OSCILAÇÕES E ONDAS

PROVA P2 – IF

Dados:

- *Em condições normais de temperatura e pressão do ar B=1,42x10^{5} Pa e a densidade é igual a 1,20 kg/m^{3}.*
- *Considere a velocidade de propagação do som igual a 340 m/s e g=10 m/s^{2}, quando necessário*
- *A escala em deciBell é definida por β=(10)log(I/I$_0$), onde I$_0$=10^{-12} W/m^{2} e I é a intensidade do som em W/m^{2}*

Formulário:

$kv=\omega$ $\qquad v=\lambda f$ $\qquad$ f=1/T

Onda estacionária: $y_n(x,t)=A\,sen(k_n x)\,sen(\omega_n t)$

corda: $y(x,t)=y_0\cos(kx-\omega t+\varphi)$ $\qquad v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ $\qquad \bar{P}=\frac{1}{2}\mu\omega^2A^2v$

Som: $u(x,t)=u_0\cos(kx-\omega t+\varphi)$ $\qquad \Delta P=-B\frac{\partial u}{\partial x}$ $\qquad v=\sqrt{\frac{B}{\rho}}$ $\qquad \bar{I}=\frac{1}{2}\rho\omega^2u_0^2v$

Módulo de elasticidade aproximado de alguns sólidos em unidades de 10^{12} Pa

Diamante	1000
Ferro	400
Aço	200
Cobre	120
Vidro	80
Granito, mármore	40 a 100
Calcário-Arenito	20 a 70
Madeira	1 a 10

1ª. Questão: Uma onda transversal propaga-se em uma corda cuja densidade linear é igual $1{,}6\times10^{-4}$ kg/m, e é descrita pela equação:

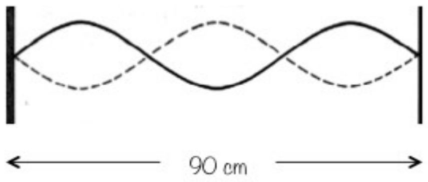
$$y(x,t)=(2{,}0\ \text{mm})\ \text{sen}[(20\ \text{m}^{-1})x-(600\ \text{s}^{-1})t]$$

a) Determine a amplitude, frequência e o comprimento de onda.

b) Qual é a tensão na corda?

c) Se a tensão na corda é duplicada para a mesma frequência de onda, identifique que grandezas são alteradas (velocidade de propagação, comprimento de onda e potência média), indicando se elas aumentam, ou diminuem e de que fator.

2ª. Questão: A corda de uma guitarra tem 90 cm de comprimento, tem densidade linear de 7,5 g/m e está sujeita a uma tensão de 150N. A forma da vibração é ilustrada ao lado.



a) Identifique qual é o harmônico correspondente a esse modo de vibração e determine o seu comprimento de onda.

b) Determine a frequência da onda e a velocidade de propagação das vibrações na corda.

c) Qual é a comprimento de onda do som produzido no ar quando se toca a frequência fundamental nessa corda?

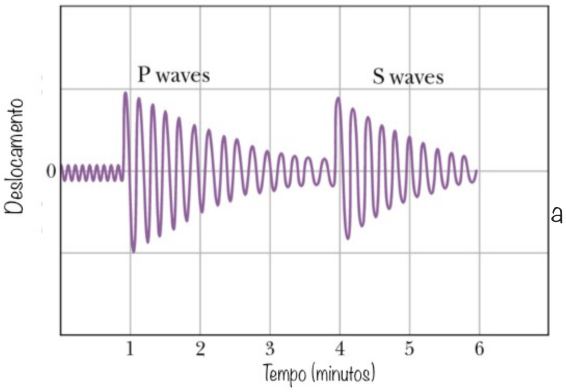
3ª. Questão: Um alto falante emite sons agudos com frequência de 2000Hz. O nível do som medido pelo engenheiro de som à 10 m do altofalante, é igual a 100 dB.

a) Determine a amplitude de pressão produzida no ouvido do engenheiro.

b) Qual é a potência média emitida pelo alto falante, supondo que o som se espalhe uniformemente em todas as direções?

c) Para que sons graves, de 200 Hz emitidos por um alto falante sejam ouvidos com a mesma intensidade pelo engenheiro de som, qual dever ser a razão entre a amplitudes de deslocamento do som grave e do som agudo?

4ª. Questão: Os abalos sísmicos produzem ondas sonoras que se propagam pela crosta terrestre e podem ser ondas longitudinais ou transversais. Um sismógrafo registra a chegada das ondas p (longitudinais) e s(transversais), oriundas de um terremoto, de acordo com a figura abaixo. A primeira onda que chega é a onda p, chamada também de primária, que se desloca com velocidade média 8,0 km/s e, após 3 minutos, registra-se a chegada da onda s, que se propaga com velocidade média de 4,5 km/s.



a) Determine a distância em que ocorreu o terremoto.

b) Considerando que a densidade média da crosta terrestre é igual a 2,5 g/cm^3, e usando o valor da velocidade média de propagação das ondas longitudinais estime o módulo de elasticidade volumétrico (módulo de Young) da crosta terrestre.

c) Compare com os valores apresentados na Tabela na pg. 1 e comente o seu resultado.

1ª QUESTÃO

Dados $a = 2{,}0\,mm$ = amplitude $\quad k = 20\,m^{-1}$ $\quad \omega = 600\,s^{-1}$

a) $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \dfrac{2\pi}{20\,m^{-1}} \Rightarrow \lambda = 0{,}1\pi$ ou $\boxed{\lambda = 0{,}3\,m}$

$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \dfrac{600\,s^{-1}}{2\pi} \Rightarrow f = \dfrac{300}{\pi}\,Hz$ ou $\boxed{f = 95{,}5\,Hz}$

$a = 2{,}0\,mm$ ou $\boxed{a = 2 \times 10^{-3}\,m}$

b) $v^2 = \dfrac{T}{\mu}$ e $v = \lambda f \Rightarrow (\lambda f)^2 \cdot \mu = T$

$T = (1{,}6 \times 10^{-4})(0{,}3 \times 95{,}5)^2 \Rightarrow \boxed{T = 0{,}13\,N}$

c) $f' = f$ e $T' = 2T \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$

$*$ $v' = \sqrt{\dfrac{2T}{\mu}} = \sqrt{2}\sqrt{\dfrac{T}{\mu}} \Rightarrow v' = \sqrt{2}\,v$

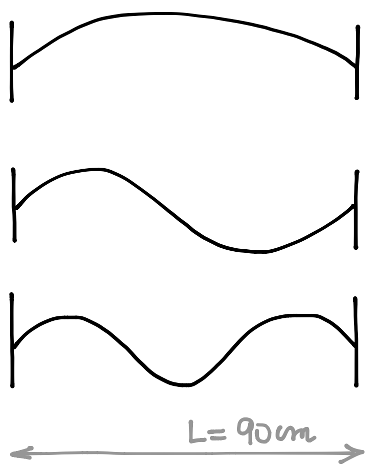
$*$ $v' = \lambda' f' \Rightarrow v' = \lambda' f = \sqrt{2}\,v \Rightarrow \lambda' = \sqrt{2}\,\lambda$

$*$ $\overline{P}' = \dfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v' \Rightarrow$ como $\omega = 2\pi f$ $\quad \omega' = \omega$

$\overline{P}' = \dfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \sqrt{2}\,v \Rightarrow \overline{P}' = \sqrt{2}\,\overline{P}$

A velocidade de propagação aumenta de um fator $\sqrt{2}$
O comprimento de onda aumenta de um fator $\sqrt{2}$
A potência média aumenta de um fator $\sqrt{2}$.

2ª QUESTÃO



$n = 1$ modo fundamental

$n = 2$ - 2º harmônico

$n = 3$ - 3º harmônico $\Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3}$

a) O modo de vibração da corda corresponde ao 3º harmônico com comprimento de onda

$$\lambda_3 = \frac{2 \times 0{,}9\,m}{3} \Rightarrow \boxed{\lambda_3 = 0{,}6\,m}$$

b) v = velocidade de propagação da onda na corda

$$v^2 = \frac{T}{\mu} = \frac{150\,N}{7{,}5 \times 10^{-3}\,kg/m} \Rightarrow v = 100\sqrt{2}\,m/s \qquad v = 1{,}4 \times 10^{2}\,m/s$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{100\sqrt{2}\, m/s}{0{,}6\, m} \Rightarrow \boxed{f = 236\ Hz}$$

ⓒ Modo fundamental $f_1 = \frac{f_3}{3} \Rightarrow f_1 = \frac{236\, Hz}{3}$ $\qquad f_1 = 78{,}6\ Hz$

$$v_{som} = 340 \frac{m}{s} = \lambda_{som} \cdot f_1 \Rightarrow \lambda_{som} = \frac{340\ m/s}{78{,}6\ s^{-1}} \Rightarrow \boxed{\lambda_{som} = 4{,}3\, m}$$

3ª QUESTÃO

a) Intensidade do som é dada em dB $\Rightarrow$ converter para $I \rightarrow \frac{W}{m^2}$

$$B = 100\ dB = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 10 = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$10^{10} = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0\, 10^{10} \Rightarrow I = 10^{-12} \frac{W}{m^2} \cdot 10^{10} \Rightarrow I = 10^{-2} \frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{1}{2} \rho\, \omega^2 v \cdot u_0^2 \,,$$ mas queremos ΔP_{max}

usando a expressão da onda sonora: $u(x,t) = u_0 \cos(kx - \omega t + \varphi)$

$$\Delta P(x,t) = -B \frac{\partial u}{\partial x} \Rightarrow \Delta P(x,t) = u_0 k B \operatorname{sen}(kx - \omega t + \varphi)$$

amplitude de pressão $\longrightarrow \Delta P_{max} = \mu_0 k B \Rightarrow \mu_0 = \dfrac{\Delta P_{max}}{k.B}$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 v \left[\frac{\Delta P_{max}}{kB} \right]$$ onde $k = \dfrac{\omega}{v} = \dfrac{2\pi f}{v}$ e $f = 2000\ Hz$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \rho \cancel{\omega^2} v \frac{(\Delta P_{max})^2}{\cancel{\omega^2}} \frac{v^2}{B^2} \Rightarrow (\Delta P_{max})^2 = \frac{2 \bar{I} B}{\rho v^3}$$

$$\boxed{\Delta P_{max} = 2,9\ Pa}$$

(b) $\bar{I} = \dfrac{\bar{P}}{A} \Rightarrow \bar{P} = I . (4\pi r^2)$ $\quad r = 10m$

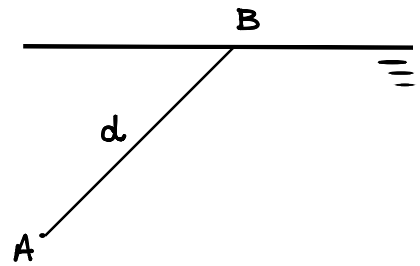
$$\bar{P} = 10^{-2} \frac{W}{m^2} . 4\pi (10m)^2 \Rightarrow \boxed{\bar{P} = 12,6\,W}$$

(c) $\bar{I}_{agudo} = \dfrac{1}{2} \rho \omega_a^2 u_a^2 v$ $\qquad \bar{I}_{grave} = \dfrac{1}{2} \rho \omega_g^2 \mu_g^2 v$

$$\bar{I}_a = I_g \Rightarrow \omega_a^2 \mu_a^2 = \omega_g^2 u_g^2 \Rightarrow \frac{\mu_g}{\mu_a} = \frac{\omega_a}{\omega_g} = \frac{\cancel{2\pi} f_a}{\cancel{2\pi} f_g}$$

$$\frac{\mu_g}{\mu_a} = \frac{2000\ Hz}{200\ Hz} \Rightarrow \boxed{\frac{\mu_g}{\mu_a} = 10}$$

4ª QUESTÃO



Em $t=0$ ocorre um abalo no ponto A que é registrado no ponto B.
Em $t=t_1$ chegam as ondas p e em $t=t_2$ chegam as ondas s

$$v_1 = \frac{d}{t_1} \quad , \quad v_2 = \frac{d}{t_2}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3\,min = 180s \qquad t_1 = \frac{d}{v_1} \qquad t_2 = \frac{d}{v_2}$$

$$\Delta t = \frac{d}{v_2} - \frac{d}{v_1} = d\left[\frac{v_1 - v_2}{v_2 v_1}\right] \Rightarrow d = \frac{v_2 v_1}{v_1 - v_2}\Delta t$$

$$d = (180s)\,\frac{(8\,km/s)(4{,}5\,km/s)}{8\,km/s - 4{,}5\,km/s} \Rightarrow \boxed{d = 1851\ km}$$

ou

$$\boxed{d = 1{,}8 \times 10^6\,m}$$

b) $v^2 = \frac{Y}{\mu} \Rightarrow Y = \mu v^2$

$$\mu = \frac{2{,}5 \times 10^3}{(10^{-2})^3}\,\frac{kg}{m^3} = 2{,}5 \times 10^3\,kg/m^3$$

$$Y = (8 \times 10^6\, m/s)(2{,}5 \times 10^3\, kg/m^3) \Rightarrow \boxed{Y = 1{,}6 \times 10^{11}\, Pa}$$

c) esse valor está muito abaixo dos valores na tabela. Pode ser que o valor de μ esteja abaixo do valor real ou que o fato da crosta não ser homogênea resulte em em um valor de Y baixo.