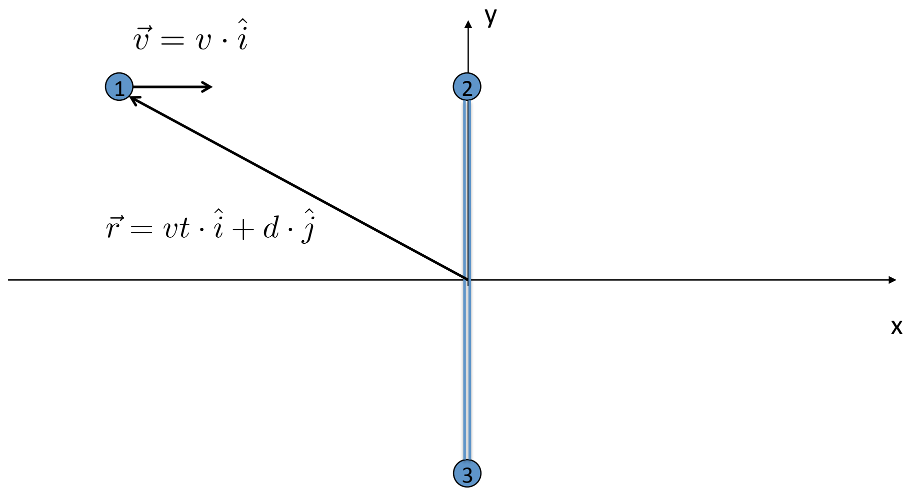
Mecânica para Geociências - 4310192 - 6^o Exame - 27/11/2014

Um corpo (1) incide sobre um haltere formado por duas massas iguais, (2) e (3), presas por uma haste leve e rígida. Ela colide com o corpo (2) em t = 0.



Considerando os parâmetros da figura, responda, tomando a origem do sistema de coordenadas abaixo como referência.

NOTA: Assumo que todos passaram em geometria analítica, e sabem calcular produto vetorial, portanto sabem que $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$.

1) Qual o momento angular do corpo (1), antes da colisão?

$\vec{\ell}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{p}_1 = m(vt\hat{i} + d\hat{j}) \times v\hat{i} = (mv^2t)\hat{i} \times \hat{i} + (mdv)\hat{j} \times \hat{i} = -(mdv)\hat{k}$

2) Qual o momento angular total do sistema antes da colisão?

O momento angular é dado pela soma do momento angular de cada parte do sistema. Como os corpos 2 e 3 estão em repouso, $\vec{p}_2 = \vec{p}_3 = 0$ e seus momentos algulares são nulos. Portanto

$\vec{L}_i = \vec{\ell}_1 = -(mdv)\hat{k}$

3) Qual o momento linear do corpo (1) antes da colisão?

$\vec{p}_1 = mv\hat{i}$

4) Qual o momento linear do sistema depois da colisão?

O momento se conserva, portanto o momento final é igual ao momento inicial

$\vec{P}_f = \vec{P}_i = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = mv\hat{i}$

continua no verso...

5) Qual o momento de inércia do haltere, calculado no seu centro de massa?

$I_H = I_{CM} = m_2 \cdot |d\hat{j}|^2 + m_3 \cdot |-d\hat{j}|^2 = 2md^2$

Dado que, logo depois da colisão, o corpo (1) fica em repouso e transfere todo o momento para o corpo (2), responda (considerando o tempo posterior à colisão):

6) Qual a velocidade do centro de massa do haltere?

Como $\vec{P}_f = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{hf}$, ou seja, a soma dos momentos da partícula 1 e do haltere, e a partícula 1 permanece em repouso após a colisão, temos que

$\vec{v}_h = \vec{p}_{hf}/(M) = mv\hat{i}/(2m) = (v/2)\hat{i}$

7) Qual o momento angular total do haltere, em relação à origem do sistema de coordenadas?

Como o momento angular se conserva, e o momento angular da partícula 1 após a colisão é nulo

$\vec{L}_H = \vec{L}_i = -(mdv)\hat{k}$

8) Qual o momento angular de translação do haltere?

$\vec{L}_{trans} = \vec{R}_{CM} \times (2m \cdot \vec{v}_h) = (v/2)t\hat{i} \times mv\hat{i} = 0$

9) Qual o momento angular intrínseco do haltere (no ref. do seu centro de massa)?

Como $\vec{L}_H = \vec{T}_{trans} + \vec{L}_{rot}$, é evidente que $\vec{L}_{rot} = \vec{L}_H = -(mdv)\hat{k}$

10) Qual a energia cinética de translação do haltere?

$T_{rot} = \frac{|\vec{L}_{rot}|^2}{2I_{CM}} = \frac{(mdv)^2}{2 \cdot 2md^2} = \frac{mv^2}{4}$

11) Qual a energia cinética de rotação do haltere?

Sendo a massa total do haltere $M = 2m$,

$T_{trans} = \frac{|\vec{P}_H|^2}{2M} = \frac{(mv)^2}{4m} = \frac{v^2}{4}$

Por fim, responda: a colisão foi elástica (conservou energia cinética) ou inelástica (teve variação de energia cinética)?

É elástica,pois a energia cinética inicial, $T_i = mv^2/2$, é igual à energia cinética final $T_f = T_{rot} + T_{trans}$

Por curiosidade, qual a velocidade angular do haltere? $\vec{L}_{rot} = I_{CM}\vec{\omega}$, portanto

$\vec{\omega} = \frac{\vec{L}_{rot}}{I_(CM)} = \frac{-(mdv)\hat{k}}{2md^2} = -\frac{v}{2d}\hat{k}$