LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Esta lista trata dos conceitos de cinemática 1D, cinemática 2D, leis de Newton e aplicações. Tais temas são abordados nos capítulos 2, 3, 4 e 5 do livro-texto:

- Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, vol. 1. - Mecânica.

Limites e Derivadas

1. Este exercício pretende ser um guia para que você consiga deduzir algumas derivadas importantes para nosso curso. Como preparação, vamos primeiro considerar uma derivada bem simples, como a derivada de t^2. Começamos escrevendo a definição da derivada:

$$\frac{df}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

e aplicamos esta definição a função $f(t) = t^2$. Desta maneira:

$$\frac{df}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(t+\Delta t)^2 - t^2}{\Delta t}$$

A partir deste ponto, procedemos fazendo a álgebra convencional:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2) - t^2}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{2t\Delta t + \Delta t^2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (2t + \Delta t)$$

Agora, basta obedecer o comando da operação limite, que nos diz que Δt deve ir a 0, de maneira que $2t + \Delta t = 2t$. Desta maneira:

$$\frac{df}{dt} = 2t$$

(a) Para checar seu entendimento calcule, a partir da definição, a derivada da função $t + t^3$. Um problema mais interessante é calcular a derivada de $\cos \omega t$. No entanto, precisamos fazer um problema preliminar:

(b) Use uma calculadora e calcule $\sin\theta$ e $\cos\theta$ para ângulos pequenos (da ordem de 5°, mas você precisa usar ângulos em radianos). Estime θ para o qual a diferença entre $\sin\theta$ e θ (em radianos) é da ordem de no máximo 1%. Estime ainda θ para o qual a diferença entre $\cos\theta$ e 1 é também da ordem de 1%. Desta maneira, você descobre o seguinte: para pequenos ângulos:

$$\begin{cases} \sin\theta & \approx \theta \\ \cos\theta & \approx 1 \end{cases}$$

Nosso objetivo é calcular a derivada de $\cos\omega t$. Mas antes observe como calcular a derivada de $\sin\omega t$. Como sempre, partimos da definição:

$$\frac{d(\sin\omega t)}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\sin\omega(t+\Delta t) - \sin\omega t}{\Delta t}$$

Procedendo com a álgebra de funções trigonométricas, escrevemos:

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{\sin\omega(t+\Delta t) - \sin\omega t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\sin\omega t\cos\omega\Delta t + \cos\omega t\sin\omega\Delta t - \sin\omega t}{\Delta t}$$

Usamos que Δt deve ir para 0, ou seja, que Δt é bastante pequeno, e implementamos as aproximações $\sin\omega\Delta t \approx \omega\Delta t$ e $\cos\omega\Delta t \approx 1$, desta maneira:

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{\sin\omega t + \omega\cos\omega t\Delta t - \sin\omega t}{\Delta t} = \omega\cos(\omega t)$$

(c) Use ideias similares e mostre que:

$$\frac{d}{dt}\cos\omega t = -\omega\sin\omega t$$

(d) Como desafio, parta da definição e mostre que se $h(t) = f(t) + g(t)$, então:

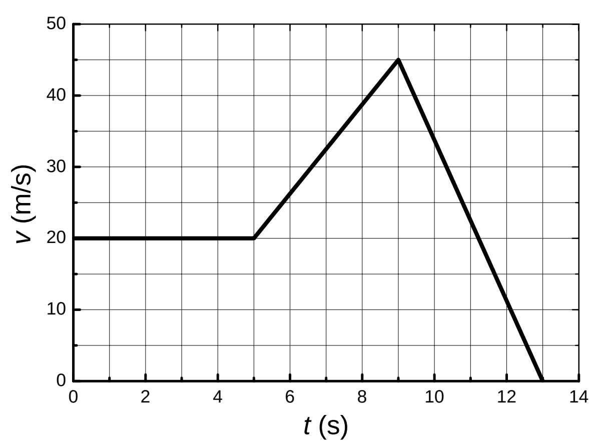
$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{df(t)}{dt} + \frac{dg(t)}{dt}$$

Cinemática 1D

2. O gráfico da figura ao lado mostra a velocidade da motocicleta de um policial em função do tempo.

   (a) Calcule a aceleração instantânea para $t = 3$ s, $t = 7$ s e $t = 11$ s.

   (b) Qual foi o deslocamento do policial nos 5 s iniciais? E nos 9 s iniciais? E nos 13 s iniciais? (R: 100 m, 230 m, 320 m)



3. Exercício 12 do capítulo 2 do livro texto.

4. Exercício 16 do capítulo 2 do livro texto.

5. Exercício 17 do capítulo 2 do livro texto.

Vetores e cinemática 2D

6. As magnitudes de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são iguais. Determine o ângulo entre os vetores $\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{a} - \vec{b}$.

7. Duas partículas estão restritas a mover-se no plano xy. O movimento destas partículas é descrita pela funções posição $x_1(t) = t^2 + t + 1$, $x_2(t) = 2t^2 - 2t + 3$, $y_1(t) = t + 3$ e $y_2(t) = 2t+2$, onde a posição é medida em metros e o tempo t em segundos. Considere a direção $\hat{i}$ na horizontal e $\hat{j}$ na vertical.

   (a) Determine os vetores posição $\vec{r}_1(t)$ e $\vec{r}_2(t)$ de cada partícula e o vetor posição relativa $\vec{r}_{12}(t)$.

   (b) Para $t = 0$, faça um esquema no plano cartesiano dos vetores posição $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ e do vetor posição relativa $\vec{r}_{12}$. Determine a distância entre as partículas.

   (c) Determine o(s) tempo(s) t para o(s) qual(is) as duas partículas colidem.

   (d) Determine a velocidade relativa, $\vec{v}_{12}$, no(s) instante(s) no(s) qual(is) as partículas colidem.

8. Um atleta dá um salto em distância, fazendo um ângulo inicial de 20° com o solo com uma velocidade de 11 m/s.

   (a) Qual o alcance do salto? (R: 7.94 m)

   (b) Qual a altura máxima atingida? (R: 0.722 m)

9. Uma bola, sob ação apenas da aceleração da gravidade, é atirada do chão para o alto. Sabe que em uma altura de de 9 m, sua velocidade, medida em m/s, é dada por $\vec{v} = 7\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$ (onde $\hat{i}$ denota a direção horizontal e $\hat{j}$ a vertical).

   (a) Até que altura a bola subirá? (R: 10.8 m)

   (b) Qual será a distância horizontal percorrida pela bola? (R: 20.8 m)

   (c) Qual o módulo da velocidade no ponto mais alto da trajetória? (R: 7 m/s)

   (d) Qual o vetor velocidade no instante em que a mesma volta a tocar o solo? (R: $7\hat{\imath} - 14,6\hat{\jmath}$ m/s)

   (e) Discuta, qualitativamente, o efeito da resistência do ar sobre cada uma das suas respostas dos itens $(a) - (d)$.

10. Uma partícula está restrita a mover-se no plano, com uma aceleração $\vec{a} = 4\hat{\imath}$ m/s^2. A partícula sai da origem em $t = 0$, com a velocidade inicial $\vec{v}_0 = 20\hat{\imath} - 15\hat{\jmath}$ m/s.

    (a) Determine o vetor velocidade $\vec{v}(t)$ para esta partícula. (R $\vec{v}(t) = (20 + 4t)\hat{\imath} - 15\hat{\jmath}$ m/s, perceba que $\vec{v}(t = 0)$ corresponde ao $\vec{v}_0$ do enunciado)

    (b) Calcule $\vec{v}(t)$ e $||\vec{v}(t)||$ para $t = 5$ s.

(c) Determine o vetor posição $\vec{r}(t)$ e a *velocidade média* da partícula entre os instantes $t = 0$ s e $t = 5$ s. Compare este resultado com os valores de $\vec{v}(t)$ para $t = 0$ e $t = 5$ s.

11. Exercício 11 do capítulo 3 do livro texto.

12. **Movimento Circular Uniforme** Uma partícula executa um movimento circular uniforme de raio R e velocidade angular ω. As funções posição $x(t)$ e $y(t)$ desta partícula se escrevem:

$$\begin{cases} x(t) & = R\cos(\omega t) \\ y(t) & = R\sin(\omega t) \end{cases}$$

(a) Para $t = 0$, faça um esboço da posição da partícula em relação ao sistema de coordenadas (considere x na horizontal e y na vertical). Indique em seu esboço o raio R.

(b) Determine os vetores posição $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ e $\vec{a}(t)$ para esta partícula. Mostre explicitamente que $\vec{v}(t)$ é perpendicular a $\vec{r}(t)$ e $\vec{a}(t)$ em qualquer tempo t. Em um esboço, descreva a trajetória da partícula e indique os vetores posição, velocidade e aceleração para um dado instante t.

(c) Mostre que $||\vec{v}(t)||$ é constante para o movimento circular uniforme.

(d) Calcule $\vec{r}(t) \times \vec{v}(t)$ e mostre que esta quantidade é constante para o movimento circular uniforme.

(e) Mostre explicitamente (ou argumente) que $\vec{r}(t) \times \vec{a}(t) = 0$ para todo tempo t para o movimento circular uniforme.

Planos inclinados e atrito

13. Exercício 13 do capítulo 5 do livro texto.

14. Um bloco desliza sobre um plano inclinado de um ângulo θ com a horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano é μ_k.

(a) Desenhe diagramas de forças para o bloco nas seguintes situações: (i) o bloco desliza para baixo ao longo do plano inclinado; (ii) o bloco é projetado e desliza para cima do plano inclinado. Em ambos os casos, defina o sistema de coordenadas e escreva todas as forças em termos dos versores.

(b) Para cada força considerada nestes diagramas, aponte o par ação reação (terceira lei de Newton) e discuta seu efeito.

(c) Mostre que quando o bloco desliza para baixo sua aceleração é dada por $a = g[sen(\theta) - \mu_k\, cos(\theta)]$.

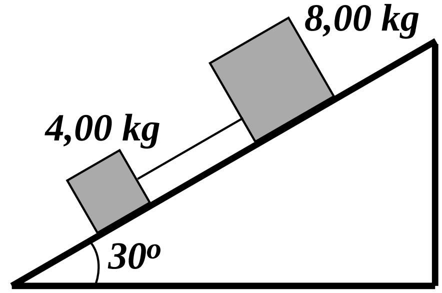
(d) Mostre que quando o bloco desliza para cima sua aceleração é dada por $a = -g[sen(\theta) + \mu_k cos(\theta)]$.

15. Um bloco é lançado para cima, com velocidade de 5 m/s, sobre uma rampa de 45° de inclinação. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a rampa é $0,3$.

    (a) Esboce o diagrama de forças que atuam sobre o sistema. Defina o sistema de coordenadas e escreva as forças em termos dos versores correspondentes.

    (b) Determine a distância máxima atingida pelo bloco ao longo da rampa. (R: $d = \frac{25}{12,7\sqrt{2}}$ m)

16. Dois blocos de massas $4,00$ kg e $8,00$ kg estão ligados por um fio e deslizam para baixo de um plano inclinado de $30,0°$. O coeficiente de atrito cinético estre o bloco de $4,00$ kg e o plano é igual a $0,25$; e o coeficiente entre o bloco de $8,00$ kg e o plano é igual a $0,35$.



    (a) Qual é a aceleração de cada bloco? (dica: os blocos possuem a mesma aceleração)

    (b) Qual é a tensão na corda? (R: $T = 2,27$ N)

    (c) O que ocorreria se as posições dos blocos fossem invertidas, isto é, se o bloco de $4,00$ kg estivesse acima do bloco de $8,00$ kg?

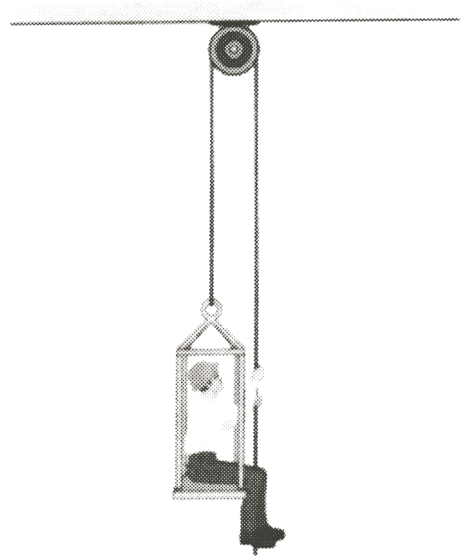
Sistemas vinculados

17. A figura abaixo mostra um homem sentado numa plataforma de trabalho, pendendo de uma corda de massa desprezível que passa por uma polia ideal (massa e atrito desprezíveis) e volta até às mãos do homem. A massa conjunta do homem e da plataforma é de 96 kg.

    (a) Desenhe o diagrama de forças para o homem e a plataforma considerados como sistemas separados e outro para o homem e a plataforma considerados como um único sistema.

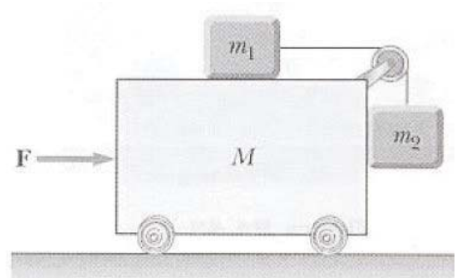
    (b) Com que força o homem deve puxar a corda para que ele consiga subir com velocidade constante? (470 N)

    (c) Qual é a força necessária para subir com aceleração de1, 3 m/s^2 ? (532 N)

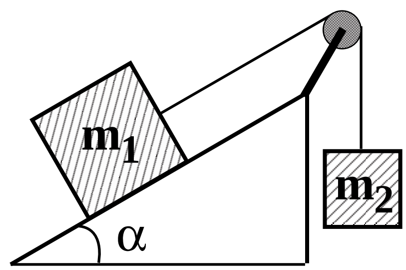


18. Exercício 11 do capítulo 5 do livro texto.

19. Determine a força horizontal que deve ser aplicada ao carro mostrado na figura ao lado para que os blocos permaneçam estacionários em relação ao carro. (Dica: observe que a força exercida pelo fio acelera apenas m_1, $F = (M + m_1 + m_2)\left(\frac{m_2 g}{m_1}\right)$)



20. Um bloco de massa m_1 está sobre um plano inclinado com um ângulo de inclinação α e está ligado por uma corda que passa sobre uma polia pequena a um segundo bloco suspenso de massa m_2. O coeficiente de atrito cinético é μ_C e o coeficiente de atrito estático é μ_S.

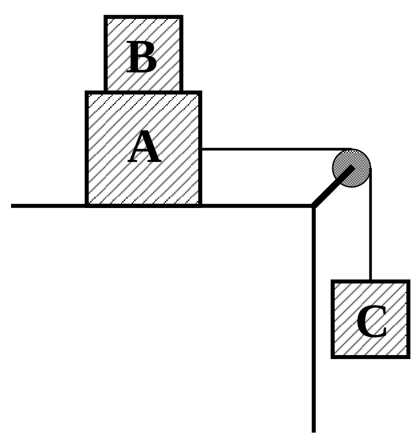


   (a) Determine a massa m_2 para a qual o bloco de massa m_1 sobe o plano com velocidade constante após entrar em movimento. (R: $m_2 = m_1[sen(\alpha) + \mu_C cos(\alpha)]$)

   (b) Determine a massa m_2 para a qual o bloco de massa m_1 desce o plano com velocidade constante depois após entrar em movimento (R: $m_2 = m_1[sen(\alpha) - \mu_C cos(\alpha)]$)

   (c) Para qual intervalo de valores de m_2 os blocos permanecem em repouso depois de serem liberados a partir do repouso? (R: $m_1[sen(\alpha) - \mu_S cos(\alpha)] \leq m_2 \leq m_1[sen(\alpha) + \mu_S cos(\alpha)]$)

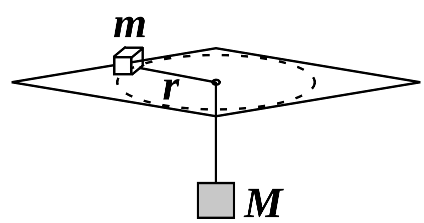
21. Um bloco B, de massa m_B, está sobre um bloco A, de massa m_A, que está sobre o topo de uma mesa horizontal (figura abaixo). O coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e o topo da mesa é μ_C e o coeficiente de atrito estático entre o bloco A e o bloco B é μ_S. Um fio leve ligado ao bloco A passa sobre uma polia fixa, considerada ideal, e conecta-se ao bloco C , de massa m_C, estando este supenso do outro lado do fio. Determine o valor máximo para m_C de maneira que os blocos A e B deslizem juntos quando o sistema for liberado a partir do repouso. (R: $m_C < \frac{(m_A+m_B)(\mu_S+\mu_C)}{1-\mu_S}$)



Dinâmica do movimento circular

22. Um pequeno bloco de massa m repousa sobre o topo de uma mesa horizontal sem atrito a uma distância r de um buraco situado no centro da mesa.

Um fio ligado ao bloco pequeno passa através do buraco e tem um bloco maior de massa M ligado em sua outra extremidade. O pequeno bloco descreve um movimento circular uniforme com raio r e velocidade v . Qual deve ser o valor de v para que o bloco grande permaneça imóvel quando liberado? (R: $v = \sqrt{(grM/m)}$)



23. Considere um grande cilindro oco vertical girando ao redor de seu eixo e uma pessoa dentro dele. Quando a velocidade do conjunto atinge um valor predeterminado, o piso do cilindro desce repentinamente. A pessoa dentro do conjunto, no entanto, não cai, permanecendo em contato com a parede. O coeficiente de atrito estático entre uma pessoa e a parede é $\mu_e = 0,40$, e o raio do cilindro é $R = 2,1$ m.

    (a) Faça um diagrama das forças que atuam sobre a pessoa após o piso ter descido. Para cada força do diagrama, determine o par ação reação (terceira lei de Newton) e discuta seu efeito. Qual a força resultante sobre a pessoa?
    (b) Obtenha o valor do período máximo de revolução necessário para evitar que a pessoa caia. ($T = 1,84$ s)
    (c) Qual a velocidade escalar mínima do cilindro pra que a pessoa não caia? ($v = 7,2$ m/s)
    (d) Se a massa da pessoa for de 49 kg , qual o módulo da força centrípeta que atuará sobre a mesma? ($F = 1200$ N)

24. Exercicio 19 do capítulo 5 do livro texto.

Força de resistência

25. Um corpo de massa m em queda vertical sofre a ação da força peso e de uma força resistiva que depende do quadrado do módulo da velocidade do corpo. Esta força atua na direção contrária ao movimento e se escreve $||\vec{F}_{\text{res}}|| = Av^2$. O corpo parte inicialmente do repouso. Considere que a aceleração da gravidade local tem módulo igual a g e é aproximadamente constante.

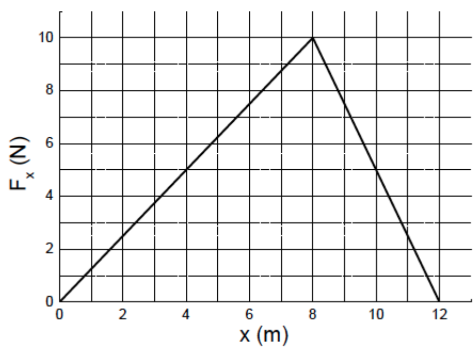
    (a) Esboce um diagrama das forças que atuam sobre o corpo.
    (b) Para cada uma das forças do seu diagrama, aponte qual o par ação-reação (dado pela terceira Lei de Newton) da mesma e descreva seu efeito.

(c) Escreva a equação do movimento (segunda Lei de Newton) para este corpo (não precisa resolver a equação). Determine o módulo de $\vec{v}$, em função dos parâmetros A, g e m, para o qual a aceleração do corpo em queda é nula (velocidade terminal).

(d) Esboce em dois gráficos distintos o comportamento qualitativo da aceleração e da velocidade do corpo em queda como função do tempo. Em cada gráfico, complete seu esboço comparando o presente caso com a aceleração e velocidade deste corpo em uma queda livre (sem resistência do ar).

Trabalho e energia cinética

26. Uma menina aplica uma força $\vec{F}$ paralela ao eixo Ox sobre um trenó de 10,0 kg que está se deslocando sobre a superfćie congelada de um lago pequeno. À medida que ela controla a velocidade do trenó, o componente x da força que ela aplica varia com a coordenada x do modo indicado na figura ao lado. Calcule o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ quando o trenó se desloca

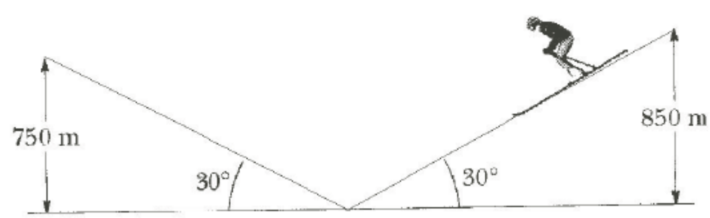


a) de $x = 0$ a $x = 8,0$ m (40 J);

b) de $x = 8,0$ m a $x = 12,0$ m (20 J);

c) de $x = 0$ a $x = 12,0$ m (60 J).

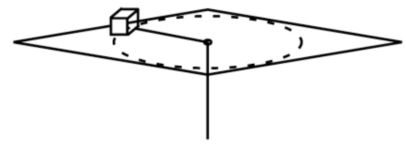
27. Dois montes têm altitudes de 850 m e 750 m em relação ao vale que os separa (figura abaixo). Uma pista de esqui vai do alto do monte maior até o alto do monte menor, passando pelo vale. O comprimento total da pista é 3,2 km e a inclinação média é 30°.



a) Um esquiador parte do repouso no alto do monte maior. Com que velocidade chegará ao alto do monte menor sem se impulsionar com os bastões? Ignore o atrito. (44,3 m/s)

b) Qual deve ser aproximadamente o coeficiente de atrito dinâmico entre a neve e os esquis para que o esquiador pare exatamente no alto do pico menor? (0,0361)

28. Um pequeno bloco com massa de 0,120 kg está ligado a um fio que passa através de um buraco em uma superfície horizontal sem atrito. O bloco inicialmente gira a uma distância de 0,40 m do buraco com uma velocidade de 0,70 m/s. A seguir o fio é puxado por baixo, fazendo o raio o círculo se encurtar para 0,10 m. Nessa nova distância verifica-se que sua velocidade passa para 2,80 m/s.



    a) Qual era a tensão no fio quando o bloco possuía velocidade 0,70 m/s? (0,147 N)
    b) Qual a tensão no fio quando o bloco possui velocidadefinal de 2,80 m/s? (9,408 N)
    c) Qual foi o trabalho realizado pela pessoa que puxou o fio? (0,441 J)