  
 $U = R \cdot i \Rightarrow 10 \cdot 10^{-3} = R_A \cdot 1 \Rightarrow R_A = 10 \cdot 10^{-3} \Omega$   
 Calculando-se a resistência no fio B:  
 $U = R \cdot i \Rightarrow 10 \cdot 10^{-3} = R_B \cdot 0,25 \Rightarrow R_B = 40 \cdot 10^{-3} \Omega$   
 Utilizando-se da segunda lei de Ohm podemos comparar as áreas desses fios:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{\rho \cdot l}{A_A}}{\frac{\rho \cdot l}{A_B}} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{10 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-3}} = \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow A_B = \frac{A_A}{4}$$

A área de secção de um cilindro é calculada pela equação  $A = \pi \cdot R^2$  e, sendo  $D = 2R$ , podemos concluir:

$$A_B = \frac{A_A}{4} \Rightarrow \pi \cdot \left(\frac{d_B}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot \left(\frac{d_A}{2}\right)^2}{4} \Rightarrow d_B = \frac{d_A}{2} \Rightarrow d_A = 2 \cdot d_B$$

8. Alternativa e  
 Lembrando que as áreas de secção podem ser calculadas pela equação  $A = \pi R^2$  podemos calcular as resistências de cada fio utilizando a segunda lei de Ohm:

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow R = \rho \frac{l}{\pi R^2} \Rightarrow R = \rho \frac{l}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} \Rightarrow R = \rho \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot D^2}$$

Para os condutores teremos:

$$R_A = 1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow R_A = 1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot 0,25 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow R_A = 16 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{l}{\pi} \Omega$$

$$R_B = 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow R_B = 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot 0,25 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow R_B = 19,2 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{l}{\pi} \Omega$$

$$R_C = 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot (0,4 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow R_C = 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot 0,16 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow R_C = 37,5 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{l}{\pi} \Omega$$

Assim,  $R_C > R_B > R_A$

# Potência elétrica e geradores

## ■ Potência elétrica

Da definição de **potência elétrica**,  $P = \frac{\text{energia}}{\text{tempo}}$ , aplicada em aparelhos elétricos, tem-se:

$$P = \frac{\epsilon_{\text{el}}}{\Delta t} = \frac{q \cdot U}{\Delta t} = i \cdot U \Rightarrow P = i \cdot U$$

sendo  $i$  a corrente e  $U$  a diferença de potencial.

Substituindo a primeira lei de Ohm,  $U = R \cdot i$  na expressão acima, tem-se:  $P = i^2 \cdot R$ , ou, ainda, substituindo  $i = \frac{U}{R}$ , chega-se a:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

## ■ Efeito Joule

É a transformação específica de energia elétrica em energia térmica motivada pela passagem de corrente elétrica em um dispositivo.

## ■ Consumo de energia e a unidade kWh

É medido pela quantidade de energia elétrica que esse aparelho utiliza durante o período de tempo em que permanece ligado:  $E = P \cdot \Delta t$

## ■ Geradores

São dispositivos feitos para transformar energia não elétrica em elétrica.

## ■ Força eletromotriz

Um gerador ideal é aquele em que não se despreza a resistência elétrica de seus componentes internos. Com isso, a tensão entre seus terminais é constante, independentemente da corrente que o atravessa. Essa tensão constante é denominada **força eletromotriz (fem)**.

$$\epsilon = \frac{W}{q}$$

## Equação de geradores

Em um gerador real (aquele em que a resistência interna não é desprezível), a tensão fornecida para os terminais será igual à força eletromotriz ( $\epsilon$ ) menos a tensão da resistência interna.

$$U = \epsilon - r \cdot i$$

## ■ Potência total de um gerador

É a quantidade de energia consumida, produzida ou transformada em um dado intervalo de tempo.

$$P_t = \frac{\epsilon \cdot \Delta q}{\Delta t} \Rightarrow P_t = \epsilon \cdot i$$

Denomina-se **potência útil** a que de fato é fornecida ao circuito:  $P_{\text{útil}} = U \cdot i = \epsilon \cdot i - r \cdot i^2$ .

A **potência dissipada** dentro do gerador é calculada por:  $P_d = r \cdot i^2$ .

## ■ Rendimento de um gerador

O **rendimento** de um gerador é obtido pela razão entre a potência útil fornecida ao circuito elétrico e a potência total gerada.

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{total}}} = \frac{U \cdot i}{\epsilon \cdot i} = \frac{U}{\epsilon}$$

## ■ Associação de geradores idênticos

■ **Em série** (a corrente permanece a mesma em todos os elementos da série):

$$\epsilon_{\text{total}} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \dots + \epsilon_n$$

Quando a associação de geradores for constituída por  $n$  geradores idênticos, a tensão equivalente será:  $U_{\text{eq}} = n \cdot (\epsilon - r \cdot i)$

■ **Em paralelo** (a corrente total é a soma da corrente que cada gerador individual fornece):

$$\epsilon_{\text{total}} = \epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \dots = \epsilon_n$$

Para uma associação constituída por  $n$  geradores idênticos, a tensão equivalente será  $U_{\text{eq}} = U$ ,  $i_{\text{total}} = n \cdot i$  e  $r_{\text{eq}} = \frac{r}{n}$ . Assim:  $\epsilon_{\text{eq}} = U + r \cdot i$

## ■ Receptores

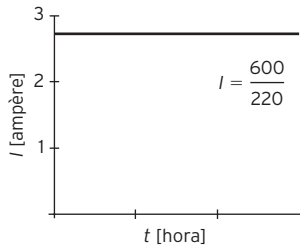
Transformam energia elétrica em outras formas de energia, desde que não seja energia térmica, apenas.

Nos receptores reais (aqueles cuja resistência elétrica não pode ser desprezada), a tensão fornecida para seus terminais será igual a força contraeletromotriz ( $\epsilon'$ ) menos a tensão da resistência interna.

$$U = \epsilon' + r' \cdot i$$

Todas as questões foram reproduzidas das provas originais de que fazem parte.

- (Fuvest-SP)** Na maior parte das residências que dispõem de sistemas de TV a cabo, o aparelho que decodifica o sinal permanece ligado sem interrupção, operando com uma potência aproximada de 6 W, mesmo quando a TV não está ligada. O consumo de energia do decodificador, durante um mês (30 dias), seria equivalente ao de uma lâmpada de 60 W que permanecesse ligada, sem interrupção, durante:
  - 6 horas.
  - 10 horas.
  - 36 horas.
  - 60 horas.
  - 72 horas.
- (Fatec-SP)** Numa determinada residência a conta de luz indica que o consumo de energia elétrica mensal foi de 400 kWh, com um custo de R\$ 120,00. Sabe-se que nessa residência existem duas crianças que brincam juntas todos os dias, 3 horas diárias, com um videogame que tem potência média de 20 W. A porcentagem equivalente ao gasto de energia mensal com o videogame e o custo mensal dessa parcela de energia são, respectivamente, iguais a:
  - 0,45% e R\$ 0,54.
  - 0,50% e R\$ 0,60.
  - 2,67% e R\$ 3,20.
  - 5,00% e R\$ 6,00.
  - 10,0% e R\$ 12,00.
- (Ufop-MG)** Uma pessoa comprou um refrigerador. Quando foi ligá-lo a uma tomada de 240 V, o eletrodoméstico queimou. Ao olhar o manual do refrigerador, viu as seguintes características de uso: 120 V, 60 Hz e 720 W. Sendo assim, o aparelho queimou porque:
  - dissipou potência de 1 440 W.
  - recebeu uma corrente de 12 A.
  - duplicou sua resistência.
  - entrou em curto-circuito.
- (UFT-TO)** Um estudante está planejando reduzir seus gastos mensais. Ele vai deixar de assistir à televisão duas horas todos os dias do mês. Sabendo que o custo da energia cobrado pela concessionária é R\$ 0,50 por kWh, quanto ele vai economizar mensalmente?  
 O consumo de potência desta televisão pode ser extraído do gráfico de corrente abaixo, com tensão de alimentação de 220 V. Considere a televisão como um resistor, e o mês contendo 30 dias.



- R\$ 18,00
  - R\$ 50,00
  - R\$ 10,00
  - R\$ 36,00
  - R\$ 112,00
- (UFJF-MG)** Numa residência onde a rede elétrica é de 110 V, estão ligados uma geladeira de potência 330 W e um ferro de passar roupa de potência 770 W. As correntes elétricas que percorrem os dois aparelhos têm os seus valores, respectivamente, iguais a:
    - 3 A e 7 A.
    - 11 A e 77 A.
    - 77 A e 3 A.
    - 7 A e 33 A.
    - 1100 A e 440 A.
  - (Uepa)** Instalações elétricas inadequadas podem resultar em diversos transtornos. Como forma de preveni-los, pode-se, por exemplo, empregar disjuntores adequados.  
 Um técnico deseja projetar um circuito de 120 V, com um disjuntor de entrada para uma cozinha, a qual necessitará de 3 (três) lâmpadas de 100 W e de 2 (duas) tomadas, uma para alimentar uma chapa de sanduíche de 2000 W e outra para um forno de micro-ondas de 1500 W. O disjuntor mais adequado para esta situação é o de:
    - 15 A
    - 20 A
    - 25 A
    - 30 A
    - 35 A

- Alternativa e**  
 A energia consumida pelo decodificador será:  
 $E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 6 \cdot 24 \cdot 30 \Rightarrow E = 4320 \text{ J}$   
 Uma lâmpada de 60 W consome a mesma energia no tempo:  
 $E_n = P \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{E_n}{P} \Rightarrow \Delta t = \frac{4320}{60} \Rightarrow \Delta t = 72 \text{ h}$
- Alternativa a**  
 A potência do videogame em kW:  $P = \frac{20}{1000} \Rightarrow P = 0,02 \text{ kW}$   
 O consumo mensal:  $E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 0,02 \cdot 3 \cdot 30 \Rightarrow E = 1,8 \text{ kWh}$   
 Como o consumo total de energia da casa no mês foi igual a 400 kWh, pode-se calcular a porcentagem equivalente a 1,8 kWh  
 $\text{Porcentagem} = \frac{1,8}{400} \Rightarrow \text{Porcentagem} = 0,45\%$   
 Sabendo que o custo mensal é igual a R\$ 120,00, calcula-se que 0,45% desse montante será:  
 $\text{Custo do videogame} = 120,00 \cdot 0,0045 = \text{R\$ } 0,54$
- Alternativa c**  
 O refrigerador foi fabricado para suportar uma corrente igual:  
 $P = U \cdot i \Rightarrow 720 = 120 \cdot i \Rightarrow i = 6 \text{ A}$   
 Ao ser conectado ao dobro da ddp especificada pelo fabricante, essa corrente também dobrou, chegando a 12 A e queimando o eletrodoméstico.
- Alternativa a**  
 Calculando-se a potência da TV, teremos:  
 $P = U \cdot i \Rightarrow P = 220 \cdot \frac{600}{220} \Rightarrow P = 600 \text{ W}$   
 A potência da em kW:  $P = \frac{600}{1000} \Rightarrow P = 0,6 \text{ kW}$   
 O consumo mensal reduzido será:  $E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 2 \cdot 0,6 \cdot 30 \Rightarrow E = 36 \text{ kWh}$   
 O custo diminuído será:  $\text{Custo} = 36 \cdot 0,50 \Rightarrow \text{Custo} = \text{R\$ } 18,00$
- Alternativa a**  
 Calculando-se a corrente que atravessa a geladeira:  
 $P_g = U_g \cdot i_g \Rightarrow 330 = 110 \cdot i_g \Rightarrow i_g = 3 \text{ A}$   
 Calculando-se a corrente para o ferro de passar:  
 $P_f = U_f \cdot i_f \Rightarrow 770 = 110 \cdot i_f \Rightarrow i_f = 7 \text{ A}$
- Alternativa e**  
 Como a instalação elétrica em uma residência é feita em paralelo, a corrente total que irá passar pelo disjuntor será igual a corrente que atravessa cada dispositivo somadas, assim:
  - Corrente das lâmpadas:  
 $P_{\text{lâmpada}} = U \cdot i_{\text{lâmpada}} \Rightarrow 100 = 120 \cdot i_{\text{lâmpada}} \Rightarrow i_{\text{lâmpada}} = \frac{100}{120} \text{ A}$   
 Como são três lâmpadas, teremos:  
 $i_{\text{lâmpadas total}} = 3 \cdot \frac{100}{120} \Rightarrow i_{\text{lâmpadas total}} = 2,5 \text{ A}$
  - Corrente da chapa de sanduíche:  
 $P_{\text{chapa}} = U \cdot i_{\text{chapa}} \Rightarrow 2000 = 120 \cdot i_{\text{chapa}} \Rightarrow i_{\text{chapa}} = \frac{2000}{120} \Rightarrow i_{\text{chapa}} = 16,67 \text{ A}$
  - Corrente do forno de micro-ondas:  
 $P_{\text{micro-ondas}} = U \cdot i_{\text{micro-ondas}} \Rightarrow 1500 = 120 \cdot i_{\text{micro-ondas}} \Rightarrow i_{\text{micro-ondas}} = \frac{1500}{120} \Rightarrow i_{\text{micro-ondas}} = 12,5 \text{ A}$
 A corrente total será a soma de todas as correntes:  
 $i_{\text{total}} = 2,5 + 16,67 + 12,5 \Rightarrow i_{\text{total}} = 31,67 \text{ A}$   
 Como os disjuntores possuem valores que variam de 5 em 5 ampères e o seu valor deve ser ligeiramente maior do que a corrente total que irá atravessá-lo, deve-se escolher o disjuntor de 35 A

7. Alternativa b					
A potência total consumida será igual a soma de todas as potências dos dispositivos que foram deixados ligados. Da tabela, encontramos:					
$P_{\text{Total}} = 12 + 4 + 2 + 3 + 5 = 26 \text{ W}$					
A potência total em kW: $P = \frac{26}{1000} \Rightarrow$					
$\Rightarrow P = 0,026 \text{ kW}$					
O consumo mensal: $E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E =$					
$= 0,026 \cdot 24 \cdot 30 \Rightarrow E = 18,72 \text{ kWh}$					
O custo desse consumo pode ser calculado:					
Custo = $18,72 \cdot 0,3 \Rightarrow$ Custo = R\$ 5,61					
8. Alternativa a					
Calculando-se o consumo de energia para cada dispositivo teremos:					
• Lâmpadas:					
Potência total consumida:					
$P_{\text{Lâmpadas Total}} = 6 \cdot 40 \Rightarrow P_{\text{Lâmpadas Total}} = 240 \text{ W}$					
A potência das lâmpadas em kW: $P = \frac{240}{1000} \Rightarrow$					
$\Rightarrow P = 0,24 \text{ kW}$					
O consumo diário: $E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 0,24 \cdot 5 \Rightarrow$					
$\Rightarrow E = 1,2 \text{ kWh}$					
• Geladeira:					
A potência da geladeira em kW: $P = \frac{300}{1000} \Rightarrow$					
$\Rightarrow P = 0,3 \text{ kW}$					
O consumo diário: $E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 0,3 \cdot 8 \Rightarrow$					
$\Rightarrow E = 2,4 \text{ kWh}$					
• Televisor:					
A potência do televisor em kW: $P = \frac{200}{1000} \Rightarrow$					
$\Rightarrow P = 0,2 \text{ kW}$					
O consumo diário: $E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 0,2 \cdot 8 \Rightarrow$					
$\Rightarrow E = 1,6 \text{ kWh}$					
• Outros equipamentos:					
A potência de outros equipamentos em kW:					
$P = \frac{500}{1000} \Rightarrow P = 0,5 \text{ kW}$					
O consumo diário: $E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 0,5 \cdot 2 \Rightarrow$					
$\Rightarrow E = 1,0 \text{ kWh}$					
O consumo diário será igual a soma dos consumos de cada dispositivo:					
$E_{\text{Total}} = 1,2 + 2,4 + 1,6 + 2,5 \Rightarrow E_{\text{Total}} = 6,2 \text{ kWh}$					
9. Alternativa b					
Uma diminuição de 25 vezes na ddp significa um aumento de 25 vezes na corrente elétrica de transmissão, uma vez que a potência transmitida é constante. Como a potência dissipada por efeito Joule é diretamente proporcional a corrente ao quadrado, teríamos um aumento igual a $25^2 = 625$ vezes.					

7. (UEA-AM) Muitos aparelhos elétricos consomem energia elétrica mesmo quando não estão em uso. Alguns permanecem em *standby*, ou seja, estão simplesmente desligados, mas mantêm suas funções básicas em funcionamento e estão prontos para serem acionados a qualquer momento, para conforto do usuário. Dispositivos com mostrador digital, teclado por toque ou controle remoto, por exemplo, consomem energia para permanecer em *standby*. A tabela mostra a potência consumida por alguns aparelhos elétricos que operam nesse modo.

Aparelhos	Consumo médio (W)
decodificador de TV via satélite	12
DVD	4
radiorrelógio	2
micro-ondas	3
televisão	5

<www.espacoacademico.com.br>

- Considere que os moradores de uma residência viajaram por 30 dias e que esqueceram os aparelhos relacionados na tabela ligados em *standby* 24 horas por dia. Se 1 kW · h de energia elétrica custa R\$ 0,30, eles pagarão por esse esquecimento, na próxima conta de energia elétrica, um valor em reais de aproximadamente:
- a) 3,20      b) 5,60      c) 8,50      d) 13,40      e) 18,70

8. (UFRN) O Brasil possui a matriz energética mais eficiente e renovável do mundo industrializado, com cerca de 45,3% da sua produção proveniente de recursos hídricos, biomassa e etanol, além das energias solar e eólica. A última começa a se destacar como uma fonte alternativa importante no suprimento de energia elétrica do país.

Desejando utilizar energia eólica em sua propriedade, um fazendeiro instalou um aerogerador, dimensionado em função do consumo das casas e equipamentos ali existentes.

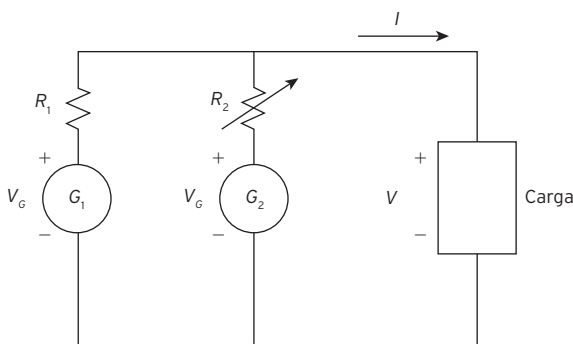
Considere que a residência e os outros equipamentos da fazenda possuem o perfil diário de consumo de energia elétrica descrito na tabela a seguir.

Dispositivo	Quantidade	Potência (W)	Horas/dia
Lâmpadas	06	40,0	5
Geladeira	01	300,0	8
Televisor	01	200,0	8
Outros equipamentos	01	500,0	2

A quantidade de energia elétrica mínima que o aerogerador deve fornecer para o consumo da fazenda é:

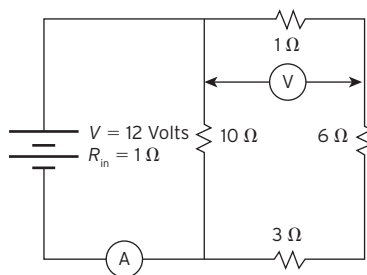
- a) 6,2 kWh      b) 1,04 kWh      c) 1,24 kWh      d) 138,55 kWh
9. (Fuvest-SP) Energia elétrica gerada em Itaipu é transmitida da subestação de Foz do Iguaçu (Paraná) a Tijuco Preto (São Paulo), em alta tensão de 750 kV, por linhas de 900 km de comprimento. Se a mesma potência fosse transmitida por meio das mesmas linhas, mas em 30 kV, que é a tensão utilizada em redes urbanas, a perda de energia por efeito Joule seria, aproximadamente:
- a) 27 000 vezes maior.      d) 25 vezes maior.  
b) 625 vezes maior.      e) a mesma.  
c) 30 vezes maior.

10. (IME-RJ) Um sistema composto por dois geradores denominados  $G_1$  e  $G_2$ , cuja tensão de saída é  $V_G$ , é apresentado na figura abaixo.



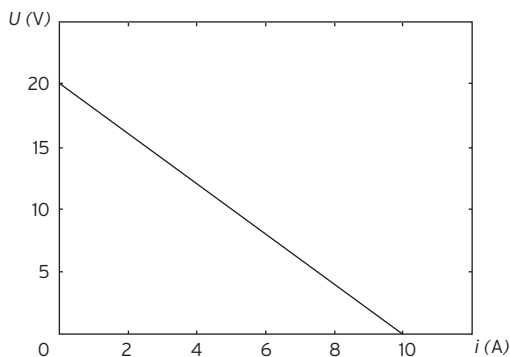
Este sistema alimenta uma carga que opera com uma tensão  $V$  e demanda da rede uma corrente  $I$ . O valor de  $R_2$  em função de  $R_1$ , de modo que o gerador  $G_2$  atenda 40% da potência da carga, é:

- a)  $\frac{1}{2} R_1$     b)  $R_1$     c)  $\frac{3}{2} R_1$     d)  $2 R_1$     e)  $\frac{5}{2} R_1$
11. (UFJF-MG) Quando se conecta uma resistência  $R$  a uma bateria de 12 V, uma corrente de 1,0 A é estabelecida no circuito. Se a queda de tensão através da resistência  $R$  é de 10 V, podemos afirmar que a resistência interna da bateria é:
- a) 4  $\Omega$     b) 5  $\Omega$     c) 2  $\Omega$     d) 3  $\Omega$     e) 1  $\Omega$
12. (UFT-TO) No circuito elétrico abaixo a resistência interna da bateria é  $R_{in} = 1 \Omega$ .



Qual é a leitura correta do amperímetro ideal A e do voltímetro ideal V, respectivamente?

- a) 1 mA e 1 mV.    c) 2 A e 1 V.    e) 12 A e 6 V.  
 b) 1 A e 1 V.    d) 10 A e 5 V.
13. (Furg-RS) Considere um gerador constituído de uma fonte de força eletromotriz  $\epsilon$  e uma resistência interna  $r$ . Ao medirmos a tensão e a corrente nos terminais do gerador, é obtido o gráfico onde  $U$  é a tensão no terminal do gerador e  $i$  a corrente fornecida pelo gerador. Neste caso, a força eletromotriz e a resistência interna serão respectivamente:



- a) 20 V e 2 ohms.    c) 20 V e 10 ohms.    e) 1 V e 2 ohms.  
 b) 10 V e 20 ohms.    d) 10 V e 2 ohms.

10. Alternativa c

Como a associação está em paralelo pode-se considerar  $V_G = V$

Considerando que  $P_1$  seja a potência útil do gerador  $G_1$ , e  $P_2$  a potência útil do gerador  $G_2$ ,  $I_1$  a corrente que passa pelo gerador 1,  $I_2$  a corrente que passa pelo gerador 2 e  $I$  a corrente total do circuito, então pode-se estabelecer que:

$$P_1 = V \cdot I_1, P_2 = V \cdot I_2 \text{ e } P_{total} = V \cdot I$$

Do enunciado:

$$P_1 = 0,6P \text{ e } P_2 = 0,4P, \text{ dividindo-se uma pela outra, encontra-se a relação:}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{0,6 \cdot P}{0,4 \cdot P} \Rightarrow \frac{I_1 \cdot V}{I_2 \cdot V} = \frac{0,6}{0,4} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{3}{2}$$

A partir da equação do gerador, pode-se escrever:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow V_G - R_1 \cdot I_1 = V_G - R_2 \cdot I_2 \Rightarrow R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{3}{2}$$

Dessa forma:

$$R_2 = \frac{3}{2} \cdot R_1$$

11. Alternativa c

Pelo enunciado temos  $U = 10 \text{ V}$ ,  $\epsilon = 12 \text{ V}$  e  $i = 1 \text{ A}$ . Substituindo no espaço do gerador, temos:

$$U = \epsilon - r \cdot i \Rightarrow 10 = 12 - R \cdot i \Rightarrow R = 2 \Omega$$

12. Inicialmente calcula-se o valor da resistência equivalente do circuito:

Na parte em série:  $R_{série} = 3 + 6 + 1 \Rightarrow R_{série} = 10 \Omega$

A  $R_{série}$  está associada em paralelo ao resistor de 10  $\Omega$  dessa forma:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{série}} + \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{2}{10} \Rightarrow R_{eq} = 5 \Omega$$

A ddp fornecida pelo gerador ( $U_G$ ) é a mesma aplicada sobre o resistor ( $U_R$ ), dessa forma:

$$U_G = U_R \Rightarrow \epsilon - r \cdot i = R \cdot i \Rightarrow 12 - 1 \cdot i = 5 \cdot i \Rightarrow 12 = 6 \cdot i \Rightarrow i = 2 \text{ A}$$

A posição do amperímetro mostra que a leitura dele é a da corrente total do circuito, logo sua leitura será 2 A.

A corrente total se dividirá em duas partes iguais, uma vez que as resistências de cada ramo na associação em paralelo são iguais, dessa forma pelo resistor de 1 W passará uma corrente de 1 A. O voltímetro está ligado em paralelo a esse resistor, têm-se:

$$U = R \cdot i \Rightarrow U = 1 \cdot 1 \Rightarrow U = 1 \text{ V}$$

Alternativa c Amperímetro: 2 A, Voltímetro 1V

13. Alternativa a

Pelo gráfico do gerador pode-se observar que a fem do gerador é igual a 20 V e a corrente de curto circuito é 10 A. A partir desses valores calcula-se o valor da resistência interna do gerador:

$$i_{cc} = \frac{\epsilon}{R} \Rightarrow 10 = \frac{20}{R} \Rightarrow R = \frac{20}{10} \Rightarrow R = 2 \Omega$$



# Circuitos e capacitores

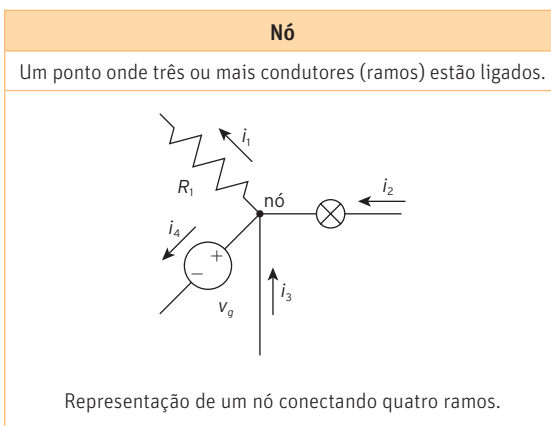
**Circuitos elétricos** são conjuntos formados por vários elementos condutores ligados de diferentes maneiras, dependendo da finalidade a que se destinam.

Quando os elementos estão ligados um em seguida do outro, dizemos que estão ligados **em série**. Quando estão ligados de maneira que todos estão submetidos à mesma tensão fornecida pela fonte, dizemos que estão associados em **paralelo**.

## Leis de Kirchhoff

- **Primeira Lei de Kirchhoff (lei dos nós):** a soma das correntes que chegam a um nó deve ser igual à soma das correntes que saem desse mesmo nó. Matematicamente:

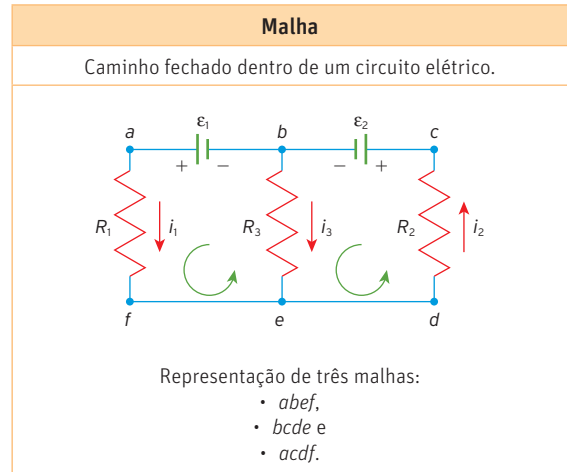
$$\sum_{k=1}^n i_n = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n = 0$$



- **Segunda Lei de Kirchhoff (lei das malhas):** a soma das forças eletromotrizes em uma malha é igual à soma das diferenças de tensão presentes na malha. Essas diferenças de tensão equivalem ao produto da corrente pela resistência de um resistor,  $i \cdot R$ . Matematicamente:

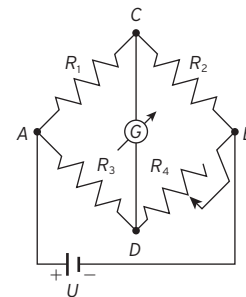
$$\sum_{k=1}^n \epsilon_k = \sum_{k=1}^n V_k = \sum_{k=1}^n i_k \cdot R_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_n = i_1 \cdot R_1 + i_2 \cdot R_2 + \dots + i_n \cdot R_n$$



## Ponte de Wheatstone

A ponte de Wheatstone é um circuito especial formado pela associação de quatro resistores, um deles de resistência variável ( $R_4$ ). Essa resistência é usada para medir o valor da resistência de um resistor.

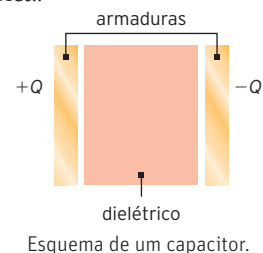


Quando o galvanômetro indica zero (tensão ou corrente elétrica), podemos escrever:

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_2}$$

## Capacitores

Também chamado de condensador, é um dispositivo de circuito elétrico cuja função é armazenar cargas elétricas e consequente energia eletrostática, ou elétrica.



É constituído de duas peças condutoras, chamadas de armaduras. Entre as armaduras, existe um material denominado dielétrico, uma substância isolante que possui alta capacidade de resistência ao fluxo de corrente elétrica. Existem três tipos de capacitores mais usados:

- **Plano:** uma placa metálica indutora em paralelo com uma placa metálica induzida, ambas separadas por um dielétrico.
- **Esférico:** uma esfera indutora no interior de uma esfera oca (induzida), que é preenchida com um dielétrico.
- **Cilíndrico:** um cilindro indutor no interior de um envoltório cilíndrico metálico (induzido), que é preenchido com um dielétrico.

Em todos os tipos de capacitor, o elemento indutor é ligado ao gerador, enquanto o elemento induzido é ligado à terra.

### Capacitância de um capacitor

Sendo  $Q$  a carga elétrica do capacitor e  $U$  a ddp entre as armaduras, a **capacitância** (ou **capacidade eletrostática**) do capacitor ( $C$ ) é dada por:

$$C = \frac{Q}{U}$$

No SI, a unidade de medida da capacitância é o **farad (F)**:

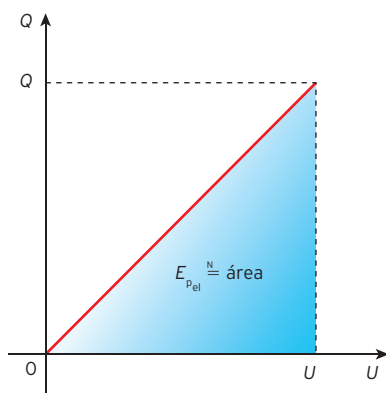
$$[C] = \frac{C}{V} = F$$

Assim, um capacitor de capacitância 1 F pode armazenar 1 C de carga quando submetido a uma ddp de 1 V.

### Energia potencial elétrica armazenada em um capacitor

A **energia potencial elétrica** ( $E_{pe}$ ) do capacitor corresponde numericamente à área entre o segmento de reta do gráfico e o eixo da diferença de potencial, e é dada por:

$$E_{pe} = \frac{Q \cdot U}{2}$$



## Associação de capacitores

### Associação em paralelo

- Estão ligadas entre si as armaduras positivas com o mesmo potencial  $V_A$ , e entre si as armaduras negativas com o mesmo potencial  $V_B$ .

- Todos os capacitores estão submetidos à mesma ddp  $U$ :

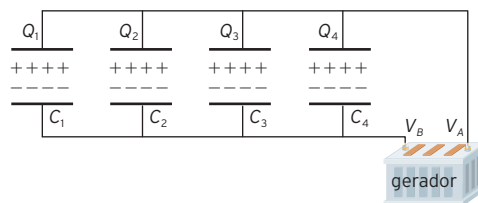
$$U = V_A - V_B$$

- A carga  $Q$  fornecida à associação divide-se em  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  e  $Q_4$ :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

- Como  $Q_1 = C_1U$ ,  $Q_2 = C_2U$ ,  $Q_3 = C_3U$  e  $Q_4 = C_4U$ , a capacitância do capacitor equivalente ( $C_{eq}$ ) é dada por:

$$C_{eq} \cdot U = C_1U + C_2U + C_3U + C_4U \Rightarrow \\ \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$



Associação de capacitores em paralelo.

### Associação em série

- A armadura negativa de um capacitor está ligada à armadura positiva do capacitor seguinte.
- Todos os capacitores apresentam a mesma carga  $Q$ .
- A ddp da associação é a soma das ddp dos capacitores:

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

- A associação de capacitores em série permite subdividir a ddp, solicitando menos de cada capacitor.

Sendo  $U_1 = \frac{U}{C_1}$ ,  $U_2 = \frac{U}{C_2}$  e  $U_3 = \frac{U}{C_3}$ , temos:

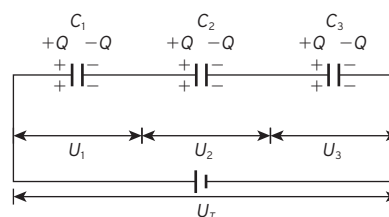
$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C}{n}$$

No caso particular de dois capacitores associados em série, temos:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$



Associação de capacitores em série.

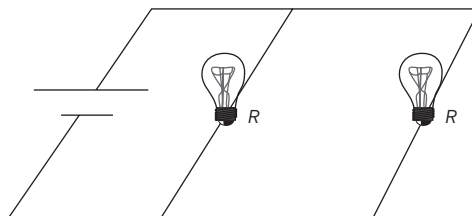
**1. Alternativa c**  
 Na associação em paralelo, quando uma lâmpada queima a outra continua funcionando normalmente. Como a potência total do circuito é a soma das potências de ambas lâmpadas - que neste caso são iguais -, ao queimar uma delas a potência dividir-se-á pela metade.

**2. Gabarito E = 60 V**  
 A corrente elétrica em  $R_3$  é dada por:  
 $i_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{18}{12} = 1,5 \text{ A}$   
 A corrente total no circuito é:  
 $i = i_2 + i_3 = 4,5 + 1,5 = 6 \text{ A}$   
 O valor de  $R_2$  é:  
 $V = R_2 \cdot i_2 \Rightarrow 18 = R_2 \cdot 4,5 \Rightarrow R_2 = 4 \Omega$   
 A resistência em paralelo entre  $R_2 + R_3$  é:  
 $R_p = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = \frac{48}{16} = 3 \Omega$   
 E a resistência equivalente do circuito:  
 $R = R_1 + R_p + R_4 = 3 + 3 + 4 = 10 \Omega$   
 Assim, a força eletromotriz da bateria é dada por:  
 $E = R \cdot i = 10 \cdot 6 = 60 \text{ V}$

**3. Gabarito a)**  $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 8R & 10R \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{7\varepsilon}{10} \end{vmatrix}$   
 b)  $i_1 = 1 \text{ A}$ ,  $i_2 = 2 \text{ A}$  e  $i_3 = 3 \text{ A}$ .  
 a. Primeira Lei de Kirchhoff ou Lei dos nós:  
 Nó B  $i_1 + i_2 = i_3$  (1)  
 Segunda Lei de Kirchhoff ou Lei das Malhas:  
 Malha ABEFA (a partir de A e no sentido de  $\alpha$ ):  
 $Ri_1 - Ri_2 + \varepsilon - Ri_2 + 2Ri_1 - \varepsilon + Ri_1 = 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 2i_1 - i_2 = 0$  (2)  
 Malha BCDEB (a partir de B e no sentido de  $\beta$ ):  
 $6Ri_3 + \frac{3\varepsilon}{10} + 2Ri_3 + Ri_2 - \varepsilon + Ri_2 = 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 8Ri_3 + 2Ri_2 = \frac{7\varepsilon}{10}$  (3)  
 Substituindo (1) em (3), obtemos:  
 $8Ri_1 + 10Ri_2 = \frac{7\varepsilon}{10}$  (4)  
 Chegamos então ao sistema:  
 $\begin{cases} 2i_1 - i_2 = 0 \\ 8Ri_1 + 10Ri_2 = \frac{7\varepsilon}{10} \end{cases}$   
 Mas o enunciado solicita na forma matricial, logo:  
 $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 8R & 10R \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{7\varepsilon}{10} \end{vmatrix}$   
 b. Temos  $R = 5 \Omega$  e  $\varepsilon = 20 \text{ V}$ , vamos calcular as correntes:  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ .  
 Para  $R = 5 \Omega$  e  $\varepsilon = 20 \text{ V}$ , teremos a equação matricial como:  
 $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 14 \end{vmatrix}$   
 Assim, usando a regra de Cramer teremos:  $i_1 = 1 \text{ A}$ ,  $i_2 = 2 \text{ A}$  e  $i_3 = 3 \text{ A}$ .

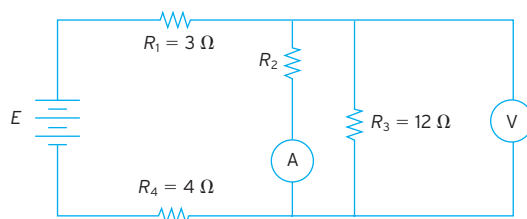
**4. Gabarito  $\frac{\varepsilon}{3}$**   
 Os resistores  $R$  e  $2R$  estão associados em série e o resultado ( $3R$ ) em paralelo:  
 $R_{eq} = \frac{3R}{2}$   
 $U = R_{eq} \cdot i \Rightarrow i = \frac{U}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{\frac{3R}{2}} = \frac{2\varepsilon}{3R}$   
 Como a corrente elétrica se divide por igual entre os dois ramos, a corrente por cada um deles é  $i' = \frac{\varepsilon}{3R}$   
 $V_A - V_B = U_{CB} - U_{CA} = 2R \cdot i' - R \cdot i' = R \cdot i' =$   
 $= R \cdot \frac{\varepsilon}{3R} = \frac{\varepsilon}{3}$

- 1. (UEA-AM)** No circuito representado na figura, duas lâmpadas idênticas de resistência elétrica  $R$  são ligadas em paralelo a uma bateria de resistência interna desprezível. Suponha que a resistência elétrica dos fios de ligação seja desprezível. Nessa situação, o circuito dissipa uma potência elétrica  $P$ .



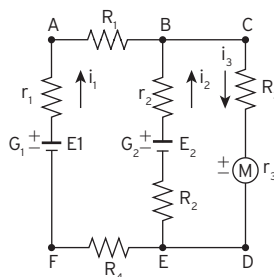
Se uma das lâmpadas queimar, a potência elétrica dissipada pelo circuito passa a ser:

- a) zero. c) a metade de  $P$ . e) o triplo de  $P$ .  
 b) um quarto de  $P$ . d) o dobro de  $P$ .
- 2. (Uerj)** No circuito abaixo, o voltímetro  $V$  e o amperímetro  $A$  indicam, respectivamente,  $18 \text{ V}$  e  $4,5 \text{ A}$ .



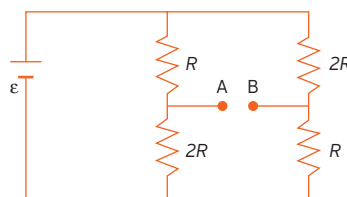
Considerando como ideais os elementos do circuito, determine a força eletromotriz  $E$  da bateria.

- 3. (UEG-GO)** O esquema representa uma rede de distribuição de energia elétrica que consta de:
- geradores  $G_1$  e  $G_2$  de fem  $E_1 = E_2 = \varepsilon$  e resistências internas  $r_1 = r_2 = R$ ;
  - motor  $M$  de fem  $E_3 = \frac{3\varepsilon}{10}$  e resistência interna  $r_3 = 2R$ ;
  - resistores de resistências internas  $R_1 = R_2 = R$ ;  $R_3 = 6R$  e  $R_4 = 2R$ .



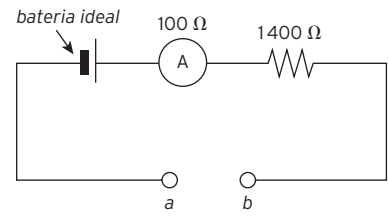
Tendo em vista as informações, responda ao que se pede.

- a) Obtenha a equação matricial que permite calcular as correntes  $i_1$  e  $i_2$ .  
 b) Sendo  $R = 0,5 \Omega$  e  $\varepsilon = 20 \text{ V}$ , calcule as correntes  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ .
- 4. (UFRJ)** Uma bateria ideal de força eletromotriz  $\varepsilon$  está ligada a um circuito como ilustra a figura a seguir.



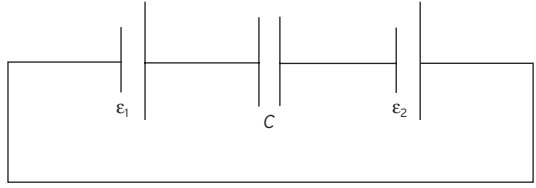
Calcule a diferença de potencial  $V_A - V_B$  entre os pontos terminais A e B em função de  $\varepsilon$ .

5. (UFRJ) Uma bateria ideal, um amperímetro de resistência interna de  $100 \Omega$  e um resistor de resistência de  $1400 \Omega$  são ligados em série em um circuito inicialmente aberto com terminais a e b, como indicado na figura a seguir.



Quando os terminais a e b são conectados por um fio de resistência desprezível, fechando o circuito, se estabelece no amperímetro uma corrente de  $1,00 \text{ mA}$ . Quando os terminais a e b são conectados por um resistor, fechando o circuito, se estabelece no amperímetro uma corrente de  $0,20 \text{ mA}$ . Calcule a resistência desse resistor.

6. (UFPR) Capacitores são dispositivos que podem armazenar energia quando há um campo elétrico em seu interior, o qual é produzido por cargas elétricas depositadas em suas placas. O circuito abaixo é formado por um capacitor  $C$  de capacitância  $2 \mu\text{F}$  e por duas fontes de f.e.m, consideradas ideais, com  $\epsilon_1 = 10 \text{ V}$  e  $\epsilon_2 = 15 \text{ V}$ .



Assinale a alternativa correta para a energia elétrica armazenada no capacitor C.

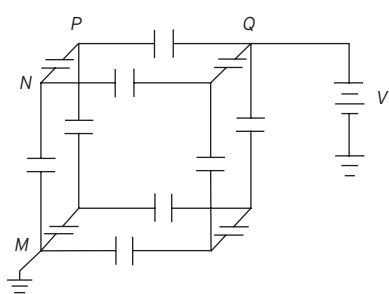
a)  $625 \cdot 10^{-6} \text{ J}$       c)  $25 \cdot 10^{-6} \text{ J}$       e)  $75 \cdot 10^{-6} \text{ J}$   
 b)  $225 \cdot 10^{-6} \text{ J}$       d)  $50 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

7. (Unicamp-SP) Em 1963, Hodgkin e Huxley receberam o prêmio Nobel de Fisiologia por suas descobertas sobre a geração de potenciais elétricos em neurônios. Membranas celulares separam o meio intracelular do meio externo à célula, sendo polarizadas em decorrência do fluxo de íons. O acúmulo de cargas opostas nas superfícies interna e externa faz com que a membrana possa ser tratada, de forma aproximada, como um capacitor.
- a) Considere uma célula em que íons, de carga unitária  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , cruzam a membrana e dão origem a uma diferença de potencial elétrico de  $80 \text{ mV}$ . Quantos íons atravessaram a membrana, cuja área é  $A = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$ , se sua capacitância por unidade de área é  $C_{\text{área}} = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ F/cm}^2$ ?
- b) Se uma membrana, inicialmente polarizada, é despolarizada por uma corrente de íons, qual a potência elétrica entregue ao conjunto de íons no momento em que a diferença de potencial for  $20 \text{ mV}$  e a corrente for  $5 \cdot 10^8 \text{ íons/s}$ , sendo a carga de cada íon  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ?

8. (ITA-SP) Uma diferença de potencial eletrostático  $V$  é estabelecida entre os pontos  $M$  e  $Q$  da rede cúbica de capacitores idênticos mostrada na figura.

A diferença de potencial entre os pontos  $N$  e  $P$  é:

- a)  $V/2$   
 b)  $V/3$   
 c)  $V/4$   
 d)  $V/5$   
 e)  $V/6$

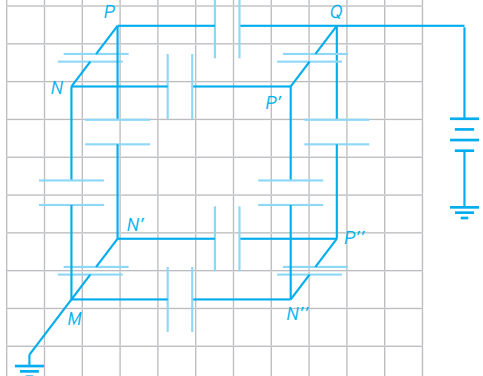


5. Gabarito  $6,0 \cdot 10^3 \Omega$   
 $\epsilon = (1400 + 100) \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 1,5 \text{ V} \Rightarrow \epsilon = (1400 + 100 + R) \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}$   
 $1,5 = (1500 + R) \cdot 0,20 \cdot 10^{-3} \Rightarrow 1500 = (1500 + R) \cdot 0,20$   
 $R = 7500 - 1500 = 6,0 \cdot 10^3 \Omega$

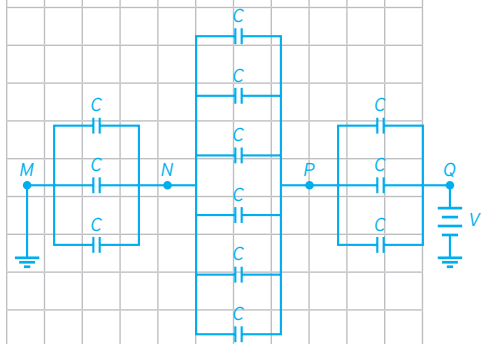
6. Alternativa a  
 $E = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot (10 + 15)^2}{2} = 625 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

7. Gabarito a)  $n = 2 \cdot 10^7$  íons, b)  $P = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ W}$   
 a.  $C_{\text{membrana}} = A \cdot C_{\text{área}} = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,8 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-11} \text{ F}$   
 $C = \frac{Q}{U} \Rightarrow 4 \cdot 10^{-11} = \frac{n \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{80 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow n = 2 \cdot 10^7$  íons  
 b. Como cada íon possui carga  $e$ , a corrente elétrica é  $i = 5 \cdot 10^8 \text{ íons/s} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 8 \cdot 10^{-11} \text{ A}$   
 $P = U \cdot i = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-11} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ W}$

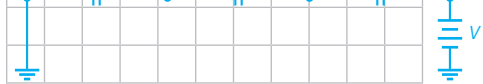
8. Alternativa d  
 São doze capacitores nas arestas do cubo:



Qualquer caminho de  $M$  para  $Q$  é simétrico, de modo que  $P, P'$  e  $P''$  possuem o mesmo potencial. O mesmo ocorre para  $N, N'$  e  $N''$ , de modo que podemos esquematizar o circuito como:



Em paralelo, as capacitâncias se somam, logo:



E a capacitância equivalente:  
 $\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{3C} + \frac{1}{6C} + \frac{1}{3C} = \frac{2+1+1}{6C} = \frac{5}{6C}$   
 $C_{\text{eq}} = \frac{6C}{5}$

A carga do circuito:  
 $Q = C \cdot U \Rightarrow Q = \frac{6C}{5} \cdot V$

Como em série a carga elétrica dos capacitores é a mesma, a diferença de potencial entre  $N$  e  $P$  é:

$Q = C \cdot U \Rightarrow \frac{6C}{5} \cdot V = 6C \cdot V_{NP} \Rightarrow V_{NP} = \frac{V}{5}$

# Magnetismo

## ■ Magnetismo em ímãs e bússolas

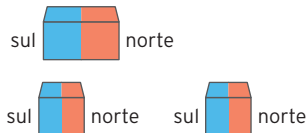
Ímãs, naturais ou artificiais, podem atrair objetos compostos de determinados elementos como o ferro, o níquel e o cobalto e ligas que contenham esses metais.

### Propriedades básicas dos ímãs

Nos ímãs, os polos são as regiões onde as forças atrativas se concentram. E, devido ao alinhamento espontâneo de um polo do ímã com o norte e do outro polo com o sul da Terra, os polos de um ímã foram denominados polo Norte (N) e polo Sul (S).

Estão entre as propriedades dos ímãs:

- **Inseparabilidade dos polos:** é impossível separar os polos magnéticos de um ímã, porque cada parte da divisão dá origem a um ímã com os dois polos magnéticos.



- **Interação entre polos:** quando se aproximam dois polos iguais, surge uma força de repulsão entre eles. Se os polos forem diferentes, a força será de atração.

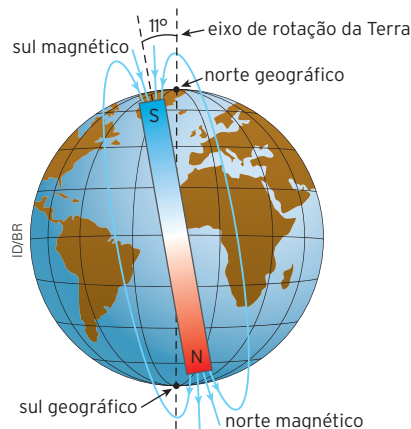
## ■ Representação do campo magnético

A grandeza **vetor indução magnética** expressa o campo magnético representado por  $\vec{B}$ , ou simplesmente **vetor campo magnético**. Cada vetor  $\vec{B}$  pode ser representado num ponto do espaço seguindo a direção das linhas do campo magnético.



### Campo magnético terrestre e bússola

As linhas do campo magnético da Terra apresentam as mesmas características do campo de um ímã em forma de barra, conforme ilustração abaixo.



O modelo criado por Gilbert, no século XV, para explicar a origem do campo magnético terrestre mostra um ímã imaginário posicionado no interior da Terra com seu polo Sul voltado para a região do polo norte geográfico e, conseqüentemente, o polo Norte magnético desse ímã imaginário estaria na região sul da Terra.

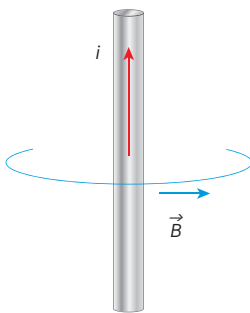
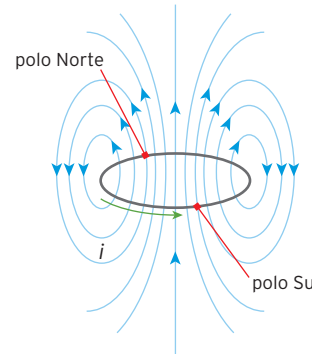
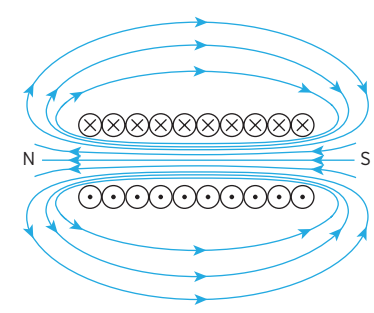
## ■ Campo magnético gerado por correntes elétricas

Correntes elétricas que atravessam fios condutores também geram campo magnético na região ao redor do fio.

A direção das linhas do campo magnético e, conseqüentemente, do vetor indução magnética, ou seja, do vetor  $\vec{B}$ , varia com o formato do fio, e o sentido desse vetor é obtido pela regra da mão direita, descrita abaixo.

A intensidade do campo magnético ( $\vec{B}$ ) gerado ao redor de um fio condutor percorrido por corrente elétrica ( $i$ ) depende da intensidade dessa corrente, da distância entre o fio e o ponto de localização do vetor  $\vec{B}$  e de uma constante relacionada ao meio material que envolve o fio, a permeabilidade magnética ( $\mu$ ) do meio. No SI, a unidade de medida do campo magnético é o **tesla (T)**.

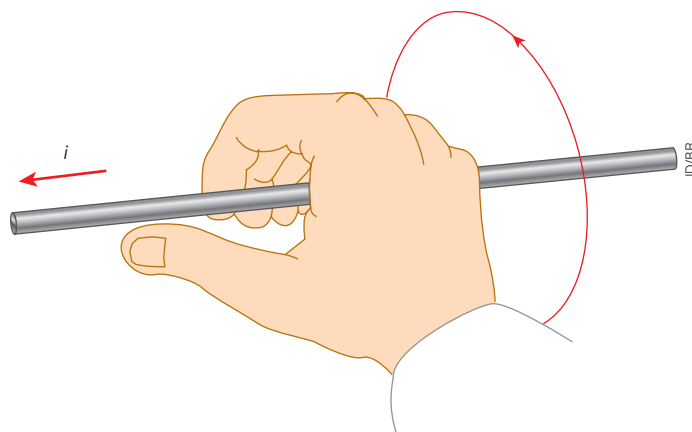
Para calcular a intensidade do campo magnético ( $\vec{B}$ ) nas três configurações das linhas de campo ao redor de um fio condutor, há expressões matemáticas específicas, indicadas no quadro abaixo.

		
<p><b>Fio retilíneo</b></p>	<p><b>Espira circular de raio <math>R</math></b></p>	<p><b>Solenóide com <math>N</math> espiras</b></p>
$B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot d}$ <p>Em que <math>d</math> é a distância entre o fio atravessado pela corrente e o ponto de localização do vetor campo magnético <math>\vec{B}</math>, medida em metro.</p>	$B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2 \cdot R}$ <p>Em que <math>R</math> é o raio da espira medido em metro. Com essa expressão é calculada a intensidade do campo magnético no centro da espira.</p>	$B = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot N}{L}$ <p>Em que <math>N</math> é o número de espiras e <math>L</math> é o comprimento, em metros, do solenoide.</p>

Onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo:  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \frac{\text{m}}{\text{A}}$ , no SI.

### Regra da mão direita

Na prática, posiciona-se o polegar alinhado com a corrente elétrica  $i$  que percorre o fio, neste caso, retilíneo. Assim, ao fechar os demais dedos, envolvendo o fio, obtém-se o sentido das linhas do campo magnético, conforme a ilustração.

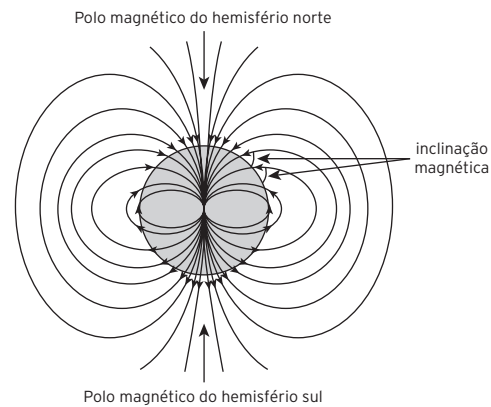


1. Alternativa c  
O ímã deve quebrar em um eixo que, ao tentar remontar o ímã, haverá a aproximação de polos com o mesmo nome.
2. Alternativa a  
Da inclinação do campo magnético da Terra podemos concluir que:  $\alpha^P > \alpha^T > \alpha^E$ .
3. Alternativa b  
A regra da mão direita deve ser utilizada levando-se em conta o sentido de deslocamento de cargas positivas. Dessa forma, se a carga que se desloca for negativa, o sentido do campo gerado ao redor da carga deve ser invertido. O campo gerado terá as cargas que se movimentam em seu centro e formato circular.
  - a. Falsa. O sentido do campo está invertido.
  - b. Verdadeira.
  - c. Falsa. O campo deve ser circular ao redor do fio.
  - d. Falsa. O sentido do campo está invertido pois a carga que se desloca é negativa.
  - e. Falsa. As linhas de campo são circulares ao redor do fio e não paralelo a ele.

1. (Fatec-SP) Uma criança brincando com um ímã, por descuido, o deixa cair, e ele se rompe em duas partes. Ao tentar consertá-lo, unindo-as no local da ruptura, ela percebe que os dois pedaços não se encaixam devido à ação magnética. Pensando nisso, se o ímã tivesse o formato e as polaridades da figura a seguir, é válido afirmar que o ímã poderia ter se rompido:
 
  - a) na direção do plano  $\alpha$ .
  - b) na direção do plano  $\beta$ .
  - c) na direção do plano  $\pi$ .
  - d) na direção de qualquer plano.
  - e) apenas na direção do plano  $\beta$ .

2. (Unifesp) A figura mostra uma bússola que, além de indicar a direção dos polos magnéticos da Terra, indica também a inclinação  $\alpha$  das linhas de campo no local onde ela está.
 

Bússolas como essa se inclinam  $\alpha^E$  em regiões próximas ao equador,  $\alpha^T$  em regiões próximas aos trópicos e  $\alpha^P$  em regiões próximas aos círculos polares. Conhecendo a configuração do campo magnético terrestre (veja a figura abaixo),



- pode-se afirmar que:
- a)  $\alpha^P > \alpha^T > \alpha^E$
  - b)  $\alpha^T > \alpha^P > \alpha^E$
  - c)  $\alpha^P > \alpha^E > \alpha^T$
  - d)  $\alpha^T > \alpha^E > \alpha^P$
  - e)  $\alpha^E > \alpha^T > \alpha^P$
3. (UFSM-RS) O campo magnético pode ser produzido pelo movimento de cargas elétricas ou, como ocorre nas ondas eletromagnéticas, pela variação do fluxo de campo elétrico local. Em qual das figuras a seguir está representado corretamente o campo magnético?
 

a)

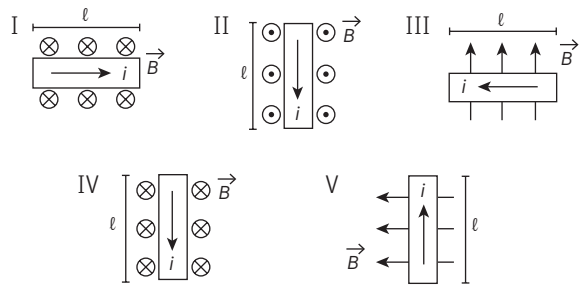
b)

c)

d)

e)

4. (UPE) Um condutor retilíneo de comprimento  $\ell$  percorrido por uma corrente elétrica  $i$  é imerso em um campo magnético uniforme  $B$ . Na figura a seguir, estão disponibilizadas as seguintes situações I, II, III, IV e V.



Nessas condições, o conjunto que melhor representa o sentido da força magnética que atua sobre o condutor nos itens I, II, III, IV e V, respectivamente, é:

- a) I:  $\odot$ , II:  $\leftarrow$ , III:  $\downarrow$ , IV:  $\otimes$ , V:  $\uparrow$
- b) I:  $\downarrow$ , II:  $\rightarrow$ , III:  $\odot$ , IV:  $\uparrow$ , V:  $\otimes$
- c) I:  $\uparrow$ , II:  $\otimes$ , III:  $\leftarrow$ , IV:  $\downarrow$ , V:  $\odot$
- d) I:  $\uparrow$ , II:  $\leftarrow$ , III:  $\otimes$ , IV:  $\rightarrow$ , V:  $\odot$
- e) I:  $\leftarrow$ , II:  $\uparrow$ , III:  $\otimes$ , IV:  $\downarrow$ , V:  $\odot$

5. (UFPB) Os eletroímãs, formados por solenoides percorridos por correntes elétricas e um núcleo de ferro, são dispositivos utilizados por guindastes eletromagnéticos, os quais servem para transportar materiais metálicos pesados. Um engenheiro, para construir um eletroímã, utiliza um bastão cilíndrico de ferro de 2,0 metros de comprimento e o enrola com um fio dando  $4 \times 10^6$  voltas. Ao fazer passar uma corrente de 1,5 A pelo fio, um campo magnético é gerado no interior do solenoide, e a presença do núcleo de ferro aumenta em 1000 vezes o valor desse campo.

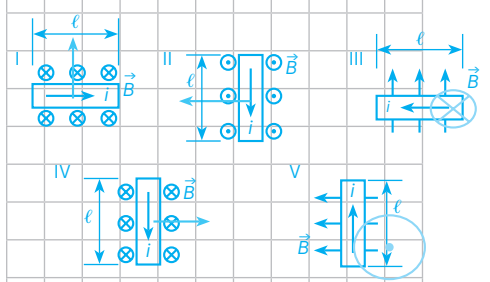
Adotando para a constante  $\mu_0$  o valor  $4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ , é correto afirmar que, nessas circunstâncias, o valor da intensidade do campo magnético, no interior do cilindro de ferro, em tesla, é:

- a)  $24\pi \times 10^2$
- b)  $12\pi \times 10^2$
- c)  $6\pi \times 10^2$
- d)  $3\pi \times 10^2$
- e)  $\pi \times 10^2$

6. (Unemat-MT) Segundo a experiência de Oersted, conclui-se que “toda corrente elétrica gera ao redor de si um campo magnético”, pode-se afirmar que as linhas do campo magnético, originadas por um condutor reto percorrido por uma corrente elétrica constante, são:

- a) linhas retas entrando no condutor.
- b) linhas paralelas ao condutor.
- c) circunferências concêntricas ao condutor, situadas em planos paralelos ao condutor.
- d) circunferências concêntricas ao condutor, situadas em planos perpendiculares ao condutor.
- e) linhas retas saindo do condutor.

4. Alternativa d  
Utilizando-se a regra da mão esquerda pode-se encontrar o vetor força elétrica que atua sobre o fio quando há uma corrente atravessando o fio imerso em um campo magnético, dessa forma encontra-se para cada caso:



5. Alternativa b  
O campo gerado por um solenoide é calculado pela equação:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot N}{L} \Rightarrow B = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 10^6}{2} \Rightarrow B = 12 \cdot \pi \cdot 10^{-1} \text{ T}$$

Colocando-se o núcleo de ferro esse campo aumenta 1000 vezes, chegando ao seguinte valor:  
 $B = 12 \cdot \pi \cdot 10^{-1} \cdot 1000 \Rightarrow 12 \cdot \pi \cdot 10^2 \text{ T}$

6. Alternativa d  
O campo magnético gerado por uma corrente elétrica é circular, no plano perpendicular ao fio e com a corrente elétrica em seus centros.



# Força magnética e indução eletromagnética

A **força magnética** ( $\vec{F}_m$ ) surge da ação de um campo magnético externo sobre cargas elétricas em movimento. Consideram-se duas situações em que isso ocorre:

- **força magnética sobre carga elétrica em movimento** com velocidade constante sob um campo magnético externo uniforme;
- **força magnética sobre fio retilíneo atravessado por corrente elétrica** submetido a um campo magnético externo.

## ■ Força magnética sobre carga elétrica

Para caracterizar a força magnética sobre uma carga elétrica sujeita a um campo magnético externo, devem-se considerar as grandezas associadas à partícula e ao campo magnético.

O módulo da força magnética  $F_m$  sobre uma carga elétrica  $q$  que se movimenta com velocidade constante  $v$  numa região de campo magnético  $B$  uniforme é obtido pela expressão matemática:

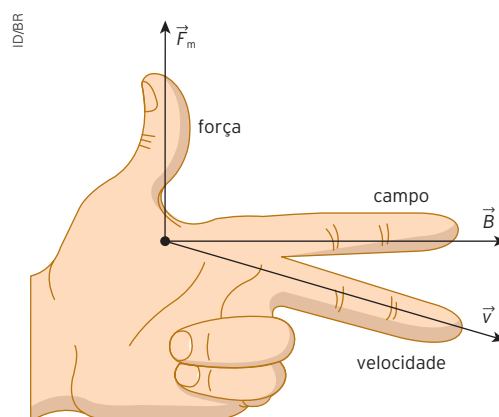
$$F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \theta$$

em que  $\theta$  é o ângulo formado entre o vetor velocidade  $\vec{v}$  da partícula e o campo magnético  $\vec{B}$  externo no qual ela se desloca.

## Direção e sentido da força magnética – regra da mão esquerda

Para determinar a direção e o sentido da força magnética que atua sobre a carga elétrica em movimento com velocidade constante, aplica-se a regra da mão esquerda, descrita a seguir.

Com o dedo indicador na direção das linhas de indução magnética  $\vec{B}$  e o dedo médio no sentido da velocidade  $\vec{v}$  da carga elétrica, o polegar indica a direção e o sentido da força magnética  $\vec{F}_m$  sobre a carga elétrica. Nessa configuração, o polegar indica que a força magnética  $\vec{F}_m$  é perpendicular ao plano formado pelos vetores  $\vec{B}$  e  $\vec{v}$ . Caso a carga elétrica em movimento seja negativa, depois de aplicar a regra utilizando o módulo, inverte-se o resultado final.



## Trajétórias de uma partícula carregada

Conforme varia o ângulo  $\theta$  entre a velocidade  $\vec{v}$  da partícula e as linhas do campo magnético  $\vec{B}$ , o formato da trajetória realizada pela partícula na região do campo também varia. Como o módulo da velocidade não muda, os movimentos são uniformes.

As diferentes trajetórias são resultantes da mudança de direção na força magnética  $\vec{F}_m$  que atua sobre a carga elétrica em cada situação.

Velocidade $\vec{v}$ paralela às linhas do campo magnético $\vec{B}$	Velocidade $\vec{v}$ perpendicular às linhas de campo magnético $\vec{B}$	Velocidade $\vec{v}$ oblíqua às linhas de campo magnético $\vec{B}$
$\theta = 0^\circ$ ou $180^\circ$ Linhas de $\vec{B}$ horizontais, para a direita.	$\theta = 90^\circ$ Linhas de $\vec{B}$ perpendiculares ao plano da página e "entrando".	$0^\circ < \theta < 90^\circ$ Linhas de $\vec{B}$ verticais, para baixo.
$F_m = 0$	$F_m =  q  \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \theta$	$F_m =  q  \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \theta$
Trajétória retilínea	Trajétória circular	Trajétória helicoidal
MRU	MCU	MHU

### ■ Força magnética sobre fio retilíneo atravessado por corrente elétrica

Há duas situações nas quais uma força magnética atua sobre um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica:

- quando o **campo magnético** é **uniforme**, como o encontrado na região entre os polos magnéticos de um ímã em forma de U;
- quando o **campo magnético** é **gerado por outro fio retilíneo percorrido por corrente elétrica e paralelo** ao primeiro fio.

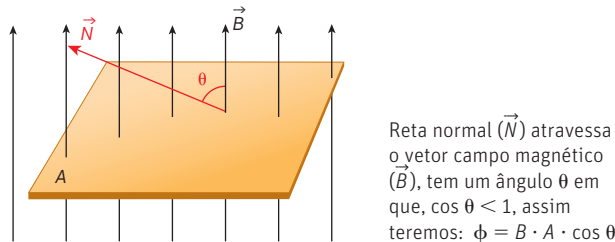
Força magnética $\vec{F}_m$ sobre um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica $i_1$ , em campo magnético uniforme $\vec{B}$ externo	Força magnética $\vec{F}_m$ entre fios retilíneos e paralelos percorridos por correntes elétricas $i_1$ e $i_2$
$F_m = B \cdot i_1 \cdot L \cdot \text{sen } \theta$ $i_1$ é a corrente elétrica que percorre o fio. $B$ é o campo magnético externo no qual se encontra o fio com corrente elétrica. $L$ é o comprimento do trecho do fio localizado no campo $\vec{B}$ . $\theta$ é o ângulo entre $\vec{B}$ e a direção da corrente $i_1$ .	$F_m = \frac{\mu_0 \cdot i_1 \cdot i_2}{2 \cdot \pi \cdot d}$ $\mu_0$ é a constante de permeabilidade magnética do vácuo. $i_1$ e $i_2$ são as intensidades das correntes elétricas que percorrem os fios retilíneos e paralelos. $d$ é a distância que separa os dois fios.

## ■ Indução eletromagnética

A indução eletromagnética é um fenômeno que possibilita a geração de corrente elétrica contínua num circuito elétrico com a movimentação de uma fonte de campo magnético (ímã ou eletroímã) nas proximidades.

### Fluxo magnético através de uma superfície

Para medir o **fluxo magnético**  $\Phi$  numa superfície, considera-se a quantidade de linhas do campo magnético  $\vec{B}$  que atravessam essa superfície de área  $A$  e também o ângulo  $\alpha$  formado entre a direção das linhas do campo e a reta normal ( $\vec{N}$ ) à superfície considerada.



No SI, a unidade de medida do fluxo magnético é **weber (Wb)**, resultante do produto  $T \cdot m^2$ .

## ■ Lei de Faraday-Lenz

O efeito elétrico induzido (corrente elétrica ou força eletromotriz –  $\epsilon$ ) ocorre devido à variação do fluxo magnético em um circuito elétrico. Existindo **apenas enquanto ocorre a variação de fluxo magnético**. Quando o fluxo deixa de variar, o efeito induzido deixa de existir.

A corrente elétrica induzida no circuito, ou a polaridade da  $\epsilon$ , é criada de modo a compensar os efeitos da variação de fluxo magnético ( $\Delta\Phi$ ) externo em função do tempo ( $\Delta t$ ). Ou seja, os efeitos induzidos tendem a se opor aos efeitos externos que ocasionam a variação de fluxo magnético.

Matematicamente, as duas leis contribuem para a seguinte formulação:

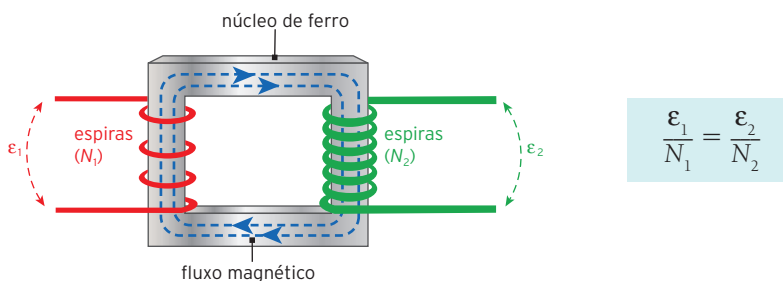
$$\epsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

**Nota:** Num circuito fechado, onde há corrente elétrica, a intensidade pode ser encontrada, por exemplo, por meio da primeira lei de Ohm, quando aplicável.

## Transformadores

Os transformadores são dispositivos que se utilizam dos efeitos de indução eletromagnética para alterar a tensão elétrica, elevando-a ou abaixando-a.

A tensão (fem) em cada enrolamento é proporcional ao seu número de espiras.



Considerando o princípio da conservação da energia, pode-se afirmar que as potências elétricas no enrolamento primário e no secundário são iguais a:

$$P_1 = P_2 \rightarrow U_1 \cdot i_1 = U_2 \cdot i_2$$

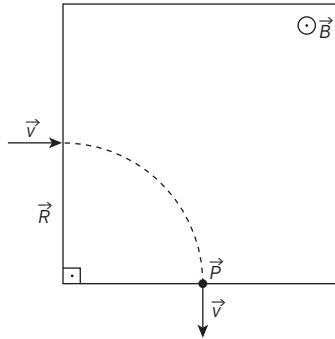
1. (UFC-CE) Analise as afirmações abaixo em relação à força magnética sobre uma partícula carregada em um campo magnético.
- I. Pode desempenhar o papel de força centrípeta.
  - II. É sempre perpendicular à direção de movimento.
  - III. Nunca pode ser nula, desde que a partícula esteja em movimento.
  - IV. Pode acelerar a partícula, aumentando o módulo de sua velocidade.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente II é verdadeira.
- b) Somente IV é verdadeira.
- c) Somente I e II são verdadeiras.
- d) Somente II e III são verdadeiras.
- e) Somente I e IV são verdadeiras.

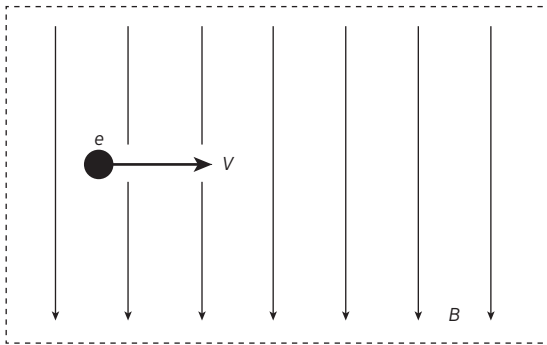
2. (Uesc-BA) A figura representa uma partícula eletrizada, de massa  $m$  e carga  $q$ , descrevendo um movimento retilíneo e uniforme, com velocidade de módulo  $v$ , que penetra e sai da região onde existe um campo magnético uniforme de módulo  $B$ . Sabendo-se que a partícula abandona a região do campo no ponto  $P$ , é correto afirmar:

- a) A partícula atravessa a região do campo magnético em movimento retilíneo uniformemente acelerado.
- b) A partícula descreve movimento circular uniformemente acelerado sob a ação da força magnética.
- c) O espaço percorrido pela partícula na região do campo magnético é igual a  $\frac{\pi mv}{2qb}$ .
- d) O tempo de permanência da partícula na região do campo magnético é de  $\frac{\pi m}{qB}$ .
- e) O módulo da aceleração centrípeta que atua sobre a partícula é igual a  $\frac{qB}{mv}$ .



3. (UFRGS-RS) Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas no fim do enunciado que segue, na ordem em que aparecem.

Um elétron atravessa, com velocidade constante de módulo  $v$ , uma região do espaço onde existem campos elétrico e magnético uniformes e perpendiculares entre si. Na figura abaixo, estão representados o campo magnético, de módulo  $B$ , e a velocidade do elétron, mas o campo elétrico não está representado.



Desconsiderando-se qualquer outra interação, é correto afirmar que o campo elétrico \_\_\_\_\_ página, perpendicularmente, e que seu módulo vale \_\_\_\_\_.

- a) penetra na  $-vB$
- b) emerge da  $-vB$
- c) penetra na  $-eB$
- d) emerge da  $-eB$
- e) penetra na  $-E/B$

1. Alternativa c

- I. Verdadeira. A força magnética é perpendicular à velocidade de deslocamento da carga, atuando como força centrípeta quando a carga incide perpendicular ao campo magnético.
- II. Verdadeira. A força magnética é sempre perpendicular à velocidade de deslocamento, desde que ela se desloque perpendicularmente ao campo magnético.
- III. Falsa. Com a carga se deslocando paralelamente às linhas de campo, ela não sofrerá a ação de força.
- IV. Falsa. A força atua somente na direção perpendicular à velocidade, não alterando o módulo da velocidade.

2. Alternativa c

- a. Falsa. A força atuará perpendicularmente à velocidade, não alterando o valor dela, realizando um movimento circular uniforme.
- b. Falsa. A força atuará perpendicularmente à velocidade, não alterando o valor dela, realizando um movimento circular uniforme.
- c. Verdadeira.

A força magnética atua como força centrípeta, por esse motivo pode-se igualar:

$$F_M = F_c \Rightarrow B \cdot |q| \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

A trajetória percorrida é igual a um quarto de circunferência, o comprimento total da circunferência pode ser calculada como  $C = 2 \cdot \pi \cdot R$ , dividindo-se o comprimento por quatro e substituindo o raio pela equação deduzida anteriormente teremos:

$$C_{\text{percorrida}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m \cdot v}{4 \cdot |q| \cdot B} \Rightarrow C_{\text{percorrida}} = \frac{\pi \cdot m \cdot v}{2 \cdot |q| \cdot B}$$

d. Falsa.

A velocidade da partícula pode ser calculada como o comprimento dividido pelo tempo de uma volta completa:

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow v = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{|q| \cdot B}$$

Dividindo-se o tempo por quatro, teremos:

$$T_{\text{percorrida}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{4 \cdot |q| \cdot B} \Rightarrow T_{\text{percorrida}} = \frac{\pi \cdot m}{2 \cdot |q| \cdot B}$$

e. Falsa.

Calculando-se a aceleração centrípeta, teremos:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c = \frac{v^2}{\frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}} \Rightarrow a_c = \frac{v \cdot |q| \cdot B}{m}$$

3. Alternativa a

Pelo enunciado, o elétron atravessa a região com velocidade constante, assim, a resultante das forças sobre ele é zero. Como há um campo elétrico e outro magnético a força produzida por ambos os campos deve ter o mesmo módulo, direção e sentidos opostos.

Pela regra da mão direita, a força magnética que age sobre o elétron está voltada para fora da página. Consequentemente, a força elétrica sobre o elétron deve estar voltada para dentro da página. O deslocamento do elétron é em sentido oposto às linhas de campo elétrico, dessa forma estão emergindo da página.

Usando a condição de equilíbrio entre as forças elétrica e magnética, determinamos o valor do campo elétrico:

$$F_M = F_E \Rightarrow B \cdot |q| \cdot v = E \cdot |q| \Rightarrow E = B \cdot v$$

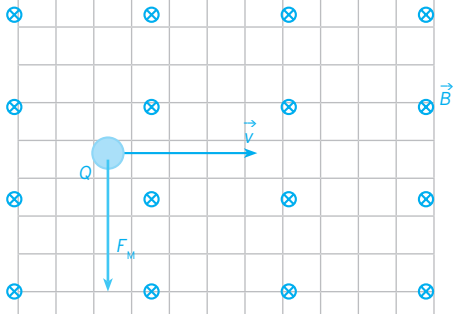
4. Gabarito  $B = 0,50 \text{ T}$ , cujo sentido é saindo do plano do papel. A espira sofre ação de uma força magnética para a direita, pela regra da mão esquerda, o campo de indução magnética  $\vec{B}$  deve ter seu sentido para fora do plano do papel. Pela situação de equilíbrio temos:

$$\begin{cases} F_E = F_M \\ F_E = k \cdot x \\ F_M = B \cdot i \cdot l \cdot \sin 90^\circ \end{cases}$$

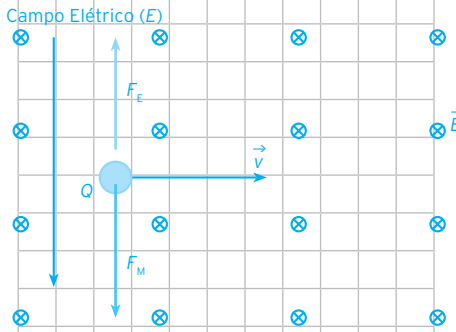
$$\begin{aligned} k \cdot x &= B \cdot i \cdot l \cdot \sin 90^\circ \\ 2,5 \cdot 1 \cdot 10^{-2} &= B \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \\ B &= 0,50 \text{ T} \end{aligned}$$

5. Alternativa a)  $F_M = B \cdot |q| \cdot v$ , b)  $v = \frac{E}{B}$

a.  $F_M = B \cdot |q| \cdot v \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow F_M = B \cdot |q| \cdot v$   
Utilizando-se a regra da mão esquerda encontramos a força, lembrando-se que a carga é negativa, então o sentido encontrado pela regra deve ser invertido.



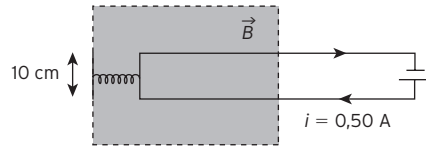
- b. Para que a partícula se mova com movimento retilíneo a força elétrica, devido à presença do campo, deve ter sentido oposto à força magnética. Lembrando que  $Q < 0$ , o campo elétrico deve ter sentido oposto ao da força elétrica:



Igualando-se as forças magnética e elétrica, encontramos a expressão para velocidade:

$$F_M = F_E \Rightarrow B \cdot |q| \cdot v = E \cdot |q| \Rightarrow B \cdot v = E \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

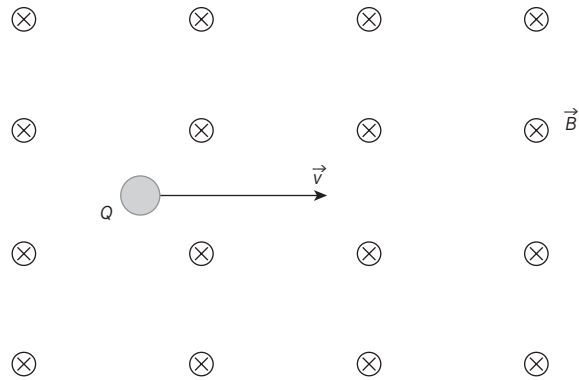
4. (Unesp) Parte de uma espira condutora está imersa em um campo magnético constante e uniforme, perpendicular ao plano que a contém. Uma das extremidades de uma mola de constante elástica  $k = 2,5 \text{ N/m}$  está presa a um apoio externo isolado e a outra a um lado dessa espira, que mede  $10 \text{ cm}$  de comprimento.



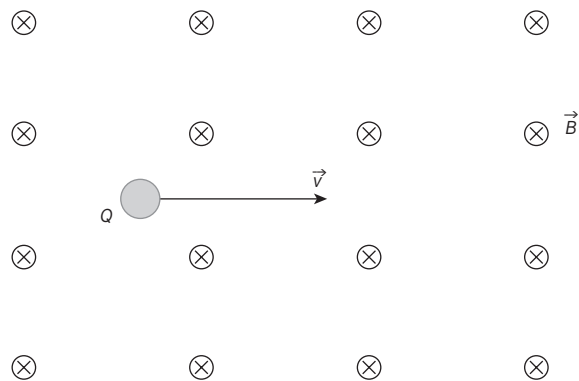
Inicialmente não há corrente na espira e a mola não está distendida nem comprimida. Quando uma corrente elétrica de intensidade  $i = 0,50 \text{ A}$  percorre a espira, no sentido horário, ela se move e desloca de  $1,0 \text{ cm}$  a extremidade móvel da mola para a direita. Determine o módulo e o sentido do campo magnético.

5. (UFPR) Uma experiência interessante, que permite determinar a velocidade  $\vec{v}$  com que partículas elementares se movem, consiste em utilizar um campo magnético  $\vec{B}$  em combinação com um campo elétrico  $\vec{E}$ . Uma partícula elementar com carga  $Q$  negativa move-se com velocidade  $\vec{v}$  paralelamente ao plano do papel (referencial inercial) e entra em uma região onde há um campo magnético  $\vec{B}$  uniforme, constante e orientado para dentro do plano do papel, como mostra a figura. Ao se deslocar na região do campo magnético, a partícula fica sujeita a uma força magnética  $\vec{F}_M$ .

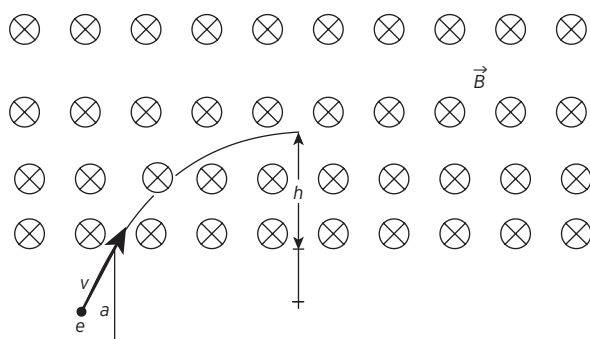
- a) Obtenha uma expressão literal para o módulo de  $\vec{F}_M$  e represente na figura o vetor  $\vec{F}_M$  para a posição indicada da partícula.



- b) Dispõe-se de um sistema que pode gerar um campo elétrico  $\vec{E}$  uniforme, constante e paralelo ao plano do papel, que produz uma força elétrica  $\vec{F}_E$  sobre a partícula. Represente na figura o vetor  $\vec{E}$  necessário para que a partícula de carga  $Q$  mova-se em movimento retilíneo uniforme. Em seguida, obtenha uma expressão literal para o módulo da velocidade  $\vec{v}$  da partícula quando ela executa esse movimento, em função das grandezas apresentadas no enunciado.



6. (UPE) Um elétron com velocidade  $v = 10^9$  cm/s penetra na região de um campo magnético uniforme de intensidade  $B$  igual a  $1,14 \cdot 10^{-3}$ T de acordo com a figura a seguir.



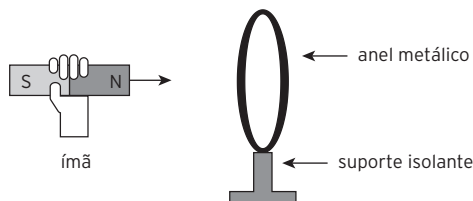
A direção da velocidade do elétron é perpendicular às linhas de indução do campo magnético.

Dados: Considere a relação carga do elétron/massa do elétron =  $1,76 \cdot 10^{-11}$ C/kg;  $\alpha = 30^\circ$  e  $\sin \alpha = 0,5$

A profundidade máxima  $h$  de penetração do elétron na região do campo magnético, em mm, vale:

- a) 5                      b) 10                      c) 15                      d) 20                      e) 25

7. (Fuvest-SP) Aproxima-se um ímã de um anel metálico fixo em um suporte isolante, como mostra a figura.

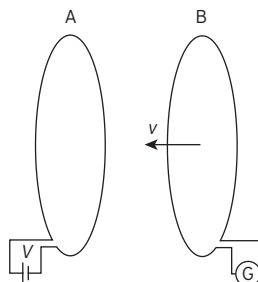


O movimento do ímã, em direção ao anel:

- a) não causa efeitos no anel.  
 b) produz corrente alternada no anel.  
 c) faz com que o polo Sul do ímã vire polo Norte e vice-versa.  
 d) produz corrente elétrica no anel, causando uma força de atração entre anel e ímã.  
 e) produz corrente elétrica no anel, causando uma força de repulsão entre anel e ímã.

8. (UFRGS-RS) Observe a figura ao lado.

Esta figura representa dois circuitos, cada um contendo uma espira de resistência elétrica não nula. O circuito A está em repouso e é alimentado por uma fonte de tensão constante  $V$ . O circuito B aproxima-se com velocidade constante de módulo  $v$ , mantendo-se paralelos os planos das espiras. Durante a aproximação, uma força eletromotriz (f.e.m.) induzida aparece na espira do circuito B, gerando uma corrente elétrica que é medida pelo galvanômetro G.



Sobre essa situação, são feitas as seguintes afirmações:

- I. A intensidade da f.e.m. induzida depende de  $v$ .  
 II. A corrente elétrica induzida em B também gera campo magnético.  
 III. O valor da corrente elétrica induzida em B independe da resistência elétrica deste circuito.

Quais estão corretas?

- a) Apenas I.                      c) Apenas III.                      e) I, II e III.  
 b) Apenas II.                      d) Apenas I e II.

6. Alternativa e

A altura  $h$  é igual ao raio da trajetória, portanto têm-se:

$$F_m = F_c \Rightarrow B \cdot |q| \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow \\ \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} \therefore h = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

A velocidade considerada na equação acima deve ser a componente perpendicular ao campo, portanto:

$$v_{90^\circ} = v \cdot \sin \alpha \Rightarrow v_{90^\circ} = 10^9 \cdot 0,5 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_{90^\circ} = 5 \cdot 10^8 \text{ cm/s} \Rightarrow v_{90^\circ} = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

A relação carga massa do elétron foi fornecida,  $\frac{q}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$  C/kg, porém na equação do raio é utilizada a relação inversa:

$$\frac{m}{q} = \frac{1}{1,76 \cdot 10^{11}} \text{ kg/C}$$

Substituindo-se esses valores na equação da altura, teremos:

$$h = \frac{1 \cdot 5 \cdot 10^6}{1,76 \cdot 10^{11} \cdot 1,14 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow h = 0,025 \text{ m} \Rightarrow \\ \Rightarrow h = 25 \text{ mm}$$

7. Alternativa e

Ao aproximar o ímã do anel, será induzida neste último uma corrente elétrica com sentido tal que irá gerar um campo magnético em seu interior contrário ao campo do ímã. Esse anel passará então a se comportar como outro ímã com polaridade invertida em relação ao ímã que se aproxima dele, gerando uma força de repulsão entre eles.

8. Alternativa d

O fluxo magnético que atravessa a segunda espira pode ser calculado pela equação:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

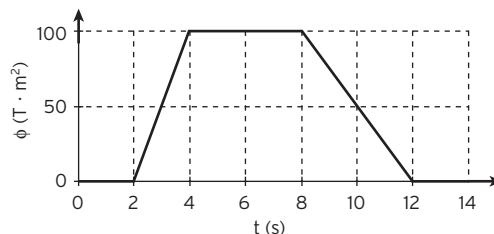
Ao aproximarmos uma espira da outra o campo magnético irá variar, gerando a f.e.m. induzida na segunda espira. Com base nessa informação podemos analisar as afirmativas que se seguem:

- I. Verdadeira. A variação do campo magnético ( $B$ ) será diretamente proporcional ao valor da velocidade.  
 II. Verdadeira. Toda corrente, seja ela induzida ou não, irá gerar um campo magnético.  
 III. Falsa. A corrente dependerá do valor da resistência e poderá ser calculada utilizando-se a primeira lei de Ohm.

9.	Alternativa d
	1. Verdadeira
	Para encontrar a f.e.m. induzida teremos:
	$\varepsilon = \frac{ \Delta\phi }{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{ 100 - 0 }{4 - 2} \Rightarrow \varepsilon = 50 \text{ V}$
	2. Falsa. No primeiro intervalo (2 s a 4 s) há um aumento do fluxo magnético, e no segundo intervalo (8 s a 12 s) há uma diminuição nesse fluxo, pode-se concluir com base nessas informações que as correntes geradas terão sentidos opostos.
	3. Falsa. No intervalo entre 4 s e 8 s não haverá indução de corrente, uma vez que o fluxo magnético não varia nesse intervalo de tempo.
	4. Verdadeira.
	A potência pode ser encontrada multiplicando-se a f.e.m. encontrada pela corrente induzida:
	$\varepsilon = \frac{ \Delta\phi }{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{ 0 - 100 }{12 - 8} \Rightarrow \varepsilon = 25 \text{ V}$
	$U = R \cdot i \Rightarrow 25 = 5 \cdot i \Rightarrow i = 5 \text{ A}$
	$P = \varepsilon \cdot i \Rightarrow P = 25 \cdot 5 \Rightarrow P = 125 \text{ W}$
10.	Alternativa a
	Os transformadores funcionam baseados na lei de Faraday, que afirma que uma variação de fluxo magnético no interior de uma espira induzirá nela uma corrente elétrica alternada. Baseado nessa lei pode-se afirmar que: Transformadores elétricos são dispositivos eletromagnéticos que, baseados na lei de Faraday, mudam o valor da tensão elétrica alternada.
11.	Alternativa b
	Para que a lâmpada dissipe uma potência de 10 W, será necessária uma DDP sobre ela que pode ser calculada:
	$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow 10 = \frac{U^2}{10} \Rightarrow U^2 = 100 \Rightarrow U = 10 \text{ V}$
	Essa DDP será igual a f.e.m. induzida, portanto $\varepsilon = 10\text{V}$ . Esse valor é o total induzido pelas 100 espiras, portanto a f.e.m. de cada espira será 0,1 V:
	$\varepsilon = \frac{ \Delta\phi }{\Delta t} \Rightarrow 0,1 = \frac{ \Delta\phi }{1} \Rightarrow  \Delta\phi  = 0,1 \text{ Wb/s}$

9. (UFPR) O desenvolvimento do eletromagnetismo contou com a colaboração de vários cientistas, como Faraday, por exemplo, que verificou a existência da indução eletromagnética.

Para demonstrar a lei de indução de Faraday, um professor idealizou uma experiência simples. Construiu um circuito condutor retangular, formado por um fio com resistência total  $R = 5 \Omega$ , e aplicou através dele um fluxo magnético  $\phi$  cujo comportamento em função do tempo  $t$  é descrito pelo gráfico.



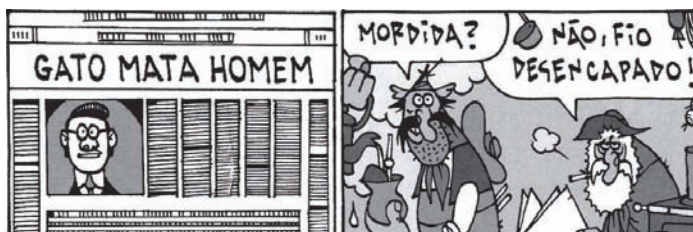
O fluxo magnético cruza perpendicularmente o plano do circuito. Em relação a esse experimento, considere as seguintes afirmativas:

1. A força eletromotriz induzida entre  $t = 2 \text{ s}$  e  $t = 4 \text{ s}$  vale 50 V.
2. A corrente que circula no circuito entre  $t = 2 \text{ s}$  e  $t = 4 \text{ s}$  tem o mesmo sentido que a corrente que passa por ele entre  $t = 8 \text{ s}$  e  $t = 12 \text{ s}$ .
3. A corrente que circula pelo circuito entre  $t = 4 \text{ s}$  e  $t = 8 \text{ s}$  vale 25 A.
4. A potência elétrica dissipada no circuito entre  $t = 8 \text{ s}$  e  $t = 12 \text{ s}$  vale 125 W.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas 2 e 4 são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas 1, 3 e 4 são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas 1 e 4 são verdadeiras.
- e) As afirmativas 1, 2, 3 e 4 são verdadeiras.

10. (UFSM-RS)



LOUZADA, P. Tapejara: o último Guasca. Santa Maria: Pallotti, 2007. p. 70.

A transmissão de energia elétrica se dá a altas voltagens, mas, nas residências, as tomadas fornecem baixas voltagens. Transformadores são dispositivos eletromagnéticos que, baseados na lei de \_\_\_\_\_, mudam o valor da \_\_\_\_\_ elétrica \_\_\_\_\_.

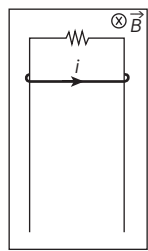
Assinale a alternativa que completa as lacunas.

- a) Faraday – tensão – alternada
- b) Faraday – tensão – contínua
- c) Ampère – força – alternada
- d) Ampère – força – alternada
- e) Ampère – força – contínua

11. (UFRGS-RS) Um campo magnético cuja intensidade varia no tempo atravessa uma bobina de 100 espiras e de resistência elétrica desprezível. A esta bobina está conectada em série uma lâmpada cuja resistência elétrica é de 10,0  $\Omega$  e que está dissipando 10,0 W. A variação temporal do fluxo magnético através de cada espira é, em módulo, de:

- a) 0,01 Wb/s
- b) 0,10 Wb/s
- c) 1,0 Wb/s
- d) 10,0 Wb/s
- e) 100,0 Wb/s

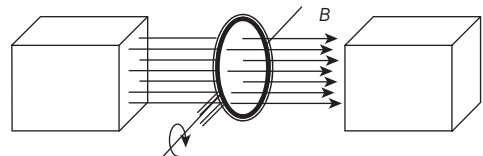
12. (Uesc-BA) Uma haste condutora, de comprimento igual a 1,0 m e de peso igual a 10,0 N, cai a partir do repouso, deslizando nos fios metálicos dispostos no plano vertical e interligados por um resistor de resistência elétrica igual a 1,0 Ω, conforme a figura.



Desprezando-se as forças dissipativas e sabendo-se que o conjunto está imerso na região de um campo magnético uniforme de intensidade igual a 1,0 T, o módulo da velocidade máxima atingida pela haste é igual, em m/s, a:

a) 10,0      b) 15,0      c) 21,0      d) 25,0      e) 30,0

13. (UFPR) Uma das maneiras de gerar correntes elétricas é transformar energia mecânica em energia elétrica através de um gerador elétrico. Em uma situação simplificada, dispõe-se de ímãs para produzir o campo magnético e de uma bobina formada por 10 espiras circulares com 10 cm de diâmetro montados conforme a figura a seguir.

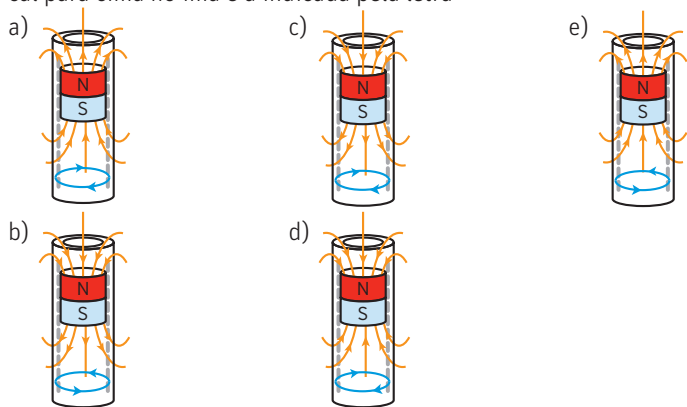
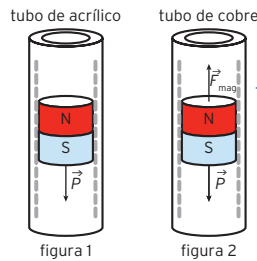


A bobina está presa a um eixo que passa pelo seu diâmetro e gira com velocidade constante de 2 rotações por segundo. A bobina possui dois terminais que permitem o aproveitamento da energia elétrica gerada.

Num dado instante, as linhas do campo magnético atravessam perpendicularmente o plano das espiras e o fluxo magnético é máximo; após a bobina girar 90° em torno do eixo, esse fluxo é zero.

Considere que na região da bobina o campo magnético é uniforme, com módulo igual a 0,01 T e orientado conforme indicado na figura. Determine a força eletromotriz média induzida na bobina ao girar 90° a partir da situação de máximo fluxo.

14. (Unesp) O freio eletromagnético é um dispositivo no qual interações eletromagnéticas provocam uma redução de velocidade num corpo em movimento, sem a necessidade da atuação de forças de atrito. A experiência descrita a seguir ilustra o funcionamento de um freio eletromagnético. Na figura 1, um ímã cilíndrico desce em movimento acelerado por dentro de um tubo cilíndrico de acrílico, vertical, sujeito apenas à ação da força peso. Na figura 2, o mesmo ímã desce em movimento uniforme por dentro de um tubo cilíndrico, vertical, de cobre, sujeito à ação da força peso e da força magnética, vertical e para cima, que surge devido à corrente elétrica induzida que circula pelo tubo de cobre, causada pelo movimento do ímã por dentro dele. Nas duas situações, podem ser desconsiderados o atrito entre o ímã e os tubos, e a resistência do ar. Considerando a polaridade do ímã, as linhas de indução magnética criadas por ele e o sentido da corrente elétrica induzida no tubo condutor de cobre abaixo do ímã, quando este desce por dentro do tubo, a alternativa que mostra uma situação coerente com o aparecimento de uma força magnética vertical para cima no ímã é a indicada pela letra



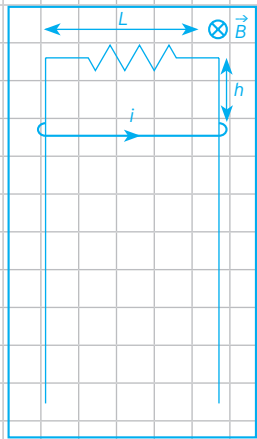
12. Alternativa a  
A velocidade máxima atingida pela haste é chamada de "velocidade terminal" e é alcançada quando a força que se contrapõe a queda, neste caso a força magnética, é igual a força peso da mesma:

$$P = F_M \Rightarrow P = B \cdot i \cdot L \Rightarrow 10 = 1 \cdot i \cdot 1 \Rightarrow i = 10 \text{ A}$$

Sabendo a corrente e a resistência (1 Ω), pode-se encontrar a f.e.m. induzida na aste:

$$\varepsilon = R \cdot i \Rightarrow \varepsilon = 1 \cdot 10 \Rightarrow \varepsilon = 10 \text{ V}$$

Essa f.e.m. induzida surge a partir da variação do fluxo na área delimitada entre a haste que cai e o resistor, pode-se então observar:



$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{B \cdot \Delta A \cdot \cos \alpha}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{B \cdot \Delta h \cdot L \cdot \cos \alpha}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = B \cdot v \cdot L \cdot \cos \alpha$$

Substituindo-se os valores encontrados, teremos:

$$10 = 1 \cdot v \cdot 1 \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

13. Gabarito  $\varepsilon = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \text{ V}$   
Como a espira possui um diâmetro de 10 cm, podemos afirmar que o raio será 5 cm:

$$R = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

A área da espira será igual:

$$A = \pi \cdot R^2 \Rightarrow A = \pi \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 \Rightarrow A = 25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

O fluxo máximo pode ser encontrado pela relação:

$$\Phi_{\text{Máx}} = B \cdot A \cdot \cos \alpha \Rightarrow \Phi_{\text{Máx}} = 0,01 \cdot 25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \Rightarrow 25 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$$

A variação de fluxo será:

$$|\Delta\Phi| = |0 - 25 \cdot \pi \cdot 10^{-6}| \Rightarrow |\Delta\Phi| = 25 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

O tempo necessário para girar 90° pode ser calculado sabendo-se que ela dá duas rotações por segundo:

$$2 \text{ rotações} \text{ ————— } 1 \text{ s}$$

$$0,25 \text{ rotações} \text{ ————— } t$$

$$t = 0,125 \text{ s}$$

A f.e.m. induzida pode ser calculada:

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{25 \cdot \pi \cdot 10^{-6}}{0,125} \Rightarrow \varepsilon = 200 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

Como são 10 espiras devemos multiplicar o valor encontrado por 10:

$$\varepsilon = 200 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \cdot 10 \Rightarrow \varepsilon = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

14. Alternativa a  
Resolução: As linhas do campo de indução magnética são orientadas do polo Norte para o Sul. Movimentando o ímã dentro do tubo de cobre, ocorre variação do fluxo magnético. Pela Lei de Lenz, ocorre uma corrente elétrica induzida que se opõe a essa variação.



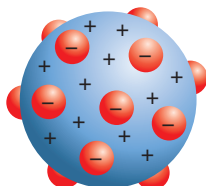
# Física quântica

## Modelos atômicos

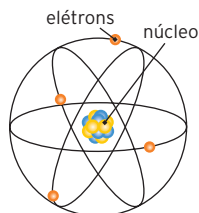
- **Esfera maciça:** modelo proposto por John Dalton (1803) no qual o átomo é uma esfera maciça e indivisível, validando o conceito de átomo como constituinte da matéria.



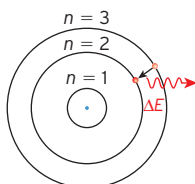
- **Pudim de passas:** modelo sugerido por John J. Thomson (1903) o átomo é formado por um fluido de carga positiva no qual flutuam partículas carregadas negativamente.



- **Órbitas planetárias:** modelo idealizado por E. Rutherford (1908), os átomos são constituídos por uma pequena região central, o núcleo, ao redor da qual orbitam partículas de carga negativa, os elétrons. No núcleo se localizam as cargas positivas, os prótons, que constituem a maior parte da massa do átomo.



- **Órbitas permitidas:** modelo descrito por Niels Bohr (1912), o elétron não colapsa no núcleo atômico devido à atração coulombiana porque que essa partícula só ocupa órbitas específicas.



## Postulados de Bohr

- O elétron se move ao redor do núcleo atômico, mantendo órbita circular sob a ação exclusiva da força de natureza elétrica do tipo coulombiana.
- Apesar da atração coulombiana, os elétrons permanecem estáveis, mas apenas em órbitas específicas, cujos raios são bem determinados, com energia constante. Essas órbitas são identificadas pelo número quântico  $n$ .
- Ao mudar de uma órbita estável para outra, o elétron ganha ou perde energia. Essa energia é quantizada, e cada pacote de energia foi chamado de **fóton**. Os fótons são entendidos como as unidades corpusculares – ou partículas – que compõem a onda eletromagnética.
- Ao ganhar energia, o elétron passa para um estado mais energético, chamado estado excitado. Ao perder energia, passa para um estado menos excitado, de menor energia, que pode ser o estado fundamental.
- Os elétrons podem ocupar apenas um estado energético por vez. A mudança entre dois estados, em que o elétron ganha ou perde energia, é denominada “salto quântico”.
- A variação de energia associada a esses saltos é dada por:

$$\Delta E = E_{\text{final}} - E_{\text{inicial}} = h \cdot f$$

em que  $E_{\text{inicial}}$  é a energia do estado inicial,  $E_{\text{final}}$  é a energia do estado final,  $\Delta E$  é a variação de energia entre os dois estados e  $h$  é uma constante, denominada **constante de Planck**. Essa variação corresponde à energia do fóton de frequência  $f$  que foi absorvido ou emitido pelo elétron, e é medida em elétron-volt (eV).

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$$

## Interação entre matéria e energia

Com o desenvolvimento dos primeiros conceitos da Física quântica, principalmente, novas definições de energia, espaço e tempo, as limitações da Física clássica a respeito da estrutura do átomo puderam ser superadas, especificamente no que diz respeito à interação matéria e energia, à dualidade onda-partícula do elétron e às características do elétron.

## ■ Hipótese de Planck: a quantização da energia

Uma das discrepâncias entre as previsões teóricas da Física clássica e os dados experimentais ficou conhecida como problema do corpo negro. O corpo negro seria um corpo ideal que absorveria toda radiação incidente e com reflexão zero.

Dessa maneira, o corpo negro teria comportamento diferente da maioria dos corpos aquecidos que, devido quase exclusivamente à sua temperatura, emitem radiação eletromagnética em valores contínuos e característicos.

Para resolver o problema, Max Planck (1858-1947) propôs que a matéria só podia absorver (ou emitir) quantidades discretas e bem determinadas de energia, e não valores contínuos. Essa quantidade definida de energia, em forma de “pacote”, foi chamada **quantum**. Com essa solução, Planck deu início à história da Física quântica.

A expressão matemática que relaciona a energia ( $E$ ) da radiação eletromagnética emitida por um corpo negro é proporcional ao produto de um múltiplo inteiro ( $n$ ) do valor discreto da constante de Planck ( $h$ ) por sua frequência ( $f$ ) de vibração.

$$E = n \cdot h \cdot f$$

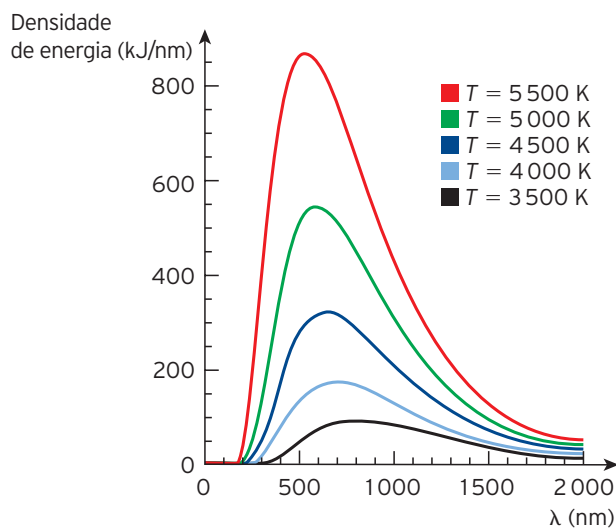


Gráfico dos resultados experimentais para a radiação emitida por um corpo aquecido.

## ■ Efeito fotoelétrico

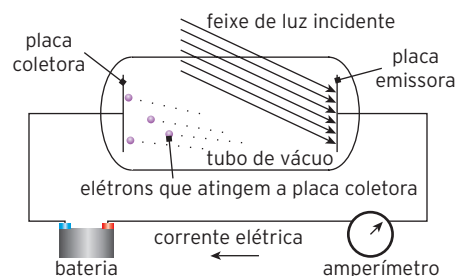
O feixe de luz incidente é formado por fótons com energia dada pela relação de Planck em função do comprimento de onda ( $\lambda$ ).

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

em que  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e vale  $3 \cdot 10^8$  m/s.

Quando um fóton colide com um elétron da placa, há transferência de energia fóton–elétron. Se a energia do fóton for igual ou superior à energia mínima necessária para retirar o elétron da placa, chamada função trabalho  $W$ , o elétron será liberado. O saldo energético dessa transferência é igual à energia cinética  $E_{\text{cin}}$ .

$$E_{\text{cin}} = W - E(\lambda) \Rightarrow E_{\text{cin}} = W - \frac{h \cdot c}{\lambda}$$



Esquema de aparato utilizado para observar o efeito fotoelétrico, que estabelece uma corrente elétrica mensurável a partir do campo elétrico que age nos elétrons emitidos.

## ■ Dualidade onda-partícula do elétron

Os físicos Louis de Broglie (1892-1987) e Werner Heisenberg (1901-1976) contribuíram para a caracterização do elétron como partícula e como onda.

Segundo De Broglie, assim como ocorre com a luz, que apresenta o comportamento de partícula, mesmo sendo uma onda, o elétron poderia se comportar como uma onda eletromagnética, apesar de ser uma partícula. Dessa maneira, De Broglie propõe a equação para calcular o comprimento de onda ( $\lambda$ ) do elétron:

$$\lambda = \frac{h}{Q} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

em que  $h$  é a constante de Planck,  $Q$  é a quantidade de movimento do elétron,  $m$  é a massa do elétron e  $v$  é a velocidade do elétron.

## Princípio da incerteza de Heisenberg

Não é possível medir simultaneamente a quantidade de movimento  $Q$  e a posição  $x$  de uma partícula.

Matematicamente:

$$\Delta Q \cdot \Delta x \geq \frac{\lambda}{2}$$

em que:  $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

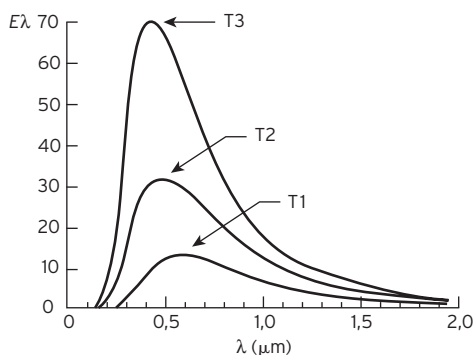


6. (UFRGS-RS) Cerca de 60 fótons devem atingir a córnea para que o olho humano perceba um *flash* de luz, e aproximadamente metade deles são absorvidos ou refletidos pelo meio ocular. Em média, apenas 5 dos fótons restantes são realmente absorvidos pelos fotorreceptores (bastonetes) na retina, sendo os responsáveis pela percepção luminosa.

Considere a constante de Planck  $h$  igual a  $6,6 \cdot 10^{-34}$  J · s.

Com base nessas informações, é correto afirmar que, em média, a energia absorvida pelos fotorreceptores quando a luz verde com comprimento de onda igual a 500 nm atinge o olho humano é igual a:

- a)  $3,30 \cdot 10^{-41}$  J                      c)  $1,98 \cdot 10^{-32}$  J                      e)  $1,98 \cdot 10^{-18}$  J  
 b)  $3,96 \cdot 10^{-33}$  J                      d)  $3,96 \cdot 10^{-19}$  J
7. (Ufersa-RN) O efeito fotoelétrico consiste:
- na produção de Raios X quando há choque de elétrons em uma placa de metal.
  - na produção de luz por modificação energética de um sistema atômico.
  - no arrancamento de elétrons de uma substância por incidência de radiação eletromagnética.
  - no choque elástico entre partículas leves e núcleos.
8. (Udesc) A figura mostra o gráfico da intensidade de radiação por comprimento de onda emitida por um corpo negro para diferentes temperaturas.



Com base nas informações do gráfico, analise as afirmativas abaixo.

- A temperatura T1 é maior que a temperatura T3.
  - A intensidade total de radiação emitida é maior para temperatura T3.
  - O comprimento de onda para o qual a radiação é máxima é maior para temperatura T3.
  - As temperaturas T1, T2 e T3 são iguais.
  - As intensidades totais de radiação emitida são iguais para T1, T2 e T3.
- Assinale a alternativa correta.
- Somente as afirmativas I, II e V são verdadeiras.
  - Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
  - Somente a afirmativa I é verdadeira.
  - Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.
  - Somente a afirmativa II é verdadeira.
9. (ITA-SP) No processo de fotossíntese, as moléculas de clorofila do tipo “a” nas plantas verdes apresentam um pico de absorção da radiação eletromagnética no comprimento de onda  $\lambda = 6,80 \times 10^{-7}$  m. Considere que a formação de glicose ( $C_6H_{12}O_6$ ) por este processo de fotossíntese é descrita, de forma simplificada, pela reação:  $6CO_2 + 6H_2O \Rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2$ . Sabendo-se que a energia total necessária para que uma molécula de  $CO_2$  reaja é de  $2,34 \times 10^{-18}$  J, o número de fótons que deve ser absorvido para formar 1 mol de glicose é:
- a) 8                      b) 24                      c) 48                      d) 120                      e) 240

#### 6. Alternativa e

A frequência da onda pode ser calculada pela equação fundamental da ondulatória:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = 500 \cdot 10^{-9} \cdot f \Rightarrow f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

A energia carregada por cada fóton pode ser calculada:

$$E = h \cdot f \Rightarrow E = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} \Rightarrow E = 3,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Como são 5 fótons a atingir a retina, teremos:

$$E_{\text{Retina}} = 5 \cdot 3,96 \cdot 10^{-19} \Rightarrow E_{\text{Retina}} = 1,98 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

#### 7. Alternativa c

Quando um fóton atinge o elétron de um átomo, esse o absorve e salta para um estado de maior energia. Se a energia do fóton for maior do que a função trabalho (energia necessária para arrancar o elétron do átomo), o elétron será ejetado do átomo.

#### 8. Alternativa e

O corpo negro emite radiação conforme o gráfico apresentado pela figura. Variando-se a temperatura, muda-se o comprimento de onda para onde a emissão é máxima. Quanto maior a temperatura, menor será o comprimento de onda em que o máximo será emitido.

Analisando as afirmativas:

- Falsa. A temperatura  $T_3$  é maior, pois o comprimento de onda no qual a emissão máxima ocorre é menor do que o comprimento de onda em que o máximo ocorre para  $T_2$ .
- Verdadeira. A energia total pode ser calculada pela radiância (potência emitida por  $m^2$ ) e essa é proporcional à temperatura elevada a quarta potência.
- Falsa. Pelo gráfico pode-se observar que o comprimento de onda é maior para  $T_1$ .
- Falsa. Como as curvas das temperaturas são diferentes, isso indica que as temperaturas serão diferentes também.
- Falsa. Quanto maior a temperatura, maior será a emissão.

#### 9. Alternativa c

Pelo enunciado sabemos que a reação para a formação de uma molécula de glicose envolve seis moléculas de  $CO_2$ , a energia  $E$  necessária é de:

$$E = 6 \cdot 2,34 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$E = 1,404 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

A frequência  $f$  da radiação eletromagnética de máxima absorção é dada por:

$$c = \lambda \cdot f$$

$$3,0 \cdot 10^8 = 6,80 \cdot 10^{-7} \cdot f$$

$$f \approx 4,41 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Da Equação de Planck, temos:  $E = N \cdot h \cdot f$ , onde  $N$  é o número de fótons absorvidos

$$1,404 \cdot 10^{-17} \approx N \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 4,41 \cdot 10^{14}$$

$$N \approx 48$$

10. Gabarito a.  $E = 10,2 \text{ eV}$ , b.  $V_{\text{átomo}} = 3,4 \text{ m/s}$

a. A diferença de energia entre as órbitas do elétron é igual à do fóton emitido, logo, pela equação fornecida:

$$E = \frac{E_0}{1^2} - \frac{E_0}{2^2} = 13,6 - \frac{13,6}{4} = 10,2 \text{ eV}$$

b. A quantidade de movimento do átomo terá o mesmo valor e sentido contrário ao da quantidade de movimento do fóton:

$$M_{\text{átomo}} \cdot V_{\text{átomo}} = \frac{E}{c} \Rightarrow V_{\text{átomo}} = \frac{E}{M_{\text{átomo}}} = \frac{1,632 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^8} = 3,4 \text{ m/s}$$

$$E = 10,2 \text{ eV} = 16,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Supondo o átomo em repouso antes da emissão do fóton:

$$Q = 0 \Rightarrow Q_{\text{elétron}} + Q_{\text{átomo}} = 0$$

11. Gabarito a.  $E = 4,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ,

b.  $E_{\text{incidente}} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ , c.  $n = 2,01 \cdot 10^{16}$  fótons

a. A frequência da onda pode ser calculada pela equação fundamental da ondulatória:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = 400 \cdot 10^{-9} \cdot f \Rightarrow f = 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

A energia carregada por cada fóton pode ser calculada:

$$E = h \cdot f \Rightarrow E = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 7,5 \cdot 10^{14} \Rightarrow E = 4,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b. A área determinada pelo enunciado é igual a  $1 \text{ cm}^2$ , o equivalente a  $1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , assim teremos que a energia incidente em um segundo por metro quadrado:

$$E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = 100 \cdot 1 \Rightarrow E = 100 \text{ J/m}^2$$

$$100 \text{ J} \frac{1 \text{ m}^2}{1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \Rightarrow E = 1 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

c. Cada fóton transporta  $4,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , desta forma:

$$n = \frac{E}{\varepsilon} = \frac{10^{-2}}{4,97 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow n = 2,01 \cdot 10^{16} \text{ fótons}$$

12. Gabarito  $E'_c = 5 \text{ eV}$

Com a diminuição do comprimento de onda pela metade, a energia do fóton irá dobrar:

$$E = h \cdot f \Rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Para saber qual é a nova energia cinética deve-se inicialmente descobrir qual é a função trabalho para ejetar o elétron:

$$E_c = E_{\text{fóton}} - W \Rightarrow 2 = 3 - W \Rightarrow W = 1 \text{ eV}$$

Com a nova energia, teremos:

$$E'_c = E'_{\text{fóton}} - W \Rightarrow E'_c = 6 - 1 \Rightarrow E'_c = 5 \text{ eV}$$

13. Gabarito a.  $f = 1 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ , b.  $E_{\text{fóton}} = 4,0 \text{ eV}$ ,

c.  $E_{\text{cinética}} = 1,7 \text{ eV}$ , d.  $f_0 = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

a. A frequência da onda pode ser calculada pela equação fundamental da ondulatória:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = 300 \cdot 10^{-9} \cdot f \Rightarrow f = 1,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

b. A energia carregada por cada fóton pode ser calculada:

$$E_{\text{fóton}} = h \cdot f \Rightarrow E_{\text{fóton}} = 4 \cdot 10^{-15} \cdot 1,0 \cdot 10^{15} \Rightarrow E_{\text{fóton}} = 4,0 \text{ eV}$$

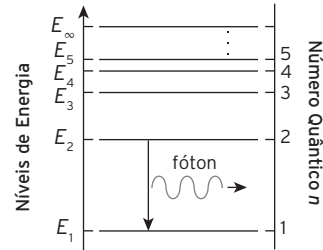
c. A energia cinética com que o elétron sai do átomo é igual a diferença entre a energia do fóton e a função trabalho desse átomo.

$$E_c = E_{\text{fóton}} - W \Rightarrow E_c = 4 - 2,3 \Rightarrow E_c = 1,7 \text{ eV}$$

d. Neste caso a energia que o fóton carrega deve ser menor do que a função trabalho do átomo, dessa forma usará esse valor como o limite mínimo para que o elétron seja ejetado:

$$E_{\text{Mín}} = W \Rightarrow h \cdot f_0 = W \Rightarrow 4 \cdot 10^{-15} \cdot f_0 = 2,4 \Rightarrow f_0 = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

10. (UFJF-MG) De acordo com o modelo de Bohr, as energias possíveis dos estados que o elétron pode ocupar no átomo de hidrogênio são, aproximadamente, dadas por  $E_n = -E^0/n^2$ , em que  $E^0 = 13,6 \text{ eV}$  e  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ . O elétron faz uma transição do estado excitado  $n = 2$  para o estado fundamental  $n = 1$ . Admitindo que a massa do átomo de hidrogênio é igual à massa do próton  $M_p = 1,6 \times 10^{-27} \text{ kg}$ , faça o que se pede nos itens seguintes.



- Calcule a energia  $E$ , em elétron-volts, do fóton emitido.
- Sabendo que a quantidade de movimento (momento linear) do fóton emitido é dada por  $Q = \frac{E}{c}$  considerando que a quantidade de movimento do sistema se conserva, qual é a velocidade  $v$  de recuo do átomo?

11. (UFJF-MG) Um feixe de luz *laser*, de comprimento de onda  $\lambda = 400 \text{ nm} = 400 \times 10^{-9} \text{ m}$ , tem intensidade luminosa  $I = 100 \text{ W/m}^2$ . De acordo com o modelo corpuscular da radiação, proposto por Einstein, em 1905, para explicar fenômenos da interação da radiação com a matéria, a luz é formada por quanta de energias denominados fótons. Usando como base esse modelo quântico da luz, calcule:

- a energia de cada fóton do feixe de luz *laser*;
- a energia que incide sobre uma área de  $1 \text{ cm}^2$  perpendicular ao feixe durante um intervalo de tempo de  $1,0 \text{ s}$ ;
- o número  $n$  de fótons que atingem essa área durante esse intervalo de tempo.

12. (UFPE) Quando um feixe de luz de comprimento de onda  $4,0 \times 10^{-7} \text{ m}$  ( $E_{\text{fóton}} = 3,0 \text{ eV}$ ) incide sobre a superfície de um metal, os fotoelétrons mais energéticos têm energia cinética igual a  $2,0 \text{ eV}$ . Suponha que o comprimento de onda dos fótons incidentes seja reduzido à metade. Qual será a energia cinética máxima dos fotoelétrons, em eV?

13. (Fuvest-SP) Em um laboratório de Física, estudantes fazem um experimento em que radiação eletromagnética de comprimento de onda  $\lambda = 300 \text{ nm}$  incide em uma placa de sódio, provocando a emissão de elétrons. Os elétrons escapam da placa de sódio com energia cinética máxima  $E_c = E - W$ , sendo  $E$  a energia de um fóton da radiação e  $W$  a energia mínima necessária para extrair um elétron da placa. A energia de cada fóton é  $E = h \cdot f$ , sendo  $h$  a constante de Planck e  $f$  a frequência da radiação. Determine:

- a frequência  $f$  da radiação incidente na placa de sódio;
- a energia  $E$  de um fóton dessa radiação;
- a energia cinética máxima  $E_c$  de um elétron que escapa da placa de sódio;
- a frequência  $f_0$  da radiação eletromagnética, abaixo da qual é impossível haver emissão de elétrons da placa de sódio.

**Note e adote**

Velocidade da radiação eletromagnética:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

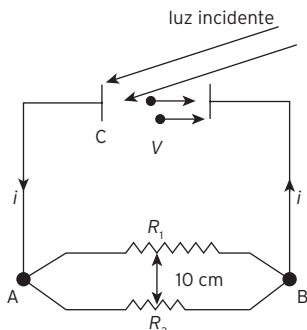
$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$

$h = 4 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$

$W$  (sódio) =  $2,3 \text{ eV}$

$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

14. (UFU-MG) Com o crescimento populacional e, conseqüentemente, urbano, torna-se necessário o desenvolvimento de novas tecnologias que, além de facilitarem a vida das pessoas, economizem energia e preservem o meio ambiente. Exemplos de dispositivos com tais características são os fotossensores, isto é, sensores que são acionados através da incidência de luz. O princípio básico desses equipamentos é o efeito fotoelétrico, ilustrado na figura abaixo.



Com base nos dados  $R_1 = 1 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$  e  $V = 1 \text{ V}$ , responda:

- a) Nos pontos A e B, estão conectados dois fios paralelos entre si que são longos o suficiente para que os efeitos de borda não sejam levados em conta. As resistências  $R_1$  e  $R_2$ , desenhadas na figura acima, representam a resistência intrínseca aos materiais que constituem os fios, os quais estão separados por uma distância de 10 cm. Responda qual é o módulo da força magnética por unidade de comprimento entre os fios e se a força será atrativa ou repulsiva.
- b) Dado que a função trabalho do cátodo C é  $W_0 = 3 \text{ eV}$ , a partir de que comprimento de onda da luz incidente os elétrons serão emitidos?
15. (Ufop-MG) Em um aparelho de TV de tubos catódicos, a imagem é formada quando elétrons produzidos por um filamento que existe no tubo atingem uma tela e são completamente freados. Calcule a ordem de grandeza da frequência da radiação emitida por um elétron quando esse atinge a tela, admitindo que o elétron deixa o tubo com uma velocidade igual a 10% da velocidade da luz. Dados: massa do elétron  $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$  velocidade da luz no vácuo  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$  constante de Planck  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
16. (Unicamp-SP) Em 1905 Albert Einstein propôs que a luz é formada por partículas denominadas fótons. Cada fóton de luz transporta uma quantidade de energia  $E = h \cdot \nu$  e possui momento linear  $p = \frac{h}{\lambda}$ , em que  $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  é a constante de Planck e  $\nu$  e  $\lambda$  são, respectivamente, a frequência e o comprimento de onda da luz.

a) A aurora boreal é um fenômeno natural que acontece no Polo Norte, no qual efeitos luminosos são produzidos por colisões entre partículas carregadas e os átomos dos gases da alta atmosfera terrestre. De modo geral, o efeito luminoso é dominado pelas colorações verde e vermelha, por causa das colisões das partículas carregadas com átomos de oxigênio e nitrogênio, respectivamente.

Calcule a razão  $R = \frac{E_{\text{verde}}}{E_{\text{vermelho}}}$  em que  $E_{\text{verde}}$  é a energia transportada por um fóton de luz verde com 500 nm,  $\lambda_{\text{verde}} = 500 \text{ nm}$ , e  $E_{\text{vermelho}}$  é a energia transportada por um fóton de luz vermelha com  $\lambda_{\text{vermelho}} = 650 \text{ nm}$ .

b) Os átomos dos gases da alta atmosfera estão constantemente absorvendo e emitindo fótons em várias frequências. Um átomo, ao absorver um fóton, sofre uma mudança em seu momento linear, que é igual, em módulo, direção e sentido, ao momento linear do fóton absorvido. Calcule o módulo da variação de velocidade de um átomo de massa  $m = 5,0 \times 10^{-26} \text{ kg}$  que absorve um fóton de comprimento de onda  $\lambda = 660 \text{ nm}$ .

14. Gabarito a.  $\frac{F}{l} = 10^{-6} \text{ N/m}$ , b.  $\lambda_0 < 3,75 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

a. Inicialmente deve-se encontrar a corrente que passa por cada um dos resistores. Encontrando-se a resistência equivalente:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{2}{3} \Omega$$

Utilizando-se a primeira lei de Ohm, encontramos a corrente total que passa pelo circuito:

$$U = R \cdot i \Rightarrow 1 = \frac{2}{3} \cdot i \Rightarrow i = 1,5 \text{ A}$$

Como o resistor 2 é o dobro do resistor 1, a corrente não se dividirá igualmente, mas em proporção inversa ao valor da resistência, assim:  $i_1 = 1 \text{ A}$  e  $i_2 = 0,5 \text{ A}$

A força de atração por metro de fio, entre esses fios, pode ser calculada pela equação a seguir:

$$F = \frac{\mu_0 \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot d} \Rightarrow \frac{F}{l} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 0,5}{2 \cdot \pi \cdot 0,1} \Rightarrow \frac{F}{l} = 10^{-6} \text{ N/m}$$

b. Neste caso a energia que o fóton carrega deve ser menor do que a função trabalho do átomo, dessa forma usaremos esse valor como o limite mínimo para que o elétron seja ejetado:

$$W_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow W = h \cdot \frac{c}{\lambda_0}$$

$$W_0 \cdot \frac{\lambda_0}{c} = h \cdot c \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{W_0} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{18 \cdot 10^{-26}}{4,8 \cdot 10^{-19}} = 3,75 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

ou  $\lambda_0 < 3,75 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

15. Gabarito  $f = 10^{18} \text{ Hz}$

Desconsiderando efeitos relativísticos e considerando que a energia cinética se converte na energia do fóton emitido, temos:

$$E_{\text{emissão fóton}} = E_{\text{elétron}}$$

$$h \cdot f = m \cdot \frac{v^2}{2} \Rightarrow f = m \cdot \frac{v^2}{2h} = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot \frac{(3 \cdot 10^7)^2}{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}} = 6,3 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$$

Ordem de grandeza:  $10^{18} \text{ Hz}$   
 $f = 10^{18} \text{ Hz}$ .

16. Gabarito a.  $R = 1,3$ , b.  $v = 0,02 \text{ m/s}$

a. pela equação fundamental da ondulatória:

$$c = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$$

Substituindo na equação de Planck:

$$E = h\nu \Rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Portanto:

$$R = \frac{E_{\text{verde}}}{E_{\text{vermelho}}} = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{verde}}}}{h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{vermelho}}}} = \frac{\lambda_{\text{vermelho}}}{\lambda_{\text{verde}}} = \frac{650 \text{ nm}}{500 \text{ nm}} = 1,3$$

b. Utilizando-se a relação de de Broglie, teremos

$$\lambda = \frac{h}{Q} \Rightarrow 660 \cdot 10^{-9} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{Q} \Rightarrow Q = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{660 \cdot 10^{-9}} \Rightarrow Q = 0,01 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Considerando que o fóton atinge o átomo em cheio, no mesmo sentido em que ele se deslocava, teremos:

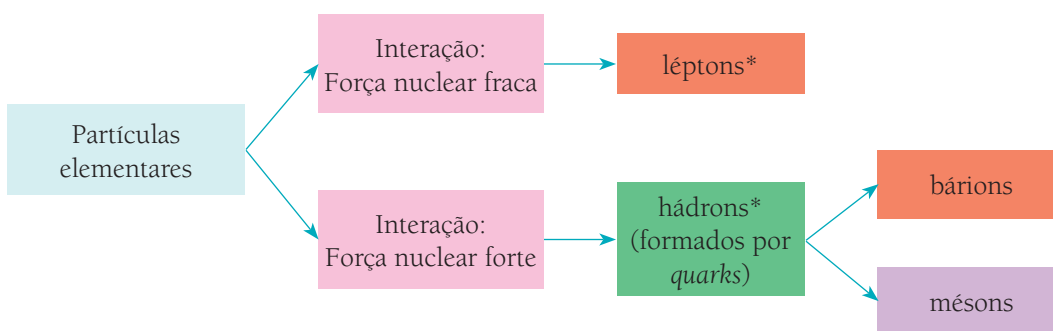
$$Q = m \cdot v \Rightarrow 0,01 \cdot 10^{-25} = 5 \cdot 10^{-26} \cdot v \Rightarrow v = 0,02 \text{ m/s}$$

# Física de partículas e física nuclear

## ■ O modelo padrão da física de partículas

Há quatro forças (ou interações) fundamentais na natureza: **gravitacional**, **eletromagnética**, **nuclear forte** (ou apenas força forte) e **nuclear fraca** (ou apenas força fraca).

Pela perspectiva da Teoria Quântica de Campos (TQC), também se propôs que cada tipo de interação teria uma partícula como **mediador**.



\* Partículas mediadoras

## ■ Física nuclear

### Decaimento radioativo

Ocorre decaimento radioativo quando isótopos (dois átomos do mesmo elemento químico com números de massa  $A$  diferentes, números atômicos  $Z$  iguais e números de nêutrons diferentes) têm seus núcleos rompidos em razão da instabilidade atômica.

Sabemos que o núcleo atômico é carregado de partículas positivas (prótons) e que estas se encontram bem próximas umas das outras. Mas partículas com cargas iguais se repelem, assim, a proximidade dos prótons faz com que passem a se repelir, na tentativa de tomar o maior espaço possível. Por não conseguir comportar essas cargas repelentes, o núcleo se rompe.

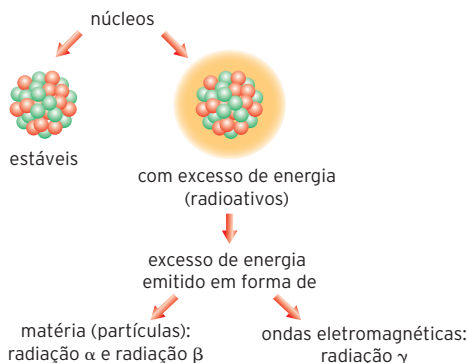
A maioria dos isótopos é estável, apenas os elementos que possuem 84 prótons, ou até menos, possuem uma maior instabilidade devido à taxa nêutron/próton, que é muito baixa, tornando o átomo instável.

Abaixo, dois exemplos de equações de decaimento radioativo:

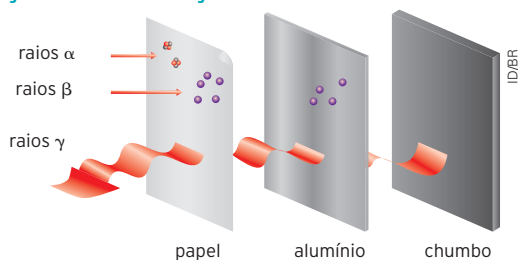
- urânio 238  $\rightarrow$  tório 234  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_2^4\text{He}$  (núcleo de hélio: emissão alfa)
- iodo 131  $\rightarrow$  xenônio 131  ${}_{53}^{131}\text{I} \rightarrow {}_{54}^{131}\text{Xe} + {}_{-1}^0\text{e}$  (elétron: emissão beta)

### Emissões radioativas

Processo de desintegração natural do núcleo

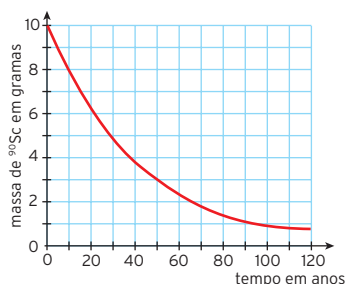


## Poder de penetração das radiações



## Meia-vida de uma amostra radioativa

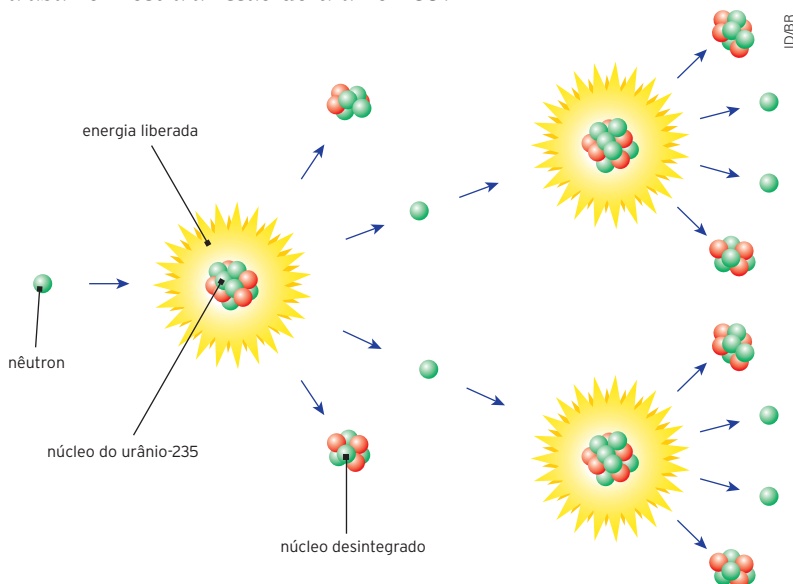
**Meia-vida** é o tempo necessário para que metade dos núcleos da amostra desse elemento se desintegre. Por exemplo, segundo o diagrama abaixo, o isótopo radioativo estrôncio-90 tem meia-vida de aproximadamente 30 anos, isto é, esse é o tempo necessário para que uma amostra de 10 g deste elemento seja reduzida a 5 g.



## Fissão nuclear – exemplo do urânio

A fissão nuclear é uma reação que rompe o núcleo atômico de um elemento pesado fazendo incidir sobre ele nêutrons acelerados. Essa interação faz com que o núcleo original se divida, liberando grande quantidade de energia e mais nêutrons, formando outros elementos químicos com núcleos menores.

O esquema abaixo mostra a fissão do urânio-235.



Uma reação em cadeia envolvendo 1 kg de urânio-235 produz mais energia do que 2 milhões de kg de carvão.

## Fusão nuclear – exemplo do hidrogênio

A fusão nuclear ocorre com a colisão de dois núcleos atômicos, formando-se um novo elemento químico que apresenta núcleo atômico maior, processo que libera grande quantidade de energia na forma de radiação.

Em estrelas como o Sol, núcleos de hélio são formados pela fusão de núcleos de hidrogênio, com liberação de grande quantidade de energia.



**1. Alternativa e**  
 Devido a sua maior massa, a partícula alpha perde energia nos choques com outras partes da matéria mais rapidamente do que a partícula beta, portanto ela para mais rapidamente. O raio X tem origem em efeitos eletrônicos, ou seja, na eletrosfera do átomo, enquanto a radiação gama é gerada no interior do núcleo atômico.

**2. Alternativa c**  
 Tempo de meia vida remete ao tempo necessário para que metade de seus nucleotídeos radioativos decaia.

**3. Alternativa a**  
 Durante a desintegração, o núcleo do átomo se comporta como um sistema físico isolado de forças externas. Portanto, a quantidade de movimento do sistema se conserva.

$$\vec{0}_{\text{após}} = \vec{0}_{\text{antes}}$$

$$\vec{0}_{\alpha} + \vec{0}_{\text{Ra}} = \vec{0}$$

$$|\vec{0}_{\alpha}| = |\vec{0}_{\text{Ra}}|$$

A energia cinética será:

$$E_c = \frac{0^2}{2m}$$

Como,  $|\vec{0}_{\alpha}| = |\vec{0}_{\text{Ra}}|$  teremos:

$$\frac{E_{c(\text{Ra})}}{m_{\text{Ra}}} = \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Ra}}}$$

$$E_{c(\alpha)} = 224u$$

$$m_{\alpha} = 4u \text{ (2 prótons + 2 nêutrons)}$$

Onde  $u$  é a massa de um próton ou um nêutron, aproximadamente igual:

$$\frac{E_{c(\text{Ra})}}{8,4 \cdot 10^{-13}} = \frac{4u}{224u}$$

$$E_{c(\text{Ra})} = 15 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

**4. Alternativa b**

- Verdadeira. A radiação ionizante pode formar íons, pois possui energia suficiente para arrancar elétrons dos átomos dos alimentos.
- Falsa. As micro-ondas e o infravermelho não são classificados como radiações ionizantes.
- Verdadeira. A radiação utilizada é eletromagnética (raios X ou radiação gama), as mesmas utilizadas na radioterapia.
- Falsa. A radiação atravessará o alimento, ionizando suas moléculas, mas não se depositará no mesmo.

**1. (UFRGS-RS)** Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

Uma característica importante das radiações diz respeito ao seu poder de penetração na matéria. Chama-se *alcance* a distância que uma partícula percorre até parar. Para partículas  $\alpha$  e  $\beta$  de mesma energia, o alcance da partícula  $\alpha$  é \_\_\_\_ da partícula  $\beta$ .

Raios X e raios  $\gamma$  são radiações de mesma natureza, mas enquanto os raios X se originam \_\_\_\_, os raios  $\gamma$  têm origem \_\_\_\_ do átomo.

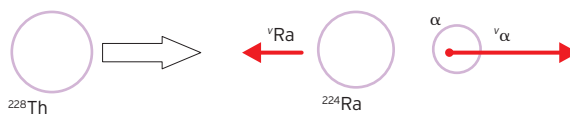
- maior que o – na eletrosfera – no núcleo
- maior que o – no núcleo – na eletrosfera
- igual ao – no núcleo – na eletrosfera
- menor que o – no núcleo – na eletrosfera
- menor que o – na eletrosfera – no núcleo

**2. (UEL-PR)** Um parâmetro útil para caracterizar o processo de decaimento radioativo de um núcleo particular é a meia-vida.

Assinale a alternativa que apresenta a melhor definição de meia-vida.

- É o tempo que um núcleo radioativo leva para decair emitindo elétrons e nêutrons.
- É o tempo gasto para um átomo se tornar radioativo após absorver energia escura emitida pelos átomos próximos.
- É o tempo gasto para que metade de um dado número de núcleos radioativos sofra decaimento.
- É metade do tempo gasto para um dado conjunto de núcleos radioativos emitir radiação.
- É o tempo que um elemento químico gasta para entrar e sair de um meio material.

**3. (Unesp)** Em desintegrações radioativas, várias grandezas físicas são conservadas. Na situação representada na figura, temos um núcleo de Tório ( $^{228}\text{Th}$ ), inicialmente em repouso, decaindo em núcleo de Rádium ( $^{224}\text{Ra}$ ) e emitindo uma partícula  $\alpha$ . Na desintegração, a partícula  $\alpha$  é emitida com uma energia cinética de aproximadamente  $8,4 \times 10^{-13}$  J. Qual é a energia cinética aproximada do núcleo do Rádium?



- $15,0 \times 10^{-15}$  J
- $8,4 \times 10^{-15}$  J
- $9,0 \times 10^{-15}$  J
- $9,0 \times 10^{-13}$  J
- $15,0 \times 10^{-13}$  J

**4. (UEL-PR)** A irradiação para a conservação de produtos agrícolas, tais como batata, cebola e maçã, consiste em submeter esses alimentos a doses minuciosamente controladas de radiação ionizante.

Sobre a radiação ionizante, considere as afirmativas.

- A energia da radiação incidente sobre um alimento pode atravessá-lo, retirando elétrons do átomo e das moléculas que o constituem.
- As micro-ondas e os raios infravermelho e ultravioleta são exemplos de radiação ionizante.
- As fontes radioativas utilizadas na conservação de alimentos são de mesma natureza das utilizadas na radioterapia.
- Por impregnar os alimentos, o uso de radiação ionizante causa sérios danos à saúde do consumidor.

Assinale a alternativa **correta**.

- Somente as afirmativas I e II são corretas.
- Somente as afirmativas I e III são corretas.



# Teoria da relatividade

## ■ Teoria da relatividade especial ou da relatividade restrita

No início do século XX, Albert Einstein (1879-1955) mudou as propriedades dos conceitos de **espaço**, **tempo** e **matéria**. Einstein apresentou dois postulados que fundamentam sua aplicação:

- A velocidade da luz é constante e sempre a mesma, em qualquer referencial inercial, independentemente de a fonte emissora da luz estar ou não em movimento.
- As leis da Física são as mesmas em qualquer referencial inercial.

### Consequências da teoria da relatividade especial de Einstein

#### Contração do espaço

O espaço é relativo.

Quando corpos cuja velocidade  $v$  tenha módulo próximo ao da velocidade da luz no vácuo  $c$ , ocorre contração do espaço.

$$L = L' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

#### Dilatação do tempo

O tempo é relativo.

Quando medimos o intervalo de tempo  $\Delta t'$  com um relógio em repouso em relação a um referencial, obtemos um tempo menor do que o tempo  $\Delta t$  medido por um relógio em movimento, com velocidade de módulo  $v$ , em relação ao referencial. Dessa forma:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

## ■ Teoria da relatividade geral – gravidade e espaço-tempo

Segundo a teoria da relatividade geral, a gravidade é uma manifestação da curvatura do espaço-tempo. Essa curvatura é produzida pela quantidade de massa-energia contida no espaço-tempo.

A teoria da relatividade geral baseia-se nos seguintes princípios:

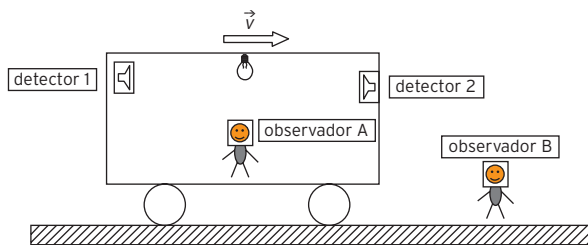
- **Princípio geral da relatividade:** as leis físicas da natureza são as mesmas para qualquer observador, esteja ele em movimento acelerado ou não.
- **Princípio da covariância geral:** as leis da Física têm a mesma forma em todos os sistemas de coordenadas.
- **Princípio da invariância de Lorentz local:** as leis da relatividade se aplicam localmente para todos os observadores inerciais.
- **O movimento inercial é um movimento geodésico, ou seja, curvilíneo:** as linhas traçadas no espaço-tempo pelo movimento das partículas livres (não sujeitas a forças) são chamadas geodésicas nulas (curvilíneas, sem que haja força externa) do espaço-tempo, uma vez que o espaço-tempo é curvo.

#### Conversão massa-energia

Sendo  $E$  a energia,  $m$  a massa do corpo a ser deslocado e  $c$  a velocidade da luz, a conversão de massa em energia e a de energia em massa podem ser calculadas pela seguinte equação proposta por Einstein:

$$E = m \cdot c^2$$

- (UFPE) Com relação à teoria da relatividade especial e aos modelos atômicos, podemos afirmar que:  
[Indique as alternativas verdadeiras (V) e falsas (F).]  
 ( ) A velocidade da luz no vácuo independe da velocidade da fonte de luz.  
 ( ) As leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais. A única exceção ocorre em fenômenos físicos que ocorram sob gravidade nula.  
 ( ) É impossível determinar simultaneamente a velocidade e a posição do elétron no átomo de hidrogênio.  
 ( ) No modelo de Bohr do átomo de hidrogênio o elétron não irradia quando se encontra nas órbitas estacionárias, isto é, naquelas órbitas onde o momento linear do elétron é um múltiplo inteiro da constante de Planck.  
 ( ) Para ionizar o átomo de hidrogênio, no seu estado fundamental, isto é, separar completamente o elétron do núcleo, gasta-se uma energia menor do que 10 eV.
- (UFC-CE) Em relação a um sistema de referência em repouso, dois elétrons movem-se em sentidos opostos, ao longo da mesma reta, com velocidades de módulos iguais a  $\frac{c}{2}$ . Determine a velocidade relativa de aproximação entre os elétrons. Em seguida, assinale a alternativa que apresenta corretamente essa velocidade.  
 a)  $\frac{c}{2}$       b)  $\frac{3c}{4}$       c)  $\frac{3c}{5}$       d)  $\frac{4c}{5}$       e)  $c$
- (UFRGS-RS) De acordo com a teoria da relatividade, quando objetos se movem através do espaço-tempo com velocidades da ordem da velocidade da luz, as medidas de espaço e tempo sofrem alterações. A expressão da contração espacial é dada por  $L = L_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ , onde  $v$  é a velocidade relativa entre o objeto observado e o observador,  $c$  é a velocidade de propagação da luz no vácuo,  $L$  é o comprimento medido para o objeto em movimento e  $L_0$  é o comprimento medido para o objeto em repouso.  
 A distância Sol-Terra para um observador fixo na Terra é  $L_0 = 1,5 \cdot 10^{11}$  m. Para um nêutron com velocidade  $v = 0,6 c$ , essa distância é de:  
 a)  $1,2 \cdot 10^{10}$  m      d)  $1,2 \cdot 10^{11}$  m  
 b)  $7,5 \cdot 10^{10}$  m      e)  $1,5 \cdot 10^{11}$  m  
 c)  $1,0 \cdot 10^{11}$  m
- (UFCG-PB) Um carro viajando com velocidade constante comparável à da luz possui uma fonte de luz no seu interior a igual distância dos detectores 1 e 2 localizados em suas extremidades, como mostra a figura.



- Num dado instante a fonte emite um pulso de luz. Os observadores inerciais A e B encontram-se no carro e na superfície da Terra, respectivamente. De acordo com a teoria especial da relatividade, pode-se afirmar, **exceto**, que:
- para o observador A, a luz chega simultaneamente aos detectores.
  - para o observador B, a luz não chega simultaneamente aos detectores.
  - para o observador B, a luz chega primeiro ao detector 1.
  - a simultaneidade é um conceito relativo, depende do observador.
  - tanto para o observador A quanto para o observador B, a luz sempre chegará simultaneamente aos detectores.

1. Gabarito V F V F F

I. Verdadeira. A velocidade da luz não depende do referencial.

II. Falsa. De acordo com o primeiro postulada da mecânica quântica as leis da física são as mesmas para qualquer referencial, sem exceções.

III. Verdadeira. Segundo o princípio da incerteza não é possível saber com exatidão e ao mesmo tempo a posição e a velocidade de um elétron.

IV. Falsa. O postulada de Bohr afirma que as órbitas estacionárias se caracterizam pelo momento angular e não o momento linear.

V. Falsa. A energia, necessária para ionizar um átomo de hidrogênio é pelo menos 13,6 eV.

2. Alternativa d  
 Colocando-se que cada elétron move-se com velocidade de igual a  $v$ , teremos:  

$$v' = \frac{v + v}{1 + \frac{v \cdot v}{c^2}} \Rightarrow v' = \frac{2 \cdot v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$
 a velocidade de cada elétron será igual a  $\frac{c}{2}$ , assim:  

$$v' = \frac{2 \cdot \frac{c}{2}}{1 + \frac{(\frac{c}{2})^2}{c^2}} \Rightarrow v' = \frac{c}{1 + \frac{1}{4}} \Rightarrow v' = \frac{4c}{5}$$

3. Alternativa d  
 Utilizando-se a equação fornecida, teremos:  

$$L = L_0 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow L = 1,5 \cdot 10^{11} \cdot \left(1 - \frac{(0,6 \cdot c)^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = 1,5 \cdot 10^{11} \cdot (1 - 0,36)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = 1,5 \cdot 10^{11} \cdot (0,64)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow L = 1,5 \cdot 10^{11} \cdot 0,8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = 1,2 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

4. Alternativa e  
 Einstein afirma que a simultaneidade é um conceito relativo, que depende do observador para ser atestada.

5.	Gabarito $(01 + 04 + 16) = 21$				
01.	Verdadeira. Por definição o corpo negro é um ótimo absorvedor e emissor de radiação.				
02.	Falsa. A energia do fóton pode ser calculada pelo produto da frequência com a constante de Planck, para que o efeito fotoelétrico ocorra essa energia deve ser superior à função trabalho dos elétrons que compõem o material, ou seja, a frequência deve ser superior a um valor mínimo. A intensidade da fonte está relacionada com a quantidade de fótons emitidos, ou seja, quanto maior a intensidade mais elétrons são emitidos.				
04.	Verdadeira. O segundo postulado de Einstein na teoria da relatividade afirma que as leis da física são as mesmas para todos os referenciais no universo.				
08.	Falsa. A quantização da energia foi proposta inicialmente por Planck para explicar o "desastre do ultravioleta" em um corpo negro.				
16.	Verdadeira. Em velocidades próximas a velocidade da luz haverá uma dilatação temporal e uma contração espacial.				
32.	Falsa. A física clássica não consegue descrever corretamente a radiação de corpo negro.				
64.	Falsa. Para física clássica não existe o dualismo onda-partícula.				
6.	Gabarito $E = 4,236 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ A reação apresentada é a fusão de 4 prótons em um núcleo de hélio. Considerando-se as massas antes e depois da fusão, teremos uma diferença: $\Delta m = 4m_p - m_{\text{He}} = 4 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} - 6,645 \cdot 10^{-27} = 4,7 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$ Essa diferença entre as massas foi transformada em energia, que pode ser calculada pela equação: $E = \Delta mc^2 = 4,7 \cdot 10^{-29} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 4,236 \times 10^{-12} \text{ J}$				
7.	Gabarito a. $E = 1,8 \cdot 10^{14} \text{ J}$ , b. $N = 3$ , c. 8 meses a. O encontro de matéria com antimatéria provoca o aniquilamento de ambas, transformando-as integralmente em energia. Essa energia pode ser calculada pela equação $E = m \cdot c^2$ . Para o encontro de 1 g ( $1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ) de antimatéria com 1 g ( $1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ) de matéria, teremos: $E = m \cdot c^2 \Rightarrow E = (1 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow E = 1,8 \cdot 10^{14} \text{ J}$ b. Comparando-se a energia do aniquilamento de 1 g de antimatéria com a energia produzida pela bomba atômica, tem-se: $N_{\text{Bombas}} = \frac{1,8 \cdot 10^{14}}{60 \cdot 10^{12}} \Rightarrow N_{\text{Bombas}} = 3 \text{ bombas "Little Boy"}$ c. A energia consumida em um mês pela cidade em questão pode ser calculada multiplicando-se a potência consumida pelo tempo: $E_{\text{Cidade}} = P \cdot \Delta t \Rightarrow E_{\text{Cidade}} = 9 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^6 \Rightarrow E_{\text{Cidade}} = 2,25 \cdot 10^{13} \text{ J}$ Comparando-se a energia produzida pelo aniquilamento da antimatéria com a necessária para suprir a cidade em um mês, têm-se: $N_{\text{meses}} = \frac{1,8 \cdot 10^{14}}{2,25 \cdot 10^{13}} \Rightarrow N_{\text{meses}} = 8$ Poderia abastecer a cidade por 8 meses.				

5. (UFSC) Com base nos tópicos de Física Moderna, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

[A resposta será a soma dos números associados às alternativas corretas.]

- Corpo negro ideal é todo corpo capaz de absorver toda a radiação que nele incide. Quando um corpo negro é aquecido, ele é uma fonte ideal de radiação térmica.
- O efeito fotoelétrico só ocorre se a frequência da luz incidente sobre o metal for superior a um valor mínimo  $f_{\text{min}}$  e a emissão de cargas elétricas deste material independe da intensidade da radiação incidente.
- A teoria da relatividade especial, proposta por Einstein, está baseada em dois postulados, sendo que um deles é enunciado da seguinte forma: "As leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais. Ou seja, não existe nenhum sistema de referência inercial preferencial".
- A apresentação do trabalho do físico Maxwell sobre a quantização da energia é considerada hoje como o marco oficial da fundação da Física Moderna.
- A teoria da relatividade restrita tem como consequência a contração espacial e a dilatação temporal.
- O fenômeno da radiação do corpo negro é explicado pela Física Clássica e pela Moderna como sendo uma distribuição contínua de energia de um sistema.
- O comportamento dualístico de uma onda-partícula é descrito e aceito pela Física Clássica, sendo mais aprofundado e explicado pela Física Quântica.

6. (UFBA) A produção de energia no Sol, que possibilitou a vida na Terra, é, em grande parte, relacionada às reações nucleares que transformam quatro prótons em um núcleo de hélio,  ${}^4\text{He}^{++}$ . Nessas reações, uma parte da massa é transformada em energia.

Calcule, usando a equação de Einstein, a quantidade de energia liberada nessas reações, considerando a velocidade da luz  $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  e as massas do próton e do núcleo de hélio iguais a  $1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  e  $6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , respectivamente.

7. (Fuvest-SP) Segundo uma obra de ficção, o Centro Europeu de Pesquisas Nucleares, CERN, teria recentemente produzido vários gramas de antimatéria. Sabe-se que, na reação de antimatéria com igual quantidade de matéria normal, a massa total  $m$  é transformada em energia  $E$ , de acordo com a equação  $E = mc^2$ , onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

- Com base nessas informações, quantos joules de energia seriam produzidos pela reação de 1 g de antimatéria com 1 g de matéria?
- Supondo que a reação matéria-antimatéria ocorra numa fração de segundo (explosão), a quantas "Little Boy" (a bomba nuclear lançada em Hiroshima, em 6 de agosto de 1945) corresponde a energia produzida nas condições do item a)?
- Se a reação matéria-antimatéria pudesse ser controlada e a energia produzida na situação descrita em a) fosse totalmente convertida em energia elétrica, por quantos meses essa energia poderia suprir as necessidades de uma pequena cidade que utiliza, em média, 9 MW de potência elétrica?

Note e adote

1 MW =  $10^6 \text{ W}$ .

A explosão de "Little Boy" produziu  $60 \times 10^{12} \text{ J}$  (15 quilotons).

1 mês  $\approx 2,5 \times 10^6 \text{ s}$ .

Velocidade da luz no vácuo:  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

8. (Unicamp-SP) A Física de partículas nasceu com a descoberta do elétron, em 1897. Em seguida foram descobertos o próton, o nêutron e várias outras partículas, dentre elas o pión, em 1947, com a participação do brasileiro César Lattes.

a) Num experimento similar ao que levou à descoberta do nêutron, em 1932, um nêutron de massa  $m$  desconhecida e velocidade  $v_0 = 4 \cdot 10^7$  m/s colide frontalmente com um átomo de nitrogênio de massa  $M = 14$  u (unidade de massa atômica) que se encontra em repouso. Após a colisão, o nêutron retorna com velocidade  $v'$  e o átomo de nitrogênio adquire uma velocidade  $V = 5 \cdot 10^6$  m/s. Em consequência da conservação da energia cinética, a velocidade de afastamento das partículas é igual à velocidade de aproximação. Qual é a massa  $m$ , em unidades de massa atômica, encontrada para o nêutron no experimento?

b) O Grande Colisor de Hádrons (*Large Hadron Collider* – LHC) é um acelerador de partículas que tem, entre outros propósitos, o de detectar uma partícula, prevista teoricamente, chamada bóson de Higgs. Para esse fim, um próton com energia de  $E = 7 \cdot 10^{12}$  eV colide frontalmente com outro próton de mesma energia produzindo muitas partículas. O comprimento de onda ( $\lambda$ ) de uma partícula fornece o tamanho típico que pode ser observado quando a partícula interage com outra. No caso dos prótons do LHC,  $E = \frac{hc}{\lambda}$ , onde  $h = 4 \cdot 10^{-15}$  eV · s, e  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s. Qual é o comprimento de onda dos prótons do LHC?

9. (Unicamp-SP) A evolução da sociedade tem aumentado a demanda por energia limpa e renovável. Tipicamente, uma roda-d'água de moinho produz cerca de 40 kWh (ou  $1,4 \cdot 10^8$ ) J diários. Por outro lado, usinas nucleares fornecem em torno de 20% da eletricidade do mundo e funcionam através de processos controlados de fissão nuclear em cadeia.

a) Um sitiante pretende instalar em sua propriedade uma roda-d'água e a ela acoplar um gerador elétrico. A partir do fluxo de água disponível e do tipo de roda-d'água, ele avalia que a velocidade linear de um ponto da borda externa da roda deve ser  $v = 2,4$  m/s. Além disso, para que o gerador funcione adequadamente, a frequência de rotação da roda-d'água deve ser igual a 0,20 Hz. Qual é o raio da roda-d'água a ser instalada? Use  $\pi = 3$ .

b) Numa usina nuclear, a diferença de massa  $\Delta m$  entre os reagentes e os produtos da reação de fissão é convertida em energia, segundo a equação de Einstein  $E = \Delta mc^2$ , onde  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s. Uma das reações de fissão que podem ocorrer em uma usina nuclear é expressa de forma aproximada por:  $(1000 \text{ g de } U_{235}) + (4 \text{ g de nêutrons}) \rightarrow (612 \text{ g de Ba}_{144}) + (378 \text{ g de Kr}_{89}) + (13 \text{ g de nêutrons}) + \text{energia}$ .

Calcule a quantidade de energia liberada na reação de fissão descrita acima.

10. (UFMG) Considere que, no ano de 2222, um trem expresso passa por uma estação à velocidade de  $0,2c$ , em que  $c$  é a velocidade da luz. Henrique está dentro desse trem, em um vagão que mede 30 m de comprimento. Quando o trem está passando pela estação, Henrique liga um *laser* situado no fundo do vagão. Esse *laser* emite um pulso de luz, que é refletido por um espelho posicionado na frente do vagão, retorna e atinge um detector situado junto ao *laser*.

a) No referencial de Henrique, calcule o intervalo de tempo entre o pulso sair do *laser* e atingir o detector.

b) Enquanto isso, Alberto, parado na estação, vê o trem passar. Considerando essa informação, responda: qual é a velocidade do pulso de luz do *laser* medida no referencial de Alberto? Justifique sua resposta.

8. Gabarito a.  $m = 0,9u$ , b.  $\lambda = 1,7 \cdot 10^{-19}$  m

a. Conservando-se a quantidade de movimento e considerando  $v_0$  a velocidade de aproximação e  $v + V$  a de afastamento, teremos:

$$Q_i = Q_f \Rightarrow m \cdot v_0 = m \cdot (-v') + M \cdot V$$

Como a velocidade de aproximação é igual a de afastamento, teremos:

$$v_0 = v' + V \Rightarrow v' = 4 \cdot 10^7 - 5 \cdot 10^6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v' = 3,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Retornando a conservação da quantidade de movimento, teremos:

$$m \cdot 4 \cdot 10^7 = m \cdot (-3,5 \cdot 10^7) + 14 \cdot 5 \cdot 10^6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 0,93u$$

b. Utilizando-se a equação, teremos:

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} \Rightarrow \lambda = \frac{4 \cdot 10^{-15} \cdot 3 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^{12}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = 1,7 \cdot 10^{-19} \text{ m}$$

9. Gabarito a.  $R = 2$  m, b.  $E = 9 \cdot 10^{13}$  J

a. Pode-se utilizar a relação entre velocidade e velocidade angular para encontrar o raio da roda, dessa forma:

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow v = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot f} \Rightarrow R = \frac{2,4}{2 \cdot 3 \cdot 0,20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 2 \text{ m.}$$

b. Somando-se as massas dos reagentes, teremos:

$$m_{\text{reagentes}} = 1000 + 4 \Rightarrow m_{\text{reagentes}} = 1004 \text{ g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{\text{reagentes}} = 1,004 \text{ kg.}$$

Somando-se as massas dos produtos:

$$m_{\text{produtos}} = 612 + 378 + 13 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{\text{produtos}} = 1003 \text{ g} \Rightarrow 1,003 \text{ kg.}$$

A diferença na massa se transformará em energia, portanto:

$$\Delta m = m_{\text{produtos}} - m_{\text{reagentes}} \Rightarrow \Delta m = 1,003 -$$

$$- 1,004 \Rightarrow \Delta m = -0,001 \text{ kg. (vamos des-$$

considerar o sinal de negativo, ele indica a diminuição da massa)

$$E = \Delta m \cdot c^2 \Rightarrow E = 0,001 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = 0,001 \cdot 9 \cdot 10^{16} \Rightarrow E = 9 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

10. Gabarito a.  $t = 2 \cdot 10^{-7}$  m/s, b. O primeiro postulado de Einstein afirma que a velocidade da luz é constante independente do referencial, portanto a velocidade medida por Alberto será igual a  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s.

a. A luz para ir e voltar irá percorrer uma distância  $d = 60$  m. Como a velocidade da luz é constante é igual a  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, teremos:

$$t = \frac{60}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m/s.}$$

b. O primeiro postulado de Einstein afirma que a velocidade da luz é constante independente do referencial, portanto a velocidade medida por Alberto será igual a  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s.

**Introdução à cinemática e ao movimento uniforme (MU)**

**página 7**

1. a
2. c
3. 32 000 000 de voltas
4. e
5. b
6. c
7. d
8. d
9. b
10. 375 000 km
11. a
12. a
13. d
14. c
15. d
16. a) 30 m, b)  $-3$  m/s, c) 7,5 m

**Movimento uniformemente variado (MUV)**

**página 13**

1. a
2. b
3. a
4. a)  $2,5$  m/s<sup>2</sup>, b) 10 m/s, c) 12 s
5. a) 32 km/h, b) 400 s
6. 80 s
7. a
8. d
9. b
10. a) vide resolução, b) 1 550 m
11. d

**Cinemática vetorial**

**página 18**

1. e
2. a
3. a) 8,5 km/h, b)  $7,2 \cdot 10^2$  kcal, c) 1 200 W, d) 70 min
4. Corretas: O1, O2 e 16.
5. b
6. b
7. c
8. b
9. a)  $y = 20$  s e  $S = 140$  m, b)  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> e  $t = 9,6$  s
10. a)  $h_{\text{máx}} = 11,25$  m e  $t_s = 1,5$  s, b)  $t = 2$  s e  $h_1 = 10$  m
11. e
12. b
13. b
14. d
15. d
16. a) 20 m e 10 s, b) vide resolução
17. a) 1,52 m, b) 1,18 m/s, c) 5,51 m/s
18. a) 0,5 s, b) 6 m/s, c) 0,67 s

**Movimento circular e movimento circular uniforme**

**página 25**

1. b
2.  $(01 + 02 + 04 + 08) = 15$
3. c
4. b
5. c
6. c
7. a
8. b
9. 16 km/h
10. a
11. b
12. e

**Dinâmica: forças e leis de Newton**

**página 30**

1. c
2. d
3. b
4. b
5. a
6. e
7. d
8. a) A mola “mais firme”, adequada às pernas, é aquela que possui maior constante elástica, ou seja, a mola B. Para os braços, a mola mais adequada é aquela que possui menor constante elástica, ou seja, a mola A.  
b)  $F_{\text{el}} = 250$  N
9. b
10. d
11. a
12. b
13. e
14. c
15. 9 N
16. I) V, II) F, III) V, IV) V, V) F
17. a

**Forças em planos inclinados e no movimento circular uniforme (MCU)**

**página 38**

1. c
2. a) V, b) F, c) V, d) F, e) V
3. d
4. 90 N
5. b
6. 6,8 N
7. a
8. d
9. a)  $\frac{m_A}{m_B} = 2$ , b)  $\frac{m_A}{m_B} = 5$
10. a)  $\frac{m_A}{m_B} = 2$ , b)  $\frac{m_A}{m_B} = 5$
11. c
12. d
13. c
14. b
15.  $(08 + 16) = 24$
16. a)  $v = 4$  m/s, b)  $a_c = 0,8$  m/s<sup>2</sup>, c)  $N_N = 552$  N e  $N_J = 756$  N
17. d
18. a) vide resolução, b) 4,4 s, c) 254,5 kg

**Trabalho e energia mecânica**

**página 45**

1. c
2. b
3. d
4. c
5. d
6. b
7. a
8. d
9. d
10. e
11. b
12. c
13. e
14. a
15. c
16. d
17. a
18.  $\tau_{\text{fat}} = 15$  J
19.  $P = 3,3$  kW
20.  $\frac{E_1}{E_2} = 10$
21. a)  $N = 3,6 \cdot 10^3$  N, b)  $F = 1,4 \cdot 10^3$  N
22.  $v_0 = 50$  m/s
23. b
24. a
25. a) vide resolução, b)  $\tau = 5 000$  J, c)  $P = 500$  W

**Quantidade de movimento, impulso e colisões**

**página 53**

1. d
2. d
3. c
4. d
5. a
6. b
7. e
8. a)  $F_r = 8$  N para a esquerda, b)  $a = 1$  m/s<sup>2</sup> para a direita
9. a)  $|V_a| = 0,2$  m/s, b)  $F_{\text{máx}} = 20$  N
10.  $V_{\text{depois}} = 4$  m/s

**Leis do movimento planetário e gravitação universal**

**página 58**

1. d
2. b
3. c
4. a)  $\Delta T_{\text{Terra}} = 5,0 \cdot 10^2$  s,  $\Delta T_{\text{Plutão}} = 2,0 \cdot 10^4$  s, b) aproximadamente 256 anos.
5. 1. P, 2. não
6. d
7. b
8. c
9. b
10. d
11. 8 m/s<sup>2</sup>
12. e
13. e
14. d
15. a)  $3,6 \cdot 10^3$  km/h, b)  $F_{cp} \cong 1,9 \cdot 10^{20}$  N

## Estática e hidrostática

### página 64

- a)  $|M_c| = 0$ ,  $|M_p| = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$ , direção normal ao plano do papel, sentido saindo do papel.  
b)  $T = 5,0 \cdot 10^{21} \text{ N}$ ,  $|M_f| = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$ , direção normal ao plano do papel, sentido entrando no papel.
- b
- e
- a
- c
- c
- $(11 + 22 + 33) = 66$
- b
- c
- b
- e
- b
- c
- e
- a)  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1}$ , b)  $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  
c)  $2,4 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^4 \cdot \text{s}$
- a
- e
- b
- e

## Física térmica

### página 73

- c
- e
- b
- c
- e
- b
- c
- a
- a
- d
- $(01 + 02 + 04) = 07$
- a)  $\phi = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{\ell}$ ,  
b)  $T = \frac{2T_1 + T_2}{3}$
- d

## Calor e mudanças de fase ou estado

### página 78

- d
- d
- a
- b
- a
- e
- e
- $(01 + 04) = 05$
- b
- b
- b
- e
- a

- b
- e
- $t_o = -28 \text{ }^\circ\text{C}$
- $Q = 37\,500 \text{ cal}$ , b)  $m = 300 \text{ g}$
- a
- a)  $0,10 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ ;  $4,0 \text{ cal/g}$ , b)  $12,5 \text{ g}$  (fase líquida)
- a)  $Q_{\text{água}} = 5,0 \times 10^3 \text{ cal}$  e  
 $Q_{\text{cal}} = 1,0 \times 10^2 \text{ cal}$ ,  
b)  $t_f = 30 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $c_{\text{barra}} = 0,51 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$

## Dilatação térmica

### página 85

- a
- c
- c
- a
- c
- a
- a
- c
- c
- a)  $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$   
b)  $\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = 2$

## Termodinâmica

### página 92

- e
- d
- c
- c
- e
- a)  $m_o = \frac{M \cdot p_o \cdot V}{R \cdot T}$ , b)  $\Delta m = -m_o$ ,  
c) demonstração
- a)  $M_1 = 1\,800 \text{ kg}$ , b)  $M_2 = 1\,350 \text{ kg}$ ,  
c) A aceleração do balão é vertical, para cima e de intensidade  $\gamma = 0,28 \text{ m/s}^2$ .
- d
- $(02 + 04 + 08 + 16) = 30$
- c
- c
- e
- V, F, F, V, V
- a)  $\tau = 0$ , pois  $\Delta V = 0$ , b)  $T_c = 600 \text{ K}$ ,  
c)  $Q_{AB} = 3\,000 \text{ J}$  e  $Q_{AC} = 2\,250 \text{ J}$

## Ondas e acústica

### página 99

- $(08 + 16) = 24$
- c
- a
- a
- d
- d
- b
- c
- d
- c
- c
- e

## Fenômenos ondulatórios

### página 104

- c
- c
- b
- c
- a
- a
- a
- a
- b
- d
- b

## Ondas sonoras

### página 111

- a
- b
- c
- a
- c
- $f = 680 \text{ Hz}$
- b
- c
- b

## Óptica

### página 117

- e
- d
- $A'B = 5\sqrt{2}$
- d
- e
- $(01 + 02 + 16) = 19$
- a
- a
- d
- e

## Espelhos esféricos

### página 123

- a
- d
- b
- b
- c
- e
- a
- a
- b
- b
- a) Virtual, b)  $-1,33 \text{ m}$ , c) convexo
- 10 cm

## Refração da luz

### página 127

- d
- c
- d
- c
- b
- d
- (102) F, (103) F, (104) F
- e
- a
- a)  $42^\circ$ , b)  $30^\circ$ , c)  $0,52 \text{ m}$



### Lentes esféricas

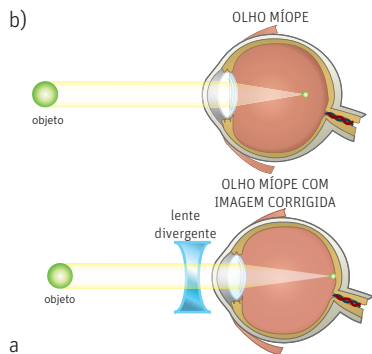
página 133

1. d
2. b
3. c
4. d
5. b
6. b
7. b
8. a
9. a)  $p = 2,67$  cm, b)  $p' = -8$  cm; a imagem terá 2,1 cm de altura.
10. a)  $p' = 15$  cm, b) A imagem tem uma altura de 3 cm.

### Fisiologia do olho humano

página 138

1. c
2. e
3. b
4. d
5. a
6. a) Lentes esféricas divergentes – 3,00 di; distância focal de aproximadamente 0,33 m = 33 cm.



7. a
8. d

### Eletrostática

página 142

1. a
2. b
3. a
4. d
5. d
6. b
7. d
8. d

### Campo elétrico, força elétrica, potencial elétrico e energia potencial elétrica

página 147

1. b
2. c
3. a
4.  $Q = 12 \cdot 10^{-9}$  C
5. b
6. c
7.  $E_r = 5 \cdot 10^9$  V/m
8. a)  $P = F_E = 0,15$  N, b)  $|q| = 3 \cdot 10^{-7}$  C, c) como tanto a força gravitacional quanto a força elétrica serão constantes (a carga está inserida em uma região de campo elétrico uniforme), a trajetória da carga

deverá ser uma reta e seu movimento retilíneo uniformemente variado.

9. d
10. a) F, b) V, c) V, d) F
11. c
12. e
13.  $Q = 5 \cdot 10^{-9}$  C
14. c

### Corrente elétrica e resistores

página 154

1. c
2. e
3. a)  $E_c = 3,36 \cdot 10^8$  J, b)  $v = 148$  km/h, c)  $I = 0,53$  A
4. c
5. d
6. c
7. a
8. e

### Potencia elétrica e geradores

página 157

1. e
2. a
3. c
4. a
5. a
6. e
7. b
8. a
9. b
10. c
11. c
12. c
13. a

### Circuitos e capacitores

página 162

1. c
2.  $E = 60$  V
3. a) 
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 8R & 10R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{7E}{10} \end{bmatrix}$$
 b)  $i_1 = 1$  A,  $i_2 = 2$  A e  $i_3 = 3$  A.
4.  $\frac{E}{3}$
5.  $6,0 \cdot 10^3 \Omega$
6. a
7. a)  $n = 2 \cdot 10^7$  íons, b)  $P = 1,6 \cdot 10^{-12}$  W
8. d

### Magnetismo

página 166

1. c
2. a
3. b
4. d
5. b
6. d

### Força magnética e indução eletromagnética

página 171

1. c
2. c

3. a
4.  $B = 0,50$  T, cujo sentido é saindo do plano do papel.
5. a)  $F_M = B \cdot |q| \cdot v$ , b)  $v = \frac{E}{B}$
6. e
7. e
8. d
9. d
10. a
11. b
12. a
13.  $\varepsilon = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-3}$  V
14. a

### Física quântica

página 178

1. F, V, F, F, V
2. b
3. a
4. d
5. b
6. e
7. c
8. e
9. c
10. a)  $E = 10,2$  eV, b)  $V_{\text{átomo}} = 3,4$  m/s
11. a)  $E = 4,97 \cdot 10^{-19}$  J, b)  $E_{\text{incidente}} = 1 \cdot 10^{-2}$  J, c)  $n = 2,01 \cdot 10^{16}$  fótons
12.  $E_c = 5$  eV
13. a)  $f = 1 \cdot 10^{15}$  Hz, b)  $E_{\text{fóton}} = 4,0$  eV, c)  $E_{\text{cinética}} = 1,7$  eV, d)  $f_o = 6 \cdot 10^{14}$  Hz
14. a)  $\frac{F}{l} = 10^{-6}$  N/m, b)  $\lambda_o < 3,75 \cdot 10^{-7}$  m
15.  $f = 10^{18}$  Hz
16. a)  $R = 1,3$ , b)  $v = 0,02$  m/s

### Física de partículas e física nuclear

página 184

1. e
2. c
3. a
4. b
5. d
6. d
7. b
8.  $n = udd$

### Teoria da relatividade

página 187

1. V, F, V, F, F, F
2. d
3. d
4. e
5.  $(01 + 04 + 16) = 21$
6.  $E = 4,236 \cdot 10^{-12}$  J
7. a)  $E = 1,8 \cdot 10^{14}$  J, b)  $N = 3$ , c) 8 meses
8. a)  $m = 0,9 u$ , b)  $\lambda = 1,7 \cdot 10^{-19}$  m
9. a)  $R = 2$  m, b)  $E = 9 \cdot 10^{13}$  J
10. a)  $t = 2 \cdot 10^{-7}$  m/s, b) O primeiro postulado de Einstein afirma que a velocidade da luz é constante independentemente do referencial, portanto a velocidade medida por Alberto será  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s.

EXEMPLAR DO  
PROFESSOR

# FÍSICA

REVISÃO

ser  
Protagonista



1 5 6 6 1 3

ISBN 978-85-418-0369-4



9 788541 803694